

Міністерство освіти та науки України
КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
кафедра електромеханіки



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
з дисципліни «Математичні моделі та програмні засоби розв'язання комплексних
практичних задач електротехніки та електромеханіки»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

Галузь знань: G «Інженерія, виробництво та будівництво»

Спеціальність: G3 «Електрична інженерія»

Укладачі:

старший викладач кафедри електромеханіки В. Власенко;

д-р. техн. наук, професор, професор кафедри електромеханіки В. Титюк

Відповідальний за випуск:

д-р. техн. наук, професор, зав. кафедри електромеханіки С. Толмачов

Рецензент:

канд. техн. наук, доцент кафедри електромеханіки М. Барановська

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Математичні моделі та програмні засоби розв'язання комплексних практичних задач електротехніки та електромеханіки» призначені для практичної підготовки студентів спеціальності G3 «Електрична інженерія» (141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»). Вони містять короткі теоретичні відомості, покроковий порядок виконання лабораторних робіт, контрольні запитання для перевірки засвоєних знань, а також перелік рекомендованої літератури. Методичні вказівки сприяють набуттю практичних навичок математичного моделювання електромеханічних систем і систем електроприводу з використанням сучасних програмних засобів, таких як Mathcad, Matlab та Simulink.

Розглянуто

на засіданні кафедри

електромеханіки

Протокол №1 від 29.08.2025 р.

Схвалено

на вченій раді

електротехнічного факультету

Протокол № 1 від 29.08.2025 р.

З М І С Т

Лабораторна робота №1

Робота з аналітичними виразами в програмному пакеті Matlab..... 4

Лабораторна робота №2

Операції з векторами та матрицями в системі Matlab..... 7

Лабораторна робота №3

Апроксимація табличних функцій 17

Лабораторна робота №4

Чисельні методи розрахунку визначених інтегралів..... 21

Лабораторна робота №5

Розрахунок кола постійного струму матричним методом..... 24

Лабораторна робота №6

Моделювання кола постійного струму в Simulink Matlab..... 32

Список рекомендованих джерел..... 35

Лабораторна робота №1

Робота з аналітичними виразами в програмному пакеті Matlab

Мета роботи: вивчити особливості роботи в програмному пакеті Matlab з функціями та виразами.

Теоретичні відомості

Пакет Matlab включає високорівневу мову та інтерактивне середовище програмування, чисельних розрахунків та візуалізації результатів. Система Matlab дозволяє аналізувати дані, розробляти алгоритми, складати моделі та додатки. Елементарні функції пакету Matlab наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Елементарні функції пакету Matlab

<i>Тригонометричні функції</i>	
$\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\cot(x)$	синус, косинус, тангенс, котангенс
$\operatorname{asin}(x)$, $\operatorname{acos}(x)$, $\operatorname{atan}(x)$, $\operatorname{acot}(x)$	арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс
<i>Експоненціальні функції</i>	
$\exp(x)$	експонента числа
$\log(x)$	натуральний логарифм
$\log_{10}(x)$	десятковий логарифм
$\sqrt{x}$	квадратний корінь
<i>Комплексні функції</i>	
$\operatorname{abs}(x)$	модуль комплексного числа
$\operatorname{angle}(x)$	аргумент комплексного числа
$\operatorname{conj}(x)$	комплексно спряжене число
$\operatorname{imag}(x)$	уявна частина комплексного числа
$\operatorname{real}(x)$	дійсна частина комплексного числа
<i>Цикли та умовні розгалуження</i>	
for <змінна> = <n>: <m> <операції в циклі> end	Повторення виконання групи операторів в циклі фіксовану кількість разів; n, m – початковий та кінцевий елемент циклу.
if <умова> <операції при виконанні умови>	Умовний оператор, що виконує вказані операції при виконанні умови, та інші

else <операції при не виконанні умови> end	зазначені операції при невиконанні поставленої умови.
while <умова> <операції в циклі> end	Циклічний оператор, що виконує групу операторів певну кількість разів, поки виконується умова.

Побудова графіку функції у декартовій системі координат використовується команда **plot**. Для побудови двох векторів **x** та **y** даних у вигляді графічної залежності $y = f(x)$ потрібно використати **plot(x,y)**.

Виведення графічних даних у новому вікні здійснюється командою **figure**. Команда **figure(n)** визначає номер вікна з графічними даними. За допомогою команди **grid** виконується нанесення сітки та графік. Для виведення нових графічних даних у поточному вікні виконується команда **hold on**. Підпис координатних осей здійснюється відповідними командами **xlabel('назва осі')** та **ylabel('назва осі')**. Назву графіку можна присвоїти за допомогою команди **title('назва графіку')**. Текстовий напис в області побудови графіку виконується шляхом команди **text(x, y, 'текст напису')**, де **x** та **y** – відносні координати напису в області графіку.

Побудова графіків в системі Matlab допускається різними кольорами, типами ліній та маркерами точок. Для цього команда побудови графіку має наступну структуру **plot(x,y, '<колір> <тип лінії> <маркер>')**. Для того, щоб задати певні кольори графіку використовуються відповідні літери: **c** – блакитний; **m** – рожевий; **y** – жовтий; **r** – червоний; **g** – зелений; **b** – синій; **w** – білий; **k** – чорний. Типи ліній задаються певними символами: «-» – неперервна лінія; «-i» – штрихова; «:» – пунктирна; «-.» – штрих-пунктирна; «none» – без лінії. Знаки, що можна використовувати для задання маркерів точок на графіку: «+»; «o»; «x»; «*».

Таблиця 1.2 – Аналітичні функції

Варі- ант	Функція	<i>a</i>	<i>b</i>	Варі- ант	Функція	<i>a</i>	<i>b</i>
1	$f(x) = 2x^3 + 3x^2$	1,0	3,2	16	$f(x) = 2x^2 + 3\ln x$	1,0	3,2

2	$f(x) = 3 \tan x - 0,1$	1,0	1,8	17	$f(x) = 21x^2 + 14x - 5$	1,0	1,8
3	$f(x) = e^x + 2x$	2,0	4,0	18	$f(x) = x^{0,4} + x^{0,2}$	2,0	4,0
4	$f(x) = \sin x + x^2$	1,0	2,8	19	$f(x) = 0,1^x + e^x$	1,0	2,8
5	$f(x) = x^4 + x^2 + 1$	2,0	4,4	20	$f(x) = \sin x - \sqrt{x}$	2,0	4,4
6	$f(x) = e^{1,5} + x^{1,5}$	2,2	3,8	21	$f(x) = \sqrt{\pi^x + e^x}$	2,2	3,8
7	$f(x) = \log x - x^2$	2,0	4,0	22	$f(x) = e^x + \tan(\pi x)$	2,0	4,0
8	$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$	1,0	5,0	23	$f(x) = x^2 + 2 \ln x$	1,0	5,0
9	$f(x) = 45x^2 - 8x + 16$	1,0	1,8	24	$f(x) = e^x - \cos^2 x$	1,0	1,8
10	$f(x) = \cos^2(\pi x) - 1,5$	1,0	1,2	25	$f(x) = \pi \sqrt{x} + \log x$	1,0	1,2
11	$f(x) = 2\sqrt{x} + x^2$	2,0	3,6	26	$f(x) = \ln x - \sqrt{\tan x}$	2,0	3,6
12	$f(x) = \arcsin x + x^3$	1,8	3,2	27	$f(x) = 2x^2 + 3,5x - 1,8$	1,8	3,2
13	$f(x) = \sin x - e^x$	1,0	5,0	28	$f(x) = e^{1,5} + x^{1,5}$	1,0	2,0
14	$f(x) = x^2 - \pi \cos x$	1,0	1,8	29	$f(x) = \arctan x - e^x$	1,5	2,5
15	$f(x) = 5x^2 + 2x - 17$	2,0	3,2	30	$f(x) = e^x / \sin^2 x$	2,0	4,0

Завдання 1. Розрахувати за допомогою m-файлу значення функції $f(x)$ з таблиці 1.2 у точках a та b , вивести отримані розрахунки у Command Window. Функцію потрібно обрати з таблиці відповідно до варіанту.

