

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ВІДКРИТИХ ГІРНИЧИХ РОБІТ

На правах рукопису

КОРІННИЙ МАКСИМ ВОЛОДИМИРОВИЧ

УДК 622.271

**«ОБГРУНТУВАННЯ РОЗРОБКИ РУДНИХ ПОКЛАДІВ СКЛАДНОЇ
СТРУКТУРИ»**

184 «Гірництво»
(відкриті гірничі роботи)

Випускна робота
на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня магістра

Виконав	<u>Корінний М.В.</u>	/ _____ /
Керівник	<u>Жуков С.О.</u>	/ _____ /
Завідувач кафедри	<u>Жуков С.О.</u>	/ _____ /

Кривий Ріг
2025

ЗМІСТ

РЕФЕРАТ.....	3
ВСТУП.....	4
 Розділ 1.	
ГЕОЛОГІЧНИЙ ФАКТОР В ГІРНИЧИХ ТЕХНОЛОГІЯХ.....	10
1.1. Загальні визначення.....	10
1.2. Видобуток руди та її переробка в технологічному аспекті.....	13
1.3. Рудні родовища – геологічна перспектива.....	14
Висновки за розділом 1.....	18
 Розділ 2.	
ПЕРЕДУМОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗРОБКИ ПОКЛАДІВ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ.....	19
2.1. Принципи оптимізації стратегічного планування кар'єру з урахуванням геологічної невизначеності.....	19
2.2. Опис задачі.....	20
2.3. Огляд літератури.....	23
Висновки за розділом 2.....	32
 Розділ 3.	
ОПТИМІЗАЦІЯ ПЛАНУВАННЯ БАГАТОПРОДУКТОВОЇ РОЗРОБКИ СКЛАДНИХ ПОКЛАДІВ ЗА УМОВИ РІЗНОФАКТОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....	34
3.1. Основні чинники моделювання й оптимізації кар'єрів за складних умов.....	34
3.2. Математичне формулювання	37
3.3. Підходи до розв'язання.....	41
3.4. Числові результати	48
Висновки за розділом 3.....	54
 Розділ 4.	
ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ЗМІШАНО-ЦІЛОЧИСЛОВОЇ МОДЕЛІ ПЛАНУВАННЯ РОЗРОБКИ ЗАПАСІВ ЗА БАГАТОЕЛЕМЕНТНОЇ ГЕОЛОГІЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....	55
4.1. Виробничі ситуації та типи моделей.....	55
4.2. Математичне формулювання.....	59
4.2.1. Планування видобутку на кар'єрі без відкладання запасів.....	59
4.2.2. Нова лінійна модель, що враховує накопичення запасів.....	62
4.3. Переформулювання.....	64
4.4. Підхід до розв'язання.....	66
4.5. Числові результати і реалізація.....	69
Висновки за розділом 4.....	72
 ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	74
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ДЖЕРЕЛ.....	76

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка випускної магістерської роботи Корінного Максима Володимировича на тему: «Обґрунтування розробки рудних покладів складної структури».

«Випускна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня магістра. Кривий Ріг. Криворізький національний університет, 2025 р.».

Актуальність теми. Відкрита розробка складних за структурою й будовою родовищ передбачає створення великого виробленого в надрах простору різноманітної конфігурації, часто спірального, для видобутку руд поблизу поверхні за допомогою буріння, буровибухових робіт і важкої навантажувальної та транспортної техніки, враховуючи небезпеки й негативний вплив на навколишнє середовище, характерні для таких родовищ, що є вельми проблемним.

Метою дослідження є методологічний аналіз сучасних наукових підходів щодо розробки рудних покладів складної структури за умов неповної геологічної, економічної та геомеханічної визначеності.

Основні завдання роботи полягають у відборі з розглянутих в ході виконаного аналізу найбільш перспективних з точки зору придатності до застосування в умовах Криворізького залізрудного басейну прогресивних – на наше переконання – варіантів наукового обґрунтування алгоритмів регулювання технологічних процесів й оптимізації їх параметрів за нетипових виробничих ситуацій.

Ідея роботи полягає у виокремленні за системним ознаками стереотипних підходів щодо оперативного коригування розробки покладів складної будови або за складних умов для спрощення прийняття інженерних і проектних рішень стосовно аналогічних відкритих розробок.

Предмет дослідження – вплив ступеня складності будови покладів руд та умов їх розробки на ефективність видобутку.

Об'єктом дослідження є методичне обґрунтування оптимізації розробки покладів складної структури з урахуванням її економічної ефективності.

Методика і методи дослідження здебільшого базуються на статистичному аналізі доступної звітності гірничодобувних підприємств та регіональних аналітичних центрів, групуванні однорідних за певними ознаками об'єктів-аналогів в операційні блоки з наступним покроковим дослідженням їх параметричних змін та оцінкою за критерієм придатності до запозичення.

Наукова складова – комплексний порівняльний аналіз кар'єрів зі схожими геологічними та технологічними умовами і логіки та потенційної ефективності взаємного трансферу основних функціональних рішень.

Структура й обсяг роботи. Робота складається з реферату, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків і рекомендацій, списку використаних інформаційних джерел зі 131 найменувань і містить 15 рисунків та 6 таблиць. Загальний обсяг роботи складає 84 сторінки.

Ключові слова: РУДНИКИ, СКЛАДНІ ПОКЛАДИ, ГІРНИЧОДОБУВНЕ ПІДПРИЄМСТВО, КАР'ЄР, ГЕОЛОГІЧНА НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ.

ВСТУП

Загальні визначення. Відкрита розробка складних за структурою й будовою родовищ передбачає створення величезного, часто спірального, виробленого простору для видобутку руд чи інших копалин поблизу поверхні за допомогою буріння, вибухових робіт та важкої техніки, враховуючи небезпеки та негативний вплив на навколишнє середовище, характерні для розробки таких родовищ [1-3], стосовно яких головними чинниками є наступні:

Мета та принципи відкритої розробки

Розкриття та видобуток: включають очищення та видалення величезних обсягів матеріалу (родючого шару, пустої породи), що покриває родовище, для забезпечення транспортного доступу до руди.

Процес терасування: Кар'єр зазвичай формують сходами або терасами, які являють собою породні уступи різної висоти та крутизни, щоб забезпечити стійкість їх укосів і бортів кар'єру.

Використання важкої техніки: руду завантажують на великотоннажні кар'єрні вантажівки потужними механічними або гідравлічними екскаваторами для транспортування на збагачувальну фабрику, де вона подрібнюється та збагачується. Ємність екскаваторних ковшів зазвичай складає 8-40 м³, що призводить до високих втрат та розубожування, як правило, звивистих, тонких прошарків, жил та гнізд цінних руд складної будови.

Проблеми розробки складних рудних тіл

Обсяг робіт: Рудні тіла зі складною структурою вимагають розкривних та гірничих робіт на великій площі, а обсяги відвалів (відходів гірничодобувної промисловості або хвостів), які необхідно формувати, можуть бути дуже значними.

Конфігурація бортів: Геометрію укосів кар'єру необхідно вивчати та контролювати, щоб запобігти зсувам та обвалам породи, що значно ускладнюється з рудними тілами ускладненої структури.

Методи вибухових робіт: Використання вибухових речовин (ВР) для фрагментації гірських порід є поширеним явищем, але їхнє поводження та застосування вимагають суворих запобіжних заходів, особливо, якщо породи мають дуже різноманітну природу, коли вимушено застосовують суміщено ВР декількох різновидів.

Наслідки для навколишнього середовища

Зміна ландшафту: Відкритий видобуток корисних копалин складної структури призводить до надто масивних виїмок та відкладень порожньої породи (відвалів та шламосховищ), які незворотно змінюють місцеві екосистеми.

Забруднення: Підвищена деградація ґрунту та води, а також викиди газів та шумове забруднення є прямими наслідками складності покладів, що вимагає спеціальних управлінських заходів.

Відновлення ділянки: Необхідними є зусилля з рекультивації порушених земель – відновлення, щоб відновити усі ділянки після експлуатації родовища, але в разі ускладнення структури покладів ці операції часто стають надскладними та дорогими.

Технічна оптимізація відкритих гірничих робіт у складних умовах [4]

У гірничодобувній промисловості наразі відкритий видобуток корисних копалин є вирішальним методом видобутку мінеральних ресурсів, де ефективність та безпека мають першочергове значення. Порівняно з підземним, відкритий видобуток корисних копалин є кращим завдяки нижчим витратам, відносно вищій безпеці та помірним технічним вимогам. Він широко використовується для видобутку залізної руди, міді, вугілля й інших мінеральних ресурсів, забезпечуючи значну підтримку глобальному постачанню ресурсів та економічному розвитку. Однак, з розвитком гірничодобувної діяльності, дедалі складніші екологічні умови створюють безпрецедентні виклики для відкритого видобутку корисних копалин. Такі фактори, як нестабільні геологічні структури, суворі кліматичні умови та вразливі екосистеми, збільшують складність та ризик видобутку корисних копалин, а також підвищують вимоги до безпеки працівників й охорони навколишнього середовища. Тому оптимізація технологій та інновацій у відкритих гірничих роботах за складних умов є важливою для підвищення ефективності, забезпечення безпеки експлуатації та досягнення сталого розвитку. У цій магістерській роботі досліджується технічна оптимізація відкритих гірничих робіт у складних умовах з метою надання практичних рішень гірничодобувним компаніям Кривбасу для підвищення ефективності та забезпечення безпеки.

Категорії технологій відкритого видобутку

Поверхневий видобуток переважно спирається на прямий видобуток поверхневих або приповерхневих руд, що характеризується простотою експлуатації, прибутковістю та відносно низькими ризиками для безпеки. Основні категорії технологій поверхневого видобутку включають видобуток у виробництві, гідравлічний видобуток та стрічковий видобуток відкритим способом.

Уступна розробка: Одним з найпоширеніших методів поверхневого видобутку є створення видобувної поверхні ступінчатої форми для видобутку руди шар за шаром. Цей метод підходить для різних масштабів видобутку, особливо у великих рудних родовищах, забезпечуючи ефективну роботу обладнання.

Гідравлічний видобуток: Цей метод, який використовується переважно для дорогоцінних металів або інших легких мінералів, таких як золото або платина, використовує струмені води високого тиску для вимивання мінералів з породи або осаду, що дозволяє видобувати їх більш точно і повно.

Поверхневий видобуток циклічно-потоковою технологією (ЦПТ): Цей метод використовує великі екскаватори та конвеєрні стрічки для транспортування руди безпосередньо з вибою до переробних потужностей, що робить його ідеальним для великих приповерхневих родовищ. Цей підхід значно підвищує ефективність видобутку та зменшує транспортні витрати.

Проблеми та рішення в складних середовищах

Відкритий гірничий видобуток стикається з численними проблемами в реальних операціях, часто пов'язаними зі складністю гірничого середовища,

включаючи нестабільні геологічні структури, суворі кліматичні умови та вразливі екосистеми.

Геологічна складність: Нестабільність геологічних структур, різноманітність типів гірських порід та невизначеність потоку ґрунтових вод можуть мати прямий вплив на безпеку та ефективність гірничих робіт. Щоб вирішити ці проблеми, компанії, що займаються наземним гірничим видобутком, повинні використовувати точні технології розвідки та гнучкі стратегії видобутку. Наприклад, використання геологічних радарів та інклінометрів для моніторингу в режимі реального часу забезпечує геологічну стабільність під час операцій. Крім того, вибір правильного гірничого обладнання та методів вибухових робіт на основі типів гірських порід може підвищити їх ефективність.

Кліматичні й екологічні фактори: Екстремальні погодні умови, такі як високі температури, сильний холод, сильні дощі або шторми, можуть впливати на безпеку й ефективність гірничих робіт. Щоб вирішити ці проблеми, компанії повинні розробляти гнучкі операційні плани та відповідно адаптуватися. Наприклад, у високотемпературних середовищах вони повинні скорочувати робочий час, планувати адекватні перерви та впроваджувати заходи щодо запобігання перегріву. У разі сильних дощів ретельний моніторинг рівня води забезпечує ефективну роботу дренажної системи, а за необхідності роботи перериваються.

Крім того, відкритий видобуток корисних копалин може мати вплив на навколишнє середовище, призводячи до екологічної шкоди, шумового забруднення та забруднення пилом. Тому гірничодобувні компанії мають вживати ефективних заходів щодо захисту навколишнього середовища, таких як використання більш екологічних технологій видобутку корисних копалин, обмеження викидів шуму та пилу, а також упровадження заходів екологічного відновлення для забезпечення сталого функціонування.

Ключові проблеми відкритого видобутку корисних копалин

Експлуатація кар'єру в складних умовах створює численні технічні, екологічні й економічні проблеми. Ось основні перешкоди, які гірничодобувні підприємства повинні подолати, щоб максимізувати свою ефективність та сталий розвиток.

Геологічна непередбачуваність

Однією з головних проблем відкритого видобутку корисних копалин є управління непередбачуваними геологічними умовами. Ці фактори включають:

Міцні гірські породи: Деякі родовища містять надзвичайно міцну породу, що вимагає передових методів буріння та вибухових робіт для ефективного видобутку.

Нестабільні пласти: Слабкі або тріщинуваті гірські породи можуть призвести до обвалів укосів, збільшуючи ризики безпеки та затримки в експлуатації.

Мінливість руди: Коливання якості руди та мінерального складу ускладнюють підтримку постійної ефективності видобутку.

Екологічні обмеження

Гірничодобувні компанії повинні дотримуватися суворих екологічних норм, мінімізуючи свій вплив на навколишнє середовище. Їхні основні проблеми включають:

Відповідність нормативним вимогам: Уряди впроваджують сувору політику щодо рекультивації земель, використання води та контролю викидів, що може обмежувати операційну гнучкість.

Вимоги сталого розвитку: Зменшення споживання води, управління хвостами та контроль викидів пилу є важливими для мінімізації шкоди навколишньому середовищу.

Збереження біорізноманіття: Гірничодобувні операції часто проводяться в екологічно чутливих зонах, що вимагає ретельного планування для пом'якшення руйнування середовища існування.

Операційні труднощі

Ефективна експлуатація кар'єру в складних умовах передбачає подолання кількох операційних труднощів, таких як:

Вибір обладнання: Вибір правильних бурових установок, самоскидів та дробарок є важливим для максимізації ефективності та прибутковості.

Економічна ефективність: Зростання цін на паливо, витрат на оплату праці та обслуговування обладнання безпосередньо впливають на прибутковість.

Логістична складність: Управління транспортуванням матеріалів, запасами та логістикою ланцюга поставок є важливим для мінімізації затримок та підтримки потоку виробництва.

Необхідність технологічної оптимізації при відкритому видобутку корисних копалин

Зіткнувшись із викликами, що виникають у складних середовищах, оптимізація технології відкритого видобутку є особливо необхідною. Завдяки технологічним інноваціям та модернізації компанії можуть не лише підвищити ефективність видобутку, але й ефективно знизити ризики для безпеки, тим самим забезпечуючи сталий розвиток.

Підвищення ефективності видобутку: Оптимізація процесів видобутку й обладнання забезпечує ефективну та точну роботу, скорочуючи цикли видобутку і підвищуючи коефіцієнти використання ресурсів.

Забезпечення безпеки виробництва: Посилення систем моніторингу безпеки та раннього попередження дозволяє швидко виявляти та усувати загрози безпеці, тим самим забезпечуючи безпеку персоналу та обладнання.

Зниження експлуатаційних витрат: Завдяки технологічним інноваціям можна зменшити споживання енергії та витрати на технічне обслуговування, тим самим покращуючи економічні вигоди.

Конкретні заходи щодо оптимізації технології відкритого видобутку

Для вирішення проблем поверхневого видобутку в складних середовищах можна розглянути такі технологічні оптимізації як застосування інтелектуальних технологій видобутку:

Автономне обладнання: Використання технології автономного водіння для безпілотної роботи та дистанційного моніторингу гірничого обладнання підвищує точність та безпеку розробки.

Інтелектуальні системи планування: Використання аналітики великих масивів даних для оптимізації планування обладнання та робочого процесу максимізує використання ресурсів.

Просування екологічно чистих технологій видобутку корисних копалин

Екологічно чисті методи вибухових робіт: Упровадження методів вибухових робіт з низьким рівнем шуму та вібрації мінімізує вплив на навколишнє середовище.

Технології екологічного відновлення: Впровадження екологічного відновлення разом з гірничими роботами допомагає відновити рослинність і зменшити втрати ґрунту та води.

Покращення моніторингу безпеки та систем раннього попередження

Моніторинг у режимі реального часу: Використання датчиків та технології Інтернету речей для моніторингу геологічних змін та ризиків для безпеки на руднику в режимі реального часу.

Системи раннього попередження: Впровадження інтелектуальних систем раннього попередження, які використовують дані моніторингу в режимі реального часу для видачі ранніх попереджень, що дозволяє вчасно реагувати у разі надзвичайної ситуації.

Технічне обслуговування та модернізація обладнання

Регулярне технічне обслуговування: Розробка суворого графіка технічного обслуговування обладнання забезпечує оптимальні умови праці.

Технологічні оновлення: Впровадження нових технологій та обладнання підвищує ефективність і безпеку видобутку корисних копалин.

Таким чином, технічна оптимізація відкритих розробок у складних умовах є важливою для забезпечення ефективності видобутку, безпеки експлуатації та сталого розвитку. Зіткнувшись із такими викликами, як складні геологічні структури, суворі кліматичні умови та вразливі екосистеми, необхідними є постійні інновації та оптимізація гірничих технологій для адаптації до змінних умов навколишнього середовища. Завдяки впровадженню передових методів, таких як цементована закладка, технології буровибухових робіт (БВР) та технології розкриття порід, ми можемо ефективно підвищити ефективність видобутку, зменшити втрати ресурсів та пом'якшити ризики для безпеки. Крім того, покращення виявлення й оцінки ризиків для безпеки, а також упровадження цілеспрямованих заходів безпеки є важливими для забезпечення безперебійної роботи кар'єрів.

