

Міністерство освіти і науки України
Криворізький національний університет
Електротехнічний факультет
Кафедра електричної інженерії

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

До кваліфікаційної роботи

магістра

(ступінь вищої освіти)

зі спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

На тему: «Енергетично оптимальне керування частотним електроприводом
побудоване на математичній моделі процесу з урахуванням обмежень для
вентиляторів та насосів»

КНУ.МР.141.25.665с-9

Виконав студент II курсу, групи ЕПА-24м Роман ЛЕВЧЕНКО

141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

«Електромеханічні системи автоматизації та електропривод»

(шифр і назва спеціальності, освітньо-професійної програми)

Керівник:

к.т.н., доцент

Ігор ПЕРЕСУНЬКО

Нормоконтролер:

к.т.н., доцент

Ігор ПЕРЕСУНЬКО

Завідувач кафедри,

д.т.н., професор

Олег СІНЧУК

Гарант ОПП:

к.т.н., доцент

Юрій ОСАДЧУК

Кривий Ріг

2025

Криворізький національний університет

Факультет: електротехнічний

Освітній рівень: магістр

Спеціальність: 141 - Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЮ ОСВІТИ

Левченко Роман Олександрович

(прізвище, ім'я, по батькові)

Тема роботи: Енергетично оптимальне керування частотним електроприводом побудоване на математичній моделі процесу з урахуванням обмежень для вентиляторів та насосів.

1. Термін подання студентом роботи: 10.12.2025

2. Мета та завдання кваліфікаційної роботи: полягає в розробленні енергетично оптимального закону керування електроприводом насосів і вентиляторів на основі математичної моделі процесу з урахуванням технічних та технологічних обмежень. Для досягнення цієї мети необхідно проаналізувати сучасні структури електропривода з частотним перетворювачем, побудувати математичні моделі двигуна й гідравлічної мережі, синтезувати оптимальний алгоритм керування та реалізувати його в MATLAB/Simulink з подальшим дослідженням енергетичних показників.

Зміст пояснювальної записки: Розділ 1 Теоретичні основи енергетично ефективного керування електроприводами насосів і вентиляторів на перетворювачах частоти. Розділ 2 Математична модель електропривода з урахуванням обмежень для вентиляторних і насосних навантажень. Розділ 3 Розробка та дослідження енергетично оптимального алгоритму керування на основі математичної моделі процесу.

3. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень): Графічний матеріал складається з презентації на які зображенні основні складові (графіки, схеми, діаграми та ін.) для пояснення матеріалу кваліфікаційної роботи.

4. Консультація розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали консультанта	Дата, підпис	
		Завдання видав	Завдання прийняв
I	Пересунько І.І.	15.09.2025	01.10.2025
II	Пересунько І.І.	01.10.2025	30.10.2025
III	Пересунько І.І.	01.11.2025	08.12.2025

5. Календарний план

№	Етапи роботи	Термін
1	Теоретичні основи енергетично ефективного керування електроприводами насосів і вентиляторів на перетворювачах частоти	15.09.2025
2	Аналіз областей застосування електроприводів насосів і вентиляторів	18.09.2025
3	Сучасні структури електропривода з частотним перетворювачем	29.09.2025
4	Огляд підходів до енергетично оптимального керування електроприводами	09.10.2025
5	Вибір структури електропривода та вихідних даних для моделювання	25.10.2025
6	Математична модель асинхронного двигуна	27.10.2025
7	Модель навантаження «насос/вентилятор – мережа трубопроводів/каналів»	29.10.2025
8	Розробка та дослідження енергетично оптимального алгоритму керування на основі математичної моделі процесу	03.10.2025
9	Синтез енергетично оптимального закону керування	15.11.2025
10	Реалізація енергетично оптимального алгоритму в MATLAB/Simulink	19.11.2025
11	Загальні висновки	07.12.2025

Дата видання завдання: 15.09.2025

Здобувач вищої освіти _____
(підпис)

Роман ЛЕВЧЕНКО

Керівник роботи _____
(підпис)

Ігор ПЕРЕСУНЬКО

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи магістра на тему: «Енергетично оптимальне керування частотним електроприводом побудоване на математичній моделі процесу з урахуванням обмежень для вентиляторів та насосів».

КНУ.МР.141.25.665с-9

Мета роботи – полягає в розробленні та дослідженні енергетично оптимального закону керування електроприводом насосно-вентиляторних установок на перетворювачах частоти на основі математичної моделі процесу з урахуванням технічних і технологічних обмежень.

Об'єкт розробки – є енергетично оптимальна система керування електроприводом насосів і вентиляторів на основі частотного перетворювача.

Розділ 1 присвячено аналізу областей застосування електроприводів насосів і вентиляторів, сучасних структур привода з частотним перетворювачем та існуючих підходів до енергетично оптимального керування. У ньому сформульовано постановку задачі, визначено вимоги до системи керування та обґрунтовано вибір напрямку дослідження.

Розділ 2 містить побудову математичних моделей асинхронного двигуна, навантаження «насос/вентилятор – мережа трубопроводів/каналів» та їх об'єднання в єдину модель електромеханічної системи. На основі цих моделей визначено робочі точки, енергетичні показники та сформовано вихідні дані для синтезу оптимального закону керування.

Розділ 3 присвячено синтезу енергетично оптимального закону керування, побудові залежності між оптимальною швидкістю привода та потрібною продуктивністю/тиском і розробці алгоритму оптимізації. У ньому реалізовано енергетично оптимальний алгоритм у MATLAB/Simulink, проведено моделювання та проаналізовано отримані результати щодо ефективності запропонованого підходу.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ЧАСТОТИ, ЕНЕРГОЕФЕКТИВНІСТЬ, НАСОС, ВЕНТИЛЯТОР, ЕЛЕКТРОПРИВІД.

Зміст

Вступ.....	6
Розділ 1 Теоретичні основи енергетично ефективного керування електроприводами насосів і вентиляторів на перетворювачах частоти.....	9
1.1. Аналіз областей застосування електроприводів насосів і вентиляторів .	9
1.2 Сучасні структури електропривода з частотним перетворювачем.....	14
1.3 Огляд підходів до енергетично оптимального керування електроприводами	20
1.4 Постановка задачі дослідження.....	24
Розділ 2 Математична модель електропривода з урахуванням обмежень для вентиляторних і насосних навантажень.....	26
2.1 Вибір структури електропривода та вихідних даних для моделювання....	26
2.2 Математична модель асинхронного двигуна	30
2.3 Модель навантаження «насос/вентилятор – мережа трубопроводів/каналів»	36
Розділ 3 Розробка та дослідження енергетично оптимального алгоритму керування на основі математичної моделі процесу.....	52
3.1. Синтез енергетично оптимального закону керування	52
3.2 Реалізація енергетично оптимального алгоритму в MATLAB/Simulink ...	55
Загальні висновки.....	72
Список використаних джерел	75

Вступ

Сучасний етап розвитку енергетики та промисловості характеризується різким зростанням вимог до енергоефективності, надійності та керованості електротехнічних систем. Значну частку споживання електричної енергії в промисловості, житлово-комунальному господарстві та на транспорті становлять саме електроприводи насосів і вентиляторів, що працюють у системах водопостачання, тепlopостачання, кондиціонування повітря, вентиляції шахт і цехів, димо- та дуттєвих установках. Для таких об'єктів характерні тривалі години роботи, змінні режими навантаження та жорсткі вимоги до безперервності й якості технологічних процесів, що робить питання оптимізації їхнього енергоспоживання особливо актуальним.

Традиційні системи керування продуктивністю насосно-вентиляторних установок, які спираються на роботу електропривода з постійною швидкістю при регулюванні витрати чи тиску за допомогою дроселювання, заслінок або байпасних ліній, призводять до значних надлишкових втрат. Насос або вентилятор у таких схемах працює із завищеною швидкістю, створюючи надлишковий напір, який потім «гаситься» на арматурі, перетворюючись на теплові втрати. У масштабах великого підприємства чи системи централізованого водопостачання це означає значні перевитрати електроенергії, підвищені експлуатаційні витрати та прискорений знос обладнання.

Поширення перетворювачів частоти та сучасних мікропроцесорних систем керування створює принципово нові можливості для побудови енергетично оптимальних електроприводів. Частотне керування дозволяє змінювати швидкість обертання асинхронного двигуна відповідно до поточних потреб технологічного процесу, забезпечуючи роботу насосів і вентиляторів у режимах, близьких до їхніх оптимальних гідравлічних характеристик. Це дає змогу не лише знизити споживану потужність, а й покращити динаміку системи, зменшити механічні навантаження при пусках і зупинках, підвищити рівень автоматизації та діагностики.

Разом із тим, просте впровадження частотного перетворювача без глибокого аналізу об'єкта керування не гарантує досягнення максимального енергозберігаючого ефекту. Насосно-вентиляторні установки працюють у складних гідравлічних та аеродинамічних мережах, характеристики яких можуть змінюватися в часі, залежати від режимів роботи суміжного обладнання, стану трубопроводів, арматури та зовнішніх умов. Для забезпечення справжнього оптимуму необхідний системний підхід, що включає побудову адекватної математичної моделі «перетворювач частоти – двигун – механізм – мережа», формулювання критеріїв енергоефективності та врахування реальних технічних і технологічних обмежень.

Саме тому розробка енергетично оптимальних законів керування електроприводами насосів і вентиляторів, побудованих на математичній моделі процесу, має важливе наукове та практичне значення. З одного боку, таке дослідження поглиблює теорію електропривода та електромеханічних систем, дозволяє уточнити уявлення про взаємодію електричної, механічної та гідравлічної підсистем. З іншого боку, воно дає інженерові конкретний інструментарій для проектування та налаштування систем керування, які здатні зменшити витрати електроенергії без шкоди для технологічного режиму, а подекуди – навіть покращити його.

Особливо актуальною така тематика є для підприємств гірничо-металургійного комплексу, комунальної інфраструктури та промислових об'єктів, де великі агрегати працюють цілодобово або з високим коефіцієнтом завантаження. Зниження енергоємності технологічних процесів у цих галузях безпосередньо впливає на конкурентоспроможність продукції, собівартість послуг, рівень викидів парникових газів та виконання міжнародних зобов'язань у сфері енергоефективності. У цьому контексті кожен відсоток заощадженої електроенергії перетворюється на вагомий економічний результат у річному балансі підприємства.

Важливим є й те, що енергетично оптимальне керування потребує врахування цілого комплексу обмежень: допустимих струмів і моментів

двигуна, меж зміни частоти перетворювача, гідравлічних обмежень за напором, витратою, кавітаційною стійкістю, а також вимог надійності й безпеки експлуатації. Це вимагає від інженера не лише знань з електропривода, а й розуміння гідравлічних процесів, методів математичного моделювання та чисельної оптимізації. Таким чином, дана робота знаходиться на перетині кількох важливих напрямів сучасної інженерії та сприяє формуванню інтегрального підходу до проектування енергоефективних систем.

Отже, обране дослідження є актуальним як з позицій розвитку теорії енергетично оптимального керування електроприводами, так і з погляду практичної реалізації енергоощадних рішень у насосно-вентиляторних установках. Результати роботи можуть бути використані при модернізації існуючих систем, проектуванні нових об'єктів, створенні навчально-дослідних стендів, а також у процесі підготовки фахівців зі спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», орієнтованих на задачі енергоефективності та цифровізації промислових комплексів.

Розділ 1 Теоретичні основи енергетично ефективного керування електроприводами насосів і вентиляторів на перетворювачах частоти

1.1. Аналіз областей застосування електроприводів насосів і вентиляторів

Електроприводи насосів і вентиляторів належать до найбільш поширених видів промислових електроприводів, оскільки забезпечують транспорт рідин і газів, підтримання тиску, вентиляцію та кондиціонування повітря в різних технологічних процесах. Значна частка таких установок у загальному споживанні електричної енергії промисловості обумовлює підвищені вимоги до їх енергоефективності та надійності.

Типовим прикладом є системи водопостачання та водовідведення. У міських мережах насоси забезпечують підйом води з джерел, підтримання необхідного тиску в розподільчих мережах і подачу води на верхні поверхи будівель. До подібних об'єктів належать також станції пожежогасіння, насосні агрегати технічного водозабезпечення промислових підприємств. Режим роботи таких станцій відзначається змінністю навантаження в часі (денні/нічні графіки споживання), що потребує гнучкого регулювання продуктивності електроприводів.

До важливих споживачів належать димососи та дуттєві вентилятори котельних установок, доменних печей, агломераційних і коксових батарей. Димососи забезпечують видалення продуктів згоряння та підтримання розрідження в топках, а дуттєві вентилятори — подачу повітря та технологічних газів з необхідними параметрами тиску й витрати. Від стабільності роботи цих електроприводів безпосередньо залежить якість теплотехнологічного процесу, повнота згоряння палива та економічні показники роботи агрегатів.

Окрему групу становлять електроприводи вентиляції шахт і виробничих цехів. Шахтні головні вентиляторні установки забезпечують подачу свіжого

повітря та відсмоктування шкідливих газів і пилу в гірничих виробках, працюючи у тривалому режимі з високими вимогами до надійності та резервування. У промислових цехах вентиляційні системи забезпечують нормалізацію мікроклімату й видалення шкідливих викидів, що впливає на умови праці персоналу та довговічність обладнання.

Широко застосовуються також циркуляційні насоси в системах теплозабезпечення, охолодження та кондиціонування. В енергетиці та металургії це насоси технічного й оборотного водопостачання, маслосистем, систем охолодження конденсаторів і турбін. У будівлях різного призначення циркуляційні насоси забезпечують рух теплоносія в системах опалення та холодоносія в системах кондиціонування.

Динаміка роботи насосних і вентиляторних установок описується законами подібності. Для більшості насосів та вентиляторів справедливі співвідношення:

$$Q \sim n, \quad H \sim n^2, \quad P \sim n^3,$$

де Q – подача (витрата), H – напір (або приріст тиску), P – споживана потужність, n – частота обертання робочого колеса. Вони показують, що незначне зниження частоти обертання призводить до істотного зменшення споживаної потужності, що й обумовлює доцільність застосування частотно-регульованих електроприводів у насосно-вентиляторних системах.

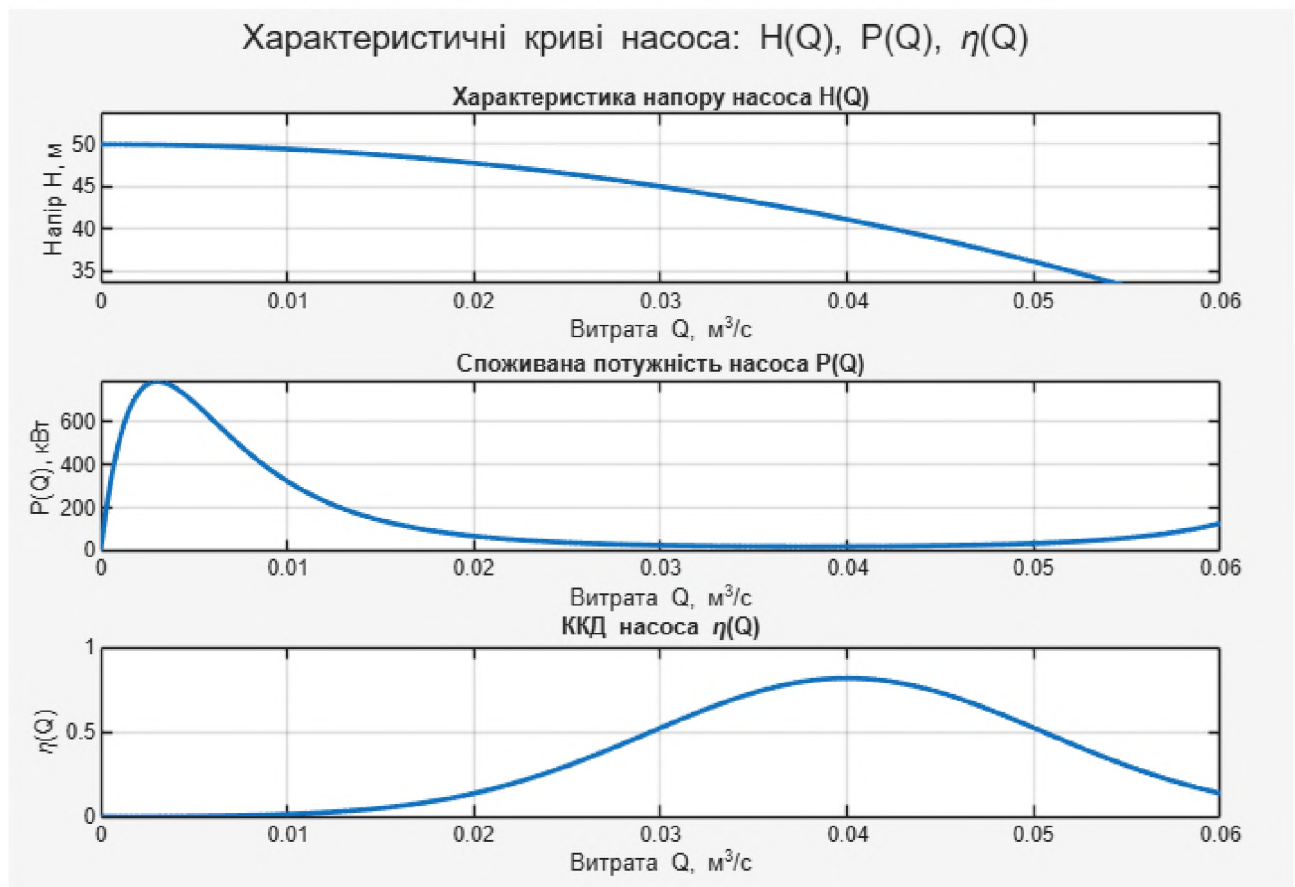


Рис. 1.1 — Характеристичні криві насоса: напір $H(Q)$, потужність $P(Q)$ та ККД $\eta(Q)$.

Вимоги до електроприводів насосів і вентиляторів визначаються як особливостями технологічного процесу, так і специфікою механічного навантаження. Однією з ключових вимог є забезпечення необхідного діапазону регулювання швидкості обертання. Для більшості систем водопостачання та вентиляції достатнім є діапазон 1:3...1:5, проте для об'єктів із різко змінним навантаженням може знадобитися ширший діапазон. Регулювання за частотою обертання дозволяє безпосередньо керувати витратою та напором без використання дроселюючих органів, що суттєво знижує втрати енергії.

Не менш важливою вимогою є плавність пуску та гальмування. Насосні й вентиляторні агрегати часто мають значну інерційність, великі маси ротора і робочих коліс, а також підключені до розгалужених гідравлічних або повітропровідних мереж. Різкий пуск призводить до гідравлічних ударів у трубопроводах, механічних перевантажень муфт і валів, підвищеного зносу підшипникових вузлів, а також до кидків струму в електричній мережі.

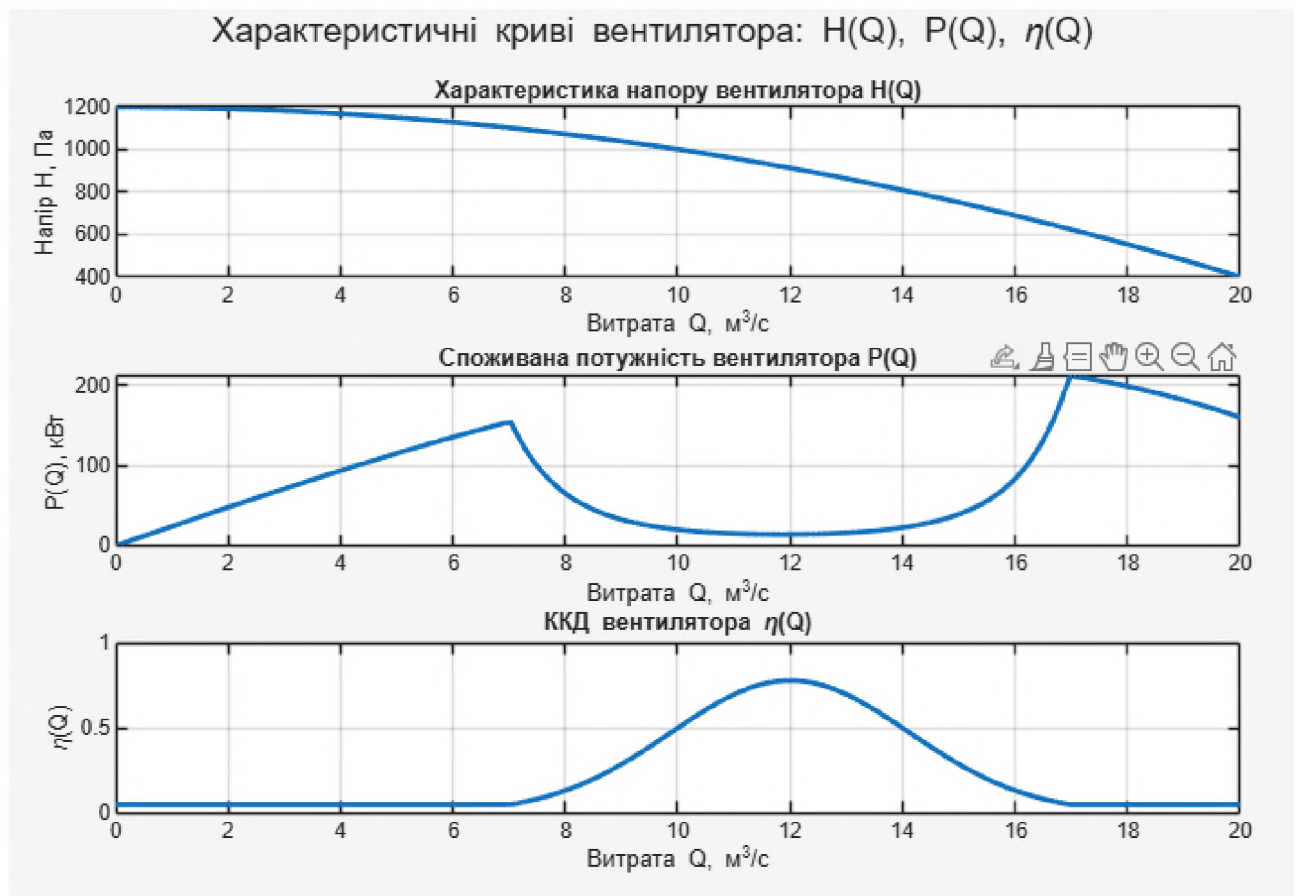


Рис. 1.2 — Характеристичні криві вентилятора: напір $H(Q)$, потужність $P(Q)$ та ККД $\eta(Q)$.

Використання частотних перетворювачів дає змогу реалізувати заданий закон розгону та гальмування, обмежити пусковий струм і момент, що позитивно впливає як на ресурс механічної частини, так і на режим роботи електричної мережі.

Високі вимоги висуваються до надійності електроприводів. Відмова основного вентилятора шахти або димососа котельної може призвести не лише до простою виробництва, а й до аварійних ситуацій та загрози для життя людей. Тому електроприводи таких механізмів повинні мати високий середній напруцювання на відмову, можливість роботи в резервних та аварійних режимах. Важливими є також зручність технічного обслуговування, наявність діагностичних функцій та засобів сигналізації про відхилення від нормального режиму.