Завдання 2. Визначити та вивести мінімальне та максимальне із двох розрахованих значень функції у точках a та b .

Завдання 3. Зберегти розраховані значення функції $f(x)$ у точках a та b в окремий mat-файл.

Завдання 4. Побудувати графік функції $f(x)$ у межах від a до b . Крок побудови графіку обрати самостійно. Графік потрібно оформити, задавши колір і тип лінії. На графіку повинні бути підписані осі та нанесена сітка. На вільному місці в області побудови графіку потрібно підписати побудовану функцію.

Завдання 5. Зробити висновки з виконаної роботи.

Контрольні питання

1. Розрахунок виразів в системі Matlab.
2. Організація циклів.
3. Побудова графіків.
4. Операції з матрицями.
5. Збереження даних у зовнішній файл.

Лабораторна робота №2

Операції з векторами та матрицями в системі Matlab

Мета роботи: навчитись використовувати основні операції із векторами та матрицями в системі Matlab.

Теоретичні відомості

За замовчуванням всі числові змінні в MATLAB вважаються матрицями, так що скалярна величина є матриця першого порядку, а вектори є матрицями, що складаються з одного стовпця або одного рядка.

Матричні дані розміщуються у пам'яті послідовно по стовпчикам. Елементи матриці в межах рядка відокремлюються пробілами або комами. Безпосереднє завдання матриці можна здійснити кількома способами. Наприклад, вектор-стовпець, тобто матриця, друга розмірність якої дорівнює одиниці, може бути присвоєна змінною A введенням одного рядка:

```
>> A = [7; 4; 3.2] % Введення вектора-стовпця
```

```
A =
```

```
7.0000
```

```
4.0000
```

3.2000

або введенням кількох рядків

```
>> A = [% введення вектора по рядках
```

```
7
```

```
4
```

```
3.2];
```

Вектори можуть бути сформовані як діапазони – за допомогою двокрапок, що розділяють стартове значення, крок та граничне значення. Якщо величина кроку відсутня, то за умовчанням його значення дорівнює одиниці.

В результаті $n : m : k$ буде сформовано вектор, останній елемент якого не більший за k для позитивного кроку m , і не менше – для негативного: $[n, n + m, n + m + m, \dots]$ Наприклад:

```
>> a = 1:2:5
```

```
a =
```

```
1 3 5
```

Завдання діапазону також використовується при організації циклу. У таблиці 2.1 представлений деякий набір функцій створення матриць спеціального виду.

Таблиця 2.1 – Функції опису матриць

Функція	Опис
eye (m,n)	Одинична матриця розмірності $m \times n$
zeros (m,n)	Нульова матриця розмірності $m \times n$
ones (m,n)	Матриця, що складається з одних одиниць розмірності $m \times n$
rand (m,n)	Повертає матрицю випадкових чисел рівномірно розподілених у діапазоні від 0 до 1, розмірність $m \times n$
randn (m, n)	Повертає матрицю розмірності $m \times n$, що складаються з випадкових чисел, що мають гаусівський розподіл
tril (A), triu (A)	Виділення нижньої трикутної та верхньої трикутної частин матриці A
inv (A)	Знаходження зворотної матриці A

det (A)	Знаходження визначника (детермінанту) квадратної матриці A
----------------	--

Звернення до елемента матриці здійснюється за правилом: у круглих дужках після імені матриці даються індекси, які мають бути позитивними цілими числами, що вказують номер рядка і через кому номер стовпця. Наприклад, $A(2,1)$ означає елемент другого рядка першого стовпця матриці A.

Для подальших прикладів введемо матрицю 2 x 2:

```
>> A = [1 2; 4.6 3]
```

```
A =
```

```
1.0000 2.0000
```

```
4.6000 3.0000
```

Щоб змінити елемент матриці, йому потрібно надати нове значення:

```
>> A (2,2)=10 % Другий елемент другого рядка
```

```
A =
```

```
1.0000 2.0000
```

```
4.6000 10.0000
```

Розмір матриці можна уточнити за командою **size**, а результат команди **size** можна використовувати для організації нової матриці.

Наприклад, нульова матриця того ж порядку, що і матриця A буде сформована за командою:

```
>> A2=zeros(size(A))
```

```
A2 =
```

```
0 0
```

```
0 0
```

За допомогою двокрапки легко виділити частину матриці. Наприклад, вектор із перших двох елементів другого стовпця матриці A задається виразом:

```
>> A (1:2, 2)
```

```
ans =
```

```
2.0000
```

```
10.0000
```

Двокрапка сама по собі означає рядок або стовпець цілком. Для видалення елемента вектора достатньо присвоїти йому порожній масив – кілька квадратних дужок []. Щоб викреслити один або кілька рядків (стовпців) матриці потрібно вказати діапазон рядків, що видаляються (стовпців) для однієї розмірності і поставити двокрапку для іншої розмірності.

Для знаходження довжини вектора можна скористатися командою `length`.

Набір арифметичних операцій у Matlab для роботи з матрицями складається зі стандартних операцій складання – віднімання, множення – ділення, операції зведення в ступінь і доповнені спеціальними матричними операціями (табл.2.2). Якщо операція застосовується до матриць, розміри яких не узгоджені, буде виведено повідомлення про помилку.

Для поелементного виконання операцій множення, ділення та зведення у ступінь застосовуються комбіновані знаки (крапка та знак операції). Наприклад, якщо за матрицею стоїть знак (^), вона зводиться у ступінь, а комбінація (.^) означає зведення у ступінь кожного елемента матриці. При множенні (складанні, відніманні, діленні) матриці на число відповідна операція завжди проводиться поелементно.

Таблиця 2.2 – Знаки операцій

Символ	Призначення
+, -	Символи плюс та мінус позначають знак числа або операцію складання та віднімання матриць, причому матриці повинні бути однієї розмірності
*	Знак множення позначає матричне множення, для поелементного множення матриці застосовується комбінований знак (.*)
'	Апостроф позначає операцію транспонування (разом з комплексним поєднанням), транспонування без обчислення спряження позначається за допомогою комбінованого знаку (.')

/	Ліве ділення
\	Праве ділення
^	Оператор зведення в ступінь, для поелементного зведення в ступінь застосовується комбінований знак (.^)

Проілюструємо відмінність звичайного та поелементного множень за допомогою наступного прикладу. Введемо матрицю H розміру 2x2 та матрицю D з одиниць тієї ж розмірності:

```
>> H=[0 1; 2 3], D=ones(size(H))
```

H =

0 1

2 3

D =

1 1

1 1

Перемножимо матриці, використовуючи звичайне множення:

```
>> H * D
```

ans =

1 1

5 5

Тепер застосуємо поелементну операцію:

```
>> H.*D ans =
```

0 1

2 3

Система Matlab має ряд функцій, призначених для обробки даних, заданих у матричній або векторній формі (таблиця 2.3).

Таблиця 2.3 – Функції для роботи з матрицями

Функція	Опис
size(A)	Повертає масив, що складається з рядків і числа стовпців матриці
sum(A)	Повертає суму всіх елементів по стовпцю
mean(A)	Повертає середнє значення стовпця матриці
std(A)	Повертає середньоквадратичне відхилення стовпця матриці
min(A), max(A)	Повертає мінімум та максимум відповідно, по стовпцю матриці
sort(A)	Сортує стовпець матриці за зростанням
prod(A)	Обчислює добуток всіх елементів стовпців

Символи та текстові рядки в Matlab вводяться за допомогою простих лапок. У внутрішньому представленні символи дані цілими числами. Конвертувати масив символів у числову матрицю дозволяє команда **double**. Зворотна операція здійснюється за командою **char**. Друковані символи стандартного набору ASCII представлені числами від 32 до 255.

Наведемо приклади даних команд. Спочатку введемо рядок:

```
>> s = 'Привіт' s =
```

```
Привіт
```

```
>> h = [v + 'від Matlab'] v =
```

```
Привіт від Matlab
```

Той самий результат вийде, якщо замість змінної *v* використовувати рядкову змінну *s*.