У майбутньому, завдяки постійному технологічному прогресу та широкому застосуванню інтелектуальних технологій, відкритий гірничий проект матиме більше можливостей для технічної оптимізації та інновацій. Ми вважаємо, що завдяки спільним зусиллям фахівців гірничодобувної галузі технічна оптимізація відкритих розробок у складних умовах дасть ще більш значні результати, тим самим ще більше сприяючи цілеспрямованості та силі сталого розвитку в гірничодобувному секторі.

Актуальність теми. Відкрита розробка складних за структурою й будовою родовищ передбачає створення великого виробленого в надрах простору різноманитної конфігурації, часто спірального, для видобутку руд поблизу поверхні за допомогою буріння, буровибухових робіт і важкої навантажувальної та транспортної техніки, враховуючи небезпеки й негативний вплив на навколишнє середовище, характерні для таких родовищ, що є вельми проблемним.

Метою дослідження є методологічний аналіз сучасних наукових підходів щодо розробки рудних покладів складної структури за умов неповної геологічної, економічної та геомеханічної визначеності.

Основні завдання роботи полягають у відборі з розглянутих в ході виконаного аналізу найбільш перспективних з точки зору придатності до застосування в умовах Криворізького залізрудного басейну прогресивних – на наше переконання – варіантів наукового обґрунтування алгоритмів регулювання технологічних процесів й оптимізації їх параметрів за нетипових виробничих ситуацій.

Ідея роботи полягає у виокремленні за системним ознаками стереотипних підходів щодо оперативного коригування розробки покладів складної будови або за складних умов для спрощення прийняття інженерних і проектних рішень стосовно аналогічних відкритих розробок.

Предмет дослідження – вплив ступеня складності будови покладів руд та умов їх розробки на ефективність видобутку.

Об'єктом дослідження є методичне обґрунтування оптимізації розробки покладів складної структури з урахуванням її економічної ефективності.

Методика і методи дослідження здебільшого базуються на статистичному аналізі доступної звітності гірничодобувних підприємств та регіональних аналітичних центрів, групуванні однорідних за певними ознаками об'єктів-аналогів в операційні блоки з наступним покроковим дослідженням їх параметричних змін та оцінкою за критерієм придатності до запозичення.

Наукова складова – комплексний порівняльний аналіз кар'єрів зі схожими геологічними та технологічними умовами і логіки та потенційної ефективності взаємного трансферу основних функціональних рішень.

Розділ 1

ГЕОЛОГІЧНИЙ ФАКТОР В ГІРНИЧИХ ТЕХНОЛОГІЯХ

1.1. Загальні визначення

Геологічний фактор в гірничих технологіях має надзвичайно велике значення щодо ефективності розробки родовищ [5].

Як відзначалося вище, рудники призначені й існують для видобутку корисних копалин із надр (рис. 1.1). Ці копалини містять метали й інші елементи, необхідні для виробництва продукції, будівництва, генерації енергії тощо.



Рис. 1.1. Золоторудний кар'єр Sunrise Dam Gold Mine, Australia (Джерело: https://en.wikipedia.org/wiki/Open-pit_mining#/media/File:Sunrise_Dam_Gold_Mine_open_pit.jpg)

Корисні копалини, які ми шукаємо, мають економічну цінність й іноді можуть бути присутніми в такій концентрації та кількості, що їх можна вигідно видобувати та використовувати для різних цілей. Гірська маса, що містить корисну копалину, яку ми шукаємо, становить родовище. Це родовище містить рудні корисні копалини, які ми шукаємо, та пусті копалини, які ми не шукаємо. Рудні копалини стають продуктом видобутку, металом або концентратом. Пусті копалини стають хвостами, що зберігаються на об'єкті. Інші породи та ґрунти, розташовані над та навколо родовища, які ми повинні переміщувати, утворюють пусту породу та розкривні породи.

Корисні копалини, які ми хочемо видобувати з рудника, мають цінність, і ця цінність фінансує весь захист навколишнього середовища, необхідний на шахті. Корисні копалини, які нам не потрібні, оскільки вони зберігаються на

об'єкті, змінюють навколишнє середовище та можуть мати серйозний вплив на нього. Тому геологія родовища надзвичайно важлива для всіх аспектів екологічного менеджменту рудника. Характеристики та властивості, хімічний склад та мінералогія родовища визначають вплив пустої породи та хвостів на навколишнє середовище. Ці ж характеристики також визначають, як ресурси генеруються та надаються для захисту навколишнього середовища, закриття та рекультивації рудників.

Окрім корисних копалин, що видобуваються рудником, її основною метою є сприяння оподаткуванню, зайнятості й економічному розвитку. Ймовірність цих додаткових вигод також значною мірою залежить від геології родовища. Ми видобуваємо багато сировини із земної кори, яку використовуємо для різних цілей. Рудне тіло – це «те, що видобувається». Однак не всі мінеральні ресурси видобуваються: частина урану отримується шляхом вилуговування на місці, що включає перекачування розчинників через уранвмісні породи, зокрема пісковики, а деякі метали видобуваються із солоних розсолів, що перекачуються з осадових порід, що лежать під солончаками або солоними озерами. Точні визначення цього терміна базуються на економічних, а не геологічних міркуваннях.

«Рудне тіло — це гірська порода, яку можна, очікується, буде, є або було видобуто; і з якої можна отримати щось цінне» – відзначає С. Тейлор [6].

Рудне родовище може включати металеві руди (Cu, Zn, Pb тощо); руди дорогоцінного каміння; руди мінералів, що використовуються як сировина для виробництва промислових хімікатів, наприклад, абразивів та вогнетривів, що містять алюміній; руди мінералів, що використовуються в промисловій продукції, наприклад, алмази є як дорогоцінним камінням, так і промисловими мінералами; гірські породи, що використовуються як заповнювач бетонів, такі як будівельний камінь; вугілля та горючий сланець (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Мідний катод із вмістом міді майже 99,995% металу Cu (Photo : Jonathan Hamisi)

Рудне родовище складається з одного або декількох родовищ корисних копалин. Корисне родовище – це гірська порода, що містить руду, з якої буде видобуто цінну сировину. Не вся руда, що міститься в родовищі, буде видобута. Родовища поділяються на запаси та ресурси. *Запаси* – це руда, експлуатація якої є економічно вигідною та для якої немає жодних юридичних чи технічних перешкод для експлуатації, тоді як *ресурси* – це руда, яку можна видобути пізніше. Технічні обмеження є одним із факторів, що впливають на вибір руди, видобуток якої є економічно вигідним (рис. 1.3).

Видобуток родовища може здійснюватися з потоку, відкритого кар'єру, підземного рудника або комбінацією обох.

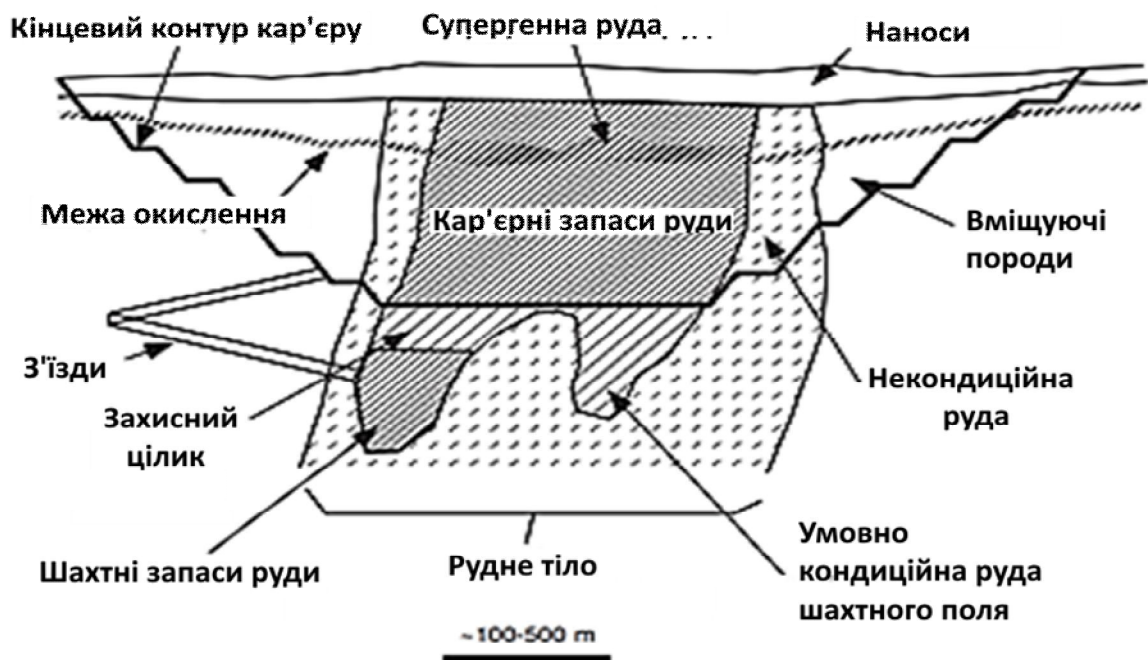


Рис. 1.3. Схематичний поперечний переріз кар'єру, що ілюструє геологічні, економічні та технічні визначення руди родовища міді-порфіру.

Рудне тіло та запаси багатьох родовищ мають набагато більш неправильні форми, ніж показані тут. Масштаб вказує лише порядок величини: стовбур може мати діаметр від кількох сотень метрів до кількох кілометрів і, якщо розглядати його згори, найімовірніше, має субкруглу або еліптичну форму (рис. 1.4) [7].



Рис. 1.4. Мідний рудник Skouriotissa, Кіпр (Photo : Jonathan Hamisi)

1.2. Видобуток руди та її переробка в технологічному аспекті

Рудні родовища містять мінерали, змішані з іншими «невидобувними» мінералами, які називаються пустими, від яких руда відділяється шляхом обробки.

Ця обробка включає подрібнення для відділення різних складових мінералів.

Хімічне розділення, яке називається флотацією, потім відділяє мінерали, що становлять економічний інтерес, від пустих мінералів.

Металеві рудні мінерали можуть бути «самостійними», але часто вони є хімічними сполуками, в яких метали зв'язані з іншими складовими, з яких їх необхідно видобувати.

Аналогічно, деякі промислові мінерали повинні бути оброблені перед продажем.

Методи обробки руди, такі як, наприклад, флотація, рафінування та видобуток а також деякі інші, вибираються на основі мінералогії та хімічних і фізичних характеристик руди. Вони становлять основну мету видобувної металургії (рис. 1.5).

Важливі мінерали включають самородні метали, сульфіди, сульфосоли, оксиди та гідроксиди, а також деякі силікати, карбонати та мінерали інших класів (табл. 1.1).

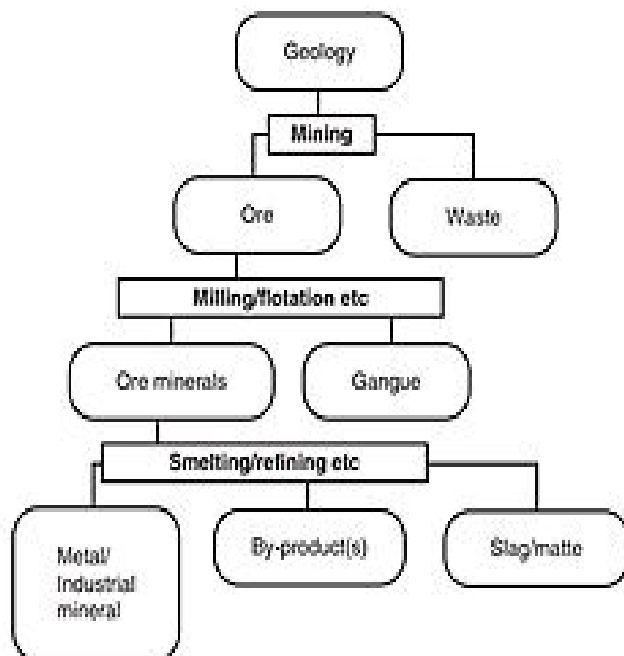


Рис. 1.5. Ліворуч – блок-схема етапів та процесів видобутку металу з рудного родовища (Джерело: Ridley, J. (2013) “What is an ore deposit?”, in Ore Deposit Geology. Cambridge: Cambridge University Press). Праворуч – переробка мідної руди методом флотації, Кіпр (Photo : Jonathan Hamisi)

Таблиця 1.1

Таблиця вибраних поширених мінералів [8]

Elément	Métaux natifs, alliages	Sulfures, sulfosels, arséniures, etc.	Oxydes, hydroxydes	Silicates, tungstates, carbonates, etc.
Fe		Pyrite, FeS_2 Pyrrhotine, Fe_{1-x}S	Oligiste, Fe_2O_3 Magnétite, Fe_3O_4 Goethite, $\text{FeO}(\text{OH})$	Sidérite, FeCO_3
Mn			Acerdèse fibreuse, MnO_2	Rhodochrosite, MnCO_3
Al			Gibbsite, $\text{Al}(\text{OH})_3$ Boehmite, $\text{AlO}(\text{OH})$	
Cr			Chromite, FeCr_2O_4	
Cu		Chalcopryrite, CuFeS_2 Bornite, Cu_5FeS_4 Chalcocite, Cu_2S		Malachite $\text{Cu}_2(\text{CO}_3)(\text{OH})_2$
Zn		Sphalérite, ZnS		Smithsonite, zinc carbonaté, ZnCO_3 Hémimorphite (calamine), $\text{Zn}_4\text{Si}_2\text{O}_7(\text{OH})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ Zinconise, $\text{Zn}_5(\text{CO}_3)_2(\text{OH})_6$
Ti			Ilménite, FeTiO_3 Rutile, TiO_2	
Pb		Galène, PbS		
Ni		Pentlandite, $(\text{Ni,Fe})_9\text{S}_8$		Argiles contenant du nickel : "garniérite"
Mg				Magnésite, MgCO_3
Sn		Stannite, Cu_2FeSn_4	Cassitérite, SnO_2	
Mo		Molybdénite, MoS_2		
U			Uraninite, UO_2	Carnotite, $\text{K}(\text{UO}_2)(\text{VO}_4) \cdot 1.5\text{H}_2\text{O}$
Ag	Argent natif, Ag	Argentite, Ag_2S		
Au	Or, Au Électrum (Au,Ag)	Tellurures d'or : calavérite/krennerite, AuTe_2 ; sylvanite $(\text{Ag,Au})\text{Te}_2$, petzite Ag_3AuTe_2		
PGEs	Platine, Pt	Sperryllite, PtAs_2 Laurite, RuS_2		

1.3. Рудні родовища – геологічна перспектива

Порода стає «рудною», коли її видобуток з даного родовища стає вигідним. Витрати на видобуток варіюються залежно від розташування родовища, його положення (крутопохиле або відносно горизонтальне), структури, типу породи та мінералогічного складу. Вартість експлуатації шахти пропорційна об'єму породи, яку потрібно перемістити та обробити. Прибуток отримується на основі тоннажу проданої сировини. Ціни часто встановлюються в тоннах, кілограмах, грамах, унціях тощо. За інших рівних умов (наприклад, мінералогія) витрати на видобуток на масу сировини, у першому наближенні, обернено пропорційні концентрації (сорту) елемента в породі. Загалом, найвигіднішим є видобуток мінералів з високою концентрацією металів, що витягуються з високоякісних порід.

Важливість розміру рудного тіла

Невеликі, короткострокові гірничодобувні підприємства, такі як вузько-жильні штокверки, зазвичай представляють рудні тіла масою близько 1 млн тонн. Наприклад, це еквівалентно кубу породи діаметром близько 75 м; об'єм залежить від щільності породи. Найбільші рудні тіла зазвичай важать кілька гігатонн, що еквівалентно кар'єру довжиною кілька кілометрів і глибиною кілька сотень метрів. Незалежно від типу металу та рудного тіла, розмір рудного тіла варіюється, часто на два-три порядки (рис. 1.6, 1.7).

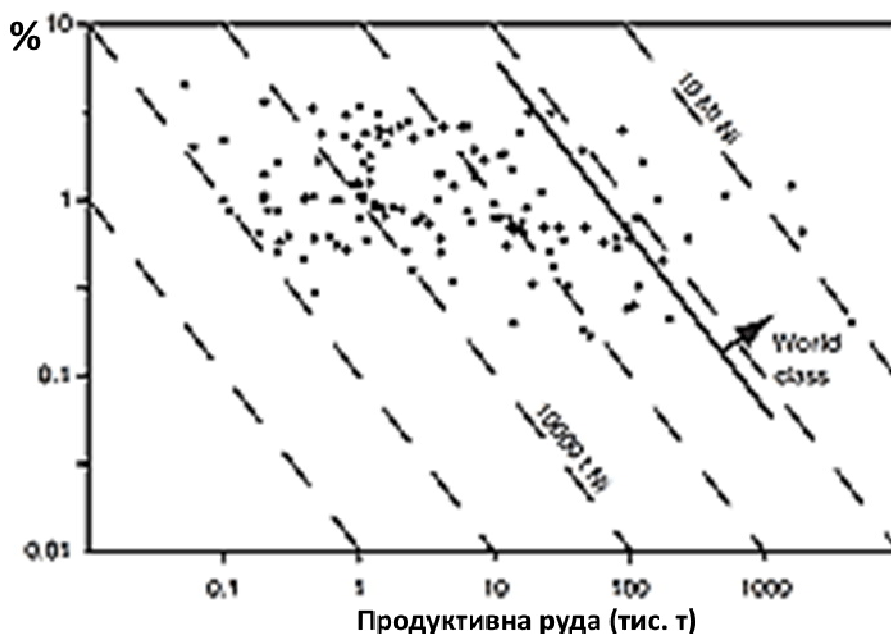


Рис. 1.6. Графічне представлення вмісту та розміру рудного родовища (діаграми вмісту на осі Y) у порівнянні з тоннажем родовища на осі X. Діагональні лінії вказують на масу металу, що міститься [9].