Особливу увагу приділяють енергетичній ефективності електроприводів. Для оцінки енергоспоживання насосної або вентиляторної установки часто використовують питомі показники, наприклад питому витрату енергії на перекачування одиниці обсягу рідини:

$$w = \frac{W}{V},$$

де w – питома витрата енергії, W – спожита за період енергія, V – об'єм перекачаної рідини. Зменшення цього показника за рахунок оптимального керування швидкістю, вибору раціональної робочої точки та зниження гідравлічних втрат напряму впливає на вартість експлуатації системи.

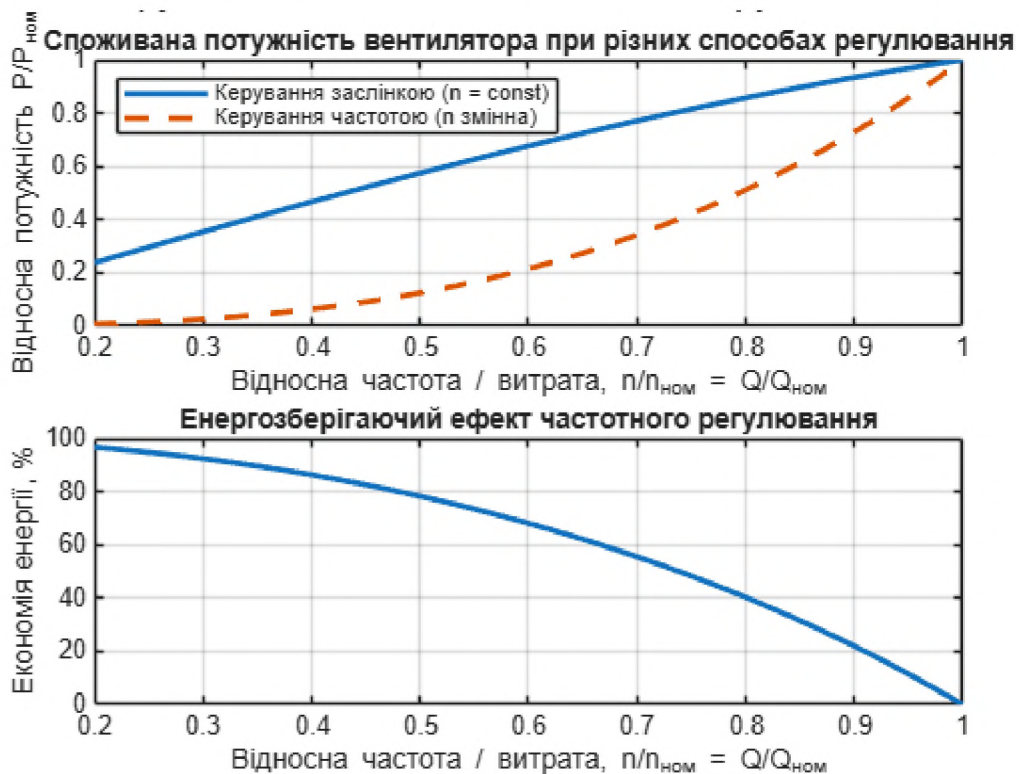


Рис. 1.3 Діаграма залежність споживаної потужності вентиляторної установки від частоти обертання при керуванні заслінкою та при керуванні частотою.

Таким чином, аналіз областей застосування електроприводів насосів і вентиляторів показує, що вони є критичними елементами сучасних інженерних систем і технологічних комплексів. Високі вимоги до діапазону регулювання швидкості, плавності пуску, надійності та мінімізації енергоспоживання обумовлюють доцільність застосування частотно-регульованих

електроприводів та створюють передумови для розробки енергетично оптимальних алгоритмів керування, що і є предметом подальших розділів роботи.

1.2 Сучасні структури електропривода з частотним перетворювачем

Сучасні насосні та вентиляторні установки у промисловості все частіше виконуються на базі електропривода з частотним перетворювачем (ЧП). Це дозволяє реалізувати плавне регулювання швидкості обертання асинхронного двигуна, захистити його від перевантажень, знизити пускові струми та суттєво зменшити енергоспоживання в широкому діапазоні навантажень порівняно з традиційними схемами з нерегульованими приводами та дроселюванням потоку.

Типова структура привода для насосів і вентиляторів має вигляд «мережа – перетворювач частоти – асинхронний двигун – насос/вентилятор».

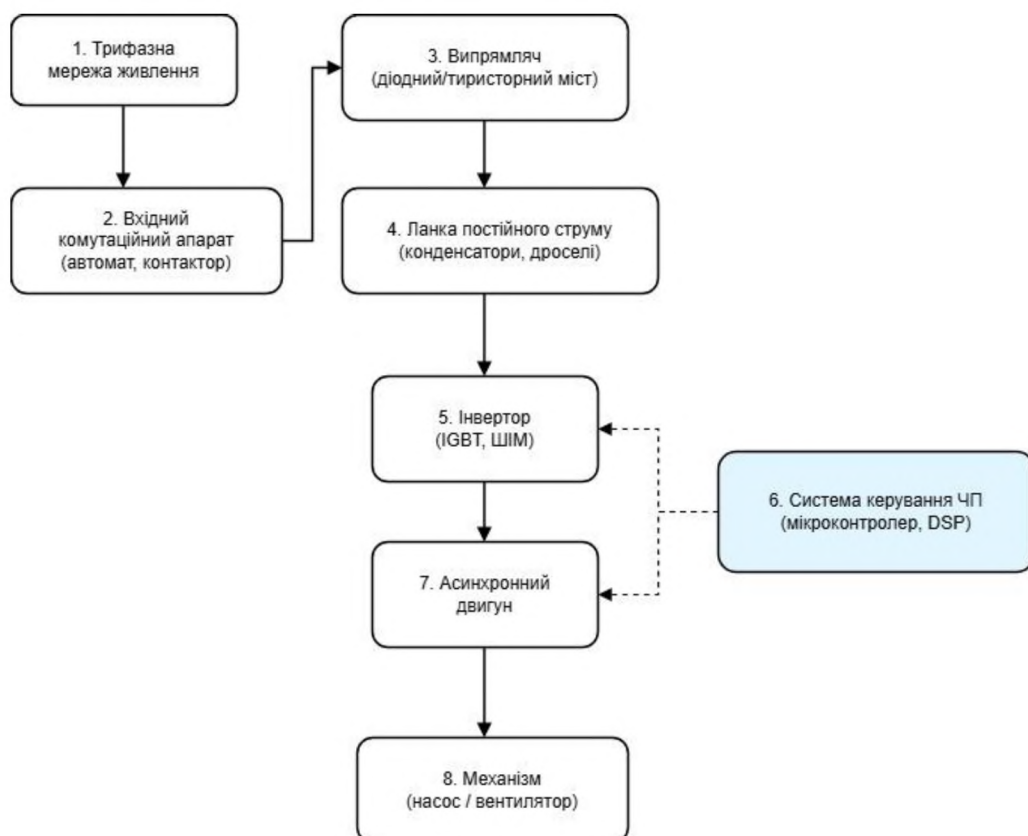


Рис. 1.4 Типова структура привода для насосів і вентиляторів.

Що включає такі основні елементи:

- 1 – трифазна мережа живлення;
- 2 – вхідний комутаційний апарат (автоматичний вимикач, контактор);
- 3 – випрямляч (діодний або тиристорний міст);
- 4 – ланка постійного струму (конденсатори, дроселі);
- 5 – інвертор (IGBT-модуль з широтно-імпульсною модуляцією);
- 6 – система керування ЧП (мікроконтролер, DSP);
- 7 – асинхронний двигун;
- 8 – механізм (насос або вентилятор).

Частотний перетворювач перетворює напругу фіксованої частоти мережі (50 Гц) у напругу змінної частоти та амплітуди. Швидкість обертання асинхронного двигуна визначається синхронною швидкістю поля

$$n_s = \frac{60f_1}{p},$$

де f_1 – частота живильної напруги, p – число пар полюсів.

Механічна швидкість ротора n дещо менша за n_s через ковзання s :

$$n = n_s(1 - s).$$

Таким чином, зміна частоти f_1 з боку перетворювача безпосередньо забезпечує зміну швидкості обертання двигуна і, відповідно, продуктивності насоса чи вентилятора.

Система керування ЧП реалізує алгоритм регулювання (U/f, векторне, DTC), формує сигнали ШІМ для інвертора, контролює струми, напруги та температуру силових модулів, забезпечує захист від перевантажень і коротких замикань. Для насосів і вентиляторів часто використовуються приводи з можливістю роботи за завданням тиску або витрати за сигналами від відповідних датчиків.

Залежно від вимог до динаміки, точності регулювання та енергоефективності розрізняють кілька основних підходів до керування асинхронним двигуном у складі ЧП.

U/f-керування (скалярне керування)

Найпростіший і найпоширеніший тип для насосно-вентиляторних приводів – скалярне U/f-керування. Основна ідея полягає в підтриманні приблизно сталої амплітуди потокозчеплення статора за рахунок пропорційної зміни напруги та частоти:

$$\frac{U_1}{f_1} \approx \text{const.}$$

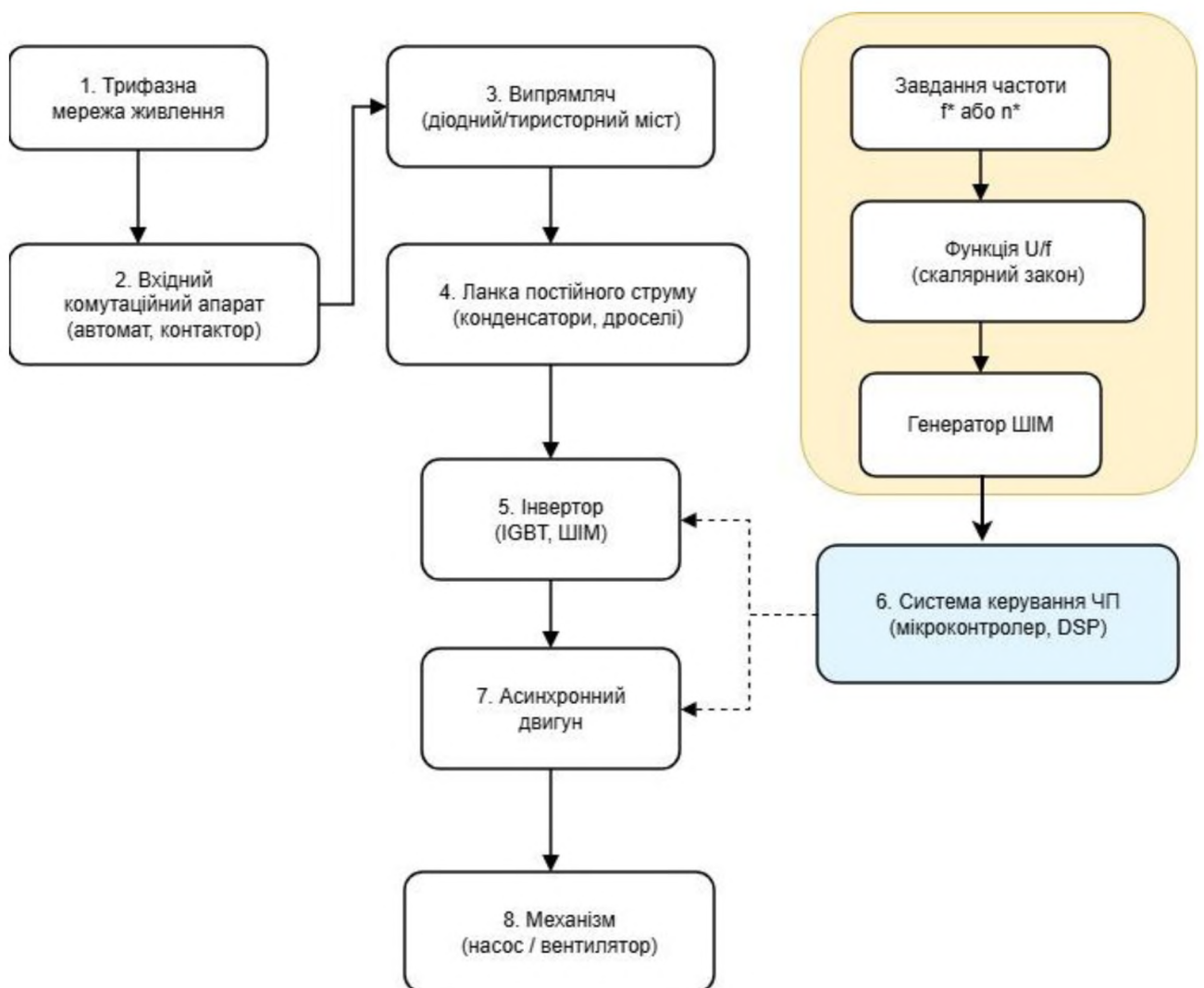


Рис. 1.5 Спрощена структурну схему скалярного электропривода: задание частоты → функция U/f → генератор ШИМ → инвертор → двигатель.

За спрощеною моделлю потокозчеплення статора Ψ_s пропорційне відношенню напруги до кругової частоти:

$$\Psi_s \sim \frac{U_1}{\omega_1}, \quad \omega_1 = 2\pi f_1.$$

Підтримання відношення U_1/f_1 сталим дозволяє зберігати магнітний потік мотора поблизу номінального, а отже – і його моментні характеристики. Такий підхід забезпечує достатню точність швидкості й моменту для повільно змінних навантажень (насоси, вентилятори), має просту реалізацію й високу надійність. Недоліками є обмежена динаміка, менш точне регулювання моменту та деякі втрати енергоефективності порівняно з більш складними методами.

Векторне керування

Векторне (поле-орієнтоване) керування дозволяє забезпечити незалежне регулювання потокозчеплення та моменту двигуна за аналогією з двигуном постійного струму. У векторних системах виконується перетворення фазних струмів у dq-координати (обертана система координат, пов'язана з магнітним полем), що дає можливість розділити складові струму:

$$i_d \rightarrow \text{керування потоком}, \quad i_q \rightarrow \text{керування моментом}.$$

Електромагнітний момент у такому представленні описується виразом:

$$M_e = \frac{3}{2} p \Psi_d i_q,$$

де Ψ_d – потокозчеплення по осі d , i_q – струм по осі q , p – число пар полюсів.

За рахунок координатних перетворень та ПІ-регуляторів векторне керування забезпечує високоточне регулювання швидкості й моменту, хорошу динаміку, можливість роботи в широкому діапазоні швидкостей з оптимізацією втрат (зниження потоку на малих навантаженнях). Водночас такі системи потребують більш складних алгоритмів (оцінювання або вимірювання швидкості, параметрів двигуна), більш потужного обчислювального блока й складнішого налагодження.

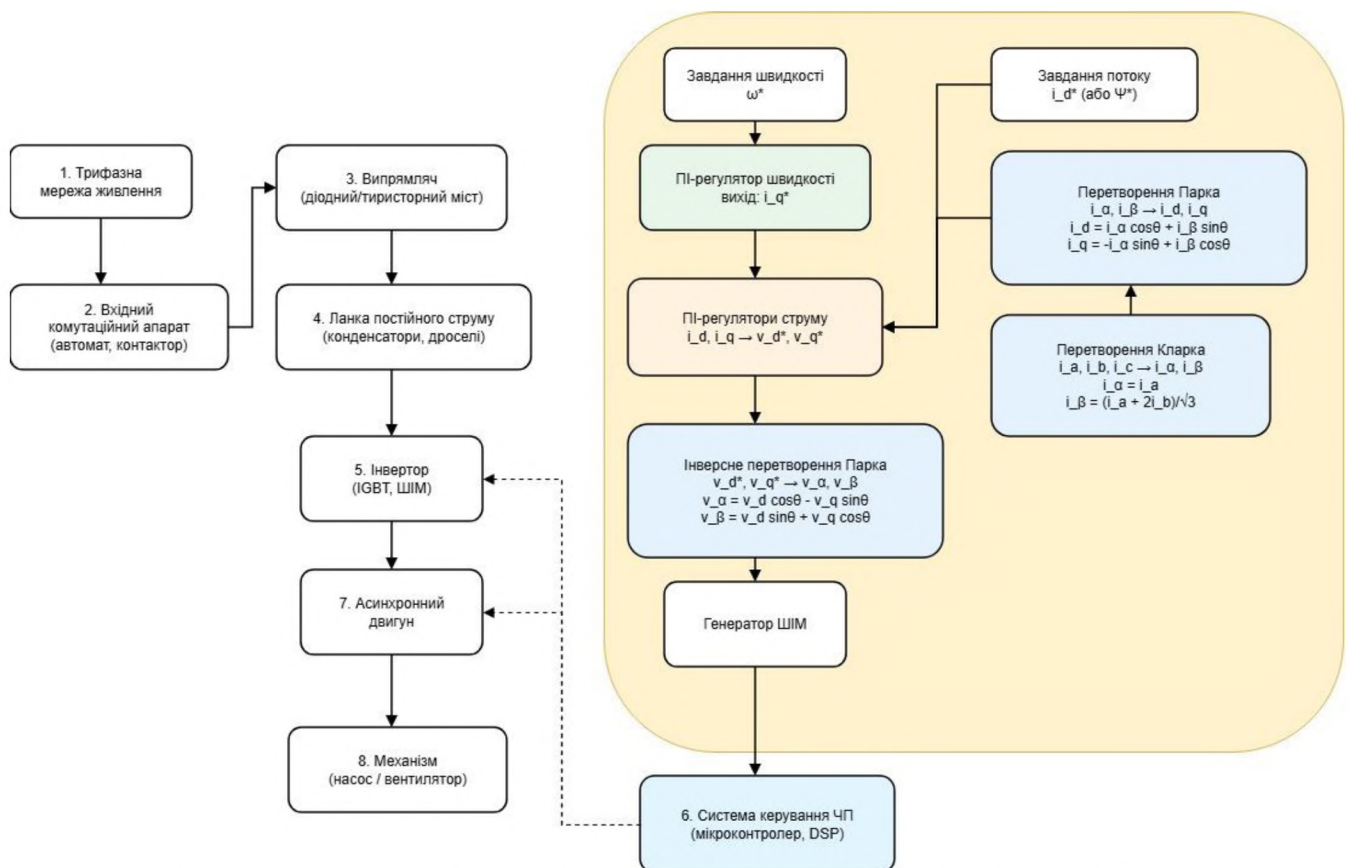


Рис. 1.6 Блок-схему векторного керування: перетворення в $\alpha\beta$ і dq , ПІ-регулятори струму й швидкості, інверсні перетворення, генератор ШІМ.

Пряме керування моментом

Пряме керування моментом (DTC, Direct Torque Control) – ще один сучасний метод, що базується на безпосередньому керуванні вектором статора (потоксом) і моментом шляхом вибору миттєвого стану інвертора. Система оцінює потокозчеплення статора та момент, порівнює їх із завданнями, а далі, за допомогою гістерезисних регуляторів, обирає одну з наперед визначених комбінацій напруг інвертора.

Основні переваги DTC – дуже висока швидкодія, відсутність необхідності в координатних перетвореннях і токових контурах у класичному вигляді, відносна простота структурної схеми. Недоліки – змінна частота перемикавання, підвищені пульсації моменту та струму, підвищені вимоги до швидкості обчислень. У насосно-вентиляторних застосуваннях DTC використовується рідше, оскільки там, як правило, достатньо скалярного або спрощеного векторного керування, однак такі приводи можуть бути доцільними для

потужних або відповідальних установок з підвищеними вимогами до надійності й діагностики.

Традиційні способи регулювання продуктивності насосів та вентиляторів.

До широкого впровадження частотних перетворювачів продуктивність насосних і вентиляторних установок регулювали переважно механічними способами: дроселюванням (заслінки, клапани, шибери), байпасними лініями, зміною геометрії лопаток тощо. Двигун працював із практично сталою швидкістю, а зменшення витрати досягалося введенням додаткових гідравлічних чи аеродинамічних втрат.

З огляду на закони подібності

$$Q \sim n, \quad H \sim n^2, \quad P \sim n^3,$$

при незмінній швидкості $n = \text{const}$ споживана потужність вентилятора або насоса при дроселюванні зменшується значно менше, ніж це могло б бути при регулюванні швидкості. Фактично частина напору витрачається на подолання зайвого опору на заслінці, що супроводжується марними втратами енергії.

При застосуванні частотного перетворювача продуктивність змінюється зміною швидкості обертання. Насос або вентилятор працює по системній кривій мережі трубопроводів/повітропроводів, а не «зайвим» напором, який потім гаситься дроселюванням. Оскільки при зниженні швидкості принаймні приблизно виконується $P \sim n^3$, споживана потужність різко зменшується. Наприклад, при зниженні швидкості до $0,8n_{\text{ном}}$ потужність падає приблизно до $0,8^3 \approx 0,51$ від номінальної.

Таким чином, сучасні структури електропривода на базі частотних перетворювачів, у поєднанні з адекватно обраним методом керування (скалярним, векторним або DTC), створюють технічну основу для реалізації енергетично оптимальних режимів роботи насосів і вентиляторів.

1.3 Огляд підходів до енергетично оптимального керування електроприводами

Питання енергетично оптимального керування електроприводами насосів і вентиляторів набуває особливої актуальності в умовах зростання вартості електроенергії та необхідності зниження експлуатаційних витрат. Якщо класичні системи керування орієнтовані переважно на забезпечення необхідної швидкості або тиску, то енергетично оптимальні алгоритми додатково враховують структуру втрат у приводі та режим навантаження, з метою мінімізації сумарної спожитої потужності або інтегральної енергії за певний період часу.

У загальному випадку вхідна активна потужність електропривода може бути подана у вигляді суми корисної потужності на валу та втрат:

$$P_{\text{in}} = P_{\text{кор}} + P_{\text{вт}},$$

де $P_{\text{кор}}$ – корисна потужність, пов’язана з насосною чи вентиляторною роботою, $P_{\text{вт}}$ – сукупні втрати в електричній машині та перетворювачі.

Основною задачею енергетично оптимального керування є мінімізація $P_{\text{вт}}$ при забезпеченні потрібних технологічних параметрів (витрати, тиску, швидкості).

Енергетичні критерії: мінімум миттєвої потужності та інтегральних втрат.

Енергетично оптимальне керування формулюється як задача оптимізації з певним критерієм якості. Найпоширеніші підходи:

Мінімізація миттєвої потужності

Для сталих або повільно змінних режимів приводів насосів і вентиляторів зручно ставити задачу:

$$J = P_{\text{in}}(t) \rightarrow \min,$$

при заданому моменті або продуктивності. Часто у векторних системах використовують активну потужність, обчислену за миттєвими значеннями напруги й струму:

$$P_{\text{in}}(t) = \frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q),$$

де u_d, u_q – проекції напруги в dq-координатах. Алгоритм змінює, наприклад, завдання i_d^* (потік), відстежуючи зміну P_{in} , і рухається в бік локального мінімуму.

Мінімізація інтегральних втрат за цикл або інтервал часу

Для випадків, коли навантаження змінюється за добовим або змінним графіком (типова ситуація для насосних станцій або систем вентиляції будівель), більш фізично змістовним є критерій:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} P_{\text{вт}}(t) dt \rightarrow \min,$$

або

$$J = \int_{t_0}^{t_1} P_{\text{in}}(t) dt \rightarrow \min,$$

тобто мінімізується сукупна спожита енергія за певний інтервал. У такому разі алгоритм керування може враховувати не лише поточне навантаження, а й прогнозовані зміни (наприклад, відомі денні піки споживання води чи повітря).