У таблиці 2.4 наведено деякі функції для цих та зворотних операцій, а повний список можна отримати за командою **help strfun**.

Таблиця 2.4 – Функції роботи з рядковими змінними

Функція	Дія
num2str	Переведення числа в рядок
int2str	Переведення цілого числа в рядок

mat2str	Перетворення матриці на рядок
str2mat	Об'єднання рядків у матрицю
str2num	Перетворення рядка на число
strcat	Об'єднання рядків

Завдання 1. Задати матриці, використовуючи коефіцієнти з таблиці 2.5 відповідно до варіанту:

- вектор-рядок V розмірністю 3, значення взяти з першого рядка таблиці;
- вектор-стовпчик W розмірністю 3, значення взяти з першого стовпчика таблиці;
- матрицю A розмірністю 3×3 .

Завдання 2. Виконати операції по обробці даних над матрицею A :

- визначення числа рядків та стовпців матриці A ;
- визначення максимального елемента матриці A ;
- визначення мінімального елемента матриці A ;
- підсумовування елементів матриці A ;
- перемноження елементів матриці A ;
- транспонування матриці A .

Завдання 3. Згенерувати матриці спеціального виду:

- матрицю з нульовими елементами M_0 , розмірності 3×3 ;
- матрицю з одиничними елементами M_1 , розмірності 3×3 ;
- матрицю з елементами, що мають випадкові значення M_r , розмірності 3×3 ;
- матрицю з одиничними діагональними елементами M_e , розмірності 3×3 .

Завдання 4. Виконати обчислення матриці відповідно до виразу з таблиці 2.6

Завдання 5. Зробити висновки з виконаної роботи.

Таблиця 2.5 – Коефіцієнти матриці

Номер варіанту	Матриця А		
1	1,84	2,25	2,53
	2,32	2,60	2,82
	1,83	2,06	2,24
2	2,58	2,93	3,13
	1,32	1,55	1,58
	2,09	2,25	2,34
3	2,18	2,44	2,49
	2,17	2,31	2,49
	3,15	3,22	3,17
4	1,54	1,70	1,62
	3,69	3,73	3,59
	2,45	2,43	2,25
5	1,53	1,61	1,43
	2,35	2,31	2,07
	3,83	3,73	3,45
6	2,36	2,37	2,13
	2,51	2,40	2,10
	2,59	2,41	2,06
7	3,43	3,38	3,09
	4,17	4,00	3,65
	4,30	4,10	3,67
8	3,88	3,78	3,45
	3,00	2,79	2,39
	2,67	2,37	1,96
9	3,40	3,26	2,90
	2,64	2,39	1,96
	4,64	4,32	3,85
10	2,53	2,36	1,93
	3,95	4,11	3,66
	2,78	2,43	1,94
11	2,37	1,58	3,45

	3,26	3,43	2,39
	2,39	4,17	1,96
12	4,17	4,30	2,79
	4,30	2,78	2,37
	3,88	3,73	3,26
13	2,98	2,43	1,22
	1,45	1,61	3,89
	2,65	2,31	4,56
14	1,45	4,89	3,98
	2,24	3,56	4,78
	3,13	6,54	3,45
15	1,58	9,87	1,28
	8,78	6,34	1,98
	8,25	3,87	2,97
16	3,98	6,54	3,25
	6,87	6,98	5,63
	6,87	6,23	3,45
17	3,27	4,58	5,25
	2,88	9,87	5,84
	3,48	6,23	5,32
18	6,75	6,49	6,21
	1,68	3,65	2,56
	2,98	3,65	2,55
19	2,36	4,85	8,91
	2,38	6,58	3,95
	3,28	1,35	5,84
20	4,89	3,56	6,32
	3,56	3,58	4,97
	6,54	4,62	3,52
21	1,87	2,22	6,12
	5,55	6,08	1,35
	3,05	2,35	1,58
22	3,58	2,05	6,08
	6,55	3,05	3,24
	6,11	2,01	6,98
23	2,54	2,08	9,24
	0,52	6,45	4,11
	1,25	2,80	1,54
24	8,11	5,26	1,98
	9,54	9,51	3,28
	1,09	4,98	3,26

25	5,05	1,05	1,54
	2,44	4,85	1,32
	6,39	6,32	1,85
26	2,37	3,09	1,53
	3,26	3,65	2,35
	2,36	3,67	3,65
27	2,51	2,36	3,67
	3,85	4,11	3,45
	1,54	2,43	6,55
28	3,25	8,77	6,11
	9,56	2,05	1,84
	4,11	3,65	1,65
29	4,25	3,67	4,64
	1,65	3,45	2,53
	9,84	2,85	3,95
30	6,55	3,45	9,85
	6,11	3,25	6,35
	2,56	8,54	2,37

Таблиця 2.5 – Обчислення матриць

№ варіанта	Завдання	№ варіанта	Завдання
1	$M = V * W + A + Mr * Me$	16	$M = A * W + Mr * V'$
2	$M = A + Mr * Me$	17	$M = A * Mr + W * V$
3	$M = (V/A) * (Mr + Me)$	18	$M = A + Mr - 100$
4	$M = W * V + Mr * Me$	19	$M = V' + W + Mr * W$
5	$M = A * Mr + Me$	20	$M = A + M1' * Me'$
6	$M = A * Mr + 100$	21	$M = (V/A) * (Mr + Me)$
7	$M = V * W + Mr - A$	22	$M = V * Mr + V * M1$
8	$M = A + Mr * Me - 10$	23	$M = A' + Mr / 100$
9	$M = A * W + Mr * V'$	24	$M = 10 * V + W' * Mr * A$
10	$M = A' + Mr * Me$	25	$M = A' + Mr * Me$
11	$M = A + Mr * Me$	26	$M = A * Mr + Mr * W$
12	$M = A * Mr + 100$	27	$M = V * Mr + 50$
13	$M = A + M1' * Me$	28	$M = V' + W + Mr * W$
14	$M = 20 * V + W' * Mr * A$	29	$M = W * V + Mr * Me$
15	$M = V * W + Mr + A$	30	$M = A * Mr + 20 * V$

Контрольні питання

1. Як здійснюється введення вектора-рядка?
2. Як здійснюється введення вектора-стовпця?
3. Як здійснюється введення матриці?
4. Для чого служать команди `zeros` , `ones` , `rand` , `eye`?
5. Як визначається число рядків та стовпців матриці?
6. Які операції служать для визначення мінімального і максимального елемента матриці?

Лабораторна робота №3

Апроксимація табличних функцій методом найменших квадратів

Мета роботи: вивчити метод наближення функцій, та навчитись коректно використовувати програмні пакети для вирішення задач апроксимації.

Теоретичні відомості

Апроксимація – наближене вираження одних математичних залежностей іншими, більш простими для опису та використання.