Рис. 1.7. Зразок піриту з мідного рудника на Кіпрі (Photo : Jonathan Hamisi)

Тоннаж та вміст будь-якого родовища базуються на бортових вмістах і можуть змінюватися залежно від розвідувальних робіт поблизу шахти та економічних факторів [7].

Перспективні родовища – це відомі скупчення корисних копалин, які можуть стати родовищами шляхом розвідки, зокрема буріння. На противагу цьому, скупчення корисних копалин, які занадто малі для економічної експлуатації, називаються *проявами*.

Геологічні фактори, що впливають на економіку видобутку руди

Сорт та розмір родовища не є єдиними визначальними факторами для розробки родовища. Інші фактори, такі як геологічний та суспільний контекст і вартість видобутку металу, є важливими та варіюються від одного родовища до іншого. Важливим фактором в економіці гірничої справи є кількість розкритих порід або пустої породи, яку необхідно видалити для доступу до родовищ корисних копалин.

Інші геологічні фактори, що впливають на економіку, включають:

Форма та глибина родовища

Плоско залягаючі родовища близько до поверхні Землі є найменш дорогими для видобутку. Родовища субсферичної форми, як правило, легше та дешевше видобувати, ніж тонку штокеркову жилу. Аналогічно, видобуток відкритим способом є менш дорогим, ніж підземний. Однак, якщо видобуток призводить до вищого співвідношення відходів до руди (швидкість виймання), родовище, як правило, буде видобуватися відкритим способом, а не підземним. Однак зазвичай використовується комбінований метод: відкритий видобуток для верхньої частини родовища та підземний – для глибокого залягання.

Мінералогія та текстура руди

Ці два фактори мають значний вплив на вартість видобутку та переробки руди. Іноді наявність шкідливих елементів у руді, таких як фосфор у залізних рудах, збільшує витрати на переробку.

Родовища поліметалевих руд

Наявність супутніх продуктів та/або побічних продуктів впливає на прибутковість гірничих робіт. Супутні продукти часто визначаються як додаткові метали, які мають більший вплив на економічну доцільність шахти, тоді як побічні продукти - це метали, що видобуваються з руди або з видобутих та подрібнених відходів, якщо витрати на металургійне видобуття є сприятливими, але які не суттєво впливають на економіку загальної гірничої діяльності. Побічні продукти часто потрапляють у хвости. Різниця між цими двома категоріями чітко не визначена, але багато шахт виробляють кілька видів сировини, а деякі метали, що видобуваються лише для спеціалізованих ринків з невеликими обсягами, видобуваються повністю як побічні продукти (наприклад, Sc, Te).

Типи та структури рудних родовищ

Геологічні дослідження визначили генетичні типи руд або генетичні «структури» руд шляхом емпіричних спостережень та інтерпретації геологічних процесів, що призводять до утворення рудних родовищ.

Модель рудного родовища – це концептуальний або емпіричний стандарт, сукупність природних явищ, що втілює, як описові характеристики типу родовища, ширше середовище мінералізацій, так і пояснення цих характеристик з точки зору геологічних, а також, хімічних та фізичних процесів. Генетичні моделі спрямовані на пояснення утворення родовищ (рис. 1.8) [10, 11].

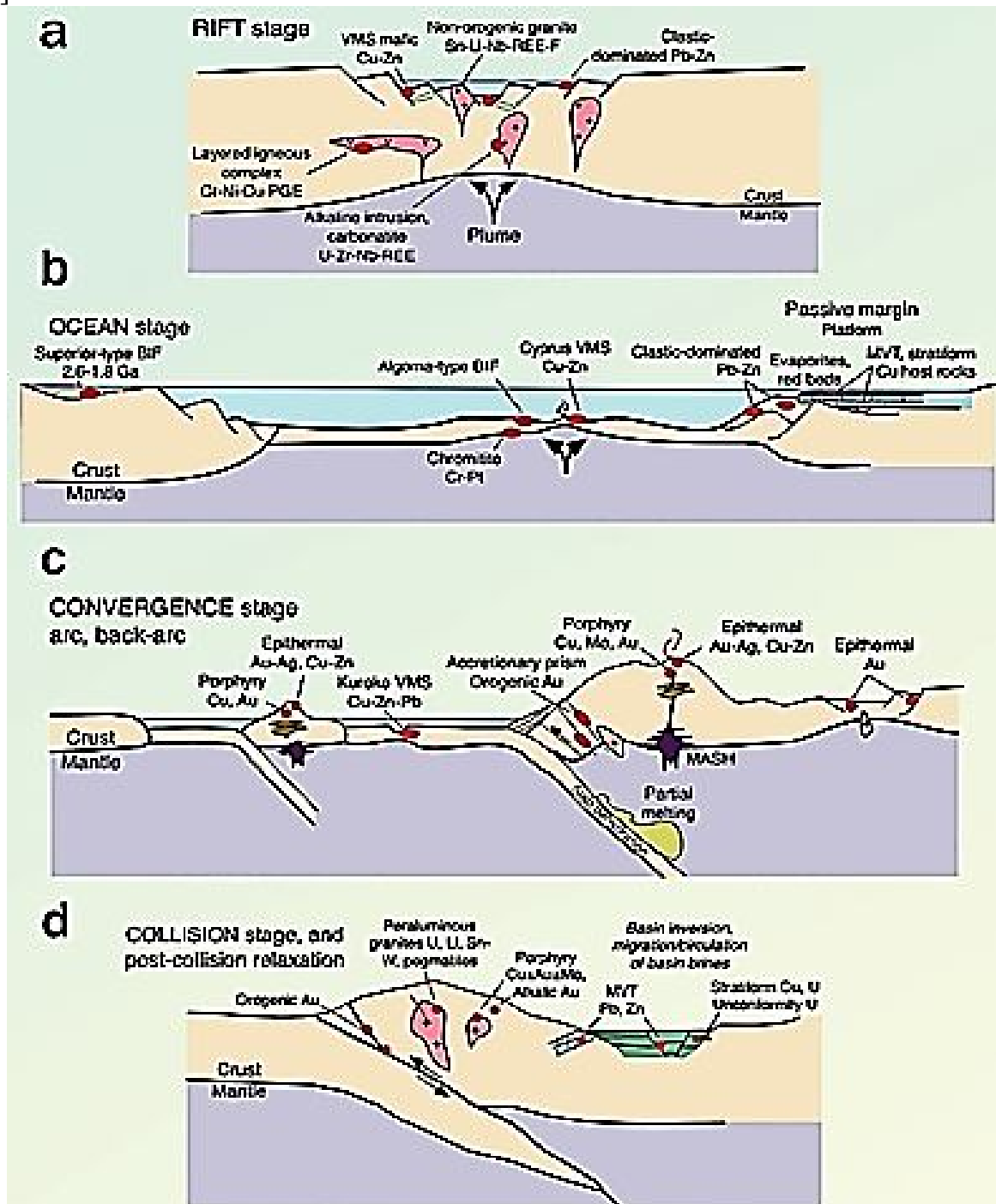


Рис. 1.8. Схематичні розрізи за типами рудних родовищ та умови їх тектонічних плит (адаптовані з різних джерел, включаючи Groves et al., 2005; Hitzman et al., 2010; Leach et al., 2010; Richards, 2011; Jébrak and Marcoux, 2015), на основі циклу рифтогенезу, конвергенції та зіткнення суперконтинентів (Джерело: <https://pubs.geoscienceworld.org/perspectives/issue/6/1> [10]).

В результаті раціоналізації знань щодо геологічної складності рудних покладів, вони забезпечують ефективний спосіб організації даних у формі, яка покращує розуміння, прогнозування та геолого-технологічну комунікацію. Хоча генезис руди або геологічні процеси, що призводять до утворення родовищ, рідко впливають на експлуатацію родовища, коли вони добре визначені (положення, категорія, тоннаж та мінералогія), ця інформація є важливою для розвідувальної та гірничодобувної промисловості на етапах розвідки й оцінки родовищ. Моделі родовищ є важливим елементом галузевої комунікації та надають інструмент для розвідки й оцінки родовищ.

Генетична модель пояснює наявність родовища в певному геологічному та тектонічному контексті, а також геохімічні та структурні процеси, що беруть участь у його формуванні. Моделі слугують інструментами для пошуку певного типу родовища по всій Землі та, в поєднанні зі знаннями місцевої геології та геологічної історії, у значно меншому масштабі в рамках дозволу на розвідку. Модель надає опис та пояснення зовнішнього вигляду та форми рудних тіл. Ця інформація необхідна для ефективної оцінки перспективи, зокрема для оптимального розміщення бурових свердловин. Модель враховує мінералогію руди та забезпечує основу, необхідну для оцінки, наприклад, потенційно присутніх побічних продуктів, очікуваних вмістів та найкращого методу видобутку металу.

Висновки за розділом 1

Ця магістерська робота зосереджена на проблемах стратегічного планування для відкритих розробок в умовах геологічної невизначеності. Тому головною її метою став аналіз і оцінка розробки провідними сучасними вченими ефективного та надійного математичного інструментарію для підтримки гірничодобувних компаній у їхніх процесах прийняття рішень. З цією метою були досліджені різні варіанти проблеми, враховуючи, серед іншого, кілька напрямків та геологічних особливостей, а також, – інвестиційні варіанти.

Враховуючи геологічні складнощі, доцільним є блокове представлення дискретного рудного тіла з метою визначення, коли кожен блок слід видобувати та куди його відправляти: у порожню породу чи на збагачувальні фабрики. Планування має бути вибрано так, щоб прибуток від видобутку рудного тіла був максимальним, мінімізуючи відхилення від виробничих цілей та дотримуючись існуючих відносин пріоритету між блоками, а також обмежень ресурсів, а це – метод декомпозиції (заснований на підході Бінштока та Цукерберга [12, 13]) у поєднанні з евристикою округлення і забороненим пошуком (TS) [14, 15].

Друга проблема полягає в тому, щоб правильно змодельовати потік матеріалу на рівні відвалу, враховуючи обмеження існуючих методів оптимізації.

До того ж модель повинна мати певну форму гнучкості шляхом інтеграції інвестиційних опцій для нового обладнання. Така гнучкість дозволяє збільшити виробництво і, таким чином, отримати більше прибутку, але для цього необхідно є адаптивність моделі до заданого методу розв'язання.

Розділ 2

ПЕРЕДУМОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗРОБКИ ПОКЛАДІВ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ

2.1. Принципи оптимізації стратегічного планування кар'єру з урахуванням геологічної невизначеності

Вивчаючи доступну інформацію щодо напрямку даної нагістерської роботи, ми виділили серед множини опублікованих у наукових виданнях праць [16], пов'язану з ефективним плануванням, оскільки саме з цього етапу впливає вся гірничодобувна виробнича діяльність і вкрай важливою є розробка інструментарію для прийняття рішень, які дозволяють здійснювати реалістичне планування, спрямоване на максимізацію прибутку. Однак ці інструменти мають бути надійними, враховуючи невизначений характер ряду параметрів, зокрема – геологічних даних та цін на корисні копалини. Найменша розбіжність може сягати мільйонів доларів і поставити під загрозу саму доцільність проекту (Vallée 2000) [17], тому так важливо враховувати невизначеність, навіть, якщо це означає подальше ускладнення проблеми планування.

Блокова модель

Ця модель була введена гірничими інженерами для представлення родовища корисних копалин у трьох вимірах у вигляді блоків однакових розмірів. Стандартних розмірів немає, оскільки вони змінюються залежно від характеру та розміру родовища. Це – найпоширеніше представлення в літературі. Кожен блок зазвичай пов'язаний з інформацією про його геологічний склад, відносне положення в межах родовища, а також про витрати на видобуток та очікувані доходи. Ця інформація базується на оцінках, отриманих під час бурових робіт.

Остаточний план операції Він використовується для визначення набору блоків, які будуть видобуті протягом економічного терміну служби даного родовища, щоб максимізувати загальний очікуваний дохід.

Відходи / Руда Під час гірничих робіт розрізняють два типи матеріалів залежно від їхньої частки після видобутку. Пуста порода – це матеріал, який не має великого економічного інтересу, тому її відправляють у відвали. Як правило, вона характеризується низьким вмістом корисних мінералів або відсутністю їх. Руда, з іншого боку, – це порода, що містить достатню кількість мінералів і металів, щоб виправдати її переробку.

Традиційні методи визначають поріг для розрізнення пустої породи від руди. Нижче певного вмісту руди порода вважається пустою й економічно не вигідною. Фактично, метали, які вона містить, приносять менше коштів, ніж витрати на видобуток. Однак, перевищуючи цей поріг, блок вважається прибутковим. Для цілей дипломної роботи бортовий вміст не використовувався.

Горизонти планування розробки кар'єра

Планування гірничої діяльності зазвичай здійснюється з урахуванням трьох різних горизонтів: довгострокового (що відповідає економічному терміну служби рудника), середньострокового (зазвичай три роки) та короткострокового (річні, місячні, тижневі або навіть щоденні плани). Кожен термін має певну функцію. Довгострокове планування визначає загальні цілі компанії та, відповідно, розробляє план їх досягнення. Це передбачає прийняття низки стратегічних рішень, які впливатимуть на різні види гірничої діяльності протягом усієї експлуатації родовища, зокрема, вибір бортового вмісту, наявні ресурси й організацію діяльності. Середньострокове планування зосереджено на плануванні діяльності протягом відносно короткого періоду часу (зазвичай від одного до трьох років для рудників з терміном служби понад десять років). На цьому етапі будуть введені нові обмеження, такі як розподіл обладнання на полі, доступність тощо. Нарешті, короткострокове планування детально описує всі операції, які будуть виконуватися протягом коротких часових горизонтів, таких як місяць або навіть день. План виробництва безпосередньо виводиться з цього. Хоча він включає певні тактичні обмеження, зокрема ті, що стосуються обладнання.

Стохастична оптимізація

Стохастична оптимізація – це спосіб оптимізації задач, де рішення приймаються за наявності невизначеності, на відміну від детермінованої оптимізації, яка вимагає ідеального знання всіх параметрів. Ця невизначеність часто виникає через випадковий характер певних параметрів або неповне джерело інформації.

2.2. Опис задачі

Задача багатоперіодного планування видобутку корисних копалин відома як дуже складна задача, складність якої швидко зростає з розміром родовища та рівнем деталізації дослідження. Потім планувальник повинен мати справу з кількома рівнями прийняття рішень, які необхідно скоординувати, щоб вчасно та за найкращою ціною поставити запитувану продукцію.

Складність цього завдання та пов'язані з ним виклики мотивували це дослідження. Метою була розробка інструменту прийняття рішень для допомоги керівникам гірничодобувних підприємств та планувальникам. Досліджувана проблема розглядала відкриті розробки, що включають кілька методів обробки та кілька геологічних елементів, що становлять інтерес. Необхідно розробити план, який може досягти виробничих цілей, максимізуючи прибуток та враховуючи доступні ресурси. У наступних підрозділах представлені деякі проблемні аспекти, властиві темі та використаним припущенням.

Обмеження укусу (або переднього плану) Це обмеження, що накладаються розташуванням блоків у родовищі. Блок можна видобувати лише тоді, коли він розкритий, тобто всі блоки безпосередньо над ним були попередньо видобуті, що робить його доступним з поверхні.

Джерела невизначеності

Одна з проблем, що виникають під час будь-якого планування, незалежно від проекту, полягає в невизначеності даних. У гірничодобувному секторі геологічні дані є найважливішим джерелом невизначеності через їх вплив на прибутковість проекту, звідси й інтерес до досліджень, який вони викликали, незважаючи на невизначеність, пов'язану з цінами на метали або виробничими витратами. Склад блоків визначається моделями, створеними на основі зразків, зібраних під час розвідувального буріння. Зазвичай для визначення середнього значення кожному блоку використовуються інтерполяції та усереднення. Ці методи, як правило, згладжують розподіл вмісту руди, усуваючи екстремальні значення. У цьому випадку невизначеність ігнорується, і помилково вважається, що геологічний профіль шахти є повністю відомим. Навпаки, геологічні симуляції можуть відтворювати початковий розподіл вмісту руди та зберігати мінливість родовища *in situ*. Ідея полягає в тому, що вміст руди в блоці вибирається випадковим чином з даних буріння, проведеного в навколишній місцевості. Стохастичні оптимізаційні моделі використовують цей тип симуляції як вхідні дані для зменшення впливу невизначеності (Godoy and Dimitrakopoulos) [18]. У цьому контексті, прийнято другий підхід. Реалізована модель оптимізує стратегічне планування кар'єру, одночасно розглядаючи кілька можливих сценаріїв геологічного профілю родовища.

Рудні запаси

Більшість гірничодобувних комплексів мають рудні запаси для задоволення різних потреб (Kuchling) [19]. Основною метою, як впливає з назви, є зберігання частини руди для майбутнього використання. У рудниках з коливаючим попитом запаси допомагають регулювати виробництво, а також служать резервами для подолання незапланованих перебоїв. Крім того, рудні запаси можуть бути дуже корисними, навіть необхідними, в рудниках, які переробляють різні типи руд, які іноді несумісні при змішуванні в певних концентраціях.