Комбіновані критерії

У реальних системах іноді використовують комбіновані критерії, де, крім енергії, враховується «якість» перехідних процесів:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \left(w_1 P_{\text{вт}}(t) + w_2 e_{\omega}^2(t) + w_3 \frac{di^2}{dt} \right) dt,$$

де $e_{\omega}(t)$ – похибка по швидкості або тиску, w_1, w_2, w_3 – вагові коефіцієнти. Таким чином баланс можна знайти між енергозбереженням та динамічними властивостями привода.

Порівняння добового енергоспоживання насосної установки

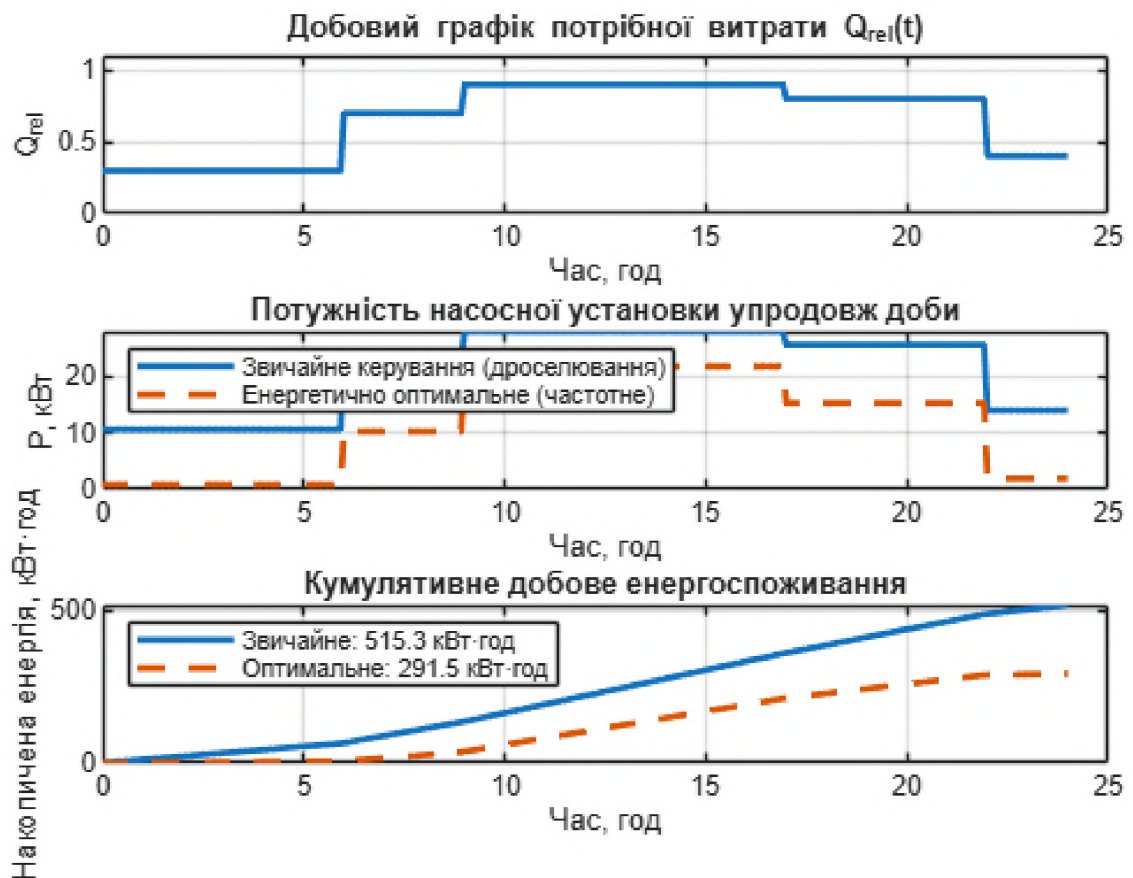


Рис. 1.7 – Графік спожитої енергії за добу для «звичайного» та енергетично оптимального керування насосною установкою

Обмеження в реальних системах

Реальне впровадження енергетично оптимальних алгоритмів неможливе без врахування обмежень, що накладаються як електричною частиною привода, так і механічним (гідравлічним, аеродинамічним) навантаженням. До основних з них належать:

Струмові та напругові обмеження

Частотний перетворювач та двигун мають обмеження по:

- максимальному фазному струму $I_{\max}$;
- допустимій напрузі на затискачах двигуна;
- струмах і температурах силових модулів інвертора.

У векторних системах це виражається у вигляді обмежень на вектор струму:

$$i_d^2 + i_q^2 \leq I_{\max}^2,$$

а також обмежень по напрузі в dq-площині:

$$u_d^2 + u_q^2 \leq U_{\max}^2.$$

Будь-який алгоритм оптимізації потоку чи моменту повинен поважати ці обмеження, інакше можливий вихід обладнання з ладу.

Швидкісні обмеження

Насоси та вентилятори мають діапазон допустимих швидкостей обертання:

$$n_{\min} \leq n \leq n_{\max}.$$

Занадто низькі швидкості можуть призвести до нестійкої роботи гідравлічної системи або недостатньої подачі повітря/рідини. Надмірні швидкості – до перевищення механічної міцності робочих коліс, підшипників, появи резонансних вібрацій.

Гідравлічні та аеродинамічні обмеження

Для насосів і вентиляторів важливими є:

- обмеження за максимальним тиском/напором, щоб не перевищити допустимі параметри трубопроводів, арматури, апаратів;
- обмеження за мінімальним напором/витратою, коли технологія вимагає підтримання певних умов (наприклад, мінімальна вентиляція);
- явища кавітації в насосах при надмірно високій швидкості чи недостатньому вхідному тиску;
- шумові й вібраційні обмеження у вентиляторних системах.

Ці особливості часто призводять до існування певної допустимої області режимів на площині «витрата–напір» або «швидкість–момент», в рамках якої дозволено проводити оптимізацію.

Обмеження по швидкості зміни керуючих впливів

У насосних і вентиляторних установках занадто швидкі зміни моменту/швидкості можуть викликати:

- гідравлічні удари;
- стрибки тиску в мережі;
- небажані коливання в технологічному процесі.

Тому вводяться обмеження на швидкість зміни завдання:

$$\left| \frac{dn}{dt} \right| \leq \left(\frac{dn}{dt} \right)_{\max}, \quad \left| \frac{dM}{dt} \right| \leq \left(\frac{dM}{dt} \right)_{\max}.$$

Узагальнюючи, можна зазначити, що енергетично оптимальне керування електроприводами насосів і вентиляторів базується на поєднанні оптимізації магнітного потоку, категорій енергетичного критерію та чіткого врахування реальних обмежень електричної машини й технологічного об'єкта. Це створює підґрунтя для побудови в наступних розділах магістерської роботи математичної моделі привода та синтезу конкретного алгоритму керування, орієнтованого на мінімізацію енергоспоживання при забезпеченні вимог до продуктивності насосно-вентиляторної установки.

1.4 Постановка задачі дослідження

На основі проведеного аналізу областей застосування насосно-вентиляторних установок, сучасних структур електроприводів з частотними перетворювачами та підходів до енергетично оптимального керування, у даному підрозділі виконується формальне формулювання задачі дослідження. Мета полягає в побудові такої системи керування електроприводом насоса/вентилятора, яка забезпечувала б потрібні технологічні параметри (витрата, напір, тиск, швидкість потоку) при мінімально можливому енергоспоживанні, з урахуванням реальних технічних та технологічних обмежень.

Об'єктом дослідження є електромеханічний комплекс «трифазна мережа – частотний перетворювач – асинхронний двигун – насос (або вентилятор) – гідравлічна/аеродинамічна система».

Предметом дослідження є енергетично оптимальне керування електроприводом у складі цього комплексу, що реалізується на основі математичної моделі електропривода та навантаження, а також алгоритмів, орієнтованих на мінімізацію спожитої енергії.

Основна мета керування може бути сформульована так:

Забезпечити задані технологічні параметри роботи насосно-вентиляторної установки (витрата $Q(t)$ або тиск/напір $H(t)$, а також допустима швидкість обертання $n(t)$) при мінімізації спожитої електричної енергії за заданий інтервал часу роботи, за умови дотримання технічних та технологічних обмежень на електропривод і гідравлічну/аеродинамічну систему.

Результатом розв'язання цієї задачі повинні стати:

- структура енергетично оптимального алгоритму керування (параметри регуляторів, логіка оптимізації потоку/частоти);
- оцінка енергетичного ефекту порівняно з традиційними схемами керування;
- рекомендації щодо практичної реалізації алгоритму на реальних частотних перетворювачах і насосно-вентиляторних агрегатах.

Саме на досягнення цих результатів спрямовані подальші розділи магістерської роботи, де буде побудовано детальну математичну модель електропривода, реалізовано алгоритми енергетично оптимального керування в середовищі MATLAB/Simulink та проведено моделювання типових режимів роботи насосної/вентиляторної установки.

Розділ 2 Математична модель електропривода з урахуванням обмежень для вентиляторних і насосних навантажень

2.1 Вибір структури електропривода та вихідних даних для моделювання

Побудова адекватної математичної моделі неможлива без попереднього вибору структури електропривода, задання типу електричної машини, діапазону регулювання та узагальненого опису технологічного об'єкта. У цьому підрозділі формулюються вихідні припущення й параметри, на яких ґрунтуватиметься подальше моделювання енергетично оптимального керування насосно-вентиляторним електроприводом.

Вибір типу двигуна та паспортних даних

Для більшості промислових насосних і вентиляторних установок застосовуються асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором. Вони характеризуються простотою конструкції, високою надійністю, невибагливістю в обслуговуванні і задовільними масогабаритними показниками. Крім того, асинхронні двигуни добре сумісні з частотними перетворювачами і дозволяють реалізувати широкий діапазон регулювання швидкості.

У моделі розглядається типовий трифазний асинхронний двигун з такими паспортними даними (умовний приклад):

номінальна потужність: $P_N=11$ кВт;

номінальна лінійна напруга: $U_N=400$ В (з'єднання обмотки статора – «зірка»);

номінальна частота: $f_N=50$ Гц;

кількість полюсів: $2p=4$ (двополюсний двигун у розумінні пар полюсів $p=2$);

номінальний струм статора: I_N (наприклад, 22–23 А);

номінальна швидкість обертання: $n_N\approx 1450$ об/хв;

номінальний ККД: $\eta_N\approx 0,9$;

номінальний $\cos\varphi$: $\cos\varphi_N \approx 0,85$.

Синхронна швидкість обертання магнітного поля статора для частоти f_1 визначається виразом:

$$n_s = \frac{60 f_1}{p}.$$

Для $f_N = 50$ Гц та $p = 2$ одержуємо:

$$n_{sN} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/хв.}$$

Різниця між синхронною та номінальною швидкістю обумовлена ковзанням:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}.$$

Для $n_N \approx 1450$ об/хв ковзання становить:

$$s_N \approx \frac{1500 - 1450}{1500} \approx 0,033 \text{ (3,3\%)}.$$

У математичній моделі двигуна використовуються параметри схеми заміщення: активні опори статора R_1 і ротора R_2' , індуктивні опори розсіювання $X\sigma_1, X\sigma_2'$, магнітна гілка з опором R_m та реактивним опором X_m . Для подальшого моделювання в середовищі MATLAB/Simulink ці параметри можуть бути отримані з каталожних даних або за результатами експериментальних вимірювань (досліди холостого ходу і короткого замикання).

Вибір діапазону регулювання частоти.

Діапазон регулювання частоти обертання насоса чи вентилятора визначається вимогами технологічного процесу, допустимими режимами роботи двигуна й характеристиками гідравлічної/повітряної системи. Для насосно-вентиляторних приводів типово розглядають діапазон:

$$0,3 \div 1,2 f_N,$$

тобто приблизно від 15–20 Гц до 60 Гц.

У даній роботі для моделювання обирається такий діапазон частоти живлення двигуна з боку інвертора:

$$f_{1,\min} = 15 \text{ Гц}, \quad f_{1,\max} = 50 \text{ Гц},$$

тобто відносна частота

$$f_{rel} = \frac{f_1}{f_N} \in [0,3; 1].$$

Обмеження знизу пов'язане з необхідністю забезпечення стійкої гідравлічної роботи насоса/вентилятора і недопущення режимів, близьких до нульового потоку, де можливі нестабільність, реверсивні течії, підвищений шум або вібрації. Зверху частота обмежується як допустимою швидкістю обертання робочого колеса (механічна міцність, рівень вібрацій), так і можливостями двигуна та перетворювача.

Швидкість обертання ротора у функції частоти живлення:

$$n(f_1) \approx \frac{60f_1}{p}(1 - s),$$

де ковзання s при сталому навантаженні змінюється відносно мало. Для енергетичного аналізу часто достатньо вважати s квазісталім у заданому діапазоні.

Опис об'єкта: насос або вентилятор.

Як об'єкт керування в даній роботі розглядається насосна (або вентиляторна) установка, що працює в складі технологічної системи. З погляду математичного моделювання принципові відмінності між насосом і вентилятором не є критичними, оскільки обидва типи механізмів характеризуються квадратичним характером навантаження:

$$M_L(\omega) \sim \omega^2,$$

де M_L – момент навантаження на валу, ω – кутова швидкість.

Насос/вентилятор взаємодіє з гідравлічною/повітряною мережею, що складається з трубопроводів (повітропроводів), арматури (засувки, клапани, шибери), резервуарів, споживачів. Для моделі береться узагальнений підхід:

- насос створює напір $H(Q)$, що залежить від витрати Q ;
- система трубопроводів має свою системну характеристику $H_{\text{sys}}(Q)$, яка описує втрати тиску в мережі.

Типова характеристика насоса має вигляд:

$$H_{\text{pump}}(Q) = H_0 - k_H Q^2,$$

де H_0 – напір при нульовій витраті (закрита засувка), k_H – коефіцієнт, що визначає крутість характеристики.

Системна характеристика мережі для турбулентного режиму течії рідини часто описується:

$$H_{\text{sys}}(Q) = a Q^2,$$

де a – коефіцієнт гідравлічного опору мережі.

Робоча точка установок визначається на перетині характеристик насоса й системи:

$$H_{\text{pump}}(Q) = H_{\text{sys}}(Q).$$

Для вентилятора аналогічно можна використовувати залежність:

$$\Delta p_{\text{fan}}(Q) = \Delta p_0 - k_p Q^2, \quad \Delta p_{\text{sys}}(Q) = a_p Q^2,$$

де Δp – приріст тиску.

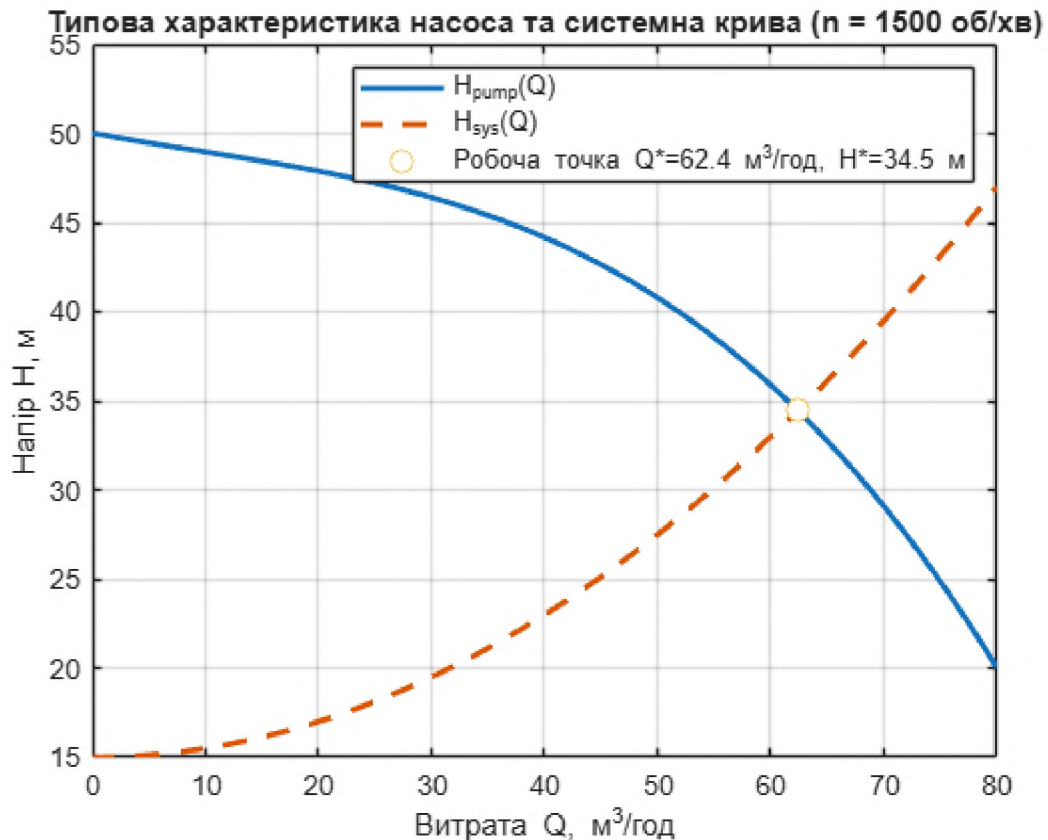


Рис. 2.1 Типову характеристика насоса $H_{\text{pump}}(Q)$ системну криву $H_{\text{sys}}(Q)$ та робочу точку.

2.2 Математична модель асинхронного двигуна

Для побудови енергетично оптимального керування електроприводом насоса/вентилятора необхідно мати адекватну математичну модель асинхронного двигуна, яка б описувала динамічні процеси електромагнітного та механічного перетворення енергії. У даній роботі використовується модель у синхронно обертових dq-координатах (полеорієнтована модель), що є стандартом для аналізу та реалізації векторних алгоритмів керування в MATLAB/Simulink.

Розглядається трифазний асинхронний двигун із короткозамкненим ротором. Модель будується на основі таких припущень:

- магнітне коло вважається лінійним, насичення не враховується (індуктивності сталі вважаються сталими);

- розподіл магніторушійної сили по повітряному проміжку вважається синусоїдальним;
- враховується тільки основна гармоніка поля, вищі просторові гармоніки ігноруються;
- втрати в сталі (гістерезисні, вихрових струмів) або включаються до еквівалентних параметрів схеми, або розглядаються окремо;
- система симетрична: три фази зміщені на 120° , опори та індуктивності фаз однакові.

Початково рівняння записуються у фазних координатах a , b , c , а далі за допомогою перетворення Кларка–Парка виконують перехід до двовимірної dq -системи координат, що обертається з кутовою швидкістю ω_e (частота поля статора):

вісь d – співпадає з вектором потокозчеплення (наприклад, ротора);

вісь q – ортогональна до осі d .

Таке представлення дозволяє перетворити трьохфазну систему рівнянь у еквівалентну «постійного струму» (при сталих режимах), що значно спрощує аналіз і синтез регуляторів.

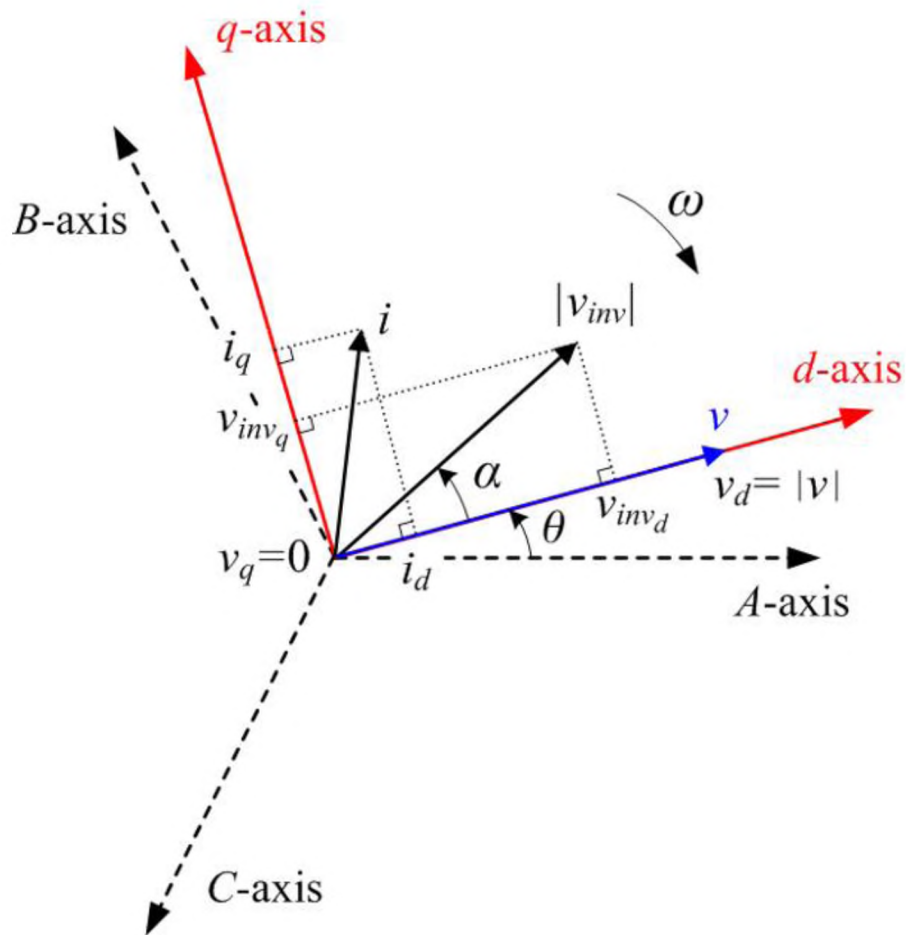


Рис. 2.2 Векторну діаграму в dq-координатах: вектор потокозчеплення, вектор струму, проекції на осі d та q , кут θ між осями фазної системи та обертовою dq-системою.

Рівняння напруг статора та ротора в dq-координатах

Позначимо:

u_{sd}, u_{sq} – проекції вектора напруги статора на осі d, q ;

u_{rd}, u_{rq} – проекції напруги ротора (для короткозамкненого ротора $u_{rd}=u_{rq}=0$);

$i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq}$ – проекції струмів статора й ротора;

$\psi_{sd}, \psi_{sq}, \psi_{rd}, \psi_{rq}$ – потокозчеплення статора й ротора;

R_s, R_r – активні опори обмоток статора й ротора;

ω_e – кутова швидкість обертання системи координат (синхронна швидкість поля статора);

ω_r – кутова швидкість ротора;

$\omega_{sl} = \omega_e - \omega_r$ – ковзна кутова швидкість.

Тоді диференціальні рівняння для напруг статора в dq-координатах мають вигляд:

$$\begin{aligned} u_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_e \psi_{sq}, \\ u_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_e \psi_{sd}. \end{aligned}$$

Для ротора (у координатах, що обертаються зі швидкістю ω_e):

$$\begin{aligned} u_{rd} &= R_r i_{rd} + \frac{d\psi_{rd}}{dt} - \omega_{sl} \psi_{rq}, \\ u_{rq} &= R_r i_{rq} + \frac{d\psi_{rq}}{dt} + \omega_{sl} \psi_{rd}, \end{aligned}$$

У випадку короткозамкненого ротора:

$$u_{rd} = 0, \quad u_{rq} = 0,$$

що дає систему рівнянь для визначення струмів і потокозчеплень ротора.