В результаті апроксимації знаходиться залежність $f(x, a_0, a_1, \dots, a_m)$, що близька до заданої сукупності значень, задовольняючи мінімум квадратичного критерію R :

$$R = \sum_{i=0}^n (f(x, a_0, a_1, \dots, a_m) - y_i)^2$$

Апроксимуюча функція в поліноміальному виді

$$f(x, a_0, a_1, \dots, a_m) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_jx^j + \dots + a_mx^m$$

Необхідною умовою мінімуму критерію R являється рівність усіх нулю усіх частинних похідних функції R по параметрам $a_0, a_1, \dots, a_m$

$$dR / da_j = 0 \quad i = 0, 1, \dots, m$$

Розглянемо пошук невідомих коефіцієнтів $a_0, a_1, \dots, a_m$ функції $f(x)$ на прикладі квадратичного наближення, тобто для $m = 2$. Тоді необхідно мінімізувати критерій R як функції трьох змінних:

$$R = \sum_{i=0}^n (f(x, \vec{a}) - y_i)^2 = \sum_{i=0}^n (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - y_i)^2$$

Умови мінімуму критерію R

$$\frac{dR}{da_0} = 2 \sum_{i=0}^n (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - y_i) = 0$$

$$\frac{dR}{da_1} = 2 \sum_{i=0}^n (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - y_i) x_i = 0$$

$$\frac{dR}{da_2} = 2 \sum_{i=0}^n (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 - y_i) x_i^2 = 0$$

або

$$(n+1)a_0 + \left(\sum_{i=0}^n x_i\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^n x_i^2\right)a_2 = \sum_{i=0}^n y_i$$

$$\left(\sum_{i=0}^n x_i\right)a_0 + \left(\sum_{i=0}^n x_i^2\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^n x_i^3\right)a_2 = \sum_{i=0}^n y_i x_i$$

$$\left(\sum_{i=0}^n x_i^2\right)a_0 + \left(\sum_{i=0}^n x_i^3\right)a_1 + \left(\sum_{i=0}^n x_i^4\right)a_2 = \sum_{i=0}^n y_i x_i^2$$

Зазначену систему рівнянь зручно розглядати у матричній формі, тобто

$$[\Phi]\vec{a} = \vec{b}$$

де

$$\Phi = \begin{vmatrix} (n+1) & \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 & \sum_{i=0}^n x_i^4 \end{vmatrix}; \quad \vec{a} = \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{vmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{vmatrix} \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n y_i x_i \\ \sum_{i=0}^n y_i x_i^2 \end{vmatrix}$$

Для зручності вводиться матриця X , елементи котрої визначаються через незалежні змінні x_i :

$$X = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdot & x_0^m \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdot & x_1^m \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdot & x_n^m \end{vmatrix}$$

Або для випадку $m = 2$

$$X = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 \\ 1 & x_1 & x_1^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{vmatrix}$$

Тоді

$$\Phi = X^T X;$$

$$\vec{b} = X^T \vec{y}$$

де

$$\vec{y} = \begin{vmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \cdot \\ y_n \end{vmatrix}$$

Для розв'язку вихідної системи рівнянь та відповідно визначення коефіцієнтів полінома $f(x)$ можна використовувати метод зворотної матриці:

$$\vec{a} = \Phi^{-1} \vec{b} \text{ або } \vec{a} = (X^T X)^{-1} X^T \vec{y}.$$

Завдання 1. Для ряду значень аргументу x , що заданий у таблиці 3.1, обрати завдання функції $y(x)$ відповідно до варіанту з таблиці 3.2. Задану таблично функцію $y = f(x)$ потрібно апроксимувати поліномами другого та третього ступеня методом найменших квадратів у матричній формі.

Завдання 2. Побудувати графіки заданих значень $y(x)$, а також отриманих поліномів в одній координатній площині.

Завдання 3. Зробити висновки з виконаної роботи.

Таблиця 3.1 – Значення аргументу

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	2	3	4	5	6	7	8

Таблиця 3.2 – Задані значення функції

Варіант	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
1	41,2	32,2	21,5	16,7	26,1	40	54,1	60,9
2	12,8	11,3	10,9	7,3	6,2	5,8	4,2	4,9
3	10,2	13,3	15,8	16	17,8	18,9	15,2	10,1
4	13,5	16,5	20,1	21,2	25,8	29,2	24,8	22,5
5	0,5	0,8	0,9	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
6	1,0	1,2	1,8	1,4	1,2	1,1	0,9	0,7
7	0,44	0,24	0,13	0,18	-0,24	-0,33	-0,41	-0,25
8	0,36	0,89	1,21	2,55	3,12	1,45	0,65	0,31
9	65,2	63,4	62,1	64,5	62,3	61,2	60,2	60,1
10	1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	2,8	2,9	3,2
11	23,1	22,2	20,1	18,4	15,2	16,3	18,4	20,4
12	10,2	10,8	11,3	12,5	14,5	10,8	9,5	8,4
13	0,56	0,84	1,24	1,85	1,52	1,31	1,22	1,05
14	1,25	3,52	4,85	5,32	4,62	3,24	2,25	1,32
15	-1,25	-1,35	-1,85	-2,52	-3,51	-2,62	-1,85	-1,24
16	8,4	9,5	10,2	12,3	10,8	9,4	8,5	7,4
17	3,56	2,35	1,85	0,95	1,32	2,34	3,35	4,52
18	42,1	43,2	45,6	48,5	42,1	41,3	39,2	35,8
19	-1,35	-0,65	1,28	1,84	2,3	1,35	-0,32	-1,25
20	3,2	5,6	7,1	8,5	8,2	7,9	6,1	3,4
21	1,2	1,8	1,5	1,4	1,1	0,9	0,8	0,6
22	-1,2	-3,6	-4,5	-9,5	-10,8	-13,2	-16,2	-20,1
23	8,5	16,4	24,2	32,8	40,4	48,4	56,1	64,1

24	2,5	1,5	9,5	1,4	6,5	4,5	8,4	6,4
25	3,2	5,5	6,8	9,4	10,5	9,4	8,4	7,1
26	3,5	6,8	9,4	5,2	3,3	2,5	1,8	0,8
27	8,5	3,4	-1,5	-2,6	-3,8	-2,8	-0,8	1,3
28	3,5	2,8	1,4	2,9	3,8	5,8	6,4	8,4
29	1,5	1,4	1,2	1,2	1,6	1,9	2,1	2,8
30	-4,5	-5,9	-6,7	-7,8	-9,1	-8,4	-6,7	-5,4

Контрольні питання

1. Визначення апроксимації табличних значень.
2. Метод апроксимації найменших квадратів.
3. Загальний вигляд поліному n -го степеню.
4. Як знаходиться обернена матриця?
5. Чим відрізняється апроксимація від інтерполяції?

Лабораторна робота №4

Чисельні методи розрахунку визначених інтегралів

Мета роботи: навчитись використовувати сучасні програмні пакети для розрахунку визначених інтегралів чисельними методами.

Теоретичні відомості

Методи чисельного інтегрування базуються на апроксимації підінтегральної функції за допомогою інтерполяційних многочленів.

Метод трапецій. Метод трапецій використовує лінійну інтерполяцію, тобто графік функції $y = f(x)$ представляється у вигляді ломаної, що з'єднує точки (x_i, y_i) . В цьому випадку площа всієї фігури складається з площ елементарних трапецій.

Якщо функція визначена на кінцях інтервалу h , то площа трапеції на цьому інтервалі рівна

$$z = \frac{h}{2} [f(a) + f(b)]$$

Відповідно формула трапеції для функції $y = f(x)$

$$\int_a^{b=a+h} f(x)dx = \frac{h}{2} [f(a) + f(b)]$$

Загальна формула трапецій для декількох елементарних інтервалів з постійним кроком h

$$\int_a^b f(x)dx = h \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + \frac{y_n}{2} \right)$$

Формула Сімпсона. Для розрахунку визначеного інтегралу за формулою Сімпсона інтервал інтегрування $[a, b]$ розбивається на кратне число n рівних частин з кроком h . На кожному відрізку підінтегральну функцію замінюємо інтерполяційним многочленом другої степені:

$$f(x) \approx \varphi_i(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_{i+1}$$

Елементарна площа S_i може бути розрахована за допомогою визначеного інтегралу:

$$S_i = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \varphi_i(x) dx =$$

$$= \frac{1}{2h^2} \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} [(x - x_i)(x - x_{i+1})y_{i-1} - 2(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})y_i + (x - x_{i-1})(x - x_i)y_{i+1}] dx$$

або

$$S_i = \frac{h}{3} (y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1})$$

Виконуючи розрахунки для кожного елементарного відрізка (x_{i-1}, y_{i+1}) , просумуємо отримані вирази:

$$S = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n)$$

В результаті отримаємо формулу Сімпсона для розрахунку визначеного інтегралу:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + y_n)$$

Завдання 1. Обрати завдання відповідно до варіанту з таблиці 4.1. Розрахувати значення визначеного інтегралу від заданої функції у визначених межах за допомогою формули трапецій. Для визначення кроку h інтервал інтегрування рекомендується розділити на 100.