Проблемна руда потім зберігається до тих пір, поки не буде достатньо запасів для її переробки на ДСФ. По-друге, використання рудних запасів сприяє негайному використанню руди вищої якості, дозволяючи зберігати руду нижчої якості, яка є економічно привабливою, щоб уникнути її обробки як порожньої породи.

Зрештою, використання запасів є важливим, коли ДСФ має певні вимоги щодо вмісту металів або забруднюючих речовин, присутніх у родовищі. Постачання з різних запасів гарантує, що якість суміші, яка надсилається на завод, відповідає заздалегідь визначеним критеріям.

Саме ця остання перевага мотивує бажання інтегрувати цей компонент в один з варіантів дослідження.

Хоча накопичення запасів є корисним у більшості випадків, враховуючи це, воно пов'язане з кількома труднощами, як практичними, так і теоретичними. Дійсно, ці запаси іноді можуть досягати величезних розмірів, якщо вони накопичуються протягом багатьох років, тому необхідно буде розглянути можливість додавання обмежень щодо їх кількості та розміру. Також слід

звернути увагу на деградацію внаслідок окислення, що може бути проблемою в довгостроковій перспективі.

Нарешті, правильне моделювання потоку матеріалу на рівні запасів саме по собі є проблематичним. Всі ці елементи необхідно враховувати під час моделювання.

Обладнання

У ланцюжку поставок гірничодобувного комплексу задіяно кілька одиниць обладнання. Екскаватори завантажують матеріал у вантажівки для транспортування на рудні склади, ДСФ або відвали. На млинах руда спочатку проходить через дробарки (і, можливо, подрібнювачі, розташовані всередині рудо-збагачувальної фабрики (РЗФ), які зменшують її розмір, щоб можна було розділити її різні компоненти. Традиційні моделі стратегічного планування рідко інтегрують фактор обладнання в процес оптимізації. За необхідності його замінюють фіксованими потужностями видобутку або переробки. У контексті цієї роботи до варіантів додано можливість придбання нового обладнання. Буде розглянуто час, необхідний для завантаження та переміщення видобутого матеріалу, з урахуванням наявності та потужності екскаваторів і вантажівок відповідно. Потужність дробарки також обмежуватиме виробництво. Однак це дослідження виключатиме всі деталі, що впливають на маршрутизацію, пандуси або розподіл обладнання на певні гірничодобувні ділянки тощо. Також, хоча це не завжди відображає реальність, парки обладнання вважатимуться однорідними для спрощення.

Дослідницькі цілі

Головною метою досліджень є створення математичного інструментарію для розробки стратегічного планування кар'єру, враховуючи геологічну невизначеність та експлуатаційні обмеження. Хоча це завдання було предметом кількох досліджень у літературі, воно залишається трудомістким, і жодне запропоноване досі рішення, здається, не відповідає очікуванням інструментарію.

Цей інструментарій розробляється у три основні етапи. По-перше, пропонується новий підхід для вирішення проблеми стратегічного планування виробництва кар'єру в контексті багатoelementної невизначеності. Модель включає класичні обмеження запасів та пріоритетів, а також обмеження складових та потужностей. Перевірений на реальних тематичних дослідженнях, метод успішно забезпечує дуже якісні рішення з точки зору розриву оптимальності, а також здатності досягати кількісних та якісних виробничих цілей, і це за розумний час обчислення.

Ця ж модель потім модифікується для ближчого наближення до реальності шляхом врахування накопичення запасів. Завдання полягає в тому, щоб знайти хороший компроміс між обмеженнями методів оптимізації та бажанням моделювати матеріальний потік на цих запасах якомога точніше. Тому розробляється нова формулювання, щоб модель залишалася лінійною, а метод розв'язання, з деякими незначними змінами, залишався застосовним. Обговорюються обмеження цього формулювання та пропонуються деякі рекомендації щодо їх подолання.

Нарешті, модель знову модифікується, щоб включити інвестиційні варіанти та таким чином забезпечити певну гнучкість у плануванні. Варіанти включають придбання нових екскаваторів, вантажівок та дробарок. Додаються додаткові обмеження, такі як потужність обладнання та доступний машинний час. Вплив на план виробництва вивчається за допомогою тематичних досліджень.

Для трьох варіантів моделювання випадків, що використовуються для числових випробувань, відображають реальні ресурси та надаються промисловими партнерами дослідницького центру COSMO [20]. Для цілей дослідження визначено лише дані про обладнання на основі зовнішніх джерел.

2.3. Огляд літератури

Незважаючи на тривале небажання, протягом останніх двадцяти років спостерігається поступове відкриття нібито консервативної галузі видобутку корисних копалин для операційних досліджень. Дійсно, масштаб проблем, складність діяльності, численні обмеження та зростаюча стурбованість прибутковістю зробили використання інструментів підтримки рішень необхідністю. Нижче наведено огляд літератури, розділений на чотири основні розділи. У першому – коротко викладено історію найбільших досягнень операційних досліджень у сфері планування гірничих робіт. Далі – розглянуто введення невизначеності на цьому етапі. Потім – визначено підходи, розроблені на сьогоднішній день, для включення запасів руди в процес оптимізації. Остання частина огляду присвячена спробам додати певної гнучкості моделям.

Дослідження операцій стосовно гірничодобувної галузі:

Проблеми остаточного контуру

Перші дослідження, опубліковані в 1960-х роках, були зосереджені на проблемі остаточного контуру, яка полягає у визначенні набору блоків, що підлягають видобутку для кар'єру, з метою максимізації загального доходу, дотримуючись лише обмежень пріоритету.

Вперше були використані евристичні методи, найвідомішими з яких є метод рухомого конуса та динамічне програмування. Перший – це ітеративний процес, який оцінює кілька можливих контурів шляхом переміщення вершини конуса з одного рудного блоку до іншого. Алгоритм завершується, коли всі блоки з позитивною економічною цінністю перевірені. Існує кілька варіантів, які відрізняються своєю реалізацією, включаючи варіанти Лем'є [21], Коробова [22], та Філіпса [23]. Друга категорія евристик, безумовно, довела свою перевагу над методом рухомого конуса, але вона мала набагато менший успіх у промисловців, які вважають її складною та неінтуїтивною. Найвідоміші варіанти цього методу були розроблені Джонсоном [24] та Кенігсбергом [25].

Водночас з'явилися точні методи. Метод Леркса та Гроссмана [26] базується на теорії графів, пропонуючи алгоритм, що розв'язує задачу кінцевого контуру як задачу максимального замикання в орієнтованому графі, де вузли

представляють блоки, а ребра – відношення пріоритетів. Пікар [27], зі свого боку, пропонує розв'язувати задачу за допомогою алгоритму максимального потоку, додаючи джерело, підключене до будь-якого вузла, значення якого додатне або нульове, та стік, підключений до будь-якого вузла, значення якого від'ємне або нульове. Максимальне замикання потім формується набором вузлів, розташованих збоку від джерела в мінімальному розрізі. Ці два методи досі актуальні та залишаються найбільш використовуваними на практиці. Вони мають перевагу в тому, що вони прості в реалізації та інтуїтивно зрозумілі.

Задача планування видобутку корисних копалин

Після визначення кінцевого контуру важливо визначити набір блоків, які будуть видобуті на кожен рік, щоб максимізувати загальний дисконтований прибуток. Дагделін та Джонсон [28] пропонують декомпозицію задачі таким чином, щоб вона зводилася до вирішення кількох задач з кінцевим контуром, по одній на кожен рік. Для цього рішення вони рекомендують алгоритм Леркса та Гроссмана [26]. Це евристика, яка не гарантує оптимальності, особливо тому, що вона не враховує обмеження ресурсів.

З того часу було зроблено кілька спроб вирішити задачу планування за допомогою методів оптимізації шляхом інтегрування цих обмежень. Початкові спроби сформулювали задачу у вигляді цілочисельних моделей, які не використовуються на практиці, оскільки вони не адаптовані до розміру реальних задач, які включають тисячі змінних та мільйони обмежень навіть для рудників середнього розміру.

На додаток до методу декомпозиції, запропонованого Дагделіном та Джонсоном [28], згодом було запропоновано кілька інших методів у спробі зменшити розмір задачі. Метод агрегації блоків був досить популярним, і багато авторів зацікавилися ним. Наприклад, Рамазан [29] розробив «Алгоритм фундаментального дерева», який оптимально агрегує блоки на основі лінійного програмування без використання цілочисельних змінних. Евристичні методи агрегації рудних блоків також були запропоновані Рамазаном [30] та Вітлом [31].

Інші поєднали обмеження виробництва та пріоритету, щоб визначити період часу, протягом якого кожен блок може бути видобуто. Ці періоди можна розрахувати за поліноміальний час. Топал [32] був одним із перших, хто застосував цей підхід для зменшення кількості необхідних бінарних змінних, визначивши найдавніший та найпізніший час для кожного блоку, коли його можна видобути. Змінні, пов'язані з періодами поза цим інтервалом, виключаються або встановлюються на 0, щоб вказати на неможливість видобутку. Хоча спочатку цей підхід застосовувався до підземного видобутку, його можна легко адаптувати до відкритого, як продемонстрували Блей та ін. [33], Джелвез та ін. [34] та Рімеле й ін. [35]. Окрім зменшення розміру проблеми, цей метод має перевагу в гарантуванні оптимальних рішень.

Розслаблення обмежень інтегральності також широко розглядалося в літературі. Рамазан та Дімітракопулос [36] розслабляють лише змінні, пов'язані з блоками, які вважаються безплідними, та зберігають цілісність рудних

блоків. Інший підхід полягає у використанні ковзного часового вікна. Цю евристику спочатку використовували в задачах планування (Bilge та Ulusoy [37]) або задачах маршрутизації транспортних засобів (Ferland та Fortin [38]), перш ніж її було адаптовано до задачі планування рудників та продемонстровано її ефективність шляхом вирішення задач у межах 2% від оптимальності. Ламгарі та Дімітракопулос [39] і Калленбайн [40] застосовують цей підхід для вирішення задачі стратегічного планування кар'єрів. Л'Ере та ін. [41] адаптують його для середньострокового планування. Нарешті, Коллард [42] використовує ту саму ідею, але застосовує її до стратегічного планування рудника. Незалежно від типу досліджуваної розробки або горизонту планування, підхід ковзного вікна полягає у визначенні, розв'язанні та частковому і рекурсивному виправленні приблизної моделі, що складається з фіксованих змінних для ранніх періодів часу, точної підмоделі, визначеної протягом скороченого "вікна" проміжних періодів, і, нарешті, розслабленої підмоделі для наступних періодів.

Нещодавно Де Лара та ін. [43] розробили підхід, заснований на динамічному програмуванні. Вони запропонували чотири різні стратегії призначення індексу пріоритету кожній операції, що приводить до зменшення складності задачі. Для цього вони визначають розташування блоку на основі стовпця, до якого він належить, та його глибини. Потім кожен стовпець моделюється як завдання, яке потрібно виконати, його глибина вказує на статус його виконання, а його індекс пріоритету пропорційний значенню черговості. Метод базується на економічному розподілі блоків навколо та під блоком, розташованим у верхній частині стовпця. Потім будується послідовність вилучення шляхом визначення пріоритетів завдань з найвищими індексами та дотримання обмежень пріоритету. Хоча отримані рішення є неоптимальними, скорочений час вирішення робить метод привабливим.

Ще один метод, який також зарекомендував себе і наразі видається найефективнішим для великих задач, – це лагранжева декомпозиція. Цей метод вирізняється швидким наданням рішень, використовуючи особливу структуру задачі планування. Однак збіжність може бути повільною, що призводить до рішень, якість яких не гарантується через передчасне завершення роботи алгоритмів. Щоб подолати це, Тачефін [44] пропонує лагранжеву релаксацію обмежень ресурсів, щоб звести задачу до задачі максимального закриття, яку він пропонує вирішити за допомогою алгоритму попереднього потоку. Вона особливо інноваційна у використанні методу зв'язок для коригування множників Лагранжа, а не класичного методу субградієнтів. Щоб виправити рішення, отримані шляхом релаксації, вона спочатку включає просту евристику, яка дозволяє отримати рішення, що задовольняють обмеження ресурсів. По-друге, він використовує RT для покращення цінності рішення. Отримані розриви варіюються від 0,1% до 3%; однак, випадки, що використовуються для числових тестів, залишаються експериментальними, і розроблена евристика більше не є дійсною в контексті, де проблема обмежена нижніми межами.

Пізніше Боланд та ін. [45] запропонували ітеративний метод дезагрегації, який уточнює агрегати, доки вони не дадуть такого ж оптимального рішення з лінійною релаксацією змішаної цілочисельної задачі, як і з лінійною релаксацією моделі без агрегації. У статті автори представляють кілька стратегій для створення уточнених агрегатів, в першу чергу використовуючи результати подвійної задачі та використовуючи структуру задачі.

Бієнсток та Цукерберг [12], [13], зі свого боку, розробляють ітеративний алгоритм, заснований на лагранжевому розкладі, для вирішення лінійної релаксації задачі з довільною, але відносно невеликою кількістю обмежень ресурсів. Цей алгоритм, застосований до задач з мільйонами змінних та десятками мільйонів обмежень пріоритету, сходиться до оптимальності менше ніж за 20 ітерацій, враховуючи, що кожна ітерація триває лише кілька секунд. Муньос та ін. [46] доводять точність свого підходу, класифікуючи його як алгоритм генерації стовпців. Вони також представляють більш загальну форму моделі та пропонують деякі методи для покращення продуктивності алгоритму.

Чікуасне та ін. [47] також використовують декомпозицію для вирішення лінійної релаксації задачі планування з одним обмеженням ємності за період часу. Вони використовують структуру задачі, яка подібна до структури задачі про рюкзак. Поєднуючи це з евристикою, заснованою на топологічному сортуванні та локальному пошуку, розв'язки демонструють розриви менше 3% від оптимальності після однієї години для задач реального розміру (до 5 мільйонів блоків та економічний термін служби 20 років). Автори також пояснюють, як узагальнити свій метод для підтримки кількох обмежень ресурсів за період часу.

Нарешті, кілька досліджень намагалися вирішити задачу планування за допомогою класичної евристики. Серед найпопулярніших є імітація відпалу, яка імітує процес, що використовується в металургії, де повільне охолодження дозволяє реорганізувати молекулярну структуру твердого тіла та привести її до стабільної конфігурації. Трансформований в оптимізацію, цей метод використовується для знаходження оптимуму функції (Kirkpatrick et al. [48]. Кумрал і Дауд [49] та Сарі і Кумрал [50] застосовують цей підхід для вирішення великих випадків задачі планування рудників. Інші евристики також широко використовуються, такі як генетичний алгоритм (Denby and Schofield [51], Milani [52] або алгоритм мурашиної колонії (Sattarvand and Niemann-Delius [53], Shishvan and Sattarvand [54]. Інші ефективно поєднують евристику та методи оптимізації, як представлено у статті Lamghari et al. [39], яка пропонує гібридний метод, заснований на лінійному програмуванні та локальному пошуку по змінній околиці.

Стохастичні моделі:

Важливість невизначеності

Хоча детерміновані моделі стають дедалі ефективнішими, залишається суттєва прогалина. Дійсно, традиційні підходи, особливо ті, що застосовуються детермінованими моделями, розглядають гірничодобувні комплекси статично без явного врахування джерел невизначеності та ризиків, що при-

зводить до неоптимальних оцінок та ефективності гірничодобувного комплексу в цілому. Невизначеність, що оточує певні параметри, фактично є відомою, що є основною причиною недосягнення виробничих цілей. Бейкер та Джакомо [55] демонструють, що розбіжності виникають головним чином через погане відображення родовища. З 48 гірничодобувних проектів в Австралії 13 виявили запаси на 20% вищі, ніж очікувалося, тоді як 9 отримали на 20% менше, ніж сподівалися. Крім того, Валле [17] цитує дослідження, проведене Світовим банком у Канаді та Сполучених Штатах, яке показало, що 73% гірничодобувних проектів були передчасно припинені через великі розбіжності в оцінках запасів руди, що призвело до колосальних втрат.

Окрім геологічних даних, інші параметри залежать від невизначеності та також відіграють певну роль в очікуваній чистій поточній вартості проекту. Ці параметри включають коливання попиту на сировину та метали (Sabour and Dimitrakopoulos [56], Asad and Dimitrakopoulos [57], що, відповідно, впливає на ціни продажу (Evatt et al. [58], а також на витрати на виробництво та переробку тощо. Однак лише геологічна невизначеність по-справжньому привернула увагу дослідників, враховуючи її значний вплив на прибутковість оцінок гірничодобувних проектів. Використовуючи аналіз чутливості впливу кількох фінансових факторів (NPV, коефіцієнт вилучення та внутрішня норма прибутковості тощо), Dowd [59] демонструє, що на ефективність проекту суттєво впливає геологічна невизначеність.

Внесок стохастичного програмування

Під час планування кілька важливих даних відсутні або частково відомі. Традиційні методи зазвичай ігнорують цю неточність або намагаються її зменшити. Наприклад, з геологічними даними інженери покладаються на представлення, використовуючи так званий метод інтерполяції. Після бурових операцій створюється єдина модель родовища з використанням середнього значення локальних даних. Це, очевидно, згладжує розподіл, ігнорує екстремальні значення та, таким чином, забезпечує помилкові уявлення про родовище, які переоцінюють або недооцінюють фактичний мінеральний потенціал (Ravenscroft [60]).

Стохастичне моделювання (Boucher and Dimitrakopoulos [61]) вирішили цю проблему, маючи можливість відтворити розподіл вмісту корисних копалин і таким чином зберегти мінливість родовища *in situ*. Ідея полягає в тому, щоб пов'язати з кожним блоком, з ймовірністю виникнення, пропорційною зібраним даним, випадкове значення серед вмістів, отриманих завдяки бурінню, проведеному в цій області. Випадкова природа також робить ці моделювання рівномірними. Вони використовуються як вхідні дані та дозволяють отримати результати, ближчі до реальності та зрештою кращі.