Зв'язок між струмами та потокозчепленнями задається індуктивностями статора й ротора, а також взаємоіндуктивністю. У dq-системі для симетричного двигуна (за відсутності насичення та асиметрії) маємо:

$$\begin{aligned} \psi_{sd} &= L_s i_{sd} + L_m i_{rd}, \\ \psi_{sq} &= L_s i_{sq} + L_m i_{rq}, \\ \psi_{rd} &= L_m i_{sd} + L_r i_{rd}, \\ \psi_{rq} &= L_m i_{sq} + L_r i_{rq}, \end{aligned}$$

де:

- $L_s = L_{\sigma s} + L_m$ – повна індуктивність статора;
- $L_r = L_{\sigma r} + L_m$ – повна індуктивність ротора;
- $L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$ – індуктивності розсіювання статора й ротора;
- L_m – магнітна (намагнічуюча) індуктивність.

Ці співвідношення можна записати в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}.$$

Відповідно, знаючи ψ , можна отримати струми як:

$$i = L^{-1}\psi.$$

На практиці в моделюванні частіше виражають потокозчеплення через струми (як наведено вище) і підставляють у рівняння напруг.

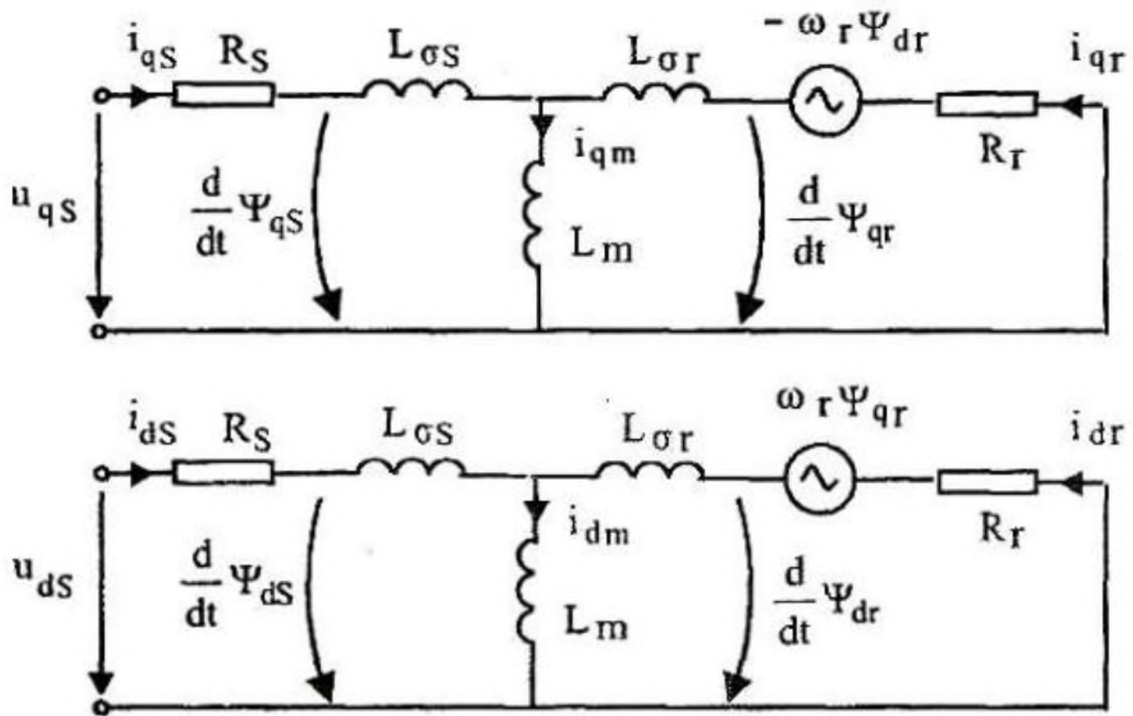


Рис. 2.3 Схема змищення в dq-системі для асинхронного двигуна (дві незалежні гілки для осей d та q).

Електромагнітний момент асинхронного двигуна в dq-координатах може бути записаний у вигляді:

$$M_e = \frac{3}{2}p(\psi_{sd}i_{sq} - \psi_{sq}i_{sd}),$$

де p – кількість пар полюсів.

У багатьох реалізаціях векторного керування використовують орієнтацію по потокозчепленню ротора (коли $\psi_{rq}=0$, а весь потік зосереджений уздовж осі d). Тоді момент можна подати через потокозчеплення ротора:

$$M_e = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd} i_{sq}.$$

Цей вираз використовують при синтезі векторних регуляторів, оскільки він безпосередньо показує, що:

- ψ_{rd} (вісь d) визначає магнітний потік;
- i_{sq} (вісь q) визначає момент,

і ці складові струму можуть керуватися незалежно.

У практиці векторного керування часто використовують скорочену модель, орієнтовану по потокозчепленню ротора, де вважається, що:

- система координат dq обертається зі швидкістю ω_e , пов'язаною з потоком ротора (FOC – Field Oriented Control);
- $\psi_{rq}=0$, тобто потік повністю сконцентрований уздовж осі d .

У цьому випадку:

$$\psi_{rd} = L_m i_{sd} + L_r i_{rd}, \quad \psi_{rq} = 0,$$

а рівняння для потокозчеплення ротора по осі d можна записати як:

$$\frac{d\psi_{rd}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{sd} - \frac{1}{T_r} \psi_{rd},$$

де $T_r = L_r / R_r$ – постійна часу ротора.

Струм статора по осі d можна розкласти на магнітну складову i_{md} та складову розсіювання, однак для векторної моделі зазвичай використовують безпосередньо i_{sd}, i_{sq} , струми статора по осях dq . Тоді модель можна подати у вигляді:

$$\begin{aligned}
u_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_e \psi_{sq}, \\
u_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_e \psi_{sd}, \\
\frac{d\psi_{rd}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} i_{sd} - \frac{1}{T_r} \psi_{rd}, \\
M_e &= \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd} i_{sq}, \\
J \frac{d\omega_r}{dt} &= M_e - M_L(\omega_r).
\end{aligned}$$

При цьому зв'язки:

$$\psi_{sd} = L_{\sigma s} i_{sd} + \psi_{rd}, \quad \psi_{sq} = L_{\sigma s} i_{sq},$$

де $L_{\sigma s}$ – індуктивність розсіювання статора.

Така скорочена модель є достатньо точною для задач синтезу й аналізу енергетично оптимального керування в режимах, характерних для насосів і вентиляторів (плавна зміна навантаження, відсутність різких ударних режимів). Вона легко реалізується в середовищі MATLAB/Simulink у вигляді блочної схеми з підсистемами «електрична частина», «механічна частина» та «момент навантаження».

2.3 Модель навантаження «насос/вентилятор – мережа трубопроводів/каналів»

Робота електропривода насоса або вентилятора визначається не лише електромеханічними параметрами двигуна, а й властивостями гідравлічної (для насосів) або аеродинамічної (для вентиляторів) мережі. Для коректної побудови енергетично оптимального керування необхідно мати математичну модель навантаження, яка пов'язує момент на валу, швидкість обертання, витрату та напір/тиск з параметрами системи трубопроводів/каналів.

Насоси й вентилятори відносяться до механізмів з квадратичною характеристикою моменту навантаження. Для них у широкому діапазоні робочих швидкостей можна прийняти:

$$M_L(\omega) = k_M \omega^2,$$

де

$M_L(\omega)$ – момент навантаження на валу двигуна,

ω – кутова швидкість обертання,

k_M – коефіцієнт, що залежить від типу робочого колеса, густини середовища та параметрів мережі.

Ця залежність впливає з законів подібності для гідравлічних машин. Якщо розглядати два геометрично подібні режими одного й того ж насоса при різних швидкостях n_1 та n_2 , маємо:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2, \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^3.$$

Оскільки споживана потужність P пов'язана з моментом як

$$P = M_L \omega,$$

при переході до відносних величин для одного й того ж механізму можна записати:

$$M_L \sim \omega^2,$$

що й дає квадратичну залежність.

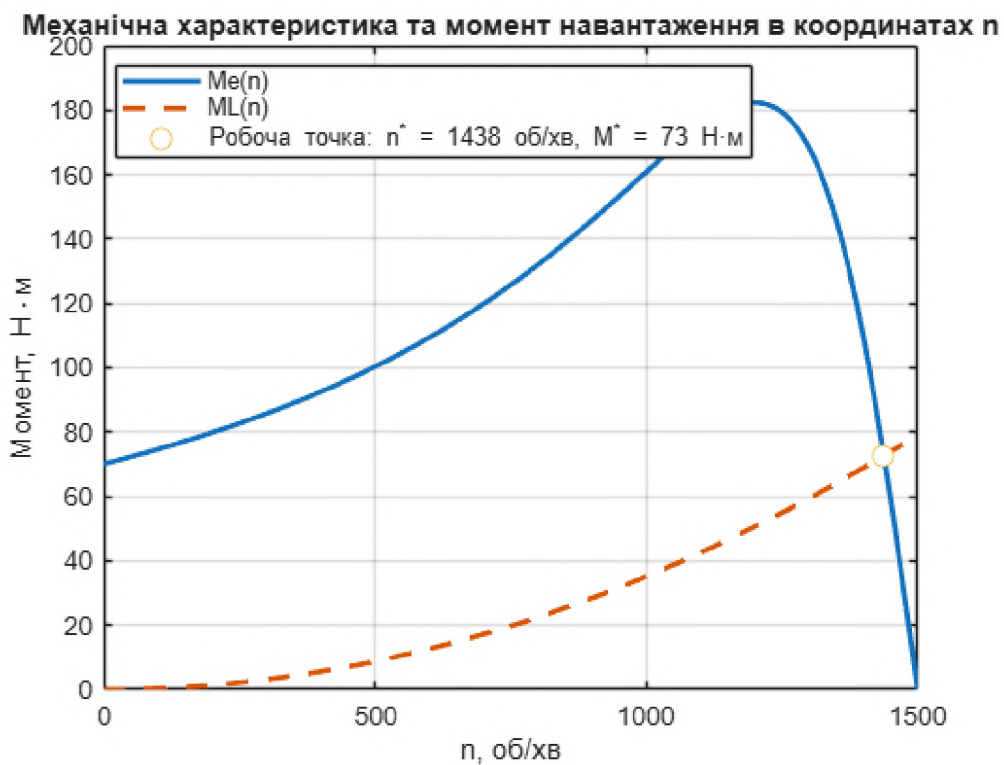
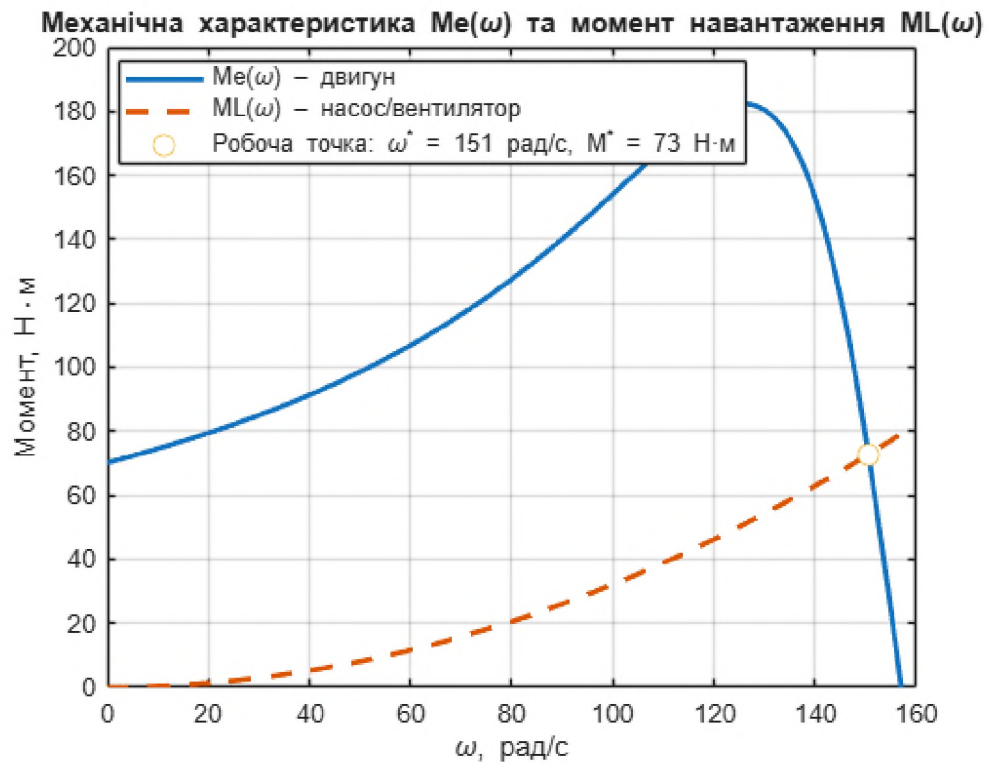


Рис. 2.4 Характерну залежність моменту навантаження вентилятора/насоса $M_L(\omega)$ у порівнянні з механічною характеристикою двигуна $M_e(\omega)$ їх перетин визначає робочу точку електропривода.

Для насосів використовують поняття напору H (м), для вентиляторів – приросту тиску Δp (Па). В обох випадках виконується аналогічний підхід до побудови характеристик.

Характеристика насоса при фіксованій швидкості обертання n :

$$H_{\text{pump}}(Q, n) = H_0(n) - k_H(n) Q^2,$$

Де Q – витрата (об’ємний потік),

$H_0(n)$ – напір при $Q=0$,

$k_H(n)$ – коефіцієнт, що визначає спад напору з ростом витрати.

При зміні швидкості за законами подібності:

$$Q \sim n, \quad H \sim n^2 \Rightarrow H_{\text{pump}}(Q, n) = \left(\frac{n}{n_{\text{ref}}} \right)^2 H_{\text{ref}} \left(Q \frac{n_{\text{ref}}}{n} \right),$$

де $H_{\text{ref}}(Q)$ – характеристика при деякій опорній швидкості n_{ref} .

Системна характеристика мережі трубопроводів/каналів описує падіння напору (або приросту тиску) при протіканні витрати Q . Для турбулентного режиму течії часто використовують залежність:

$$H_{\text{sys}}(Q) = H_{\text{stat}} + a_{\text{sys}} Q^2,$$

де H_{stat} – статичний напір (різниця геодезичних рівнів, тиск у резервуарі тощо),

a_{sys} – коефіцієнт гідравлічного опору системи (сукупність втрат у трубах, поворотах, клапанах, апаратах).

Робоча точка насосної системи при заданій швидкості n визначається умовою балансу напорів:

$$H_{\text{pump}}(Q^*, n) = H_{\text{sys}}(Q^*).$$

Таким чином, необхідно розв’язати рівняння:

$$H_0(n) - k_H(n)(Q^*)^2 = H_{\text{stat}} + a_{\text{sys}}(Q^*)^2.$$

Звідси:

$$(H_0(n) - H_{\text{stat}}) = (k_H(n) + a_{\text{sys}})(Q^*)^2,$$

$$Q^*(n) = \sqrt{\frac{H_0(n) - H_{\text{stat}}}{k_H(n) + a_{\text{sys}}}}.$$

Напір у робочій точці:

$$H^*(n) = H_{\text{pump}}(Q^*, n) = H_{\text{sys}}(Q^*).$$

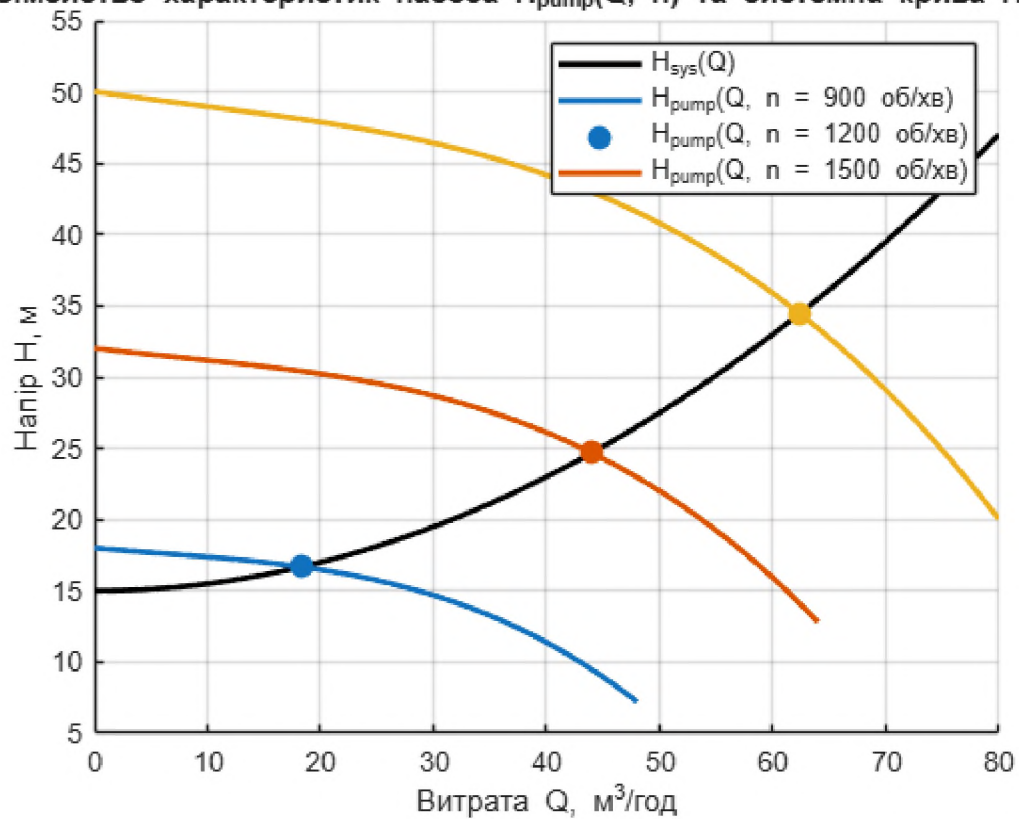
Аналогічно для вентиляторів:

$$\Delta p_{\text{fan}}(Q, n) = \Delta p_0(n) - k_p(n)Q^2, \quad \Delta p_{\text{sys}}(Q) = \Delta p_{\text{stat}} + a_p Q^2,$$

і робочу точку визначають із

$$\Delta p_{\text{fan}}(Q^*, n) = \Delta p_{\text{sys}}(Q^*).$$

Сімейство характеристик насоса $H_{\text{pump}}(Q, n)$ та системна крива $H_{\text{sys}}(Q)$



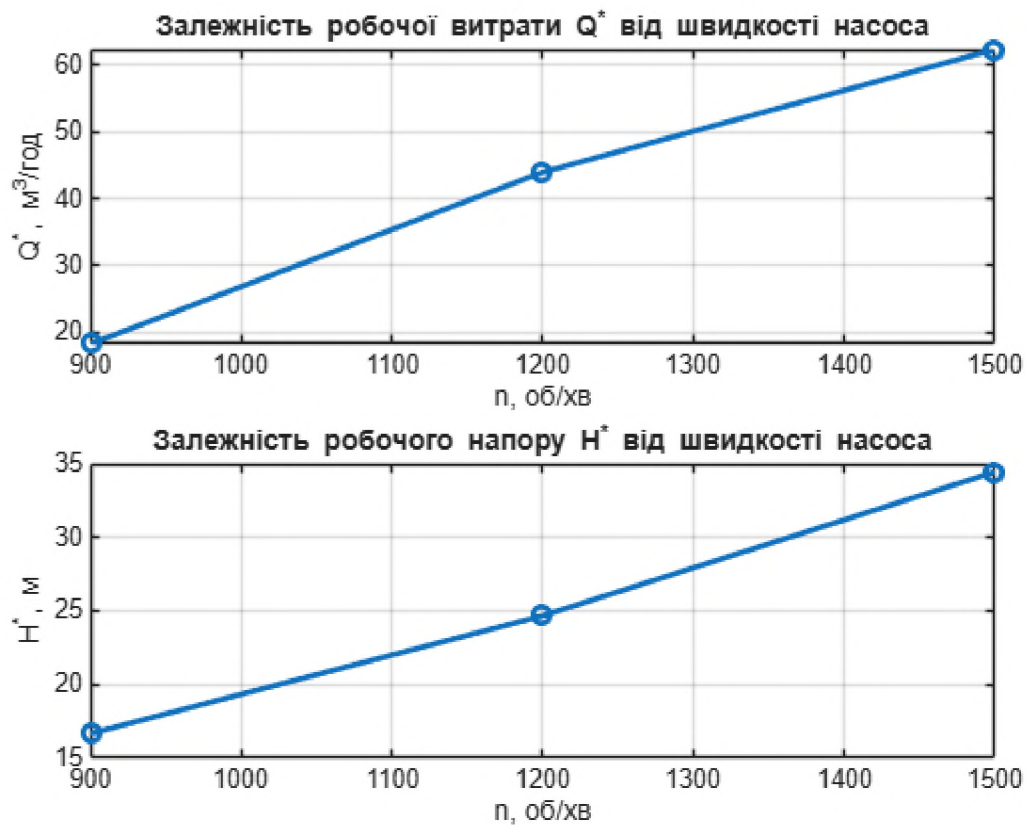


Рис. 2.5 Сімейство характеристик насоса $H_{\text{pump}}(Q, n_1)$, $H_{\text{pump}}(Q, n_2)$, ... для різних швидкостей та одну системну криву $H_{\text{sys}}(Q)$.