Завдання 2. Розрахувати значення визначеного інтегралу від заданої функції у визначених межах за допомогою формули Сімпсона. Крок розрахунку підінтегральної функції h варто обрати рівний розрахованому в попередньому завданні.

Завдання 3. Здійснити порівняння отриманих результатів розрахунку визначеного інтегралу двома способами. Зробити висновки з виконаної роботи.

Таблиця 4.1 – Підінтегральні функції та межі інтегрування

Варі- ант	Підінтегральна функція	Нижня межа	Верхня межа	Варі- ант	Підінтегральна функція	Нижня межа	Верхня межа
1	$f(x) = \frac{1-3,7x}{x^3+x}$	1,0	3,2	16	$f(x) = \frac{x-2x^3}{x^4+8}$	1,0	2,8
2	$f(x) = \frac{x^2+3,6}{x^4+2,8}$	1,0	1,8	17	$f(x) = \frac{x^3-4,6}{x-1,2}$	1,8	2,8
3	$f(x) = \frac{2,5-x^2}{x^3+6,2x}$	2,0	4,0	18	$f(x) = \frac{2,2x-6}{3,2x^3}$	1,0	2,0
4	$f(x) = \frac{5,5x-4,2}{x^3+4,8}$	1,0	2,8	19	$f(x) = \frac{1-5x}{x^5+1}$	2,0	4,0
5	$f(x) = \frac{x^2-1,7x}{x^5+2}$	2,0	4,4	20	$f(x) = \frac{5,2x+2}{x^3+8,1}$	1,0	1,5
6	$f(x) = \frac{2,3x-2,8}{2x^3+4,2}$	2,2	3,8	21	$f(x) = \frac{x^2-x}{x^5+3,2}$	1,2	1,8

7	$f(x) = \frac{1-3,7x}{x^3+x}$	2,0	4,0	22	$f(x) = \frac{x-8,4}{x^2+0,4}$	1,8	2,0
8	$f(x) = \frac{5x^3-3,8}{x^2+3,4}$	1,0	5,0	23	$f(x) = \frac{x^2-3,8}{x^3-1,2}$	1,0	1,6
9	$f(x) = \frac{5x-1}{x^4+5,2}$	1,0	1,8	24	$f(x) = \frac{3x-2,8}{x^3+5,4}$	0,5	1,0
10	$f(x) = \frac{1,5x-7}{1,2x^2+2}$	1,0	1,2	25	$f(x) = \frac{4,2-x}{x^2+5,1}$	1,2	1,8
11	$f(x) = \frac{x^2-4,4}{x^4+1,4}$	2,0	3,6	26	$f(x) = \frac{1,7x^3-1}{x^3+7,2}$	0,8	3,2
12	$f(x) = \frac{1,4-3,2x}{x^5+4,3}$	1,8	3,2	27	$f(x) = \frac{x^2+1,5}{x+7,9}$	1,0	2,0
13	$f(x) = \frac{3,8x-7}{2,5x^3+1}$	1,0	2,0	28	$f(x) = \frac{6,2-x}{x^5-3,1}$	2,0	4,0
14	$f(x) = \frac{1,3x-3,2}{x^5+2,4}$	1,5	2,5	29	$f(x) = \frac{5,1-x^5}{x+4,5}$	2,2	4,4
15	$f(x) = \frac{x^2-1,5x}{x^4+2,2}$	2,0	4,0	30	$f(x) = \frac{1,8-x^2}{3,6+x}$	1,0	2,2

Контрольні питання

1. Метод трапеції.
2. Метод Сімпсона.
3. Геометрична формула трапеції.
4. Який геометричний зміст визначеного інтегралу?
5. Як вплив величини кроку інтегрування на точність розрахунку?

Лабораторна робота №5

Розрахунок кола постійного струму матричним методом

Мета роботи: навчитись виконувати розрахунок електричного кола постійного струму, використовуючи математичну ідентифікацію кола матричним методом.

Теоретичні відомості

Електричне коло можна представити в формі геометричної фігури, зобразивши вітки кола відрізками ліній. Складена таким чином фігура називається *графом*. Граф, у якого кожна вітка має визначений стрілкою напрям, називається *направленим графом*. Додатні напрями струмів у вітках та напруг на них вважають такими, що співпадають з орієнтацією вітки. Якщо з графа видалити мінімальну кількість віток таким чином, щоб зберегти всі вузли, але розділити всі замкнені контури, то отримана геометрична фігура буде називатись *деревом графу*. Число віток дерева на одиницю менше кількості вузлів. На рисунку 5.1 наведено приклад електричного кола та відповідного йому графа.

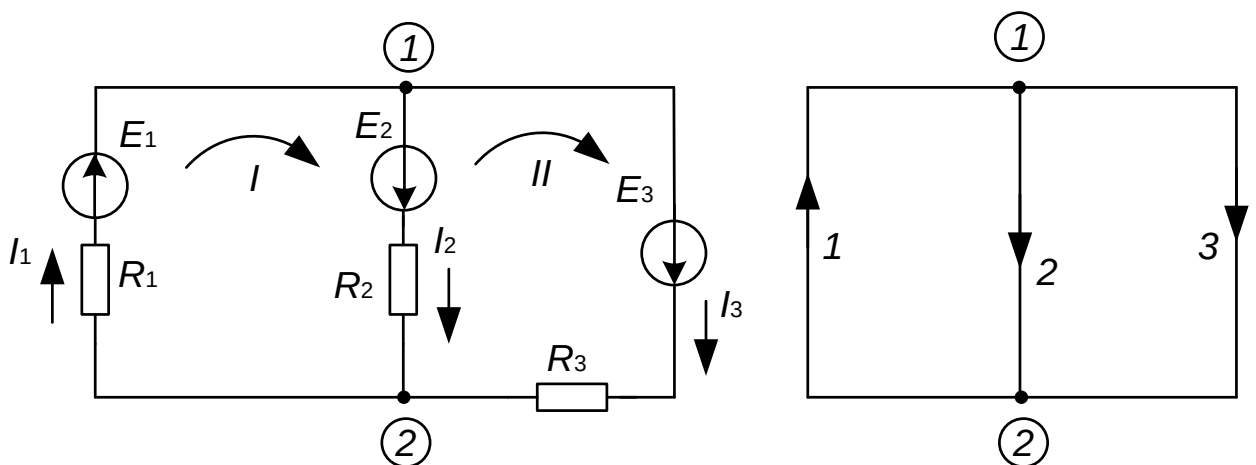


Рисунок 5.1 – Електричне коло та його граф

Геометризоване електричне коло можна математично ідентифікувати, представивши його у відповідній матричній формі. Для цього записують *структурну матрицю* кола відповідно до наступних правил:

- ✓ число стовпців матриці рівне кількості віток кола (стовпець має номер вітки);
- ✓ число рядків в матриці рівне кількості вузлів (номер рядка рівний номеру вузла);

- ✓ якщо вітка t направлена від вузла n , то на перетині стовпця t та рядка n записується $+1$;
- ✓ якщо вітка t направлена до вузла n , то записується -1 ;
- ✓ якщо вітка t не з'єднана з вузлом n , то записується 0 .

Таблиця 5.1 – Структурна матриця

Вузли	Вітки		
	1	2	3
1	-1	+1	+1
2	+1	-1	-1

Таблиця заповнена таким чином називається повною структурною матрицею, або *матрицею інциденцій* електричного кола $\mathbf{\Pi}_0$:

$$\mathbf{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Матриця інциденцій дозволяє перевести геометричну структуру електричного кола на мову лінійної алгебри. Сума чисел в будь-якому стовпці матриці $\mathbf{\Pi}_0$ завжди дорівнює нулю. Отже, один з рядків є залежним і може бути викресленим. Вузол, рядок якого відкидається, називають базисним. При цьому матриця $\mathbf{\Pi}_0$ приводиться до виду структурної матриці $\mathbf{\Pi}$:

$$\mathbf{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} -1 & +1 & -1 \end{bmatrix}$$

Для графа схеми можна виділити ряд незалежних контурів з напрямом обходу, що відповідає напрямку деякого контурного струму. Таким чином, можна скласти таблицю за наступними правилами:

- ✓ кількість рядків рівна числу незалежних контурів N , а кількість стовпців – числу віток графу Q ;
- ✓ якщо напрям обходу контуру k співпадає з напрямом вітки, що входить в цей контур, то в таблицю записується $+1$;
- ✓ якщо напрям вітки протилежний обходу контуру, то записують -1 ;
- ✓ якщо вітка не входить в контур, то записують 0

Таблиця, складена таким чином, називається контурною матрицею, наприклад:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} +1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

Другий закон Кірхгофа у матричній формі приймає наступний

$$\mathbf{\Gamma} \mathbf{U}_{\mathbf{b}} = 0$$

де $\mathbf{U}_{\mathbf{b}}$ – матриця напруг віток.