Дійсно, використання стохастичної оптимізації підвищує надійність планування та його шанси на досягнення виробничих цілей завдяки більш реалістичному моделюванню та кращому управлінню ризиками, особливо щодо попиту на руду. Врахування невизначеності також дозволило отримати кращі чисті поточні значення (NPV) (в середньому на 15-30% вищі), ніж ті, що отримані за допомогою детермінованих моделей (Albor Consuegra та

Dimitrakopoulos [62], Leite та Dimitrakopoulos [63]. Це пояснюється, серед іншого, тим фактом, що для заданого кінцевого контуру кар'єру стохастична оптимізація здатна визначити, які групи блоків, при спільному видобутку, мають високу ймовірність покращення тоннажу та якості руди (на 10-15% більше видобутого металу). Це є прямим результатом ефективнішого змішування та кращого розуміння просторового розподілу і взаємозв'язку між блоками вищої якості. На відміну від цього, традиційні моделі, засновані на єдиному представленні родовища, оціненого на основі середніх значень та інтерполяцій, недооцінюють або переоцінюють геологічний склад блоків, що призводить до недооцінки економічного потенціалу гірничодобувного проекту, як пояснює Дімітракопулос [64]. Врахування невизначеності на етапі визначення кінцевого контуру дозволяє створювати ширші кар'єри, як показано на рис. 1.1.



Рис. 1.1. Контури стохастичних ям ширші, ніж ті, що отримані традиційними методами (Dimitrakopoulos [64])

Стохастичні моделі за суттю

Поєднання цих удосконалень виправдовує інтерес, який автори виявили до стохастичної оптимізації протягом останніх десяти років. Були запропоновані різні підходи до вирішення проблеми невизначеності. По-перше, існують робустні та ризикоунікаючі моделі, які спрямовані на отримання планів, що генерують прийнятний прибуток у найгіршому випадку, з метою гарантувати мінімальний дохід з певною ймовірністю (Espinoza et al. [65], Amankwah et al. [66]).

Далі, існують моделі з нейтральним рівнем ризику, які оптимізують планування, розглядаючи всі сценарії одночасно, не надаючи більшої ваги жодному з них. У літературі можна виділити два основні підходи до використання цих моделей. Перший використовує багатоетапну модель стохастичного програмування, вперше запропоновану Боландом та ін. [67]. Їхня модель визначає різні рівні рішень, які приймаються на основі інформації, виявленої про невизначені параметри. У кожному періоді планування рішення може бути змінено на основі рішень, прийнятих у попередні періоди. Однак, враховуючи складність проблеми, авторам довелося вдатися до агрегації блоків та сценаріїв для вирішення проблеми; це призводить до неоптимальних рішень. Пізніше Морено та ін. [68] запропонували двоетапну модель, в якій перший етап представляє рішення щодо видобутку, тоді як другий етап визначає призначення кожного блоку для кожного сценарію, припускаючи, що на

цьому етапі геологічні атрибути стають відомими. Для вирішення проблеми вони використовують алгоритм Бінштока-Цукерберга (Bienstock and Zuckerberg [12], а потім евристику на основі топологічного планування (Chicoisne [47]).

Інший варіант — мінімізувати відхилення від виробничих цілей. Оптимальний графік — це той, який максимізує чисту поточну вартість (NPV), враховуючи невизначеність, описану всіма розглянутими симуляціями (Ramazan and Dimitrakopoulos [69]). Ця модель записана як двоетапна стохастична модель, де різні змінні рішення приймаються на першому етапі, а змінні, що кількісно визначають відхилення, представляють змінні регресу. Початкове формулювання з того часу було розширено для підтримки складніших проблем. Бенндорф та Дімітракопулос [70] зосереджуються на родовищі залізної руди, де геологічна невизначеність впливає на кілька елементів одночасно. Крім того, автори вводять у цільову функцію член, який карає за незгладжену активність. Рамазан та Дімітракопулос [36] враховують вилугування у своїй моделі, а також можливість зберігання в рудних відвалах. Автори також застосовують ставку дисконтування до геологічного ризику, що призводить до збільшення вартості відхилень у перші роки експлуатації та зменшення її ближче до кінця економічного терміну служби шахти. Щоб скоротити час обчислень під час розв'язання, змінні, що стосуються блоків порожньої породи, розглядаються як безперервні змінні, і лише ті, що стосуються блоків руди, є цілими числами. Ламгарі та ін. [71] використовують метаевристики, засновані на пошуку змінної околиці. Ламгарі та ін. [39] потім розробили двофазний гібридний метод для оптимізації планування відкритих кар'єрів, використовуючи серію моделей лінійного програмування, що застосовуються послідовно для генерації початкового рішення. Це початкове рішення згодом покращується шляхом застосування евристики пошуку трьох околиць. Числові результати доводять, що запропоноване формулювання здатне вирішити великомасштабну NP-складну задачу за кілька хвилин, з розривом оптимальності менше 3,2% порівняно з оптимальним рішенням лінійної релаксації. Рімеле та ін. [35] пропонують модель, яка враховує утилізацію порожньої породи та хвостів у кар'єрах, що забезпечує екологічну стійкість гірничих робіт. Для вирішення своєї моделі автори адаптують евристику ковзного вікна, запропоновану Дімітракопулосом та Рамазаном [72]. Модель, запропонована Бен-Авуахом та ін. [73], одночасно оптимізує виробничий план шахти та управління скиданням порожньої породи в кар'єри. Мета полягає в максимізації чистої поточної вартості (NPV) при мінімізації витрат на будівництво шахти та відхилень від цілей. Метод розв'язання включає етап попередньої обробки, спрямований на зменшення кількості змінних рішень шляхом створення остаточного контуру та об'єднання гірничих блоків у гірничі секції на кожному рівні або уступі, розташованому в межах остаточного контуру родовища.

Однак усі згадані вище дослідження спрямовані на оптимізацію планування рудника як незалежного компонента гірничодобувного комплексу та не враховують весь ланцюг поставок та синергію, яка може існувати між йо-

го різними компонентами. Все ще в дусі пропозиції все більш реалістичних та точних моделей, сучасна тенденція спрямована на так звані моделі глобальної оптимізації. Вони зосереджені на фазах видобутку та переробки, враховують кілька металів та мінералів, а також розглядають, як варіанти змішування, так і альтернативні методи обробки, що приводять до отримання різних продуктів (Pimentel et al. [74], Bodon et al. [75]. Монтіель та Дімітракопулос [76] були одними з перших, хто запропонував модель глобальної оптимізації, застосовану в стохастичному контексті. Автори розглядають кілька типів руди, які можна обробляти по-різному залежно від їх характеристик. Застосований до мідно-видобувного комплексу, їхній метод допоміг зменшити відхилення до менш ніж 5% від початкового плану, одночасно збільшуючи чисту приведену вартість (NPV) на 4%. Монтіель та Дімітракопулос [77, 78] розширили формулювання, включивши рудні відвали, та запропонували різні евристики як підхід до вирішення.

Гудфеллоу та Дімітракопулос [79, 80] пропонують стохастичну глобальну оптимізаційну модель з регресом. Вони поєднують три метоевристики: імітацію відпалу, оптимізацію рою частинок та диференціальну еволюцію. Їхній метод включає політику вибору місць призначення блоків після видобутку. Отримані результати є дуже багатообіцяючими.

Моделювання запасів руди

Незважаючи на весь прогрес, досягнутий за останні роки в моделюванні гірничодобувних комплексів, один компонент залишається проблематичним: запаси руди, які довгий час виключалися з процесу оптимізації планування рудників. Дійсно, правильне моделювання потоку матеріалів на рівні запасів ускладнюється обмеженнями традиційних методів оптимізації. У галузі існують програмні пакети, які розглядають зберігання як невід'ємну частину процесу оптимізації (Whittle [81], Mintec [82], MineMax [83], проте характер їх моделювання та роздільна здатність обмежують їхню корисність. Щоб вирішити цю проблему, дослідникам довелося зробити певні припущення для полегшення моделювання потоку матеріалів.

Найпоширеніший підхід передбачає, що матеріал, після відправлення до рудних відвалів, автоматично та однорідно змішується. Отже, після вилучення матеріал тепер має вміст руди, що дорівнює середньому вмісту руди у відвалі. Це припущення, у поєднанні з принципом збереження матеріалу, створює нелінійні, неопуклі обмеження. Тому спроби вирішити цю модель призвели до неоптимальних рішень або лінеаризації, що часто включають нереалістичні або надмірно спрощені припущення. Сміт [84] використовує кусково-лінійну модель для представлення добутку середнього вмісту руди в рудному насипі та кількості, видаленої за заданий період часу. Це одна з перших спроб «правильно» змодельовати вміст руди у навалах, але точність використаних наближень неможливо кількісно визначити або перевірити. Акайке та Дагделен (1999) припускають, що існує нескінченно багато запасів; іншими словами, кожен блок має свій пов'язаний запас. Це зберігає простежуваність кожного блоку від його видобутку до кінцевого пункту призначення через рудні навали. Це припущення, очевидно, нереалістичне, навіть якщо воно

обходить проблему нелінійності. Рамазан та Дімітракопулос [36] і Сміт та Вікс [85] приймають те саме припущення, але у двох різних контекстах. У першій статті розглядається стохастична структура для відображення геологічної та економічної невизначеності. У другій статті розглядається здебільшого детермінована ситуація, в якій модель розв'язується за допомогою евристичного методу ковзного часового вікна. Асад [86] описує оптимізаційну модель, розроблену для оцінки оптимальних бортових вмістів, включаючи опцію запасів. Однак модель не враховує рішення щодо видобутку та виробництва. Кушаванд та ін. [87] також враховують геологічну невизначеність та використовують запас руди для вирішення проблеми перевиробництва/недовиробництва. Автори встановлюють мінімальний та максимальний рівень для запасу з точки зору тоннажу та визначають його вміст апіорі. Ярмуч та Ортіс [88] визначають два запаси, один для високоякісної руди та один для низькоякісної, а потім вирішують проблему період за періодом, коригуючи вміст у запасах наприкінці кожного періоду. Ламгарі та Дімітракопулос [89] вводять нове формулювання в умовах невизначеності щодо металів та враховуючи кілька пунктів призначення, включаючи навали руди (тимчасові склади). Нелінійність уникається шляхом оцінки відповідного середнього вмісту для кожного навалу та його послідовного коригування. Табеш та ін. [90] лінеаризують формулювання, визначаючи «достатню» кількість рудних складів та призначаючи кожному – певний сорт. На жаль, автори не надають жодних числових результатів. Блей та ін. [91] послаблюють нелінійні обмеження, але обмежують їх порушення за допомогою методу гілок та меж, який, з одного боку, змушує порушення цих обмежень бути доволі близьким до нуля, а з іншого боку, розгалужується до змінної, що представляє частину металу (відносно руди), яка була видалена з рудного навалу в кожен період. Морено та ін. [92] розглядають основні моделі, що включають рудні склади, більшість з яких згадані вище, та пропонують нові лінійні варіанти. Вони показують, що найефективніший варіант, і той, який найбільше відповідає нелінійній моделі, запропонованій Блей та ін. [33], – це той, який використовує один відвал та забезпечує підтримку певного середнього сорту в ньому. Автори зрештою роблять висновок, що на момент написання статті найточнішими моделями, доступними в літературі, є нелінійні та цілочисельні, але вони визнають, що вони використовують нереалістичні припущення, особливо щодо однорідного перемішування в рудних складах.

Обладнання

Хоча більшість існуючих моделей стратегічної оптимізації стають дедалі точнішими, вони пропонують мало або взагалі не пропонують гнучкості щодо потужностей видобутку або виробництва, що часто призводить до недооцінки планування. Дійсно, знання заздалегідь усіх можливих подій, пов'язаних з гірничодобувними операціями, дозволяє інженерам скористатися цими можливостями та бути краще підготовленими до можливих змін. Важливо чітко інтегрувати ці альтернативи в процес оптимізації, щоб створити здійсненні плани, що враховують операційні обмеження. Однак гнучкість має свою ціну. З урахуванням сучасних інструментів прийняття рішень та бажан-

ня зменшити вартість початкових інвестицій часто важко виправдати великі інвестиції під час стратегічного планування, і ця гнучкість потім втрачається. Деякі дослідники намагалися виправити це (de Neufville et al. [93], de Neufville [94]; Wang and de Neufville [95, 96], Groeneveld et al. [97]. Ahmed et al. [98] та Boland et al. [67] пропонують багатоетапні стохастичні моделі, які забезпечують операційну гнучкість, генеруючи різні рішення для кожного сценарію. Однак на практиці цей підхід не представляє особливого інтересу. Завжди бажано отримати єдиний стратегічний план для полегшення прийняття рішень. Groeneveld et al. [99] наголошують на необхідності розробки операційних стратегічних планів, здатних забезпечити надійну фінансову оцінку. Автори пропонують метод, який адаптується до потенційних коливань цін. Однак їхній підхід застосовується в детермінованому контексті, ігноруючи геологічну невизначеність. Гудфеллоу та Дімітракопулос [100], зі свого боку, розширюють модель, запропоновану Годоем та Дімітракопулосом [101], щоб додати змінні рішень щодо інвестицій, які будуть здійснені протягом економічного життя рудника, у стохастичному контексті. Потім розв'язувач вирішує розмір парку екскаваторів, а також розмір самоскидів; це безпосередньо впливає на видобувну потужність гірничодобувного комплексу. Фармер [102] також прагне оптимізувати цю потужність і показує на прикладі конкретного випадку, що чиста приведена вартість (NPV) збільшується на 12% порівняно з детермінованою версією. Нещодавно Дель Кастільо та Дімітракопулос [103] запропонували багатоетапну стохастичну модель, яка враховує кілька рудників та різні типи матеріалів і методи обробки. Автори додають гнучкості моделі, динамічно додаючи інвестиційні альтернативи в нове обладнання, в цьому випадку екскаватори, вантажівки та дробарки. Метод роздільної здатності базується на імітації відпалу. Результати показують досягнення значних переваг завдяки врахуванню цієї гнучкості. Хоча цей метод має перевагу в тому, що пропонує нестатичні плани, які можуть адаптуватися в міру надходження інформації, використовувані параметри залишаються абстрактними та важкими для вимірювання.

Висновки за розділом 2

У світлі цього аналітичного огляду ми відзначаємо відсутність інструменту, який би вирішував усі вищезгадані проблеми. По-перше, хоча стратегічне планування було широко задокументовано, моделі, що застосовуються до проблем багатопродуктових резервуарів у стохастичному контексті, трапляються рідко. Навіть коли ця проблема розглядається, підхід зосереджується на природно відмінних продуктах, а не на продуктах, що диференціюються за їхнім вмістом. Лише кілька нещодавніх посилань на проблеми глобальної оптимізації, здається, враховують цю специфіку (Goodfellow and Dimitrakopoulos [79, 80]. Крім того, запропоновані методи розв'язання часто нагадують евристики, якість розв'язання яких важко кількісно оцінити.

По-друге, все ще потрібні вдосконалення в моделюванні рудних відвалів. Більшість запропонованих на сьогодні моделей використовують припу-

щення про однорідне перемішування. Окрім того, що це вносить нелінійність у модель, це припущення також є нереалістичним, оскільки матеріал укладається послідовними шарами, а не змішується. Інші розглянуті моделі припускають ідеальну відстежуваність блоків через різні ланки ланцюга поставок, що далеко від реальності.

Нарешті, включення обладнання до стратегічного планування ще не широко використовується в літературі. Цей вимір не лише наближає модель до реальності, додаючи операційні обмеження, але й пропонує більшу гнучкість гірникам, дозволяючи їм здійснювати інвестиції, які в довгостроковій перспективі приводять до більш прибуткової експлуатації родовищ.

Незважаючи на ці недоліки, виконаний огляд літератури виявляє кілька цікавих моментів, які можна було б урахувати та адаптувати до цього дослідницького проекту. Ідея лагранжевого розкладу, запропонована Бінстоком та Цукербергом [12], є цікавим напрямком для розгляду. Однак необхідно буде адаптувати її, щоб урахувати невизначеність і, перш за все, забезпечити метод округлення отриманого рішення. Для цього можна використовувати певні евристики, згадані вище, які довели свою ефективність, зокрема топологічне впорядкування Чикуасна та ін. [47], а також інші, більш класичні евристики, такі як RT або інші евристики локального пошуку.

Як показує огляд літератури, оптимізація планування гірничих робіт стикається з кількома перешкодами, які ускладнюють, якщо не роблять неможливим, її завершення в деяких випадках. Основним внеском цієї роботи є обґрунтована констатація необхідності математичного формулювання й ефективних методів вирішення, які дозволять подолати деякі виявлені недоліки, а саме: розмір проблеми, невизначеність, властиву геологічному складу родовища, моделювання запасів і, нарешті, питання капітальних витрат.

Ці цілі будуть розглянуті в наступних розділах з урахуванням статті Brika й ін. [104], в якій запропоновано першу лінійну модель зі змішаними змінними. Вона використовується для розробки планів видобутку на весь економічний термін служби рудника та повинна враховувати геологічну невизначеність. Метою є максимізація прибутку при мінімізації відхилень від виробничих цілей. Підхід до вирішення базується на розширенні алгоритму Bienstock та Zuckerberg [12] до стохастичної оптимізації з метою вирішення лінійної релаксації задачі до оптимальності. Дійсно, цей алгоритм вже довів свою ефективність у вирішенні подібних задач у детермінованому контексті, але ніколи раніше не використовувався в невизначеному контексті. Використання оптимального розв'язку релаксації як відправної точки виправдовується тим фактом, що для цього класу задач він не є дуже дробовим і тому може бути легко перетворений на цілочисельний розв'язок. Для досягнення цього жадібна евристика, заснована на топологічному впорядкуванні, округляє розв'язок, отриманий шляхом релаксації, який, у свою чергу, модифікується за допомогою ітеративного введення реального часу для покращення його якості. Метод тестується на різних випадках, щоб перевірити його ефективність і дозволити його використання для інших, більш складних варіантів моделі.