З урахуванням викладеного, модель навантаження «насос/вентилятор – мережа трубопроводів/каналів» може бути представлена в такому узагальненому вигляді:

Гідравлічна/аеродинамічна підсистема:

$$H_{\text{pump}}(Q, n) = H_0(n) - k_H(n)Q^2,$$

$$H_{\text{sys}}(Q) = H_{\text{stat}} + a_{\text{sys}}Q^2.$$

Умова робочої точки:

$$H_{\text{pump}}(Q^*, n) = H_{\text{sys}}(Q^*).$$

Момент навантаження (через закони подібності):

$$M_L(\omega) = k_M \omega^2, \quad \omega = \frac{2\pi n}{60}.$$

Обмеження:

$$Q_{\min} \leq Q(t) \leq Q_{\max}, \quad H_{\min} \leq H(t) \leq H_{\max},$$

$$\text{NPSH}_{\text{available}}(Q, n) \geq \text{NPSH}_{\text{required}}(Q, n).$$

Алгоритм визначення

```

%% Інтегрована модель "двигун - насос/вентилятор - мережа"
% Оцінка впливу зміни швидкості обертання (частоти перетворювача)
% на:
% - робочу точку Q*(n), H*(n) / Δp*(n)
% - момент навантаження ML(n)
% - споживану потужність Pin(n)
% + проста постановка задачі енергетично оптимального керування
% з обмеженнями.

clear; clc; close all;

g = 9.81;           % гравітаційне прискорення, м/с^2
rho_water = 1000;   % густина води, кг/м^3
rho_air = 1.2;      % густина повітря, кг/м^3

%% 1. ПАРАМЕТРИ ДВИГУНА (умовні, можна змінити під свій двигун)

P_nom = 11e3;       % номінальна потужність двигуна, Вт
eta_m = 0.9;        % ККД двигуна (для розрахунку Pin)
f_nom = 50;         % номінальна частота, Гц
p = 2;             % кількість пар полюсів (4-полюсний двигун)
n_s_nom = 60 * f_nom / p; % синхронна швидкість, об/хв
s_nom = 0.04;       % номінальне ковзання
n_nom = n_s_nom * (1 - s_nom); % номінальна швидкість, об/хв
omega_nom = 2*pi*n_nom/60; % рад/с

% Номінальний момент на валу
M_nom = P_nom / omega_nom;

%% 2. ШВИДКОСТІ (частоти), ЯКІ МИ РОЗГЛЯДАЄМО

n_vec = linspace(800, 1500, 15); % об/хв, можна змінити
omega_vec = 2*pi*n_vec/60; % рад/с

%% 3. МОДЕЛЬ НАСОСА (H_pump(Q,n)) + СИСТЕМНА КРИВА H_sys(Q)

% 3.1 "Каталожні" точки насоса при опорній швидкості n_ref
Qp_data = [0 20 40 60 80]; % м^3/год
Hp_data = [50 48 44 36 20]; % м

deg_pump = 3; % ступінь полінома
p_pump = polyfit(Qp_data, Hp_data, deg_pump);
H_ref_pump = @(Q) polyval(p_pump, Q); % характеристика при n_ref

n_ref_pump = 1500; % опорна швидкість насоса, об/хв

% 3.2 Закони подібності для насоса: Q~n, H~n^2
H_pump = @(Q, n) (n/n_ref_pump).^2 .* H_ref_pump(Q * n_ref_pump ./ n);

% 3.3 Системна крива для гідравлічної мережі
H_stat = 15; % статичний напір, м
a_sys = 0.005; % коеф. гідравлічного опору, м/(м^3/год)^2
H_sys = @(Q) H_stat + a_sys * Q.^2;

% 3.4 Обмеження для насоса
Qp_min = 10; % мінімальна витрата, м^3/год
Qp_max = 80; % максимальна витрата, м^3/год
Hp_min = 10; % мінімальний напір, м
Hp_max = 55; % максимальний напір, м

```

```

% 3.5 Проста NPSH-модель (кавітаційне обмеження)
H_suction_static = 6; % статичний напір на всмоктуванні, м
k_NPSH = 1e-4; % втрати NPSH ~ k * Q^2 (умовно)
NPSH_req = 3; % вимог. NPSH, м

NPSH_available = @(Q) H_suction_static - k_NPSH * Q.^2;
% Умова відсутності кавітації: NPSH_available(Q) >= NPSH_req

%% 4. МОДЕЛЬ ВЕНТИЛЯТОРА (Δp_fan(Q,n)) + СИСТЕМНА КРИВА Δp_sys(Q)

% 4.1 "Каталожні" точки вентилятора при опорній швидкості n_ref_fan
Qf_data = [0 2000 4000 6000 8000]; % м³/год
Dp_data_Pa = [500 480 430 320 150]; % Па (надлишковий тиск)

deg_fan = 3;
p_fan = polyfit(Qf_data, Dp_data_Pa, deg_fan);
Dp_ref_fan = @(Q) polyval(p_fan, Q); % Δp (Па) при n_ref_fan

n_ref_fan = 1500; % опорна швидкість вентилятора

% Закони подібності: Q~n, Δp~n²
Dp_fan = @(Q, n) (n/n_ref_fan).^2 .* Dp_ref_fan(Q * n_ref_fan ./ n);

%% 4.2 Системна крива повітряної мережі
Dp_stat = 50; % статичний тиск, Па

% Коефіцієнт опору треба зробити дуже малим, бо Q у нас в м³/год.
% Це значення підібрано так, щоб при Q ~ 8000 м³/год
% тиск мережі був того ж порядку, що й характеристика вентилятора.
a_fan = 2e-6; % Па / (м³/год)²

Dp_sys = @(Q) Dp_stat + a_fan * Q.^2;

%% 4.3 Обмеження для вентилятора
Qf_min = 500; % мінімальна витрата, м³/год
Qf_max = 8000; % максимальна витрата, м³/год
Dp_min = 0; % мін. тиск, Па
Dp_max = 600; % макс. тиск, Па (залишимо як було)

% ВИМОГА ПО ПРОДУКТИВНОСТІ
Qf_demand = 3000; % потрібний мінімум витрати повітря, м³/год

%% 4.3 Обмеження для вентилятора
Qf_min = 500; % БУЛО 1000 -> робочі точки при малих n відсікаються
Qf_max = 8000; % м³/год
Dp_min = 0; % Па
Dp_max = 600; % Па (можеш збільшити до 800-1000, якщо треба)

%% 5. ЕФЕКТИВНІСТЬ НАСОСА І ВЕНТИЛЯТОРА (просте наближення)
eta_pump = 0.75; % ККД насоса
eta_fan = 0.7; % ККД вентилятора

%% 6. РОЗРАХУНОК ДЛЯ НАСОСА: РОБОЧІ ТОЧКИ, МОМЕНТ, ПОТУЖНІСТЬ

Nn = numel(n_vec);
Qp_star = NaN(1, Nn);
Hp_star = NaN(1, Nn);
Mp_star = NaN(1, Nn);
Pin_pump = NaN(1, Nn); % споживана електрична потужність, Вт
valid_pump = false(1, Nn); % логічна маска "режим допустимий"

% інтегральне обмеження "мінімальна потрібна витрата" (для оптимізації)
Qp_demand = 30; % м³/год (наприклад, потрібний мінімум подачі)

for k = 1:Nn
    n_k = n_vec(k);
    omega_k = omega_vec(k);

```

```

% максимальна витрата за подібністю
Qp_max_k = Qp_max * (n_k / n_ref_pump);

% функція для пошуку перетину: H_pump(Q,n_k) - H_sys(Q) = 0
Fp = @(Q) H_pump(Q, n_k) - H_sys(Q);

% сітка для пошуку зміни знаку
Q_grid = linspace(0, Qp_max_k, 600);
F_grid = Fp(Q_grid);

idx = find(F_grid(1:end-1).*F_grid(2:end) <= 0, 1, 'first');
if isempty(idx)
    % немає робочої точки для цієї швидкості
    continue;
end

Q_left = Q_grid(idx);
Q_right = Q_grid(idx+1);

% уточнюємо корінь
Q_star = fzero(Fp, [Q_left Q_right]);
H_star = H_pump(Q_star, n_k);

% Перевірка обмежень по Q і H
if Q_star < Qp_min || Q_star > Qp_max
    continue;
end
if H_star < Hp_min || H_star > Hp_max
    continue;
end

% Кавітаційне обмеження
if NPSH_available(Q_star) < NPSH_req
    continue;
end

% Все ок – зберігаємо значення
Qp_star(k) = Q_star;
Hp_star(k) = H_star;

% Переведення витрати в м^3/с
Q_star_m3s = Q_star / 3600;

% Гідравлічна потужність: Ph = ρ g Q H
Ph = rho_water * g * Q_star_m3s * H_star; % Вт
Pmech = Ph / eta_pump; % потужність на валу

% Момент навантаження: M = P / ω
Mp = Pmech / omega_k;

% Вхідна електрична потужність двигуна
Pin = Pmech / eta_m;

Mp_star(k) = Mp;
Pin_pump(k) = Pin;
valid_pump(k) = true;
end

%% 7. ЕНЕРГЕТИЧНО ОПТИМАЛЬНА ШВИДКІСТЬ ДЛЯ НАСОСА

% Вимагаємо Q >= Qp_demand і всі технологічні обмеження (valid_pump)
mask_pump = valid_pump & (Qp_star >= Qp_demand);

Pin_pump_opt = NaN;
n_pump_opt = NaN;

if any(mask_pump)
    [Pin_pump_opt, idx_opt] = min(Pin_pump(mask_pump));

```

```

    idx_global = find(mask_pump);
    idx_global = idx_global(idx_opt);
    n_pump_opt = n_vec(idx_global);
    fprintf('НАСОС: енергетично оптимальна швидкість n_opt = %.0f об/хв\n', n_pump_opt);
    fprintf(' Q* = %.2f м^3/год, Н* = %.2f м, Pin = %.1f кВт\n', ...
        Qp_star(idx_global), Hp_star(idx_global), Pin_pump_opt/1000);
else
    fprintf('НАСОС: немає режиму, що задовольняє вимогу Q >= %.1f м^3/год та обмеження.\n',
        Qp_demand);
end

%% 8. РОЗРАХУНОК ДЛЯ ВЕНТИЛЯТОРА: РОБОЧІ ТОЧКИ, МОМЕНТ, ПОТУЖНІСТЬ

Qf_star = NaN(1, Nn);
Dp_star = NaN(1, Nn);
Mf_star = NaN(1, Nn);
Pin_fan = NaN(1, Nn);
valid_fan = false(1, Nn);

Qf_demand = 3000; % м^3/год (потрібний мінімум витрати повітря)

for k = 1:Nn
    n_k = n_vec(k);
    omega_k = omega_vec(k);

    % максимальна витрата за подібністю
    Qf_max_k = Qf_max * (n_k / n_ref_fan);

    % функція для пошуку перетину: Δp_fan(Q,n_k) - Δp_sys(Q) = 0
    Ff = @(Q) Dp_fan(Q, n_k) - Dp_sys(Q);

    Q_grid = linspace(0, Qf_max_k, 600);
    F_grid = Ff(Q_grid);

    idx = find(F_grid(1:end-1).*F_grid(2:end) <= 0, 1, 'first');
    if isempty(idx)
        continue;
    end

    Q_left = Q_grid(idx);
    Q_right = Q_grid(idx+1);

    Q_star = fzero(Ff, [Q_left Q_right]);
    Dp_star_val = Dp_fan(Q_star, n_k); % Па

    % Обмеження по витраті та тиску
    if Q_star < Qf_min || Q_star > Qf_max
        continue;
    end
    if Dp_star_val < Dp_min || Dp_star_val > Dp_max
        continue;
    end

    % Зберігаємо
    Qf_star(k) = Q_star;
    Dp_star(k) = Dp_star_val;

    % Витрата в м^3/с
    Q_star_m3s = Q_star / 3600;

    % Аеродинамічна потужність: P_air = Q * Δp
    Pair = Q_star_m3s * Dp_star_val; % Вт
    Pmech = Pair / eta_fan;

    % Момент на валу
    Mf = Pmech / omega_k;
    Pin = Pmech / eta_m;

```

```

    Mf_star(k) = Mf;
    Pin_fan(k) = Pin;
    valid_fan(k) = true;
end

%% 9. ЕНЕРГЕТИЧНО ОПТИМАЛЬНА ШВИДКІСТЬ ДЛЯ ВЕНТИЛЯТОРА

mask_fan = valid_fan & (Qf_star >= Qf_demand);

Pin_fan_opt = NaN;
n_fan_opt = NaN;

if any(mask_fan)
    [Pin_fan_opt, idx_opt] = min(Pin_fan(mask_fan));
    idx_global = find(mask_fan);
    idx_global = idx_global(idx_opt);
    n_fan_opt = n_vec(idx_global);
    fprintf('ВЕНТИЛЯТОР: енергетично оптимальна швидкість n_opt = %.0f об/хв\n', n_fan_opt);
    fprintf(' Q* = %.1f м^3/год, Др* = %.1f Па, Pin = %.1f кВт\n', ...
        Qf_star(idx_global), Dp_star(idx_global), Pin_fan_opt/1000);
else
    fprintf('ВЕНТИЛЯТОР: немає режиму, що задовольняє вимогу Q >= %.1f м^3/год та обмеження.\n', Qf_demand);
end

%% 10. ГРАФІКИ ДЛЯ НАСОСА

figure;
subplot(3,1,1);
plot(n_vec, Qp_star, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('Q^*, м^3/год');
title('НАСОС: робоча витрата Q^*(n)');

subplot(3,1,2);
plot(n_vec, Hp_star, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('H^*, м');
title('НАСОС: робочий напір H^*(n)');

subplot(3,1,3);
plot(n_vec, Pin_pump/1000, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('P_{in}, кВт');
title('НАСОС: споживана потужність P_{in}(n)');

if ~isnan(n_pump_opt)
    hold on;
    plot(n_pump_opt, Pin_pump(n_vec==n_pump_opt)/1000, 'rs', ...
        'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor', 'r');
    legend('P_{in}(n)', 'Оптимальний режим', 'Location', 'best');
end

%% 11. ГРАФІКИ ДЛЯ ВЕНТИЛЯТОРА

figure;
subplot(3,1,1);
plot(n_vec, Qf_star, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('Q^*, м^3/год');
title('ВЕНТИЛЯТОР: робоча витрата Q^*(n)');

subplot(3,1,2);
plot(n_vec, Dp_star, 'o-', 'LineWidth', 2);

```

```

grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('\Delta p^*, Па');
title('ВЕНТИЛЯТОР: робочий тиск \Delta p^*(n)');

subplot(3,1,3);
plot(n_vec, Pin_fan/1000, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('P_{in}, кВт');
title('ВЕНТИЛЯТОР: споживана потужність P_{in}(n)');

if ~isnan(n_fan_opt)
    hold on;
    plot(n_fan_opt, Pin_fan(n_vec==n_fan_opt)/1000, 'rs', ...
        'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor', 'r');
    legend('P_{in}(n)', 'Оптимальний режим', 'Location', 'best');
end

sgtitle('Енергетичний аналіз насосної та вентиляторної установок');

```

Статична оптимізація по швидкості (частоті перетворювача)

Для кожного значення швидкості n модель знаходить робочу точку $(Q^*(n), H^*(n)) / (Q^*(n), \Delta p^*(n))$ з рівнянь:

$$H_{\text{pump}}(Q, n) = H_{\text{sys}}(Q), \quad \Delta p_{\text{fan}}(Q, n) = \Delta p_{\text{sys}}(Q),$$

обчислює момент навантаження

$$M_L(n) = \frac{P_{\text{mech}}(n)}{\omega(n)},$$

та вхідну потужність

$$P_{\text{in}}(n) = \frac{P_{\text{mech}}(n)}{\eta_m}.$$

насос:

$$Q_{\min} \leq Q^*(n) \leq Q_{\max}, \quad H_{\min} \leq H^*(n) \leq H_{\max}, \quad \text{NPSH}_{\text{avail}}(Q^*(n)) \geq \text{NPSH}_{\text{req}};$$

вентилятор:

$$Q_{\min} \leq Q^*(n) \leq Q_{\max}, \quad \Delta p_{\min} \leq \Delta p^*(n) \leq \Delta p_{\max}.$$

Постановка задачі енергетично оптимального керування (статична версія):

для насоса: знайти n , що мінімізує $P_{in}(n)$ при умовах

$$Q^*(n) \geq Q_{demand}, \quad (Q^*(n), H^*(n)) \in \Omega_{\text{доп}},$$

для вентилятора: аналогічно, з $Q_{demand}(fan)$, Δp - обмеженнями.

У скрипті це реалізовано як пошук мінімуму по сітці швидкостей з маскою допустимих режимів — цілком прийнятний підхід для пояснювального моделювання.

НАСОС: енергетично оптимальна швидкість $n_{opt} = 1050$ об/хв

$Q^* = 33.14$ м³/год, $H^* = 20.49$ м, $P_{in} = 2.7$ кВт

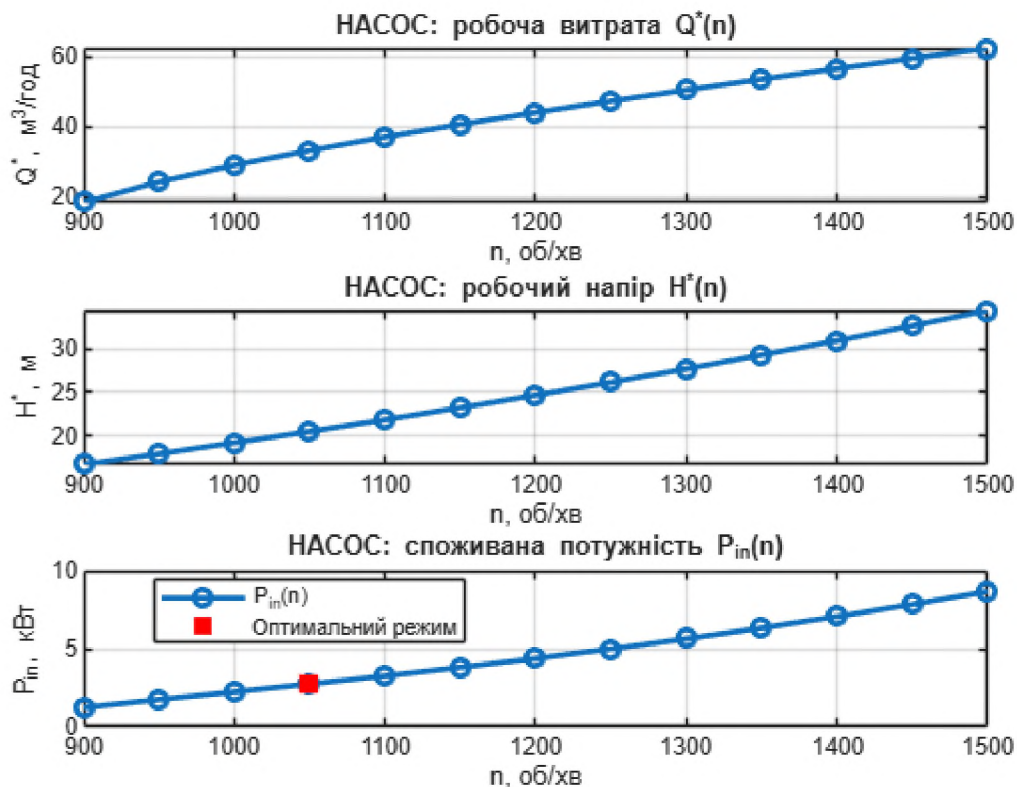


Рис. 2.6 Енергетичний аналіз насосної установки

ВЕНТИЛЯТОР: енергетично оптимальна швидкість $n_{opt} = 800$ об/хв

$Q^* = 3594.3$ м³/год, $\Delta p^* = 75.8$ Па, $P_{in} = 0.1$ кВт

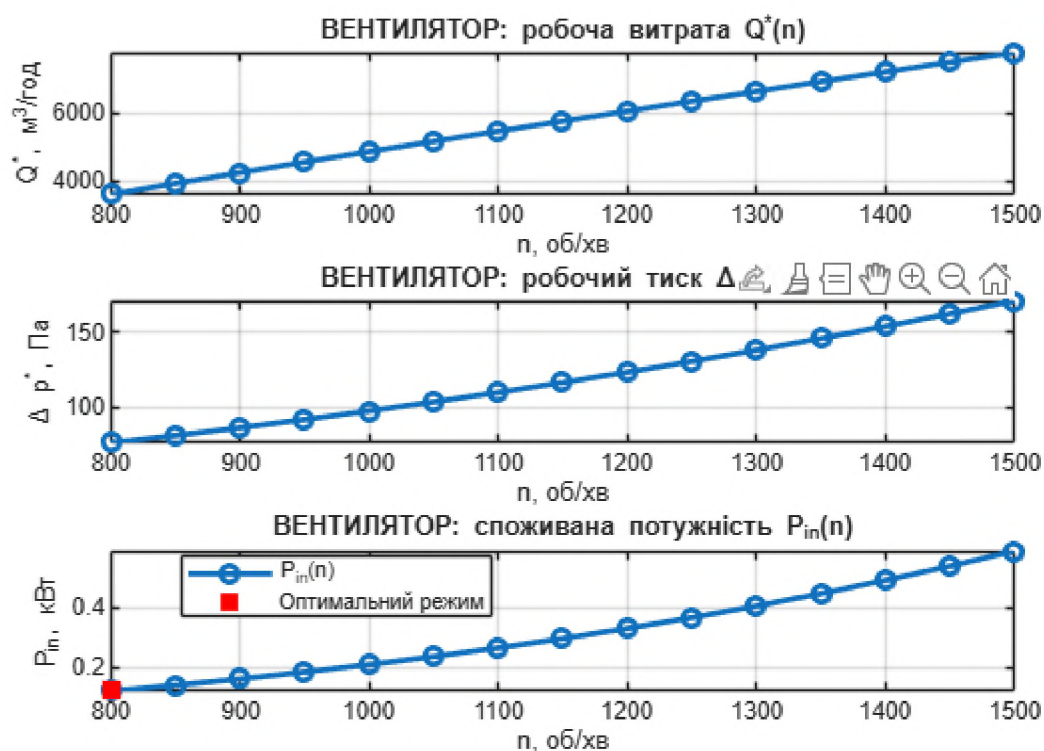


Рис. 2.7 Енергетичний аналіз вентеляційної установки

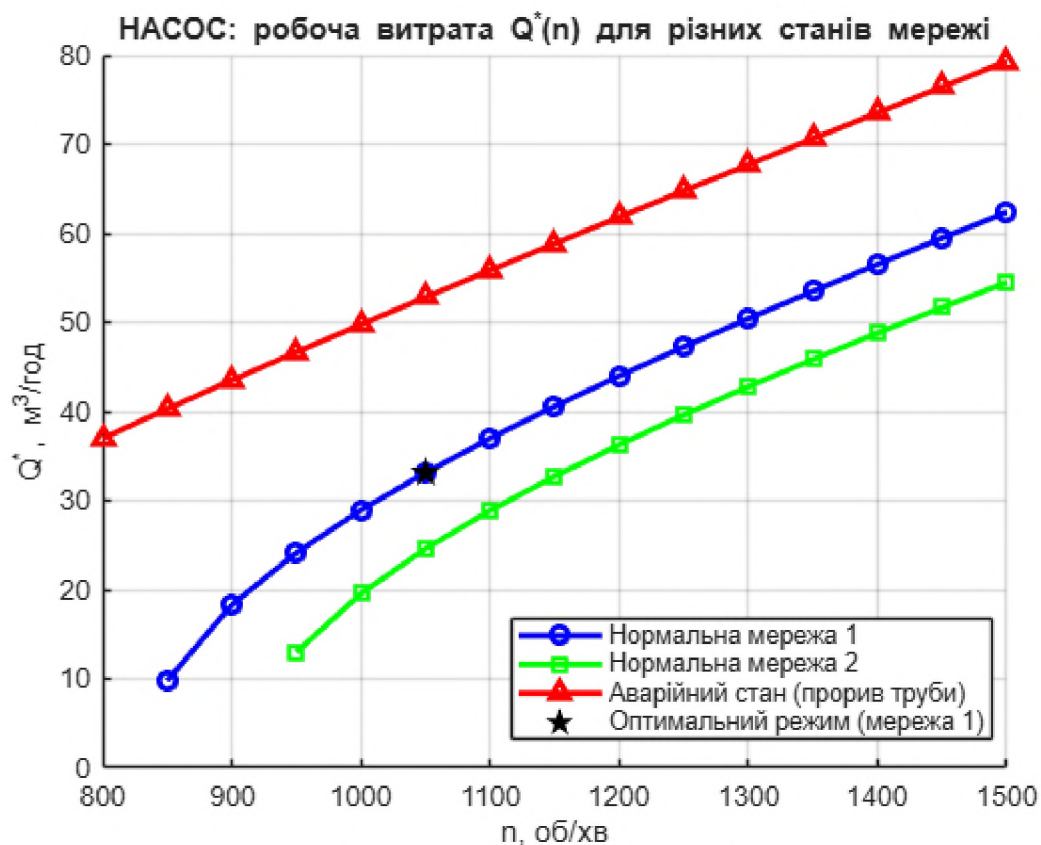


Рис. 2.8 Робоча витрата води насосної установки при режимах роботи базової мережі (Нормальна 1), більш «затиснутої» мережі (Нормальна 2), аварійного стану (прорив труби – витрачання виростає, напір падає).