Матриця опорів віток має діагональний вигляд:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix}$$

Матриця джерел е.р.с. віток – це матриця вектор-стовпець, число рядків якої дорівнює числу віток графа:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_Q \end{bmatrix}$$

Аналогічно складається матриця джерел струмів, якщо вони присутні в схемі:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_Q \end{bmatrix}$$

Матриця контурних струмів знаходиться відповідно до наступного матричного рівняння:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{k}} = (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{\Gamma}')^{-1} \cdot (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{E})$$

Струми віток графа визначаються через добуток транспонованої контурної матриці та матриці контурних струмів:

$$\mathbf{I}_e = \mathbf{\Gamma}' \cdot \mathbf{I}_k$$

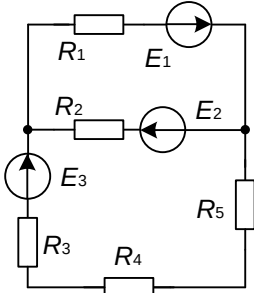
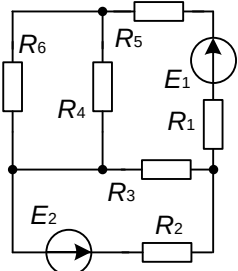
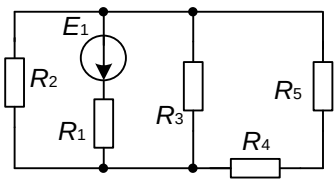
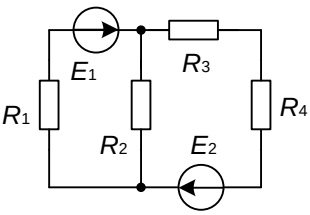
Завдання 1. Обрати відповідно до варіанту з таблиці 5.2 електричну схему постійного струму, а також значення джерел напруги та опорів у вітках.

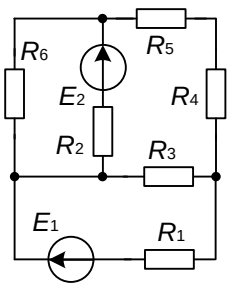
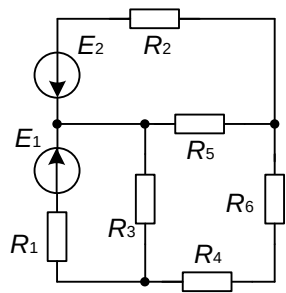
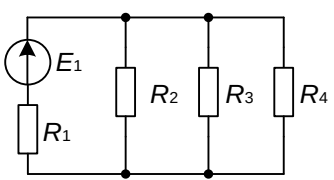
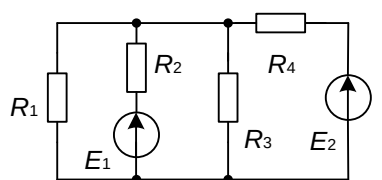
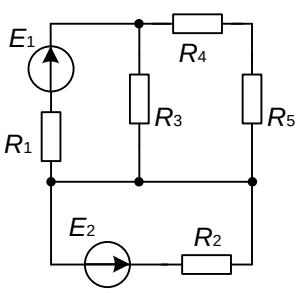
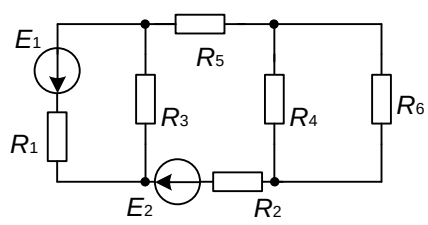
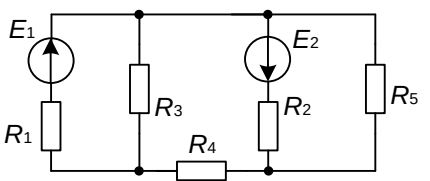
Завдання 2. Визначити струми у всіх вітках схеми методом контурних струмів у матричній реалізації.

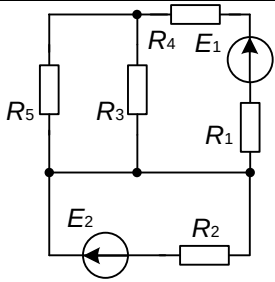
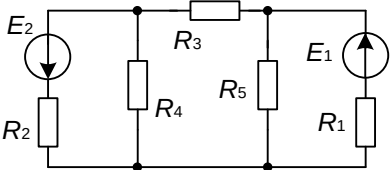
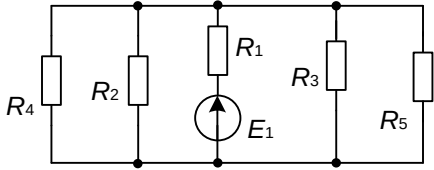
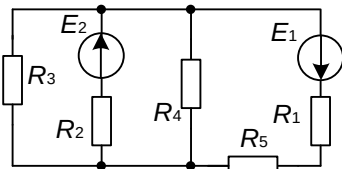
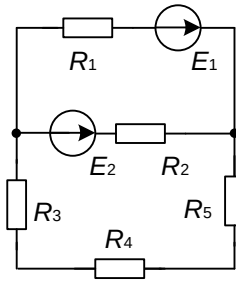
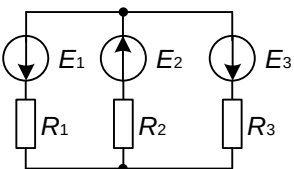
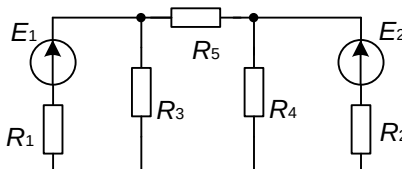
Завдання 3. Виконати перевірку правильності розрахованих струмів віток, склавши рівняння для вузлів схеми за першим законом Кірхгофа.

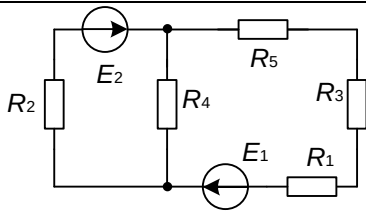
Завдання 4. Зробити висновки з виконаної роботи.