Розділ 3

ОПТИМІЗАЦІЯ ПЛАНУВАННЯ БАГАТОПРОДУКТОВОЇ РОЗРОБКИ СКЛАДНИХ ПОКЛАДІВ ЗА УМОВИ РІЗНОФАКТОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

У цьому розділі проаналізовано новий підхід до вирішення проблеми планування розробки покладів складної структури на багатопродуктових кар'єрах з урахуванням різнофакторної невизначеності. Метод базується на розширенні алгоритму Бінштока-Цукерберга (BZ) до стохастичної оптимізації. Мета алгоритму BZ полягає у використанні структури задачі для ефективного розв'язання її лінійної програмної релаксації (LP). Числові результати на екземплярі реального розміру показують, що LP можна розв'язати до оптимальності за кілька хвилин. Після цього, за допомогою евристики округлення на основі топологічного сортування та другої евристики на основі забороненого пошуку TABU search (TS), отримується можливе цілочисельне рішення в межах 1-3,5% від оптимальності.

3.1. Основні чинники моделювання й оптимізації кар'єрів за складних умов

Як відзначалося вище, гірничодобувна промисловість є основним гравцем у світовій економіці, забезпечуючи більшу частину мінералів та металів, необхідних не лише для будівельної діяльності, пов'язаної з економічним розвитком та урбанізацією, але й для традиційних і нових високотехнологічних галузей, включаючи зелені технології та комунікації. Щоб задовольнити постійно зростаючий попит на металопродукцію, мільйони доларів щороку гірничодобувні компанії інвестують у нові проекти та розвиток гірничих робіт. Прибутковість цих інвестицій нерозривно пов'язана з ефективністю планування видобутку, оскільки від цього залежить уся операційна та виробнича діяльність. Вкрай важливо розробити інструменти прийняття рішень, спрямовані на максимізацію економічної цінності гірничого проекту та задоволення вимог клієнтів щодо тоннажу металевої продукції та якості, що має бути доставлена. З цих причин планування виробництва на видобутку (MPS) отримало значну увагу в технічній літературі.

Як відправну точку для оптимізації дуже рано було введено тривимірну модель блоків для представлення родовищ корисних копалин. Ця блокова модель поділяє родовище корисних копалин на гірничі блоки у формі паралелепіпедів і пов'язує з кожним блоком набір відповідних геологічних атрибутів, таких як марки металу та типи матеріалів, отримані з доступних даних буріння. На момент планування видобутку фактичні значення кожного гірничого блоку ніколи точно не відомі через обмежену інформацію про буріння. Значення відповідних геологічних атрибутів інтерполюються з певним ступенем точності, враховуючи наявні дані. Після створення моделі рудного тіла, планування видобутку шахти включає визначення того, які блоки видо-

бутку слід видобувати протягом кожного періоду часу, і що з ними робити після видобутку, вибираючи з заданого набору можливих пунктів призначення.

Традиційні підходи до вирішення MPS використовують модель одного родовища, створену як середньозважене значення локальних даних. Таким чином, вони є детермінованими в тому сенсі, що вважають всю використану інформацію точною та добре відомою, ігноруючи джерела невизначеності та ризиків. Перші спроби датуються Джонсоном [105], який застосував розкладання Данцига-Вольфа, щоб звести вирішення проблеми до вирішення кількох підзадач розумного розміру. Згодом Дагделін та Джонсон [28] запропонували точний метод, заснований на лагранжевій релаксації обмежень ресурсів. Результати були багатообіцяючими, але все ще не застосовними до екземплярів реалістичного розміру. Щоб вирішити цю проблему та зробити великі екземпляри обчислювально придатними, було запропоновано кілька методів. Евристичні методи агрегації рудних блоків були запропоновані Рамазаном [30] та Віттлом [31, 106], тоді як Рамазан [29] розробив Фундаментальний Деревоподібний Алгоритм (ФТА), який оптимально агрегує блоки на основі використання структури задачі. Щоб зменшити кількість необхідних бінарних змінних, Топал [32] визначає для кожного блоку найдавніший та найпізніший період, коли його можна видобути. Дімітракопулос та Рамазан [72], Калленбайн та ін. [40], а також Ламгарі та Дімітракопулос [89] використовують ковзне часове вікно шляхом фіксації деяких змінних та тимчасового послаблення цілісності деяких інших. Евристики були широко запропоновані. У деяких роботах використовуються класичні евристики, такі як ройова оптимізація (Khan and Niemann-Delius [107], або генетичні алгоритми (Denby and Schofield [51]. Інші поєднують евристики та методи оптимізації, як представлено у статті Lamghari et al. [39], яка пропонує гібридний метод, заснований на лінійному програмуванні та локальному пошуку по околицях змінних. Було запропоновано деякі інші ефективні підходи, що спираються на методи декомпозиції. Tachefine [44] використовує у своїй дисертації лагранжіанову релаксацію обмежень ресурсів, щоб звести їх до задачі максимального замикання. Він впроваджує інновацію, використовуючи метод зв'язок для коригування множників Лагранжа, а не класичний метод субградієнта. Пізніше Chicoisne et al. [47] пропонують алгоритм декомпозиції для вирішення, за поліноміальний час, LP MPS, враховуючи один єдиний ресурс (гірничодобувну потужність) за період. Бієнсток та Цукерберг [12, 13] розробили новий алгоритм, заснований на лагранжевому розкладі, для вирішення також ЛП задачі, але з довільною кількістю відновлюваних або невідновлюваних ресурсів. Нещодавно Муньос та ін. [46] розширили шаблон алгоритму Бієнстока-Цукерберга (BZ) для обробки більшої кількості задач, що виникають у контексті планування видобутку корисних копалин.

Тим не менш, у детермінованих методах оптимізації залишається одна критична проблема: ігнорування невизначеності, присутньої в кількох параметрах, таких як вміст металу, та відсутність стійкості, яку вона створює. Детермінований підхід має ефект згладжування представлення відповідних ат-

рибутів родовища корисних копалин (середнє значення діапазону можливих значень), і таким чином спотворює представлення родовища шляхом переоцінки або недооцінки фактичного потенціалу видобутку (Ravenscroft [108], Dowd, [109]). Окрім вмісту металу, інші параметри залежать від невизначеності та безпосередньо впливають на очікувану чисту приведену вартість (NPV) проекту. Ці параметри включають коливання попиту на металеву продукцію (Sabour and Dimitrakopoulos [56], Asad and Dimitrakopoulos [57]), що, відповідно, впливає не лише на ціни продажу, але й на витрати на виробництво, переробку тощо. Тим не менш, лише геологічна невизначеність справді викликала інтерес дослідників, враховуючи її значний вплив на прибутковість гірничодобувних проектів. За допомогою аналізу чутливості впливу кількох фінансових факторів (NPV, коефіцієнт відновлення тощо), Dowd [59, 109] демонструє, що геологічна невизначеність суттєво впливає на ефективність проекту, а Baker and Giacomo [55] показують, що її ігнорування є основною причиною невиконання прогнозів виробництва.

Стохастичне моделювання (David [110], Goovarets [111], Boucher and Dimitrakopoulos [61]) вирішує ці проблеми шляхом відтворення розподілу вмісту корисних копалин та просторової статистики доступних даних та інформації, і таким чином зберігає мінливість родовища *in situ*. Для цього моделюється кілька рівноймовірних реалізацій відповідних атрибутів родовища корисних копалин. Потім вони одночасно використовуються як вхідні дані для MPS, щоб отримати результати, ближчі до реальності, разом із кількісною оцінкою ризиків у прогнозах видобутку. Стохастичне програмування підвищує надійність планування та його шанси на досягнення цільових показників видобутку завдяки більш реалістичному моделюванню та управлінню ризиками. Врахування невизначеності також призводить до кращих очікуваних NPV (в середньому на 15-30% більше), ніж ті, що отримані за допомогою детермінованих моделей (Godoy [112], Leite and Dimitrakopoulos [113], Albor and Dimitrakopoulos [62]). Це покращення частково зумовлене тим, що підхід стохастичного програмування сприяє усуненню ефектів згладжування, одночасно керуючи пов'язаним з цим ризиком, і, за своєю логікою, призводить до вищих шансів на досягнення прогнозів, вищого виробництва металу та вищої чистої приведеної вартості (NPV). Крім того, тематичні дослідження показують, що стохастичні оптимальні межі кар'єру генерують на 10-15% більше видобутку металу порівняно з традиційними оптимальними межами (Dimitrakopoulos, [64]). Це є прямим результатом кращого розуміння просторового розподілу та взаємозв'язку між блоками високоякісних сортів.

Все це призвело до появи стохастичного підходу за останні два десятиліття. Оптимальним плануванням зараз є те, яке максимізує очікувану NPV з урахуванням невизначеності, описаної різними рівноймовірними симуляційними моделі рудного тіла. Управління ризиками відображається через штрафні санкції, у цільовій функції, за відхилення від цільових показників. Для вирішення цієї проблеми було запропоновано різні методи. Ламгарі та Дімітракопулос [71] запропонували ефективний метаевристичний підхід до розв'язання, заснований на диверсифікованому пошуку Табу, тоді як Годой та Діміт-

ракопулос [101], а також Албор та Дімітракопулос [104] (2009) використовують імітацію відпалу. Стохастичне цілочисельне програмування (SIP) також було прийнято кількома авторами для оптимізації планування гірничого виробництва з урахуванням невизначеності (Рамазан та Дімітракопулос [29, 36], Лейте та Дімітракопулос [63]). Одне із застосувань, яке особливо цікавить це дослідження, запропоновано Бенндорфом та Дімітракопулосом [70], які мають справу з родовищем заліза, де геологічна невизначеність впливає на кілька елементів одночасно. Також автори вводять цільову функцію – термін, що карає незгладжену діяльність. Сучасна тенденція полягає в переході до глобальних моделей оптимізації, які зосереджені не лише на видобутку, але й на переробці, враховують кілька металів та мінералів, а також враховують, як варіанти змішування, так і альтернативні методи обробки, що призводять до отримання окремих продуктів (Whittle [115]). Гудфеллоу та Дімітракопулос [79, 80] і Монтієл та Дімітракопулос [77, 78] нещодавно запропонували стохастичну модель глобальної оптимізації з регресом. Вони поєднують три метаевристики, а саме: імітований відпал, оптимізацію рою частинок та диференціальну еволюцію. Їхній метод включає політику вибору місць призначення блоків після видобутку. Отримані результати є дуже багатообіцяючими. Морено та ін. [68] застосовують інший підхід для обробки геологічної невизначеності у своїй двоетапній моделі планування виробництва. Замість використання відхилень як змінних регресу, модель знаходить послідовність видобутку на першому етапі, а потім, на другому етапі, коли стають відомими невизначені вмісти, вона призначає кожному блоку місце призначення. Вони також формують проблему як проблему рюкзака з обмеженим пріоритетом, яку їм вдається вирішити майже оптимально, використовуючи модифіковану версію алгоритму BZ. У цій статті пропонується новий ефективний метод розв'язання довгострокової MSP багатопродуктового кар'єру в умовах багатоелементної геологічної невизначеності. Метод базується на застосуванні алгоритму BZ (Bienstock and Zuckerberg [13]) у стохастичному контексті, де представлено математичне формулювання та підхід до розв'язання, зокрема, як алгоритм BZ, адаптований до стохастичної оптимізації разом із двома евристичними методами, запропонованими для досягнення цілочисельного значення розв'язку. Застосування на багатопродуктовому родовищі залізної руди наведено як тематичне дослідження, а деталі реалізації, результати обчислень на багатопродуктовому родовищі залізної руди та деякі висновки наведено нижче.

3.2. Математичне формулювання

Враховуючи 3D-модель блоку рудного тіла, зв'язки між блоками можна представити за допомогою орієнтованого графа $G = (B, A)$, де вузли є гірничими блоками, а дуга (a, b) від a до b означає, що блок a не може бути видобутим раніше за блок b . Ця категорія обмежень називається обмеженнями нахилу. Вони є важливими для підтримки стабільності рудного тіла під час видобувних операцій і означають, що блок доступний лише після того, як усі

блоки, що його перекривають, вже видобуті. На рис. 3.1 показано просту 2D-модель блоку та відповідний графік, якщо необхідно дотримуватися нахилу 45 градусів.

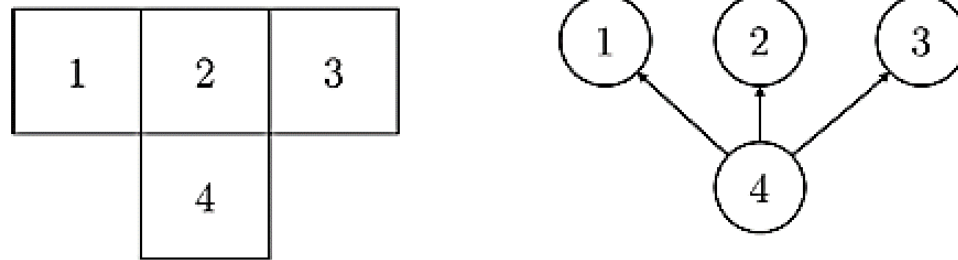


Рис. 3.1. 2D-блокова модель та відповідний їй графік

Припустимо, що блоки $\mathcal{B}$ повинні бути заплановані протягом T життєвого циклу рудника та відправлені до одного пункту призначення (збагачувальна фабрика, відходи тощо) з заданої множини $\mathcal{D} = \{1 \dots D\}$. Нехай $\mathcal{R} = \{1, \dots, R\}$ – мінеральні ресурси, а $\mathcal{S} = \{1 \dots S\}$ – множина рівномірних сценаріїв невідомого рудного тіла, що використовуються для фіксації геологічної невизначеності. Також визначено наступні позначення для використання у формулюванні задачі планування та наступних розділах.

Змінні:

- $Y_{b,d,t}$ – це змінна активності, яка приймає значення 1, якщо гірничий блок b видобувається та відправляється до пункту призначення d за період t , та 0 – в іншому випадку.
- $qu^r_{d,t,s}$ та $q^l_{d,t,s}$ – це відповідно верхнє та нижнє відхилення в тоннах від цільового показника виробництва ресурсу r у період t , відправленого до пункту призначення d за сценарієм s .
- $qu_{d,t,s}$ та $q^l_{d,t,s}$ – це відповідно верхнє та нижнє відхилення в тоннах від цільового показника виробництва руди в період t для пункту призначення d за сценарієм s .

Параметри:

- $P_{b,d,t,s}$ – це дискontований прибуток, отриманий, якщо блок b відправлено до пункту призначення d у період t за сценарієм s .
- $\mathcal{G}^r_{b,s}$ – це вміст блоку b для елемента r за сценарієм s .
- $G^r_{\max_{dt}}$ та $G^r_{\min_{dt}}$ – це відповідно максимальний та мінімальний прийняті вмісти для ресурсу r , який може бути відправлений до пункту призначення d у період t .
- $T_{\max_{dt}}$ та $T_{\min_{dt}}$ – це відповідно максимальний та мінімальний прийнятий тоннаж руди, який може бути відправлений до пункту призначення d у період t .
- cu^r_t та cl^r_t – це відповідно дискontована вартість одиниці верхнього та нижнього відхилення від $G^r_{\max_{dt}}$ та $G^r_{\min_{dt}}$.
- c_{u_t} та c_{l_t} – це відповідно дискontована вартість одиниці верхнього та нижнього відхилення від $T_{\max_{d,t}}$ та $T_{\min_{d,t}}$.
- Q_b – тоннаж блоку b .

- $M_{\max}$ – максимальна потужність видобутку за період.
- Γ^+ та Γ^- – відповідно наступники та попередники блоку b , що визначаються як: $\Gamma^+ = \{j \in \mathcal{B} \mid (j, b) \in \mathcal{A}\}$ та $\Gamma^- = \{j \in \mathcal{B} \mid (b, j) \in \mathcal{A}\}$

Використовуючи ці позначення, цільову функцію можна сформулювати як двоетапну стохастичну модель цілочисельного програмування (Birge and Louveaux, 1997) наступним чином:

Цільова функція

$$\max \frac{1}{S} \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T \left(\sum_{s=1}^S \tilde{p}_{b,d,t,s} y_{b,d,t} \right) - \frac{1}{S} \sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S \sum_{r=1}^R (cu_t^r qu_{d,t,s}^r + cl_t^r ql_{d,t,s}^r)$$

де:

$$\tilde{p}_{b,d,s,t} = \begin{cases} p_{b,d,t,s} - p_{p,(d+1),t,s} & \forall b \in \mathcal{B}, \quad d < D, \quad t = 1 \dots T, \quad s = 1 \dots S \\ p_{b,D,t,s} - p_{b,1,t+1,s} & \forall b \in \mathcal{B}, \quad t < T, \quad s = 1 \dots S \\ p_{b,D,T,s} & \forall b \in \mathcal{B}, \quad s = 1 \dots S \end{cases}$$

Цільова функція є комбінацією двох частин. Кожна з них представляє різну мету. Перша частина вказує на те, що дисконтований операційний дохід має бути максимізований з урахуванням усіх сценаріїв. Друга частина керує відхиленнями від виробничих цілей за моделюванням моделей рудних тіл. Ця частина забезпечує врахування та управління невизначеністю і мінливістю, оскільки оптимізація виконується за S рівноймовірними сценаріями. До речі, – відповідні параметри основних витрат визначають вагу двох частин у цільовій функції.