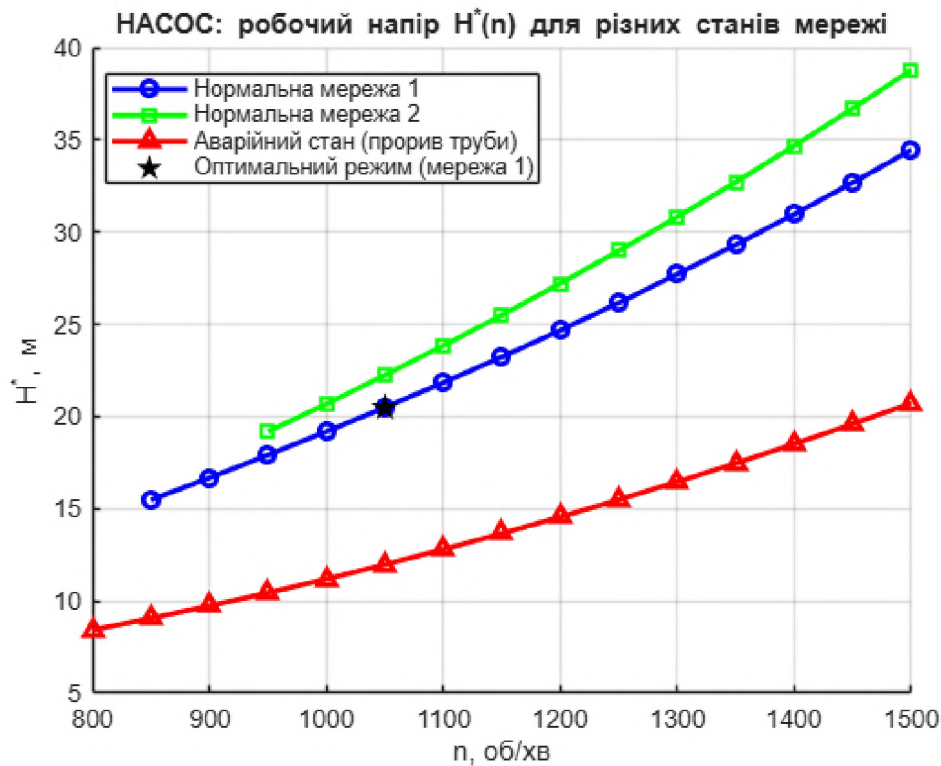


Рис. 2.9 Робочий напір насосної установки при режимах роботи базової мережі (Нормальна 1), більш «затиснутої» мережі (Нормальна 2), аварійного стану (прорив труби – витрачання виростає, напір падає).

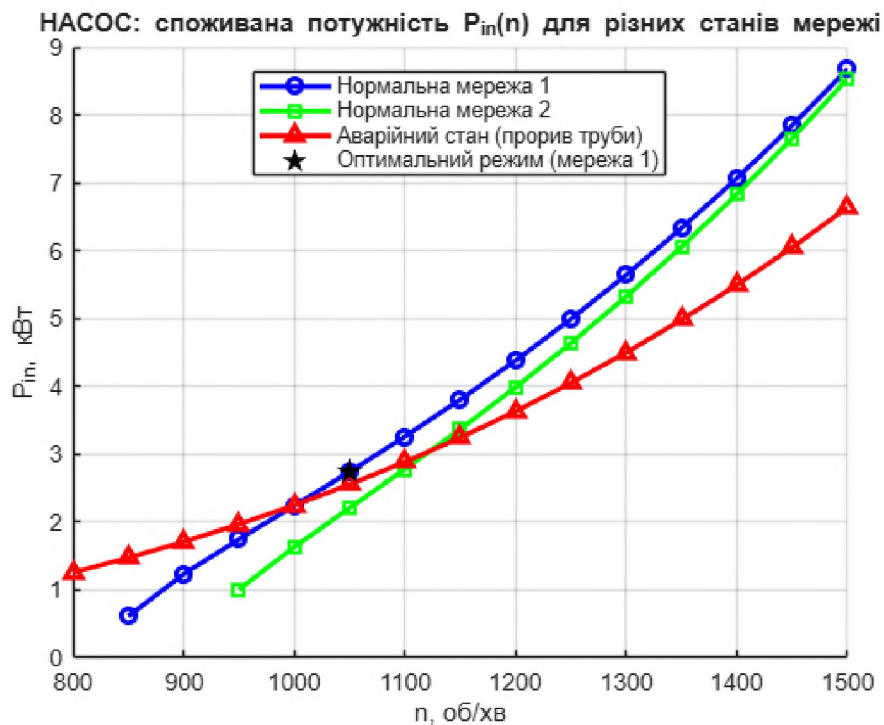


Рис. 2.10 Споживана потужність насосної установки при режимах роботи базової мережі (Нормальна 1), більш «затиснутої» мережі (Нормальна 2), аварійного стану (прорив труби – витрачання виростає, напір падає).

Ці три ілюстрації дуже добре ілюструє енергетично оптимальне керування й вплив збурень у гідравлічній мережі (зміна конфігурації + аварія).

Розроблена в роботі математична модель електропривода з насосною та вентиляторною установкою орієнтована на розв'язання задачі енергетично оптимального вибору швидкості обертання (частоти перетворювача) за умов технологічних обмежень.

Розділ 3 Розробка та дослідження енергетично оптимального алгоритму керування на основі математичної моделі процесу

3.1. Синтез енергетично оптимального закону керування

Метою синтезу енергетично оптимального закону керування є визначення такої залежності між частотою обертання електропривода (швидкістю насоса/вентилятора) та потрібними гідравлічними параметрами (продуктивністю, напором/тиском), за якої забезпечуються технологічні вимоги при мінімальному споживанні електроенергії.

Ідеологія частотного регулювання для насосів і вентиляторів полягає в тому, що замість роботи на завищеній швидкості з подальшим дроселюванням, швидкість обертання підлаштовується так, щоб робоча точка знаходилася поблизу потрібної продуктивності без зайвих гідравлічних втрат.

Виведення залежності «оптимальна швидкість – потрібна продуктивність»

$$H_{\text{pump}}(Q, n) = H_0 \left(\frac{n}{n_{\text{ref}}} \right)^2 - k_H Q^2,$$

де H_0 та k_H – параметри, отримані з каталожної кривої при опорній швидкості n_{ref} . Такий вигляд випливає із законів подібності й поліноміальної апроксимації характеристики при опорному режимі.

Системна характеристика мережі записується як:

$$H_{\text{sys}}(Q) = H_{\text{stat}} + a_{\text{sys}} Q^2,$$

де H_{stat} – статичний напір (різниця рівнів, тиск у резервуарі), a_{sys} – коефіцієнт гідравлічного опору.

Робоча точка (Q^*, H^*) при фіксованій швидкості n задовольняє:

$$H_{\text{pump}}(Q^*, n) = H_{\text{sys}}(Q^*),$$

тобто:

$$H_0 \left(\frac{n}{n_{\text{ref}}} \right)^2 - k_H (Q^*)^2 = H_{\text{stat}} + a_{\text{sys}} (Q^*)^2.$$

Звідси:

$$H_0 \left(\frac{n}{n_{\text{ref}}} \right)^2 - H_{\text{stat}} = (k_H + a_{\text{sys}}) (Q^*)^2,$$

$$(Q^*)^2(n) = \frac{H_0 \left(\frac{n}{n_{\text{ref}}} \right)^2 - H_{\text{stat}}}{k_H + a_{\text{sys}}}.$$

Таким чином отримуємо аналітичну залежність робочої витрати від швидкості:

$$Q^*(n) = \sqrt{\frac{H_0 \left(\frac{n}{n_{\text{ref}}} \right)^2 - H_{\text{stat}}}{k_H + a_{\text{sys}}}},$$

яка є монотонно зростаючою функцією n в робочому діапазоні (за умови, що знаменник додатний і вираз під коренем не від'ємний).

Якщо у технології задається потрібна витрата Q_{demand} і ми хочемо працювати без дроселювання (тобто з мінімальними втратами в арматурі), оптимальний режим досягається тоді, коли робоча точка збігається з потрібною продуктивністю:

$$Q^*(n_{\text{opt}}) = Q_{\text{demand}}.$$

Підставляючи це в попередню формулу, отримуємо аналітичний вираз для оптимальної швидкості:

$$Q_{\text{demand}}^2 = \frac{H_0 \left(\frac{n_{\text{opt}}}{n_{\text{ref}}} \right)^2 - H_{\text{stat}}}{k_H + a_{\text{sys}}},$$

$$H_0 \left(\frac{n_{\text{opt}}}{n_{\text{ref}}} \right)^2 = H_{\text{stat}} + (k_H + a_{\text{sys}}) Q_{\text{demand}}^2,$$

$$n_{\text{opt}}(Q_{\text{demand}}) = n_{\text{ref}} \sqrt{\frac{H_{\text{stat}} + (k_H + a_{\text{sys}}) Q_{\text{demand}}^2}{H_0}}.$$

Таким чином виведено залежність «оптимальна швидкість – потрібна продуктивність». Вона показує, що частота обертання повинна зростати зі збільшенням потрібної витрати, причому нелінійно (за кореневим законом). Аналогічно можна вивести залежність $n_{\text{opt}}(H_{\text{demand}})$ при постановці задачі за заданим напором.

На практиці реальні характеристики відхиляються від ідеальної квадратичної форми, тому замість строго аналітичного виразу часто використовують таблично-числове представлення $Q^*(n)$, отримане в результаті моделювання або вимірювань, а залежність $n_{\text{opt}}(Q_{\text{demand}})$ будують за результатами чисельного розв'язання рівняння $Q^*(n)=Q_{\text{demand}}$.

Приклад знаходження оптимальної точки роботи

На основі побудованої у розділі 2 математичної моделі в MATLAB було реалізовано алгоритм:

Задається діапазон можливих швидкостей $\{n_i\}$ (наприклад, 800...1500 об/хв).

Для кожної швидкості n_i чисельно знаходиться робоча точка $Q^*(n_i), H^*(n_i)$ з рівняння

$$H_{\text{pump}}(Q, n_i) = H_{\text{sys}}(Q),$$

Обчислюється гідравлічна потужність

$$P_{\text{hyd}}(n_i) = \rho g Q^*(n_i) H^*(n_i),$$

механічна потужність на валу та вхідна електрична потужність $P_{\text{in}}(n_i)$.

Перевіряються технологічні обмеження:

$$Q_{\min} \leq Q^*(n_i) \leq Q_{\max}, \quad H_{\min} \leq H^*(n_i) \leq H_{\max},$$

а також, для насосів, умова відсутності кавітації.

Із усіх допустимих швидкостей відбираються ті, що задовольняють вимогу

$$Q^*(n_i) \geq Q_{\text{demand}},$$

після чого обирається швидкість з мінімальною $P_{\text{in}}(n_i)$.

На графіках залежностей $Q_*(n)$, $H_*(n)$, $P_{\text{in}}(n)$ така оптимальна точка позначається окремим маркером (наприклад, чорним ромбом). Видно, що оптимальна швидкість зазвичай знаходиться у нижній частині діапазону допустимих значень: це відповідає фізичній інтуїції – чим нижча швидкість, тим менша споживана потужність (наближено $P \sim n^3$), але швидкість не можна зменшувати нижче тієї, що забезпечує потрібну продуктивність.

3.2 Реалізація енергетично оптимального алгоритму в MATLAB/Simulink

З огляду на отримані в розділі 2 математичні моделі та синтез оптимального закону керування в розділі 3.1, наступним кроком є побудова повноцінної моделі системи «частотний електропривод – насос/вентилятор – гідравлічна/повітряна мережа» в середовищі MATLAB/Simulink. Метою є реалізація енергетично оптимального алгоритму керування та перевірка його роботи в типових і аварійних режимах.

```
%% 0. Очищення робочого простору
clear; clc; close all;

%% 1. Параметри електропривода та насоса
% Фізичні константи
g      = 9.81;      % м/с^2
rho_water = 1000;   % кг/м^3

% ККД
eta_pump = 0.75;    % ККД насоса
eta_motor = 0.90;   % ККД двигуна
```

```

% Дані двигуна (умовний приклад)
P_nom = 11e3;      % номінальна потужність, Вт
f_nom = 50;        % Гц
p      = 2;        % кількість пар полюсів

n_s_nom = 60 * f_nom / p;  % синхронна швидкість, об/хв
s_nom   = 0.04;           % номінальне ковзання
n_nom   = n_s_nom * (1 - s_nom); % номінальна швидкість, об/хв
omega_nom = 2*pi*n_nom/60; % рад/с

M_nom = P_nom / omega_nom; % номінальний момент, Н·м (для довідки)

% Каталожна характеристика насоса при опорній швидкості
Q_data = [0 20 40 60 80]; % м^3/год
H_data = [50 48 44 36 20]; % м

deg_pump = 3;           % ступінь полінома
p_pump   = polyfit(Q_data, H_data, deg_pump);
H_ref_pump = @(Q) polyval(p_pump, Q); % H_ref(Q) при n_ref

% Опорна швидкість насоса
n_ref_pump = 1500;      % об/хв
Q_ref_max = max(Q_data); % макс. витрата при n_ref

% Закони подібності: Q ~ n, H ~ n^2
H_pump = @(Q, n) (n./n_ref_pump).^2 .* H_ref_pump(Q .* n_ref_pump./n);

%% 2. Системна крива гідравлічної мережі
% H_sys(Q) = H_stat + a_sys*Q^2
H_stat = 15;           % статичний напір, м
a_sys = 0.005;         % коеф. гідравлічного опору, м/(м^3/год)^2
H_sys = @(Q) H_stat + a_sys * Q.^2;

% Для візуалізації насосної та системної кривої
Q_plot = linspace(0, 90, 500);
H_p_plot = H_pump(Q_plot, n_ref_pump);
H_s_plot = H_sys(Q_plot);

figure;
plot(Q_plot, H_p_plot, 'LineWidth', 2); hold on; grid on;
plot(Q_plot, H_s_plot, '--', 'LineWidth', 2);
xlabel('Q, м^3/год');
ylabel('H, м');
title('Насосна характеристика та системна крива (n = n_{ref})');
legend('H_{pump}(Q, n_{ref})', 'H_{sys}(Q)', 'Location', 'best');

```

```

hold off;

%%% 3. Статичний аналіз: робочі точки  $Q^*(n)$ ,  $H^*(n)$ ,  $P_{in}(n)$ 

% Діапазон швидкостей (імітація регулювання частоти)
n_vec = linspace(800, 1500, 15); % об/хв
omega_vec = 2*pi*n_vec/60; % рад/с
Nn = numel(n_vec);

% Обмеження для фільтрації "нефізичних" режимів
Q_min = 5; %  $m^3/год$ 
Q_max = 120; %  $m^3/год$ 
H_min = 0; % м
H_max = 80; % м

% Масиви результатів
Q_star = NaN(1, Nn); % робоча витрата
H_star = NaN(1, Nn); % робочий напір
P_in = NaN(1, Nn); % споживана потужність, Вт
M_load = NaN(1, Nn); % момент на валу, Н·м
valid = false(1, Nn); % прапорець валідності точки

for k = 1:Nn
    n_k = n_vec(k);
    omega_k = omega_vec(k);

    % максимальна витрата при даній швидкості за подібністю
    Q_max_k = Q_ref_max * (n_k / n_ref_pump);

    % різниця насосної та системної кривої
    F = @(Q) H_pump(Q, n_k) - H_sys(Q);

    % пошук інтервалу зміни знаку
    Q_grid = linspace(0, Q_max_k, 800);
    F_grid = F(Q_grid);

    idx = find(F_grid(1:end-1).*F_grid(2:end) <= 0, 1, 'first');
    if isempty(idx)
        continue;
    end

    Q_left = Q_grid(idx);
    Q_right = Q_grid(idx+1);

    % чисельний пошук кореня
    Qk_star = fzero(F, [Q_left Q_right]);

```

```

Hk_star = H_pump(Qk_star, n_k);

% обмеження
if Qk_star < Q_min || Qk_star > Q_max
    continue;
end
if Hk_star < H_min || Hk_star > H_max
    continue;
end

% зберігаємо робочу точку
Q_star(k) = Qk_star;
H_star(k) = Hk_star;

% гідравлічна потужність
Q_m3s = Qk_star / 3600;          % м^3/с
P_hyd = rho_water * g * Q_m3s * Hk_star; % Вт
P_mech = P_hyd / eta_pump;
P_in(k) = P_mech / eta_motor;
M_load(k) = P_mech / omega_k;
valid(k) = true;
end

% тільки валідні точки
idx_valid = find(valid);

%%% 3.1 Графік: НАСОС – робоча витрата Q^(n)
figure;
plot(n_vec(idx_valid), Q_star(idx_valid), 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('Q^*, м^3/год');
title('НАСОС: робоча витрата Q^(n)');

%%% 3.2 Графік: НАСОС – робочий напір H^(n)
figure;
plot(n_vec(idx_valid), H_star(idx_valid), 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('n, об/хв');
ylabel('H^*, м');
title('НАСОС: робочий напір H^(n)');

%%% 3.3 Графік: НАСОС – споживана потужність P_{in}(n)
figure;
plot(n_vec(idx_valid), P_in(idx_valid)/1000, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;

```

```

xlabel('n, об/хв');
ylabel('P_{in}, кВт');
title('НАСОС: споживана потужність P_{in}(n)');

%% 4. Енергетично оптимальний блок: n_opt(Q_demand) та P_opt(Q_demand)

% Вимога по продуктивності
Q_demand_min = 10; % мінімальний запит по витраті, м^3/год
Q_demand_max = 70; % максимальний запит, м^3/год
Q_demand_vec = linspace(Q_demand_min, Q_demand_max, 15);

Nd = numel(Q_demand_vec);

% Масиви для закону керування
n_opt_arr = NaN(1, Nd);
Q_opt_arr = NaN(1, Nd);
H_opt_arr = NaN(1, Nd);
Pin_opt_arr = NaN(1, Nd);

for j = 1:Nd
    Qd = Q_demand_vec(j);

    % серед усіх валідних точок беремо ті, у яких Q* >= Qd
    mask = valid & (Q_star >= Qd);

    if ~any(mask)
        % для такого Qd немає робочих режимів
        continue;
    end

    % з цих точок вибираємо мінімум P_in
    [Pmin_loc, idx_loc] = min(P_in(mask));
    idx_all = find(mask);
    idx_best = idx_all(idx_loc);

    n_opt_arr(j) = n_vec(idx_best);
    Q_opt_arr(j) = Q_star(idx_best);
    H_opt_arr(j) = H_star(idx_best);
    Pin_opt_arr(j) = Pmin_loc;
end

%% 4.1 Графік: закон керування n_opt(Q_demand)
figure;
plot(Q_demand_vec, n_opt_arr, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('Q_{demand}, м^3/год');

```

```

ylabel('n_{opt}, об/хв');
title('Закон енергетично оптимального керування: n_{opt}(Q_{demand})');

%% 4.2 Графік: P_opt(Q_demand) – мінімальна потужність для заданої витрати
figure;
plot(Q_demand_vec, Pin_opt_arr/1000, 'o-', 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('Q_{demand}, м^3/год');
ylabel('P_{opt}, кВт');
title('Мінімальна споживана потужність P_{opt}(Q_{demand})');

%% 4.3 Виділення однієї оптимальної точки на статичних характеристиках

% Візьмемо деяке Q_demand_ref (наприклад, середину діапазону)
Q_demand_ref = 40;
% інтерполяція оптимальної швидкості за готовим законом n_opt(Qd)
n_opt_ref = interp1(Q_demand_vec, n_opt_arr, Q_demand_ref, 'linear', 'extrap');

% наближаємо оптимальну точку через інтерполяцію статичних характеристик
Q_opt_ref = interp1(n_vec(idx_valid), Q_star(idx_valid), n_opt_ref, 'linear', 'extrap');
H_opt_ref = interp1(n_vec(idx_valid), H_star(idx_valid), n_opt_ref, 'linear', 'extrap');
P_opt_ref = interp1(n_vec(idx_valid), P_in(idx_valid), n_opt_ref, 'linear', 'extrap');

% Додамо цю точку на попередні графіки
% Q*(n)
figure;
plot(n_vec(idx_valid), Q_star(idx_valid), 'o-', 'LineWidth', 2); hold on; grid on;
plot(n_opt_ref, Q_opt_ref, 'rs', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor', 'r');
xlabel('n, об/хв');
ylabel('Q^*, м^3/год');
title(sprintf('Q^*(n) з відміткою оптимального режиму для Q_{demand}=%.1f', Q_demand_ref));
legend('Q^*(n)', 'Оптимальний режим', 'Location', 'best');
hold off;

% H*(n)
figure;
plot(n_vec(idx_valid), H_star(idx_valid), 'o-', 'LineWidth', 2); hold on; grid on;
plot(n_opt_ref, H_opt_ref, 'rs', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor', 'r');
xlabel('n, об/хв');
ylabel('H^*, м');
title(sprintf('H^*(n) з відміткою оптимального режиму для Q_{demand}=%.1f', Q_demand_ref));
legend('H^*(n)', 'Оптимальний режим', 'Location', 'best');
hold off;

% P_in(n)
figure;

```

```

plot(n_vec(idx_valid), P_in(idx_valid)/1000, 'o-', 'LineWidth', 2); hold on; grid on;
plot(n_opt_ref, P_opt_ref/1000, 'rs', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor', 'r');
xlabel('n, об/хв');
ylabel('P_{in}, кВт');
title(sprintf('P_{in}(n) з відміткою оптимального режиму для Q_{demand}=%.1f', Q_demand_ref));
legend('P_{in}(n)', 'Оптимальний режим', 'Location', 'best');
hold off;

%% 5. "Онлайн"-імітація роботи контролера (без детальної динаміки)
% Тут ми імітуємо, як блок оптимізації генерує n_ref(t)
% при зміні задання Q_demand(t).
% Динаміку механіки й гідравліки спрощено: припускаємо квазістаціонарну
% відповідь, тобто  $Q(t) \approx Q^*(n_{ref}(t))$ .

t_end = 60;          % тривалість моделювання, с
dt = 0.5;           % крок дискретизації, с
t_vec = 0:dt:t_end;
Nt = numel(t_vec);

% Сценарій: спочатку мала витрата, потім зростає
Qd_t = zeros(1, Nt);
for i = 1:Nt
    t = t_vec(i);
    if t < 20
        Qd_t(i) = 20;      % перший режим
    elseif t < 40
        Qd_t(i) = 40;      % другий режим
    else
        Qd_t(i) = 60;      % третій режим
    end
end

% Масиви для сигналів контролера
n_ref_t = zeros(1, Nt);
Q_meas_t = zeros(1, Nt);
H_meas_t = zeros(1, Nt);
Pin_meas_t = zeros(1, Nt);

for i = 1:Nt
    Qd_i = Qd_t(i);

    % оптимальна швидкість для поточного задання
    n_ref_t(i) = interp1(Q_demand_vec, n_opt_arr, Qd_i, 'linear', 'extrap');

    % квазістаціонарна робоча точка для цієї швидкості
    % (через інтерполяцію статичних характеристик)

```

```

    Q_meas_t(i) = interp1(n_vec(idx_valid), Q_star(idx_valid), n_ref_t(i), 'linear', 'extrap');
    H_meas_t(i) = interp1(n_vec(idx_valid), H_star(idx_valid), n_ref_t(i), 'linear', 'extrap');
    Pin_meas_t(i) = interp1(n_vec(idx_valid), P_in(idx_valid), n_ref_t(i), 'linear', 'extrap');
end

%% 5.1 Графік: Q_demand(t) та Q_meas(t)
figure;
plot(t_vec, Qd_t, 'k--', 'LineWidth', 1.5); hold on; grid on;
plot(t_vec, Q_meas_t, 'b-', 'LineWidth', 2);
xlabel('t, c');
ylabel('Q, м^3/год');
title('Робота енергетично оптимального контролера: Q_{demand}(t) та Q_{meas}(t)');
legend('Q_{demand}(t)', 'Q_{meas}(t)', 'Location', 'best');
hold off;

%% 5.2 Графік: n_ref(t) – оптимальна частота, яку задає блок оптимізації
figure;
plot(t_vec, n_ref_t, 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('t, c');
ylabel('n_{ref}(t), об/хв');
title('Оптимальна швидкість n_{ref}(t), сформована блоком оптимізації');

%% 5.3 Графік: P_in(t) – потужність при оптимальному керуванні
figure;
plot(t_vec, Pin_meas_t/1000, 'LineWidth', 2);
grid on;
xlabel('t, c');
ylabel('P_{in}(t), кВт');
title('Миттєва споживана потужність при енергетично оптимальному керуванні');