Таблиця 5.2 – Електричні кола постійного струму

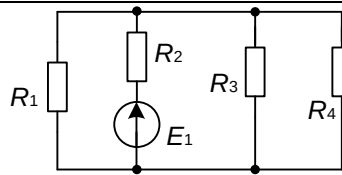
Варіант 1  $E_1 = 10 \text{ В}, E_2 = 12 \text{ В}, E_3 = 5 \text{ В}, R_1 = 4 \text{ Ом}, R_2 = 5 \text{ Ом}, R_3 = 8 \text{ Ом}, R_4 = 16 \text{ Ом}, R_5 = 2 \text{ Ом}$	Варіант 2  $E_1 = 18 \text{ В}, E_2 = 14 \text{ В}, R_1 = 7 \text{ Ом}, R_2 = 12 \text{ Ом}, R_3 = 24 \text{ Ом}, R_4 = 8 \text{ Ом}, R_5 = 4 \text{ Ом}, R_6 = 10 \text{ Ом}$
Варіант 3  $E_1 = 10 \text{ В}, R_1 = 5 \text{ Ом}, R_2 = 18 \text{ Ом}, R_3 = 38 \text{ Ом}, R_4 = 55 \text{ Ом}, R_5 = 14 \text{ Ом}$	Варіант 4  $E_1 = 12 \text{ В}, E_2 = 36 \text{ В}, R_1 = 18 \text{ Ом}, R_2 = 2$

	$0\text{ М}, R_3 = 35\text{ Ом}, R_4 = 8\text{ Ом}, R_5 = 15\text{ Ом}, R_6 = 32\text{ Ом}$
Варіант 5  $E_1 = 120\text{ В}, E_2 = 45\text{ В}, R_1 = 180\text{ Ом}, R_2 = 65\text{ Ом}, R_3 = 74\text{ Ом}, R_4 = 16\text{ Ом}, R_5 = 40\text{ Ом}, R_6 = 18\text{ Ом}$	Варіант 6  $E_1 = 5\text{ В}, E_2 = 15\text{ В}, R_1 = 0\text{ М}, R_2 = 30\text{ Ом}, R_3 = 18\text{ Ом}, R_4 = 5\text{ Ом}, R_5 = 45\text{ Ом}, R_6 = 22\text{ Ом}$
Варіант 7  $E_1 = 20\text{ В}, R_1 = 40\text{ Ом}, R_2 = 20\text{ Ом}, R_3 = 15\text{ Ом}, R_4 = 8\text{ Ом}$	Варіант 8  $E_1 = 40\text{ В}, E_2 = 10\text{ В}, R_1 = 45\text{ Ом}, R_2 = 84\text{ Ом}, R_3 = 37\text{ Ом}, R_4 = 18\text{ Ом}$
Варіант 9  $E_1 = 35\text{ В}, E_2 = 45\text{ В}, R_1 = 22\text{ Ом}, R_2 = 120\text{ Ом}, R_3 = 80\text{ Ом}, R_4 = 75\text{ Ом}, R_5 = 32\text{ Ом}$	Варіант 10  $E_1 = 100\text{ В}, E_2 = 36\text{ В}, R_1 = 78\text{ Ом}, R_2 = 12\text{ Ом}, R_3 = 30\text{ Ом}, R_4 = 24\text{ Ом}, R_5 = 15\text{ Ом}, R_6 = 32\text{ Ом}$
Варіант 11  $E_1 = 63\text{ В}, E_2 = 80\text{ В}, R_1 = 42\text{ Ом},$	Варіант 12

$R_2 = 16 \text{ Ом}, R_3 = 12 \text{ Ом}, R_4 = 32 \text{ Ом},$ $R_5 = 15 \text{ Ом}$	 $E_1 = 15 \text{ В}, E_2 = 10 \text{ В}, R_1 = 120 \text{ Ом},$ $R_2 = 36 \text{ Ом}, R_3 = 65 \text{ Ом}, R_4 = 44 \text{ Ом},$ $R_5 = 74 \text{ Ом}$
Варіант 13  $E_1 = 78 \text{ В}, E_2 = 32 \text{ В}, R_1 = 62 \text{ Ом},$ $R_2 = 74 \text{ Ом}, R_3 = 10 \text{ Ом}, R_4 = 5 \text{ Ом}, R_5 = 4 \text{ Ом}$	Варіант 14  $E_1 = 100 \text{ В}, R_1 = 60 \text{ Ом}, R_2 = 8 \text{ Ом},$ $R_3 = 32 \text{ Ом}, R_4 = 45 \text{ Ом}, R_5 = 76 \text{ Ом}$
Варіант 15  $E_1 = 70 \text{ В}, E_2 = 50 \text{ В}, R_1 = 12 \text{ Ом},$ $R_2 = 22 \text{ Ом}, R_3 = 4 \text{ Ом}, R_4 = 8 \text{ Ом}, R_5 = 24 \text{ Ом}$	Варіант 16  $E_1 = 36 \text{ В}, E_2 = 2 \text{ В}, R_1 = 20 \text{ Ом}, R_2 = 32 \text{ Ом},$ $R_3 = 18 \text{ Ом}, R_4 = 5 \text{ Ом}, R_5 = 5 \text{ Ом}$
Варіант 17  $E_1 = 10 \text{ В}, E_2 = 5 \text{ В}, E_3 = 8 \text{ В}, R_1 = 3 \text{ Ом},$ $R_2 = 2 \text{ Ом}, R_3 = 6 \text{ Ом}$	Варіант 18  $E_1 = 32 \text{ В}, E_2 = 87 \text{ В}, R_1 = 32 \text{ Ом}, R_2 = 4 \text{ Ом},$ $R_3 = 64 \text{ Ом}, R_4 = 21 \text{ Ом}, R_5 = 67 \text{ Ом}$
Варіант 19	Варіант 20

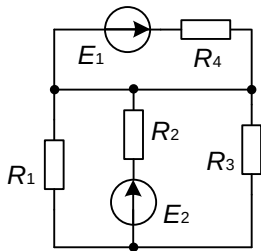


$E_1 = 45 \text{ В}, E_2 = 6 \text{ В}, R_1 = 84 \text{ Ом}, R_2 = 8 \text{ Ом}, R_3 = 56 \text{ Ом}, R_4 = 77 \text{ Ом}, R_5 = 35 \text{ Ом}$



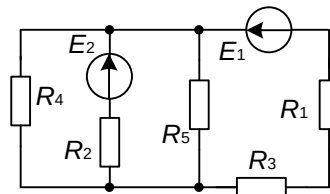
$E_1 = 16 \text{ В}, R_1 = 82 \text{ Ом}, R_2 = 68 \text{ Ом}, R_3 = 45 \text{ Ом}, R_4 = 23 \text{ Ом}$

Вариант 21



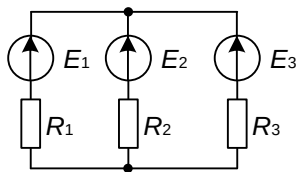
$E_1 = 10 \text{ В}, E_2 = 12 \text{ В}, R_1 = 35 \text{ Ом}, R_2 = 65 \text{ Ом}, R_3 = 18 \text{ Ом}, R_4 = 23 \text{ Ом}$

Вариант 22



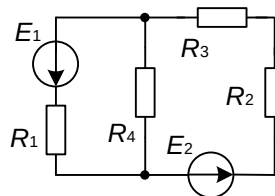
$E_1 = \text{В}, E_2 = \text{В}, R_1 = 34 \text{ Ом}, R_2 = 95 \text{ Ом}, R_3 = 51 \text{ Ом}, R_4 = 20 \text{ Ом}, R_5 = 14 \text{ Ом}$

Вариант 23



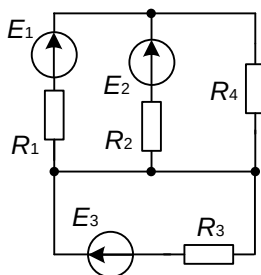
$E_1 = 16 \text{ В}, E_2 = 25 \text{ В}, E_3 = 47 \text{ В}, R_1 = 26 \text{ Ом}, R_2 = 15 \text{ Ом}, R_3 = 80 \text{ Ом}$

Вариант 24



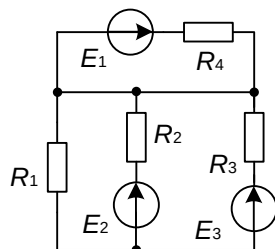
$E_1 = 62 \text{ В}, E_2 = 84 \text{ В}, R_1 = 13 \text{ Ом}, R_2 = 10 \text{ Ом}, R_3 = 5 \text{ Ом}, R_4 = 9 \text{ Ом}$