Обмеження

Обмеження запасів гарантує, що кожен блок b не може бути видобутим та обробленим більше одного разу за загальний період, і визначається:

$$y_{b,d,t} \leq y_{b,1,t+1} \quad \forall b \in \mathcal{B}, \quad t = 1 \dots T-1 \quad (1)$$

$$y_{b,(d-1),t} \leq y_{b,d,t} \quad \forall b \in \mathcal{B}, \quad d = 2 \dots D, \quad t = 1 \dots T \quad (2)$$

Перш ніж блок i можна буде видобути, всі Накладені блоки j повинні бути вилучені в той самий період або раніше:

$$y_{i,D,t} \leq y_{j,D,t} \quad \forall t = 1 \dots T, (i, j) \in \mathcal{A} \quad (3)$$

На рисунку 3.2 показано кроки для введення, відповідно, поняття багатоперіодного та багатоцільового планування в граф $G = (\mathcal{B}, \mathcal{A})$ для отримання нового орієнтованого графа $\bar{G} = (\bar{\mathcal{B}}, \bar{\mathcal{A}})$, де для кожного періоду t та пункту призначення d блок b представлений вершиною $(b/d/t)$.

G також представляє собою обмеження (1), (2) та (3) трьома різними категоріями дуг: міжперіодні дуги для обмежень (1), представлені пунктирними лініями, міжцільові дуги для обмежень (2), представлені товстими лініями.

ми, і, нарешті, дуги нахилу-обмежень для обмежень (3), представлені більш тонкими лініями.

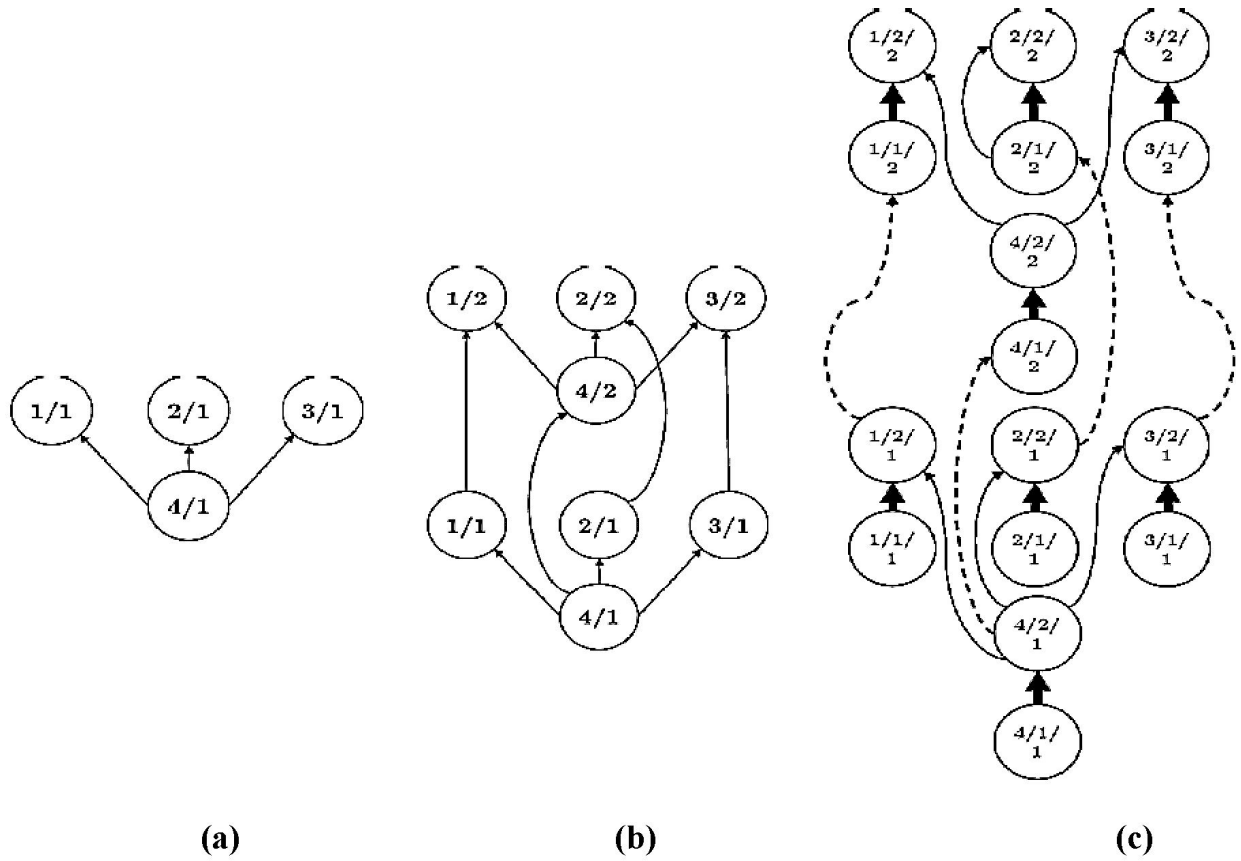


Рис. 3.2. Кроки для введення, відповідно, поняття багатоперіодного та багатоцільового планування в граф $G = (\mathcal{B}, \mathcal{A})$ для отримання нового орієнтованого графа $\bar{G} = (\bar{\mathcal{B}}, \bar{\mathcal{A}})$

Далі для спрощення виразів обмежень використовується нова змінна $\tilde{y}_{b,d,t}$, яка визначається як:

$$\tilde{y}_{b,d,t} = \begin{cases} y_{b,d,t} - y_{p,(d-1),t} & \forall b \in \mathcal{B}, \quad d = 2 \dots D, \quad t = 1 \dots T, \quad s = 1 \dots S \\ y_{b,1,t} - y_{b,D,t-1} & \forall b \in \mathcal{B}, \quad t = 2 \dots T, \quad s = 1 \dots S \\ y_{b,1,1} & \forall b \in \mathcal{B}, \quad s = 1 \dots S \end{cases}$$

Відхилення вмісту $qu_{d,t,s}^r$ та $q_{d,t,s}^l$ для кожного пункту призначення d , періоду t , елемента r та за сценарієм s визначаються обмеженнями змішування, сформульованими в рівняннях (4) та (5) для верхнього та нижнього відхилень відповідно та для кожного $(s, r) \in S \times \mathcal{R}$:

$$\sum_{b=1}^B (g_{bs}^r - Gmax_{d,t}^r) \cdot Q_b \cdot \tilde{y}_{b,d,t} - qu_{d,t,s}^r \leq 0 \quad \forall t = 1 \dots T, d = 1 \dots D \quad (4)$$

$$\sum_{b=1}^B (g_{bs}^r - Gmin_{d,t}^r) \cdot Q_b \cdot \tilde{y}_{b,d,t} + q_{d,t,s}^r \geq 0 \quad \forall t = 1 \dots T, d = 1 \dots D \quad (5)$$

Обмеження (4) та (5) дозволяють кількісно визначити відхилення від цілових показників вмісту в тоннах. Вираження відхилень у тоннах, а не у вмісті, дозволяє штрафувати пропорційно до видобутих кількостей, і це під-

тримує лінійність моделі. Аналогічно, відхилення тоннажу руди $qu_{d,t,s}$ та $ql_{d,t,s}$ визначаються в рівняннях (6) та (7):

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot \tilde{y}_{b,d,t} - qu_{d,t,s} \leq T_{max_{d,t}} \quad \forall t = 1 \dots T, d = 1 \dots D, s = 1 \dots S \quad (6)$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot \tilde{y}_{b,d,t} + ql_{d,t,s} \geq T_{min_{d,t}} \quad \forall t = 1 \dots T, d = 1 \dots D, s = 1 \dots S \quad (7)$$

Тоді обмеження (8) лімітують загальний тоннаж перероблюваного матеріалу за період t та за умови максимально можливої потужності видобутку корисної копалини певного виду:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times y_{b,D,1} \leq M_{max} \quad (8a)$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (y_{b,D,t} - y_{b,D,t-1}) \leq M_{max} \quad \forall t = 2 \dots T \quad (8b)$$

Нарешті, обмеження цілісності (9) та обмеження невід'ємності (10):

$$y_{b,d,t} \in \{0,1\} \quad \forall b \in B, d \in D, t = 1 \dots T \quad (9)$$

$$qu_{d,t,s}^r, ql_{d,t,s}^r \geq 0 \quad \forall d \in D, t = 1 \dots T, s \in S, r \in R \quad (10a)$$

$$qu_{d,t,s}, ql_{d,t,s} \geq 0 \quad \forall d \in D, t = 1 \dots T, s \in S \quad (10b)$$

3.3. Підходи до розв'язання

Запропонована методологія складається з трьох кроків. Перший крок є адаптацією алгоритму, вперше представленого в роботі Бінштока та Цукерберга [13]. У попередньому розділі представлено опис того, як цей алгоритм був поширений на стохастичну оптимізацію. Другий – це евристика округлення дробового розв'язку, отриманого на першому кроці. Ця евристика, описана вище, запозичує ідеї з евристики TopoSort, запропонованої Chicoisne et al. [47], але з деякими змінами, які вводяться для обробки стохастичного аспекту. Третій крок полягає в ітеративному застосуванні TabuSearch для покращення якості рішення, отриманого за допомогою евристики округлення.

Розв'язання лінійної релаксації

Формулювання, описане вище, можна представити в більш компактній формі наступним чином, де q представляє змінні відхилення, а c – дисконтовану вартість одиниці відхилення:

$$\begin{aligned}
Z &= \max p^t y + c^t q \\
s. t. \quad y_i &\leq y_j \quad \forall (i, j) \in \bar{\mathcal{A}} \\
My + Hq &\leq d \\
y &\in \{0, 1\}^n
\end{aligned}$$

Це формулювання є більш загальним, ніж загальна задача з обмеженнями пріоритету (GPCP), представлена в Bienstock та Zuckerberg [12], і яке не враховує змінні q . Муньос та ін. [46] довели правильність алгоритму BZ навіть у цій формі з цими додатковими змінними. Автори припустили, що ці змінні можна використовувати для кількох цілей моделювання (запаси, змінні потужності тощо). Ідея, запропонована в цій статті, полягає у використанні змінних q для моделювання відхилень від виробничих цілей і, таким чином, поширенні його на стохастичне формулювання.

Нагадаємо, що ефективність алгоритму BZ полягає в трьох основних ідеях.

По-перше, алгоритм використовує структуру задачі після послаблення побічних обмежень $My + Hq \leq d$. Дійсно, отримана задача є добре відомою задачею максимального замикання, яку можна досить ефективно вирішити за допомогою відповідних алгоритмів, таких як алгоритм псевдопотoku, запропонований Хохбаумом [116].

По-друге, Для цього класу задачі розрив інтегральності на практиці залишається малим.

Таким чином, оптимальне рішення релаксації лінійного програмування (LP), отримане за допомогою алгоритму BZ, являє собою жорстку верхню межу для цілочисельної задачі, тим більше, що традиційні методи часто не вирішують навіть лінійні релаксації екземплярів реального розміру.

По-третє, на відміну від традиційних методів релаксації Лагранжа, які вимагають багатьох ітерацій та збігаються дуже повільно без задовільної точності, підхід BZ використовує подвійну інформацію для ефективного зменшення розміру LP. Фактично, Бінсток та Цукерберг [12] довели, що оптимальне рішення будь-якого екземпляра GPCP досягає не більше $l+2$ різних значень, де l – кількість лінійно незалежних рядків у матриці D , це число залишається відносно малим для цього класу задачі.

Отже, у кожній ітерації k початкову можливу область проблеми можна обмежити лінійним простором, натягнутим матрицею-генератором G^k , яка змушує змінні, що відповідають ненульовим елементам кожного стовпця, бути рівними.

Це нагадує операцію агрегації в тому сенсі, що приводить до значного зменшення кількості змінних, але відрізняється збереженням індивідуальних властивостей блоків. G^k оновлюється на кожній ітерації після розв'язання задачі максимального замикання для генерації G^{k+1} , ця процедура називається «уточненням» (Munoz et al.) [46].

Евристика округлення

Евристика округлення, як випливає з назви, створює оптимальне рішення для цілого числа LP. Це адаптація евристики TopoSort, запропонованої в Chicoisne et al. [47].

Деякі зміни введені для обробки стохастичного аспекту та обговорюються пізніше в цьому розділі. Ця евристика приймає на вхід топологічне впорядкування блоків.

Це впорядкування визначає можливу послідовність вилучення в тому сенсі, що вона задовольняє обмеження нахилу.

Таким чином, блок з'являється в послідовності після всіх своїх попередників.

Оскільки існує багато можливих топологічних упорядкувань, присвоєння «ваги» кожному блоку призводить до точнішого упорядкування.

Отже, блоки з меншими ваговими значеннями будуть заплановані раніше в послідовності.

У цій постановці зберігається той самий тип вагової функції, запропонований Chicoisne et al. [47]. Він використовує рішення LP.

Для кожного $b \in \mathcal{B}$ вага обчислюється наступним чином:

$$w_b = x_{b,D,1} + \sum_{t=2}^T t \times (x_{b,D,t} - x_{b,D,t-1}) + (T+1) \times (1 - x_{b,D,T}).$$

Вагу w_b можна інтерпретувати як ймовірність того, що блок b буде вилучено за час t . Блоки, не вилучені до часу T , вважатимуться вилученими за час $T+1$. Тоді, нехай $G = (\mathcal{B}, \mathcal{A})$ буде графом, визначеним вище.

Враховуючи цей граф та вектор ваг w , блоки класифікуються відповідно до топологічного сортування, щоб отримати можливу послідовність вилучення $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, де b_i представляє член блоку.

Ця процедура описана в алгоритмі 1.

Підсумовуючи, блок b_i з'явиться перед b_j у послідовності, якщо він задовольняє або 1) b_i є попередником b_j , або 2) $w_i < w_j$.

Алгоритм 1: Топосортування (Tsort(G, w))

Входи: Ациклічний орієнтований граф $G = (\mathcal{B}, \mathcal{A})$, $\mathcal{N}$ – множина вузлів, вектор ваг w та $\forall b \in \mathcal{N}$, множина Ω_b^- визначається як

$$\Omega_b^- = \{j \in \mathcal{N} \mid (b, j) \in \mathcal{A}\}$$

1. $i \leftarrow 1, \mathcal{N} \leftarrow \mathcal{B}, n \leftarrow |\mathcal{N}|$
2. **while** $i < n$ **do**
 - 2.1. $b \leftarrow \mathbf{argmin}_{b \in \mathcal{N}} \{w_b \mid \Omega_b^- = \emptyset\}$
 - 2.2. $\mathcal{N} \leftarrow \mathcal{N} \setminus \{b\}$
 - 2.3. $b_i \leftarrow b$ and $i \leftarrow i + 1$
3. повернути топологічне впорядкування $b_1, b_2, \dots, b_n$ в G , зважене відносно w .

Після отримання топологічного впорядкування блоків застосовується евристика округлення (RH).

На відміну від евристики, запропонованої в Chicoisne et al. [47], де модель є детермінованою, і є лише жорсткі обмеження, що представляють верхні межі, які потрібно задовольнити, стохастична модель дозволяє порушення деяких обмежень шляхом покарання цільової функції та робить їх м'якими.

Крім того, модель містить як верхні, так і нижні межі для кожної цілі.

Точніше, по-перше, враховуючи дробовий розв'язок задачі LP, отриманий раніше за допомогою алгоритму BZ, створюються дві наступні категорії таких блоків.

Множина $\mathcal{F}$ утворюється блоками, які були повністю вилучені за один період, тобто

$$\mathcal{F} = \{b \in \mathcal{B} \mid \exists t \leq T, y_{bDt} - y_{bDt-1} = 1\}$$

вважається фіксованою.

Решта розглянутих блоків $\bar{\mathcal{F}}$ вважаються гнучкими, в тому сенсі, що час вилучення, а також пункт їхнього призначення можуть бути певною мірою змінені.

Потім значення дробового розв'язку округлюються до найближчих цілих чисел.

Новий розв'язок X^i не порушує обмежень пріоритету та використовується як початковий розв'язок евристики округлення.

Далі, на основі топологічного сортування, всі блоки, крім тих, що були виправлені, можуть бути переміщені (тобто просунуті, відкладені або просто змінені їхні пункти призначення) один за одним, якщо це приводить до кращого розв'язку.

Блок може бути запланованим у будь-який період і в будь-якому пункті призначення, якщо це відбувається між найдавнішим періодом вилучення (після всіх його попередників) і найостаннішим (перед усіма його наступниками).

Завжди вибирається хід, який приводить до найкращого рішення з усіх можливих.

Починаючи з рішення

$$X = \{x_{b,d,t}\}_{b \in \mathcal{B}, d \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T}},$$

рішення, що виникає в результаті переміщення вилучення блоку b на період t і до пункту призначення d , можна представити як

$$X \oplus (b, t, d).$$

Евристика завершується, коли всі блоки заплановані, а час їх вилучення

$$\{t_1, t_2 \dots t_{|\mathcal{B}|}\}$$

визначено.

Ця процедура підсумована в алгоритмі 2.

Алгоритм 2: RH (Евристика округлення)

Входи: Ациклічний орієнтований граф $G = (\mathcal{B}, \mathcal{A})$, вага w_b для кожного блоку $b \in \mathcal{B}$, T періодів, R ресурсів, X^i початковий розв'язок, $\mathcal{F}$ набір блоків, які вважаються фіксованими, і, нарешті,

$$\{t_1, t_2 \dots t_{|\mathcal{B}|}\}$$

ініціалізується моментами вилучення, визначеними X^i .