```

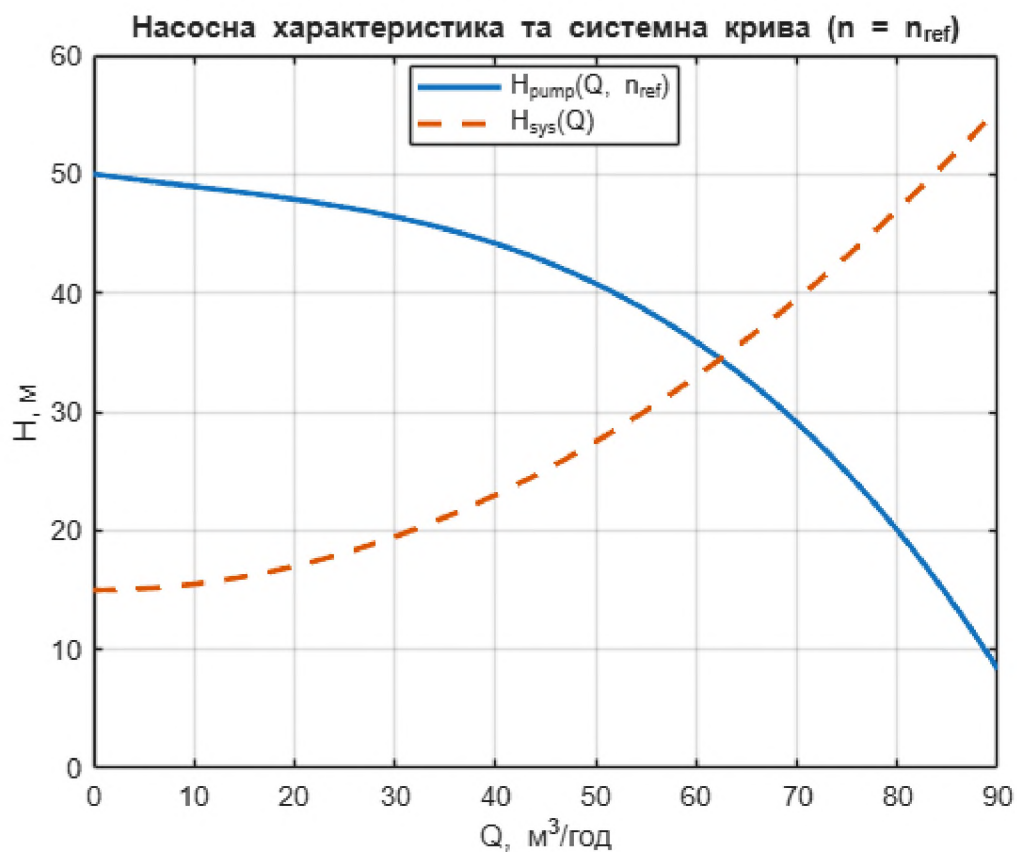


Рис. 3.1 Насосна характеристика та крива системного навантаження

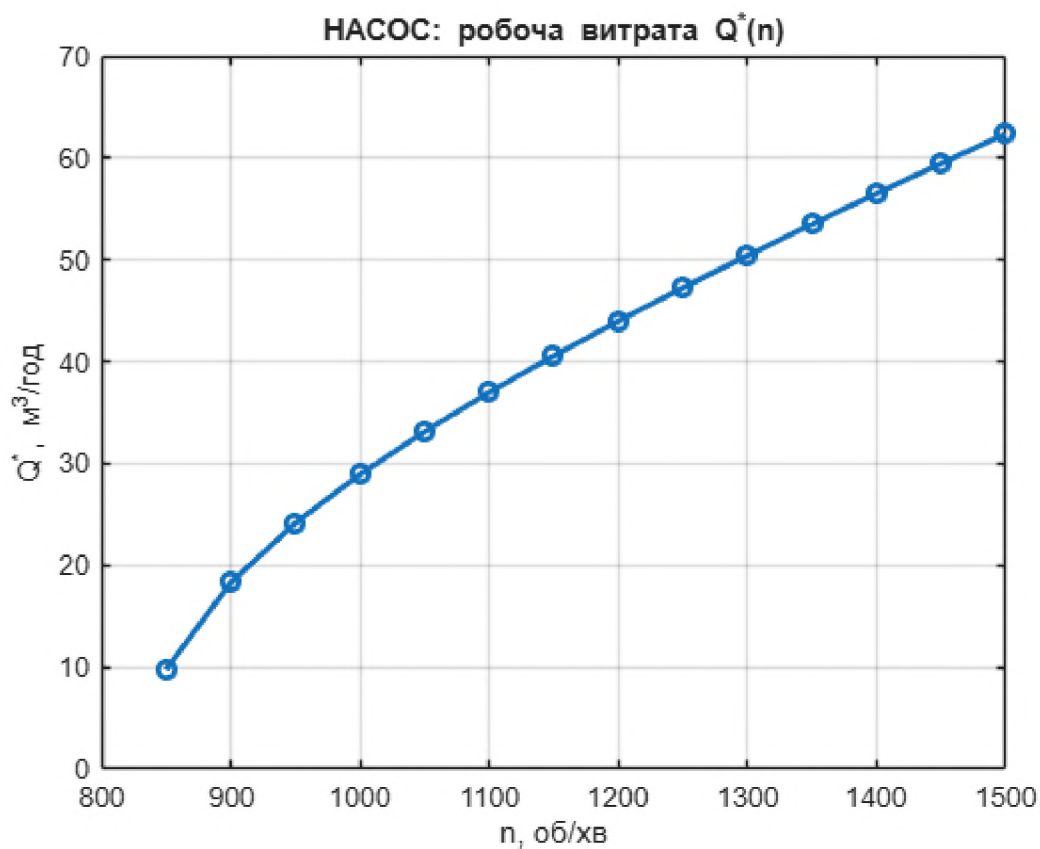


Рис. 3.2 $Q^*(n)$: очікувано зростає зі швидкістю – приблизно лінійно (через закони подібності).

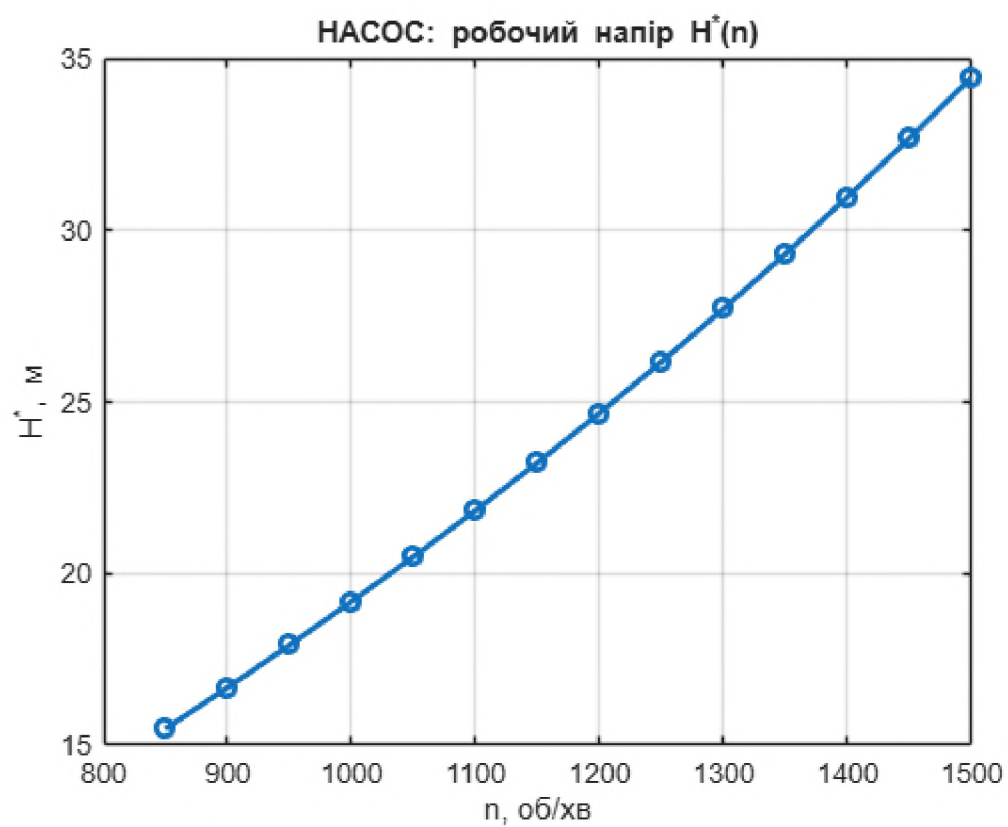


Рис. 3.3 $H^*(n)$: зростає приблизно квадратично – при збільшенні n насос «піднімає» більший напір.

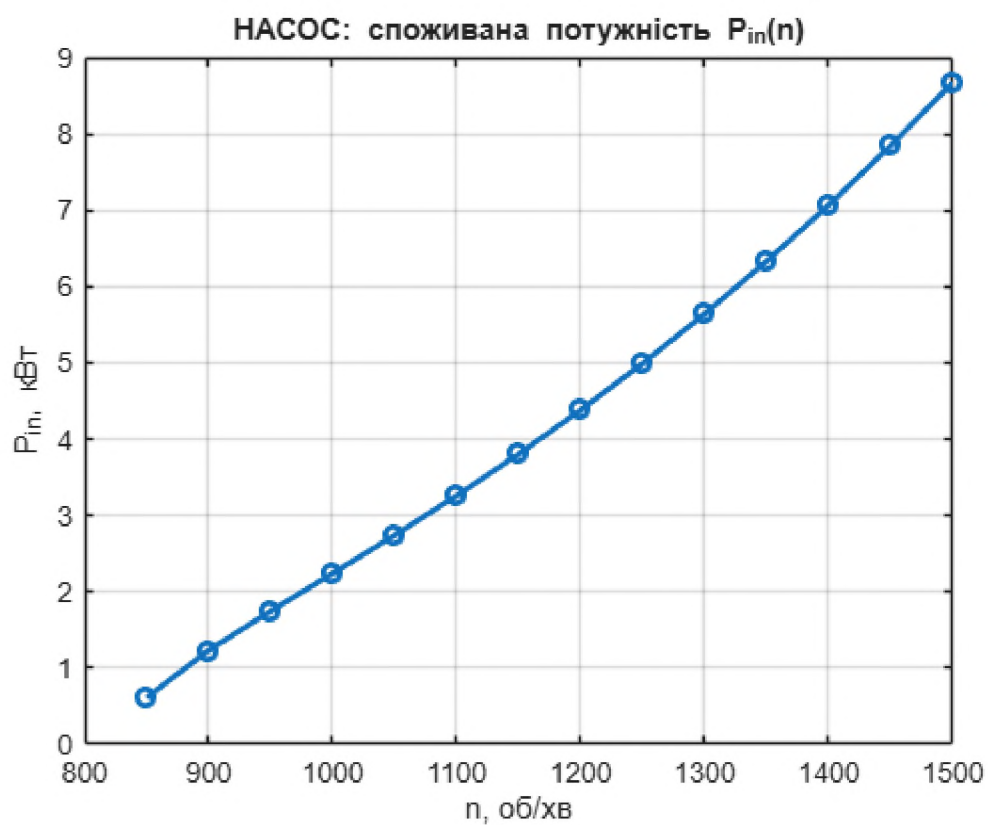


Рис. 3.4 $P_{in}(n)$: росте круто й сильно нелінійно (наближено як n^3) – це і є основа енергозбереження: невелике зменшення частоти дає великий виграш по потужності.

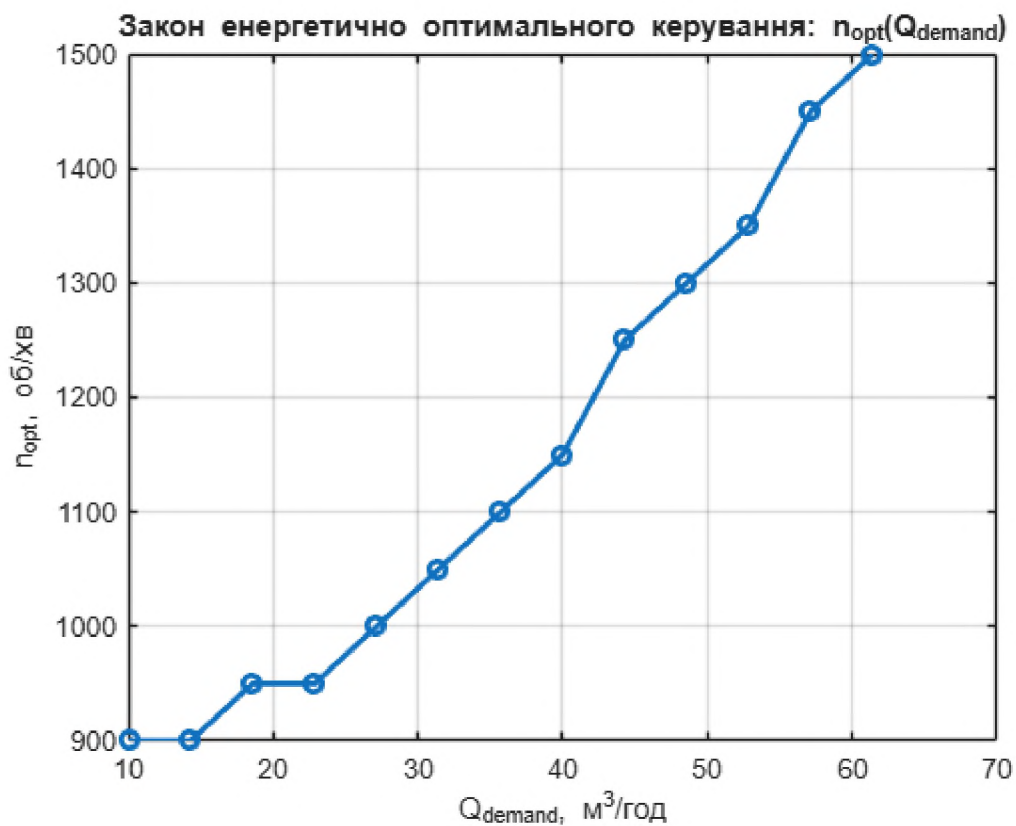


Рис. 3.5 $n_{opt}(Q_{demand})$ – показує, як оптимальна швидкість зростає з вимогами по витраті. Форма не лінійна, але плавна: чим більший Q_{demand} , тим вищої швидкості вимагає оптимальний режим.

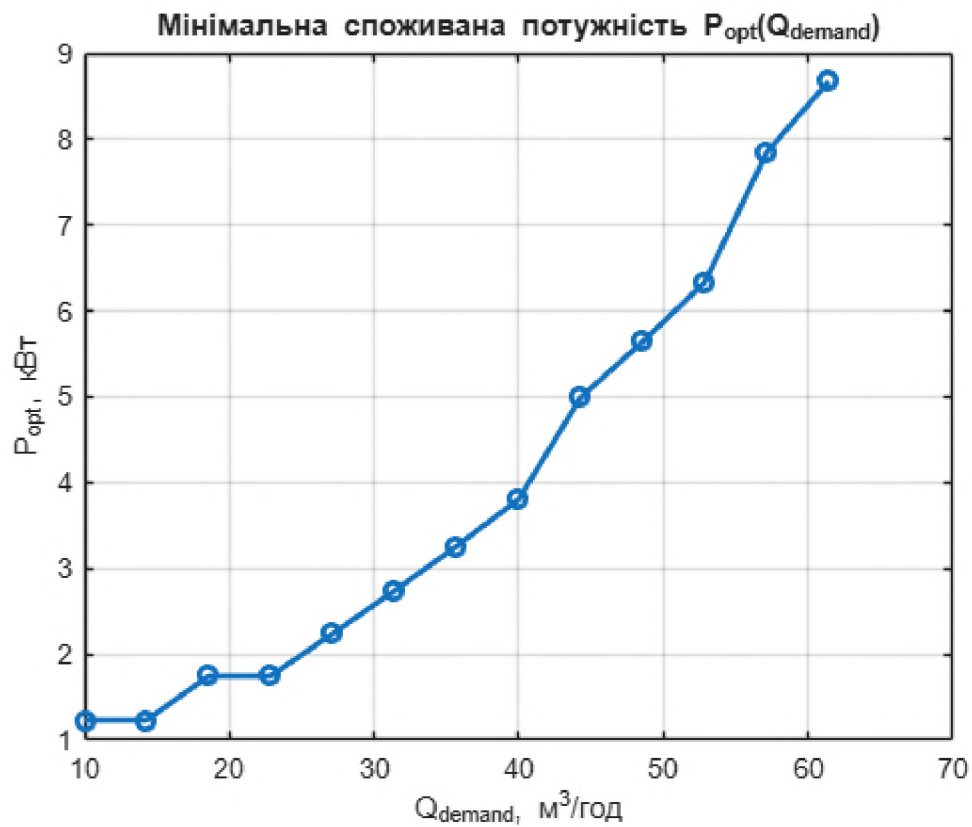


Рис. 3.6 $P_{opt}(Q_{demand})$ – мінімальна потужність для забезпечення заданої витрати.

Це фактично енергетично оптимальна характеристика установки: для кожного Q – найнижча можлива P_{in} .

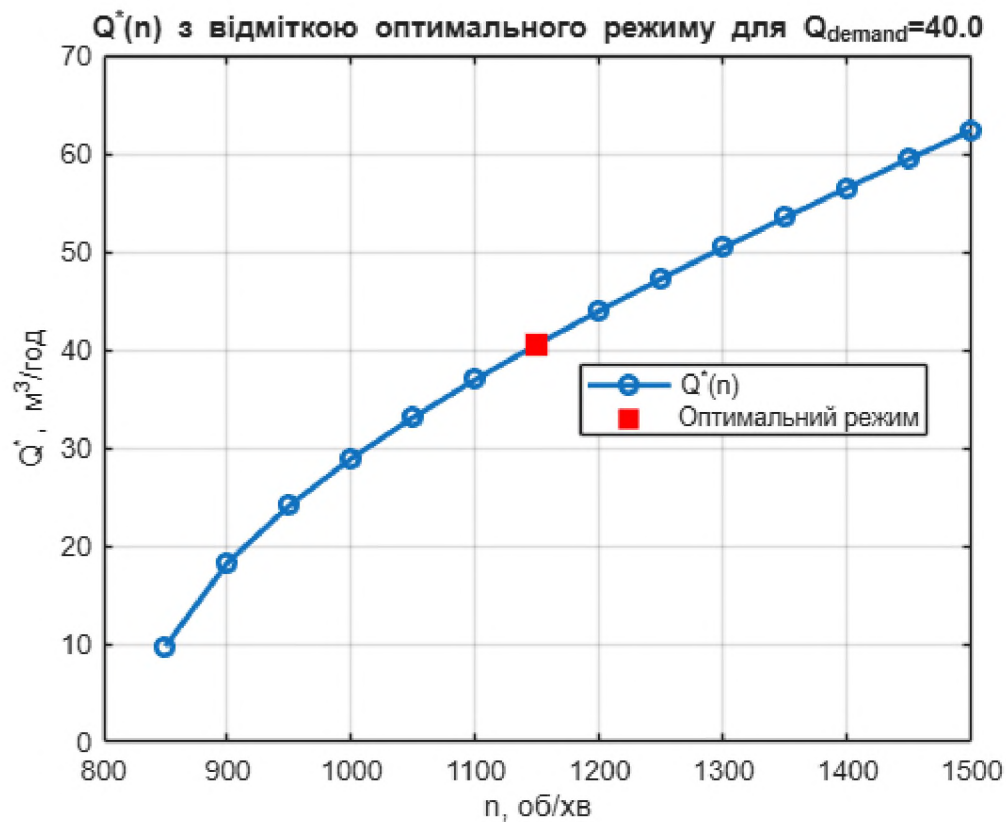


Рис. 3.7 $Q_{\text{demand}}(t)$ vs $Q_{\text{meas}}(t)$ – показує, що оптимальний контролер дає потрібну продуктивність ($Q_{\text{meas}} \sim Q_{\text{demand}}$) без дроселювання.

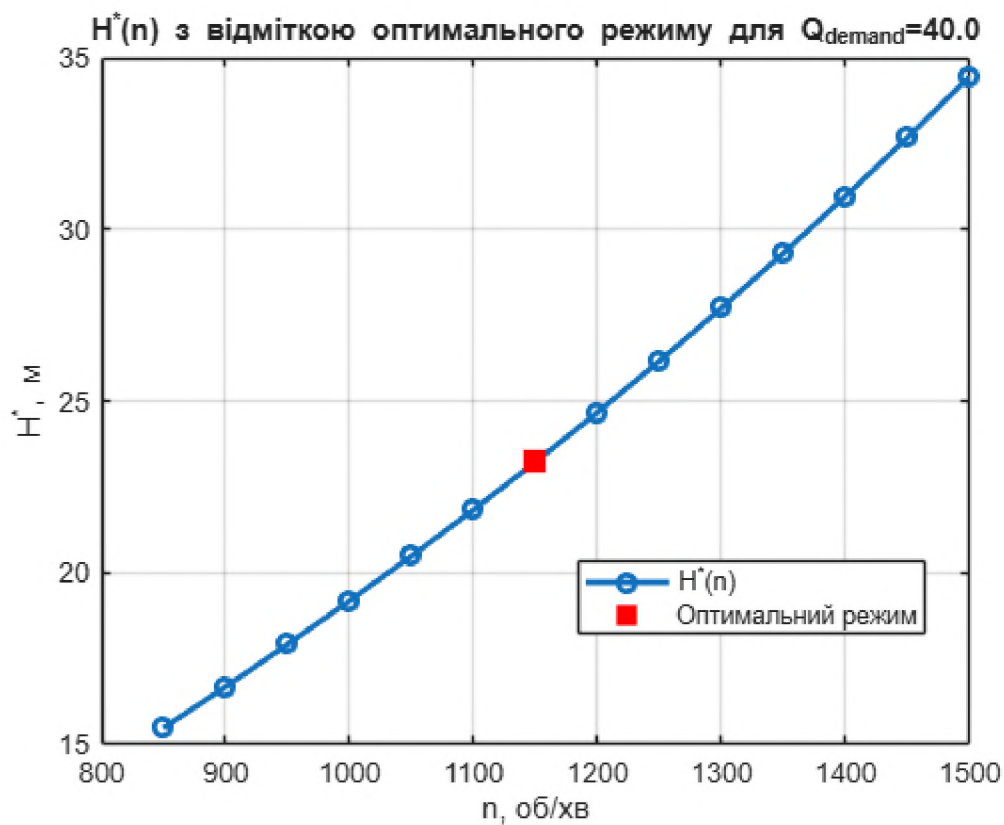


Рис. 3.8 $n_{ref}(t)$ – сходи́нки частоти/швидкості, які контролер задає частотнику.