Вариант 25

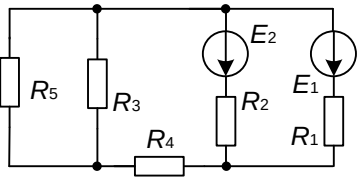
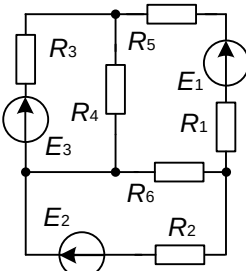
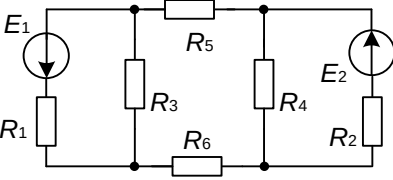
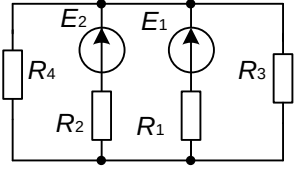


$E_1 = 32 \text{ В}, E_2 = 18 \text{ В}, E_3 = 28 \text{ В}, R_1 = 25 \text{ Ом}, R_2 = 32 \text{ Ом}, R_3 = 16 \text{ Ом}, R_4 = 24 \text{ Ом}$

Вариант 26



$E_1 = 8 \text{ В}, E_2 = 10 \text{ В}, E_3 = 6 \text{ В}, R_1 = 30 \text{ Ом}, R_2 = 62 \text{ Ом}, R_3 = 18 \text{ Ом}, R_4 = 56 \text{ Ом}$

ОМ	
Варіант 27  $E_1 = 65 \text{ В}, E_2 = 54 \text{ В}, R_1 = 14 \text{ Ом},$ $R_2 = 82 \text{ Ом}, R_3 = 32 \text{ Ом}, R_4 = 12 \text{ Ом},$ $R_5 = 72 \text{ Ом}$	Варіант 28  $E_1 = 63 \text{ В}, E_2 = 17 \text{ В}, E_3 = 8 \text{ В}, R_1 = 13$ $\text{Ом}, R_2 = 15 \text{ Ом}, R_3 = 5 \text{ Ом}, R_4 = 26$ $\text{Ом}, R_5 = 30 \text{ Ом}, R_6 = 41 \text{ Ом}$
Варіант 29  $E_1 = 84 \text{ В}, E_2 = 63 \text{ В}, E_3 = 38 \text{ В}, R_1 = 29$ $\text{Ом}, R_2 = 11 \text{ Ом}, R_3 = 5 \text{ Ом}, R_4 = 37 \text{ Ом},$ $R_5 = 47 \text{ Ом}, R_6 = 25 \text{ Ом}$	Варіант 30  $E_1 = 12 \text{ В}, E_2 = 40 \text{ В}, R_1 = 46 \text{ Ом},$ $R_2 = 81 \text{ Ом}, R_3 = 35 \text{ Ом}, R_4 = 23 \text{ Ом}$

Контрольні питання

1. Метод граф.
2. Визначення дерева графу.
3. Як складати структурну матрицю?
4. Яким чином складається контурна матриця?
5. Сформулювати принцип складання рівнянь за першим законом Кірхгофа.

Лабораторна робота №6

Моделювання кола постійного струму в Simulink Matlab

Мета роботи: навчитись виконувати моделювання електричного кола постійного струму в програмному середовищі візуального програмування.

Теоретичні відомості

Приклад моделювання кола постійного струму з джерелом е.р.с. та опорами в програмному середовищі Simulink Matlab наведено на рисунку 6.1. Елементи, які необхідні для моделювання та місце їх розташування в бібліотеці Simulink:

-

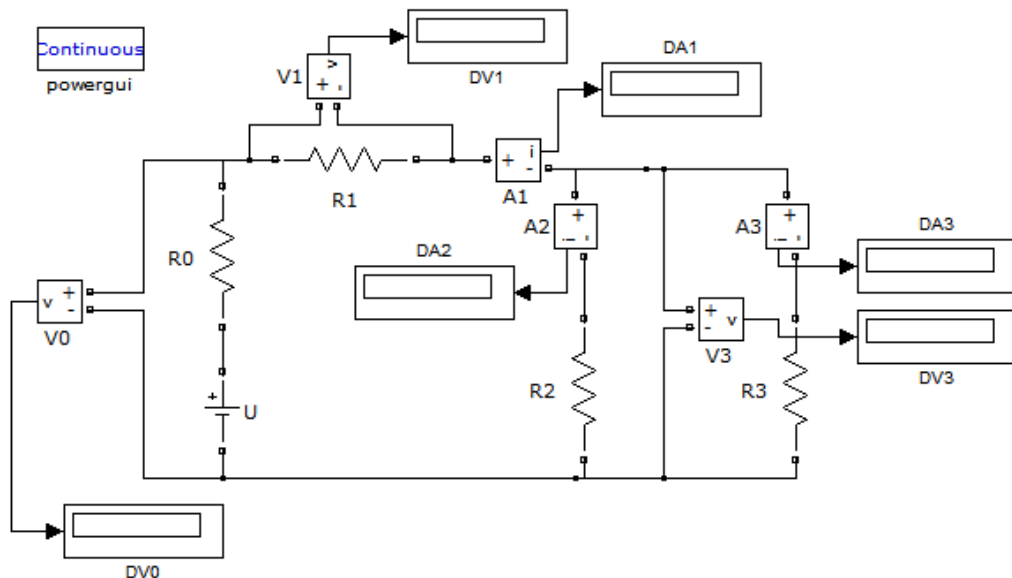


Рисунок 6.1 – Моделювання кола постійного струму

Завдання 1. Обрати відповідно до варіанту з попередньої лабораторної роботи завдання, що містить електричну схему та параметри елементів.

Завдання 2. Виконати моделювання електричної схеми, що складається із послідовно-паралельно з'єднаних опорів та джерел е.р.с., у середовищі візуального програмування Simulink Matlab.

Завдання 3. Виконавши обчислювальний експеримент, визначити струми у всіх вітках схеми.

Завдання 4. Перевірити для вузлів схеми перший закон Кірхгофа.

Завдання 5. Скласти відповідні рівняння та перевірити виконання другого закону Кірхгофа для незалежних контурів схеми.

Завдання 6. Скласти рівняння балансу потужностей для розрахованої схеми, перевірити його виконання.

Завдання 7. Зробити висновки з виконаної роботи.

Контрольні питання

1. Які елементи бібліотеки SimPowerSystems використані в роботі?
2. Фізичний зміст балансу потужностей.
3. Правила складання рівнянь за другим законом Кірхгофа.
4. Як визначити напрям протікання вимірюваних струмів у вітках схеми в середовищі Simulink програмного пакету Matlab?
5. Різниця між джерелом струму і напруги.

Список рекомендованих джерел

1. Dingyu X., Feng P. MatLAB and Simulink in Action: Programming, Scientific Computing and Simulation. Springer, 2024. 472 p. ISBN 978-981-99-1175-2.
2. Palm III William J. MatLAB for Engineering Applications. 5th Edition. McGraw-Hill LLC, 2023. 656 p. ISBN 978-1-265-13919-3.
3. Eshkabilov S. Beginning MatLAB and Simulink: From Beginner to Pro. 2nd Edition. Apress, 2022. 627 p.
4. MathWorks. MatLAB Coder User's Guide R2021a. The MathWorks, Inc., 2021. 1298 p.
5. Lopez C. MatLAB Matrix Algebra. N.-Y.: Springer, 2014. 240p.
6. Asadi Farzin. Applied Numerical Analysis with MatLAB/Simulink: For Engineers and Scientists. Springer, 2023. 327 p. ISBN 978-3-031-19365-1.
7. Yao Ray. MatLAB Programming in 8 Hours, For Beginners, Learn Coding Fast: MatLAB Quick start Guide & Exercises. Independently published, 2021. 121 p. ASIN B08ZSRXTYC.

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Математичні моделі та програмні засоби розв'язання комплексних практичних задач електротехніки та електромеханіки» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти галузі знань: G «Інженерія, виробництво та будівництво», спеціальність: G3 «Електрична інженерія».

Укладачі: Володимир Власенко;
Валерій Титюк

Реєстраційний № ____ від _____ 2025 р.

Підписано до друку _____ 2025 р.

Формат А5

Обсяг 37 стор.

Тираж _____ прим.

м. Кривий Ріг,
вул. Віталія Матусевича, 11