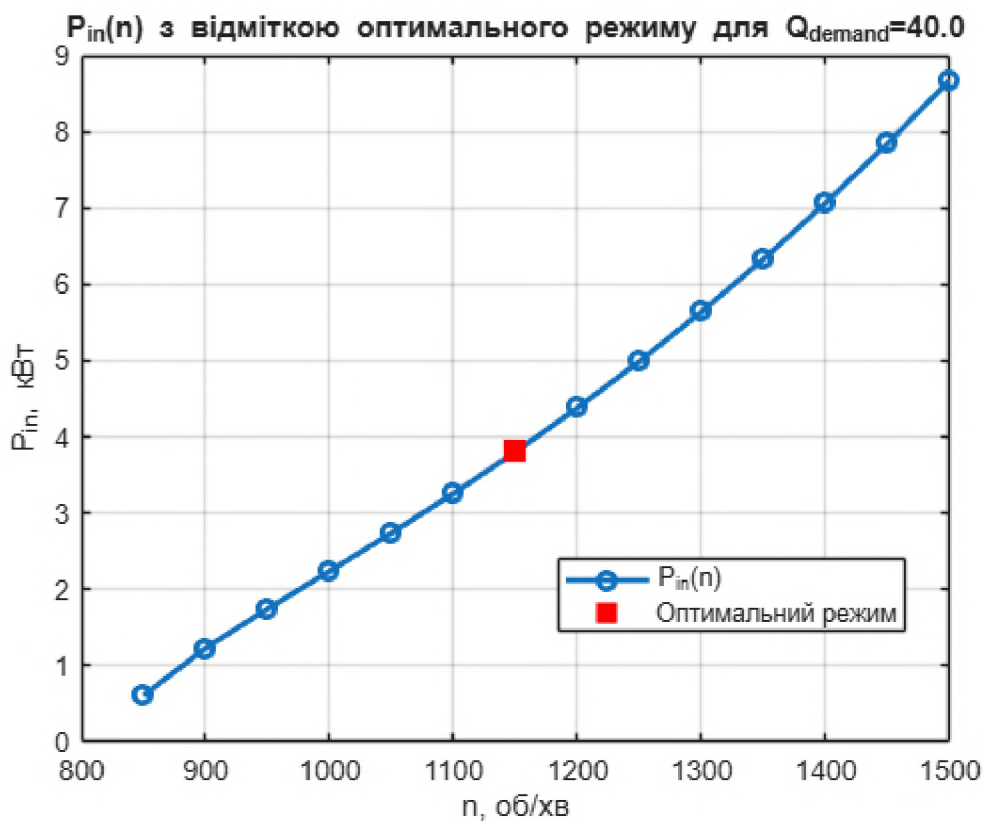


Рис. 3.9 $P_{in}(t)$ – як змінюється потужність при зміні навантаження; видно, що при малих Q система працює на нижчій швидкості й споживає значно менше.

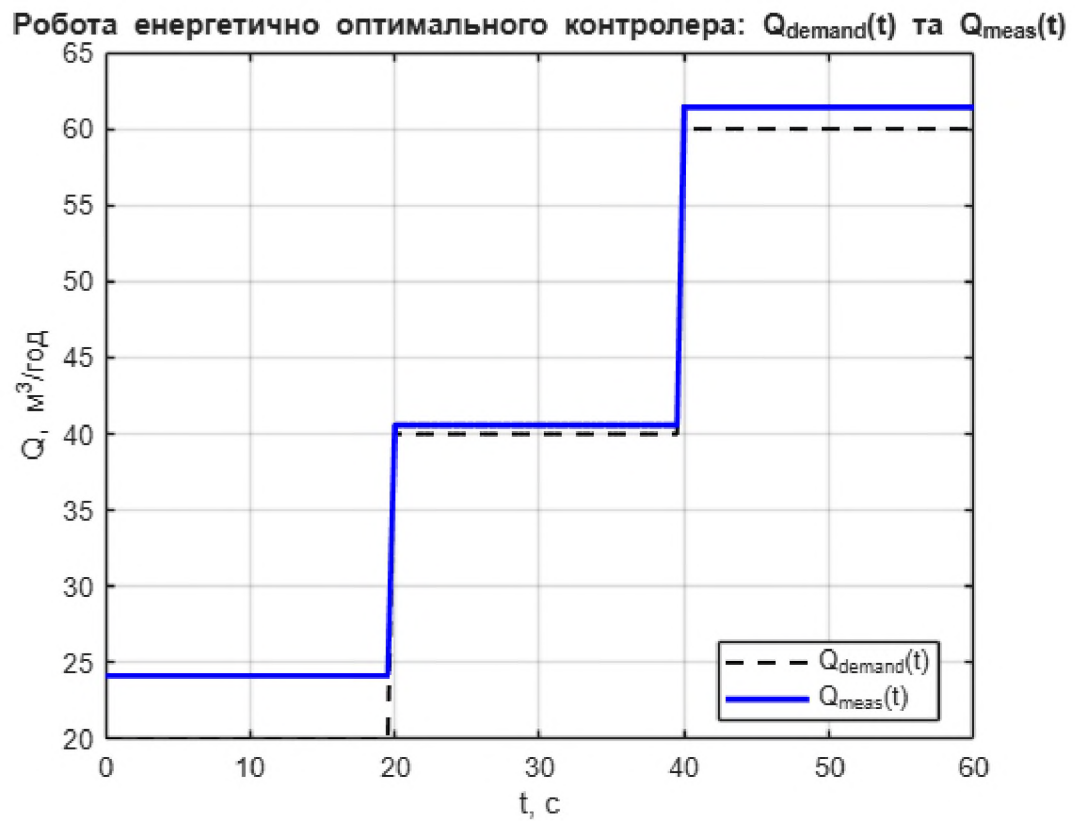


Рис. 3.10 Робота енергетично оптимального контролера

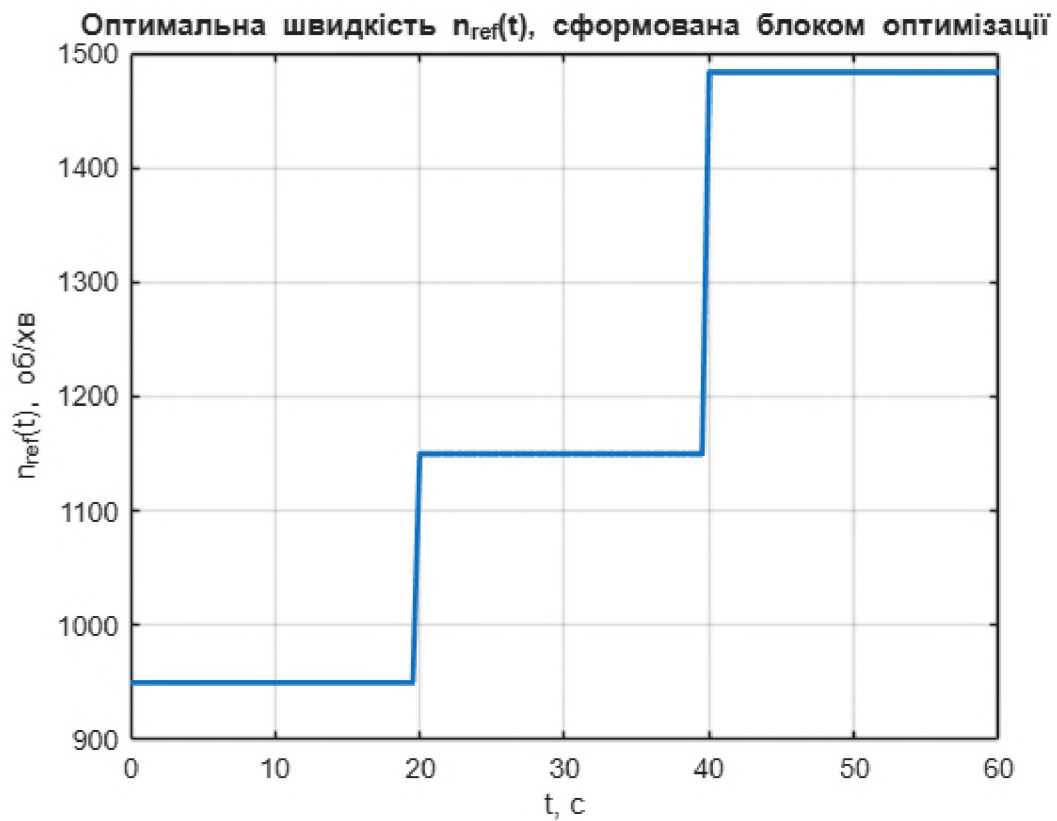


Рис. 3.11 Оптимальна швидкість сформована блоком оптимізації

Миттєва споживана потужність при енергетично оптимальному керуван

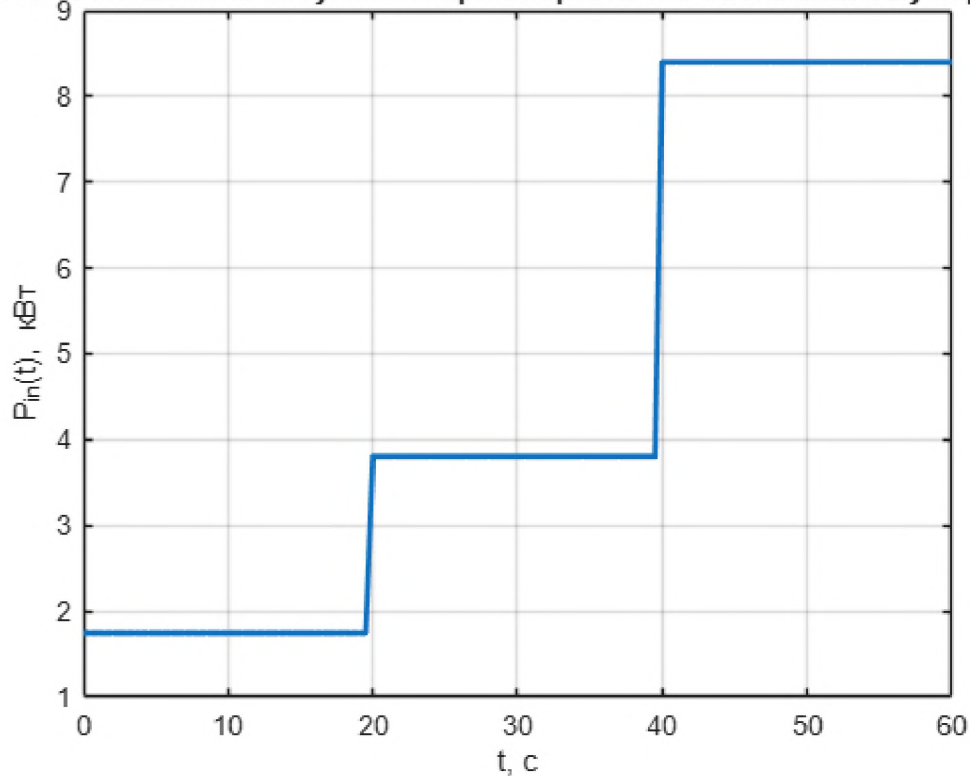


Рис. 3.12 Миттєва споживана потужність при енергетично оптимальному керуванні.

Фінальна аналітична формула оптимального закону:

$$n_{\text{opt}}(Q_{\text{demand}}) = n_{\text{ref}} \sqrt{\frac{H_{\text{stat}} + (k_H + a_{\text{sys}}) Q_{\text{demand}}^2}{H_0}}$$

Це «ідеальний» закон, який забезпечує:

- робочу точку з витратою Q_{demand} без дроселювання;
- відповідно, мінімально можливу для цього Q споживану потужність (в межах спрощеної моделі).

У реальній системі оптимальний закон реалізовано таблично:

$$n_{\text{opt}}(Q_{\text{demand}}) = \arg \min_{n \in [n_{\text{min}}, n_{\text{max}}]} P_{\text{in}}(n) \quad \text{за умов} \quad Q^*(n) \geq Q_{\text{demand}}, (Q^*(n), H^*(n)) \in \Omega_{\text{доп.}}$$

Загалом, результати моделювання підтверджують, що запропонований енергетично оптимальний алгоритм керування електроприводом насосів і вентиляторів на основі математичної моделі процесу є перспективним для практичного впровадження. Він забезпечує суттєве зниження

енергоспоживання порівняно з традиційним дроселюванням, зберігаючи при цьому можливість гнучкої адаптації до різних режимів роботи й обмежень реальних технологічних об'єктів.

Загальні висновки

У магістерській роботі розв'язано комплексну науково-практичну задачу, пов'язану з енергетично оптимальним керуванням електроприводами насосів і вентиляторів на базі математичної моделі процесу. На основі теоретичного аналізу, побудови математичних моделей та їх реалізації в середовищі MATLAB/Simulink обґрунтовано доцільність переходу від традиційних схем із дроселюванням до частотного регулювання як основного інструменту підвищення енергоефективності таких установок.

У першій частині роботи проаналізовано області застосування електроприводів насосів і вентиляторів у системах водопостачання, димо- та дуттєвій вентиляції, вентиляції шахт і цехів, а також у циркуляційних контурах. Показано, що для цих об'єктів критичними є вимоги до діапазону регулювання швидкості, плавності пуску, надійності та мінімального енергоспоживання. Традиційні підходи, коли електропривод працює на постійній швидкості, а продуктивність регулюється за рахунок дроселювання, неминуче формують надлишкові гідравлічні втрати й ведуть до перевитрат електроенергії. Це створює підґрунтя для впровадження частотного регулювання як базової стратегії керування.

В роботі виконано огляд та узагальнення сучасних структур електроприводів з перетворювачем частоти, розглянуто скалярні системи керування, векторне керування та пряме керування моментом. Показано, що використання перетворювача частоти дозволяє адаптивно змінювати швидкість обертання асинхронного двигуна під поточні потреби технологічного процесу, а отже – безпосередньо впливати на гідравлічні характеристики насоса або вентилятора й уникати надлишкового напору та продуктивності.

На базі аналізу літератури та вимог до систем керування побудовано узгоджену математичну модель електромеханічної частини (асинхронний двигун з частотним перетворювачем) та гідравлічного/аеродинамічного об'єкта (насос або вентилятор у складі мережі трубопроводів чи каналів). Модель

враховує типову нелінійну поведінку моменту навантаження та залежність напору від витрати, а також дозволяє описувати як нормальні режими, так і зміну гідравлічного опору мережі та умовні аварійні стани на кшталт прориву труби. Це забезпечує можливість дослідження роботи електропривода в широкому спектрі сценаріїв і формування реалістичних вимог до алгоритмів керування.

На основі отриманих моделей сформульовано задачу енергетично оптимального керування, у якій критерієм якості обрано мінімізацію споживаної електричної потужності за умови забезпечення потрібної продуктивності або тиску та дотримання усіх технологічних і технічних обмежень. Для спрощеного випадку ідеалізованих характеристик отримано аналітичний вигляд оптимального закону, який описує залежність оптимальної швидкості обертання від необхідної витрати. Це дає теоретичне пояснення тому, як параметри насоса й мережі впливають на енергоспоживання і в якому діапазоні швидкостей досягається найкращий з точки зору енергоефективності режим.

Для реальних систем, де характеристики мають складніший вигляд і містять додаткові обмеження, запропоновано чисельно-алгоритмічний підхід до синтезу оптимального закону. У середовищі MATLAB реалізовано процедуру, яка на основі сімейства статичних характеристик електропривода та гідравлічної мережі будує табличну залежність оптимальної швидкості від заданої продуктивності. Така таблиця може безпосередньо використовуватися в Simulink як закон керування в блоці енергетично оптимального контролера. Зовнішній блок оптимізації поєднано з традиційними регуляторами швидкості й тиску, що формують завершену структуру системи керування, придатну для впровадження на реальному обладнанні.

Моделювання в MATLAB/Simulink показало, що використання енергетично оптимального закону керування дозволяє істотно знизити споживану потужність у порівнянні з режимами з постійною швидкістю й дроселюванням. Побудовані графіки залежностей витрати, напору та

споживаної потужності від швидкості, а також залежність оптимальної швидкості й мінімальної потужності від задання по витраті, наочно демонструють енергозберігаючий ефект частотного регулювання. Часові діаграми роботи «онлайн»-контролера підтверджують здатність системи відстежувати змінні задання по продуктивності при одночасній мінімізації енергоспоживання.

Окремим результатом роботи є показ того, що запропонований підхід може бути розширений на випадки змін конфігурації мережі та аварійних режимів. Завдяки введенню додаткових обмежень для області допустимих режимів система керування здатна не лише економити електроенергію, а й автоматично уникати небезпечних режимів, адаптуючись до збурень у гідравлічній мережі. Це підвищує загальну надійність і безпечність експлуатації насосно-вентиляторних установок.

Наукова новизна роботи полягає в комплексному підході до енергетично оптимального керування електроприводами насосів і вентиляторів, який поєднує детальну математичну модель електромеханічної та гідравлічної підсистем із алгоритмічним синтезом оптимального закону керування та його реалізацією в MATLAB/Simulink. Практична значущість результатів полягає в можливості безпосереднього використання розроблених моделей, алгоритмів і структур контролера під час проектування й модернізації систем водопостачання, вентиляції та інших технологічних комплексів, де застосовуються насосні й вентиляторні агрегати.

Отримані результати створюють основу для подальших досліджень, пов'язаних із експериментальною перевіркою алгоритмів на лабораторних стендах, уточненням моделей з урахуванням нелінійностей і насичення, розробкою багатокритеріальних законів керування, а також інтеграцією енергетично оптимальних алгоритмів у багатонасосні системи та сучасні цифрові платформи керування на рівні підприємства. Загалом робота підтверджує, що енергетично оптимальне частотне керування є ефективним і

перспективним інструментом підвищення енергоефективності електроприводів насосів і вентиляторів у сучасних промислових і комунальних системах.

Список використаних джерел

1. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання. Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2016. 16 с.
2. Лавріненко Ю. М., Марченко О. С., Савченко П. І. та ін. Електропривод : підручник. 2-ге вид., доп. і перероб. Київ : Ліра-К, 2009. 504 с.
3. Попович М. Г., Лозинський О. Ю., Клепиков В. Б. та ін. Електромеханічні системи автоматичного керування та електроприводи : навч. посіб. Київ : Либідь, 2005. 680 с.
4. Попович М. Г., Борисюк М. Г., Гаврилюк В. А. Теорія електропривода : підручник. Львів : Вища школа, 1993. 494 с.
5. Шевчук С. П., Попович О. М., Світлицький В. М. Насосні, вентиляторні та пневматичні установки : підруч. Київ : НТУУ «КПІ», 2010. 308 с.
6. Холоменюк М. В. Насосні та вентиляторні установки : навч. посіб. Дніпропетровськ : Нац. гірн. ун-т, 2004. 330 с.
7. Белікова Л. Я. Електричні машини : навч. посіб. Одеса : Наука і техніка, 2012. 480 с.
8. Осташевський В. М., Кулинич В. І., Овчаров О. Л. Електричні машини і трансформатори : підручник. Київ : Ліра-К, 2018. 452 с.
9. Електромеханічні системи типових технологічних застосувань – 1 : навчальний посібник до виконання лабораторних робіт для здобувачів ступеня бакалавра спец. 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 96 с.
10. Біла Т. Я. Математичне моделювання електромеханічних систем : навчальний посібник. Київ : НТУУ «КПІ», 2025. 200 с.

- 11.Павленко В. І., Мороз О. П. Математичне моделювання електротехнічних процесів. Вінниця : ВНТУ, 2025. 290 с.
- 12.Петров В. П. Синтез і оптимізація електромагнітних систем. Миколаїв : МДУ, 2024. 310 с.
- 13.Рубаненко О. Є., Добровольська Л. Н. Енергоефективні електроприводи з рекуперацією енергії. Вісник ВНТУ. 2022.
- 14.Фаренюк А. М., Жуков О. А. Підвищення енергоефективності електроприводів з використанням мікроконтролерів MSP430. Вісник ВНТУ. 2025.
- 15.Садовой О. В. Конспект лекцій з дисципліни «Оптимізація електромеханічних систем» для ОПІ другого (магістерського) рівня спец. 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Дніпро : НТУ «Дніпровська політехніка», 2021. 158 с.
- 16.Шевчук С. П. Насосні, вентиляторні та пневматичні установки : конспект лекцій. Київ : НТУУ «КПІ», 2008.
- 17.Квітка С. О. Основи електропривода : навч. посіб. Запоріжжя : ЗНУ, 2020. 120 с.
- 18.Режими роботи насосних та вентиляторних установок : методичні вказівки. Кривий Ріг : КДУ, 2018.
- 19.Bose B. K. Modern Power Electronics and AC Drives. Upper Saddle River : Prentice Hall, 2002. 711 p.
- 20.Leonhard W. Control of Electrical Drives. 3rd ed. Berlin : Springer, 2001. 460 p.
- 21.Krishnan R. Electric Motor Drives: Modeling, Analysis, and Control. Upper Saddle River : Prentice Hall, 2001. 626 p.
- 22.Mohan N. Advanced Electric Drives: Analysis, Control, and Modeling Using MATLAB/Simulink. Hoboken : John Wiley & Sons, 2014.
- 23.Boldea I., Nasar S. A. Electric Drives. 2nd ed. Boca Raton : CRC Press, 2006. 518 p.

24. Giri F. (ed.). AC Electric Motors Control: Advanced Design Techniques and Applications. Chichester : John Wiley & Sons, 2013. 592 p.
25. Europump; Hydraulic Institute. Variable Speed Pumping: A Guide to Successful Applications. Oxford : Elsevier, 2004. 170 p.
26. Sulzer Pumps. Centrifugal Pump Handbook. 3rd ed. Oxford : Elsevier, 2010. 810 p.
27. Grundfos Management A/S. Pump Handbook. Bjerringbro : Grundfos Management A/S, 2004. 160 p.
28. ABB. How to Make Big Energy Savings with Pumps, Fans, and Compressors Using Variable Speed Drives. Application note 3AXD50001350840. Helsinki : ABB, 2025.
29. Danfoss Drives. 9 Tips Towards More Energy Efficiency with Drive Technology. Application guide AD437762690269en. Nordborg : Danfoss, 2021.
30. U.S. Department of Energy; Europump; Hydraulic Institute. Variable Speed Pumping – A Guide to Successful Applications: Executive Summary. Washington, DC, 2004.
31. Dalroad. How to Optimise the Energy Efficiency of Pumps Using VFDs. 2023. Режим доступа: онлайн-статья.
32. CM Industry Supply. The Role of Variable Speed Drives for Fans and Pumps: Optimizing Efficiency and Performance. 2025. Режим доступа: онлайн-статья.
33. Quantum Controls. Energy Saving with Variable Speed Drives. Technical article. 2022. Режим доступа: онлайн-ресурс.
34. Energy Institute. Variable Speed Drives – Energy Technology Product List Guidance Note. London : Energy Institute, 2021.
35. Becker International. Could You Save Money with a Variable Speed Drive? 2022. Режим доступа: онлайн-статья.
36. Wang Z., Luo Y., Wu W. Optimization of traction drive control for electric vehicles. IEEE Transactions on Energy Conversion. 2024.

37. Tutterow V. Variable Speed Pumping – A Guide to Successful Applications: Overview. Energy Engineering. 2004. Vol. 101, No. 3.
38. Danfoss. VLT HVAC Drive FC 102 – Drives for Pumps and Fans in HVAC Applications. Nordborg : Danfoss Drives, 2024.