1. $i \leftarrow 1$
2. $\{b_1, \dots, b_n\} \leftarrow \text{Tsort}(G, w)$
3. **while** $i < n$ **do**
 - 3.1. Let $u = b_i$ and let $i \leftarrow i + 1$
 - 3.2. **if** $u \notin \mathcal{F}$
 - $t_{\text{earliest}} \leftarrow \max\{t_j \mid j \in \Gamma_u^-\}$
 - $t_{\text{latest}} \leftarrow \min\{t_j \mid j \in \Gamma_u^+\}$
 - $t_u \leftarrow \argmax\{value(X \oplus (u, t, d)) \mid t_{\text{earliest}} \leq t \leq t_{\text{latest}}\}$
 - $X \leftarrow X \oplus (u, t, d)$
 - endif**
- end while**
4. **return** $t_b \forall b \in \mathcal{B}$

Заборонений пошук (TS)

Потім застосовується заборонений пошук, послідовно розглядаючи періоди $p = 1, \dots, T$, для покращення рішення, отриманого за допомогою евристики округлення.

На ітерації p блоки, заплановані на попередні періоди, вважаються фіксованими, і можна переміщувати лише блоки, що залишилися.

Цей підхід достатньо ефективно використовує структуру витрат, яка складається у задачах планування видобутку, надаючи перевагу видобутку більш прибуткового блоку якомога швидше, а не відкладаючи його видобуток на майбутні періоди.

Далі ця евристика описана більш детально.

На p -й ітерації нехай S^p буде множиною блоків $b \in \mathcal{B}$, запланованих у періоди

$$t_b \leq p \text{ (i.e. } b \in S^p \Leftrightarrow \sum_{d=1}^D y_{bdp} = 1 \text{)}$$

визначених поточним рішенням X^p , а S^{p-1} буде множиною блоків $b \in \mathcal{B}$, запланованих та фіксованих у періоди $t_b \leq p-1$ та отриманих після застосування Табу-пошуку на попередніх $p-1$ ітераціях.

Також дві множини B_p^- та B_p^+ визначаються наступним чином:

$$B_p^- = \{i \in \mathcal{B} \mid t_i = p \text{ and } j \notin S^p \forall j \in \Gamma_i^+\}$$

$$B_p^+ = \{i \in \mathcal{B} \mid t_i = p+1 \text{ and } j \in S^p \forall j \in \Gamma_i^-\}$$

Перший набір представляє блоки, розташовані на «внутрішній» межі S^p . Їх можна видалити з S^p (тобто їх видобуток можна відкласти на пізніший період або скасувати).

Другий набір представляє блоки, розташовані на «зовнішній» межі S^p . Їх можна додати до S^p (тобто пришвидшити їх видобуток або додати нові, якщо вони не були заплановані в поточному рішенні) без порушення обмежень пріоритету.

Рис. 3.3 схематично зображує ці два набори B_p^- та B_p^+ .

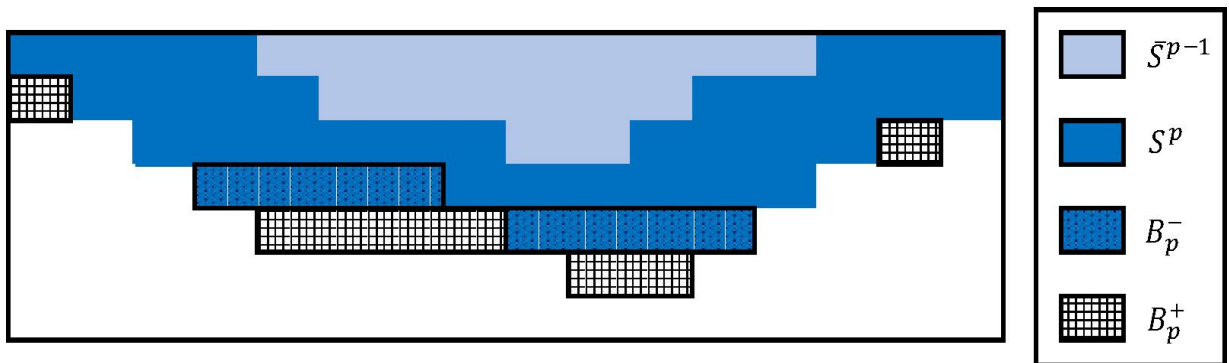


Рис. 3.3. Поточний розв'язок та відповідні обмеження: B_p^- (блок можна видалити з S^p) та B_p^+ (блок можна додати до S^p)

Наближення розв'язку X^p представлено всіма розв'язками, згенерованими або видаленням блоку з B_p^- , або додаванням блоку з B_p^+ .

Алгоритм 3 показує, як знайти всіх цих сусідів, враховуючи початковий розв'язок X та період p . У цьому алгоритмі

$$X \oplus (i, t, d)$$

представляє розв'язок, отриманий шляхом переміщення блоку i з t_i до t та з d_i до d .

Алгоритм 3: getNeighbors(X, p): побудова наближення заданого розв'язку

Вхідні дані:

Допустимий розв'язок – X , період – p

1. $neighbors \leftarrow \emptyset$

2. **for** (блок i в $\mathcal{B}$)

2.1. $test \leftarrow \text{true}$

2.2. **if** ($t_i = p$)

$t_{min} \leftarrow \min\{t_j \mid j \in \Gamma_i^+\}$

if ($t_{min} > t_i$)

for ($d=1 \dots D$)

$neighbors \leftarrow neighbors \cup (X \oplus (i, p + 1, d))$ (тобто відкласти вилучення до $p + 1$)

end for

endif

endif

2.3. **якщо** ($t_i = p + 1$)

$t_{max} \leftarrow \max\{t_j \mid j \in \Gamma_i^-\}$

якщо ($t_{max} \leq p$) **для** ($d=1 \dots D$)

$neighbors \leftarrow neighbors \cup (X \oplus (i, p, d))$ (тобто відкласти вилучення до періоду p)

end for

endif

endif

end for

3. повернути $neighbors$

Враховуючи $neighbors$, найкраще рішення серед них вибирається, навіть якщо це призводить до погіршення ходу, і воно автоматично додається до того, що позначається як *Табу-список*.

Цей список перегруповує всі тимчасово заборонені ходи.

Таким чином, уникається циклічне повторення та повернення до раніше відвіданих рішень.

Якщо Табу-список досягає свого максимального розміру $\max\text{TabuSize}$, деякі елементи більше не вважаються Табу, згідно з правилом FIFO (перший прийшов, перший вийшов).

Однак, у виняткових випадках, Табу-хід може бути прийнятий, якщо він генерує краще рішення, ніж найкраще можливе рішення, відоме на даний момент.

Алгоритм продовжуватиме пошук оптимального рішення, доки не буде досягнуто *nitermax* послідовних ітерацій без покращення.

Потім послідовно повертається найкраще знайдене на даний момент рішення з отриманих, яке використовується як рішення початкове для наступного періоду. Алгоритм 4 підсумовує, як застосовується пошук Табу.

Значення рішення X буде зазначено як Z_x .

Алгоритм 4: TabuSearch($X0, p$): Покращення початкового рішення $X0$ з урахуванням усіх блоків, запланованих до p , як фіксованих

Вхідні дані:

Допустиме рішення — $X0$, період — p ,

nitermax – максимальна кількість ітерацій без покращення рішення,

maxTabuSize – розмір списку Табу.

1. $sBest \leftarrow X0, bestCandidate \leftarrow X0, tabuList \leftarrow \emptyset, niter \leftarrow 0$
2. **while** ($niter < nitermax$)
 - 2.1. $sNeighborhood \leftarrow \text{getNeighbors}(bestCandidate, p)$
 - 2.2. $bestCandidate \leftarrow sNeighborhood$
 - 2.3. **for** ($sCandidate$ **in** $sNeighborhood$)
 - if** ($(sCandidate \notin tabuList)$ **and** ($Z_{sCandidate} > Z_{bestCandidate}$))
 - or** ($(sCandidate \in tabuList)$ **and** ($Z_{sCandidate} > Z_{sBest}$))
 - endif**
 - end for**
 - 2.4. **if** ($Z_{bestCandidate} > Z_{sBest}$)
 - $sBest \leftarrow bestCandidate$
 - $niter \leftarrow 0$
 - end if**
 - 2.5. $tabuList \leftarrow tabuList \cup bestCandidate$
 - 2.6. **if** ($|tabuList| > maxTabuSize$)
 - $tabuList \leftarrow tabuList \setminus tabuList$ (the first element of the list was considered tabu for *maxTabuSize* iterations)
 - end if**
 - 2.7. $niter \leftarrow niter+1$
- end while**
3. **return** $sBest$

3.4. Числові результати

Числові тести, представлені в цьому розділі, мають три цілі: (а) оцінити продуктивність розширеної версії алгоритму BZ; (б) обговорити якість рішень, що надаються двома евристичними методами, запропонованими тут; та (в) оцінити результати з точки зору профілів ризику отриманих оцінок за період.

Еталонні варіанти

Алгоритм застосовується до шести різних родовищ. Головною метою цих родовищ є задоволення, за найнижчими витратами, вимог замовника щодо якості та кількості різних геохімічних елементів. У табл. 3.1 наведено

огляд екземплярів, розділених на три набори еталонних даних. Перший набір S1 складається з малого, середнього та великого розмірів екземплярів з багатоеlementних родовищ заліза, які містять по два переробних заводи кожен: один для високоякісного та інший для низькоякісного. Усі вони повинні відповідати мінімальним та максимальним очікуваним вмістам для кожного геологічного елемента. Другий набір S2 складається з двох екземплярів, що представляють два різні фактичні родовища: родовище міді (Cu) та родовище золота (Au). У цих випадках також розглядаються два процесори. На відміну від першого набору, розглядається лише один геологічний елемент, і для кожного процесора існує мінімальний очікуваний вміст корисних копалин, який має бути задоволений. Третій набір S3 також складається з одного родовища міді середнього розміру. Єдина відмінність від другого набору полягає в тому, що в цьому випадку розглядається один процесор. Щоб зобразити мінливість та невизначеність цих параметрів у плануванні, для кожного випадку розглядаються 10 стохастично змодельованих моделей рудних тіл. Вони отримані за допомогою обчислювально-сумісного підходу прямого блокового моделювання, запропонованого Буше та Дімітракопулосом [117].

Таблиця 3.1

Огляд п'яти випадків

Варіанти		Кількість блоків	Кількість періодів (T) у роках	Напрямки	Характер покладу	Кількість бічних обмежень
S1	I1	33,168 Розмір блоку: 25×25×2 м Вага блоку: 3125 тонн	5	2 процесори, 1 відвал	Родовища багатоеlementної сировини Вміст: Fe, SiO ₂ , Al ₂ O ₃ , P та LOI	1025
	I2	4,734 Розмір блоку: 25×25×12 м Вага блоку: 18750 тонн	5	2 процесори, 1 відвал		1025
	I3	132,672 Розмір блоку: 25×25×2 м Вага блоку: 3125 тонн	5	2 процесори, 1 відвал	Родовище залізної руди з урахуванням забруднювача SiO ₂	420
S2	C1	22,549 Розмір блоку: 20×20×10 м Вага блоку: 10000 тонн	12	2 процесори, 1 відвал	Родовище міді	276
	G1	48,821 Розмір блоку: 15×15×10 м Вага блоку: 5625 тонн	10	2 процесори, 1 відвал	Родовище золота	230
S3	C2	20,626 Розмір блоку: 20×20×10 м Вага блоку: 10800 тонн	10	1 процесор, 1 відвал	Родовище міді	120

Параметри

У табл. 3.2 наведено економічні параметри, що використовуються для розрахунку коефіцієнтів цільової функції. Ці параметри обговорювалися з промисловими партнерами. У табл. 3.3 представлено параметри, що використовуються для розрахунку штрафів за відхилення від виробничих цілей. Вони були обрані після спроби кількох комбінацій та методу спроб і помилок, щоб забезпечити баланс між дуже високою селективністю та допустимою, яка

може вплинути на однорідність продуктів. Крім того, не використовується граничний вміст, тому можна розглядати блок як руду чи відходи.

Таблиця 3.2

Економічні параметри

Вартість розробки		Залізо	Мідь	Золото
		\$5/тонна	\$1/тонна	\$1/тонна
Низькоякісний процесор	Вартість обробки	\$5/тонна	\$2.25/тонна	\$6/тонна
	Відновлення	100 %	55 %	45 %
Високоякісний процесор	Вартість обробки	\$6/тонна	\$9/тонна	\$15/тонна
	Відновлення	100 %	90 %	95 %
Відновлений метал		\$26/тонна для низькоякісного та \$30/тонна для високоякісного	\$1.7/фунт	\$28.2/грам
Дисконтна ставка		10 %	10 %	10 %

Таблиця 3.3

Витрати на відхилення від виробничих цілей (\$/тонна)

	Fe	SiO ₂	Al ₂ O ₃	P	LOI	Cu	Au	Видобуток руди
S1	10	20	20	10	1			25
S2 і S3						20	2,000	25 або мідь/100 для родовищ золота

Реалізація

Усі алгоритми були розроблені мовою програмування C++, а всі обчислювальні тести були проведені на комп'ютері Intel Core i5 (2,3 ГГц) з 8,00 ГБ оперативної пам'яті під керуванням Windows 10.

Розширена версія алгоритму BZ, евристика округлення та заборонений пошук будуть називатися ExBZ, RH та TS відповідно.

Перед представленням результатів спочатку пояснюються різні значення параметрів.

ExBZ. Для розв'язання більшості з превалюючих підзадач максимального потоку використовується алгоритм псевдопотуку, представлений у Hochbaum [116], а LP розв'язується за допомогою Cplex з налаштуваннями за замовчуванням.

HR. Параметри не потрібні.

TS. Для забороненого пошуку є два основні параметри. Вони були визначені на основі попередніх тестів:

- Максимальний розмір TabuList або, іншими словами, кількість ітерацій, протягом яких хід залишається забороненим або забороненим фіксовано на рівні 1000 ітерацій, що в середньому майже дорівнює $0,6N$, де N – кількість блоків, які можна переміщувати на кожній ітерації, або, іншими словами, розмір оточення на кожній ітерації.

- Критерій зупинки: Максимальна кількість послідовних ітерацій без покращення: $0,3N$.

Числові результати

У табл. 3.4 наведено зведення часу виконання та порівняння %*Gap* (розрив), що використовується для оцінки якості рішень.

Міра $\%Gap_{final}$ – це розрив, розрахований відносно верхньої межі, наданої ExtBZ:

$$\%Gap_{final} = \frac{Z_{LR} - Z^*}{Z_{LR}}$$

де Z^* та Z_{LR} – це відповідно значення рішення, наданого оціненим алгоритмом, та оптимальне значення лінійної релаксації, отримане ExtBZ.

Інший показник $\%Diff$ (різниця) використовується для представлення відсоткової різниці між значенням рішення, отриманого за допомогою початкового рішення.

Таблиця 3.4

Зведення середніх розривів та часу виконання рішень, знайдених за допомогою розширення Бієнштока-Цукерберга та різних евристик

Об'єкти		ExtBZ	SR			RH			TS		
		Час	Час	Розрив <i>Gap</i> (%)	Різниця <i>Diff</i> (%)	Час (%)	Розрив <i>Gap</i> (%)	Різниця <i>Diff</i> (%)	Час (%)	Розрив <i>Gap</i> (%)	Різниця <i>Diff</i> (%)
S1	I1	18 хв.	3 с	55.3	-	4 с	6.7	48.6	13 хв	1.2	5.5
	I2	2 хв. 49 с.	2 с	3.2	-	3 с	0.3	2.9	11 хв	0.3	~0
	I3	1 год. 12 хв.	20 с	22.1	-	2 хв	2.2	19.9	29 хв	1.7	0.5
S2	C1	10 хв. 2 с.	4 с	11	-	10 с	5.2	5.8	7 хв	3	2.8
	G1	28 хв. 48 с.	20 с	55.9	-	22 с	4.6	51.3	9 хв	1.7	2.9
S3	C2	3 хв. 50 с.	3 с	30	-	3 с	8	22	10 хв	3.5	4.5

Результати в табл. 3.4 показують, що для всіх розглянутих і розрахованих випадків ExtBZ зміг розв'язати задачу релаксації LP до оптимальності за прийнятний час.

Однак, найбільший з розглянутих варіант – S1:I3 затребував для розв'язання поставленої задачі до оптимальності понад 2,5 години та 1 год 12 хв для досягнення розриву 10-5%. Буде цікаво глибше дослідити причини такої регресії збіжності.

З іншого боку, незважаючи на свою поглинаючу природу, RH, здається, працює дуже добре незалежно від якості початкового рішення, наданого евристикою SR, а час її виконання – незначний.

У той же час, тривалість виконання TS – велика порівняно з його ефективністю покращення рішення, наданого RH.

Це пояснюється тим, що оцінка значення рішень всіх сусідніх за допомогою цього методу займає дуже багато часу, особливо для екземплярів з довгим терміном служби.

Покращення, отримане за допомогою TS, – обмежене, але все ж варто було того, оскільки всі екземпляри досягли розриву менше 3,5% після його застосування.

Загалом, таблиця показує, що разом три евристики добре покращують рішення, отримане ExtBZ.

Профілі ризику

Для стислості в цьому підрозділі будуть оцінені лише результати варіанта S1:I1 щодо профілів ризику видобутих сортів для критичних елементів Fe, SiO₂, P, Al₂O₃ та LOI.

На рисунках 3.4 та 3.5 показано профілі ризику для кожного з видобутих сортів руди.

Кожна точка представляє сорт за заданий період часу та задане оператором моделювання. Точка поза межами відображає можливе відхилення від виробничих цілей.

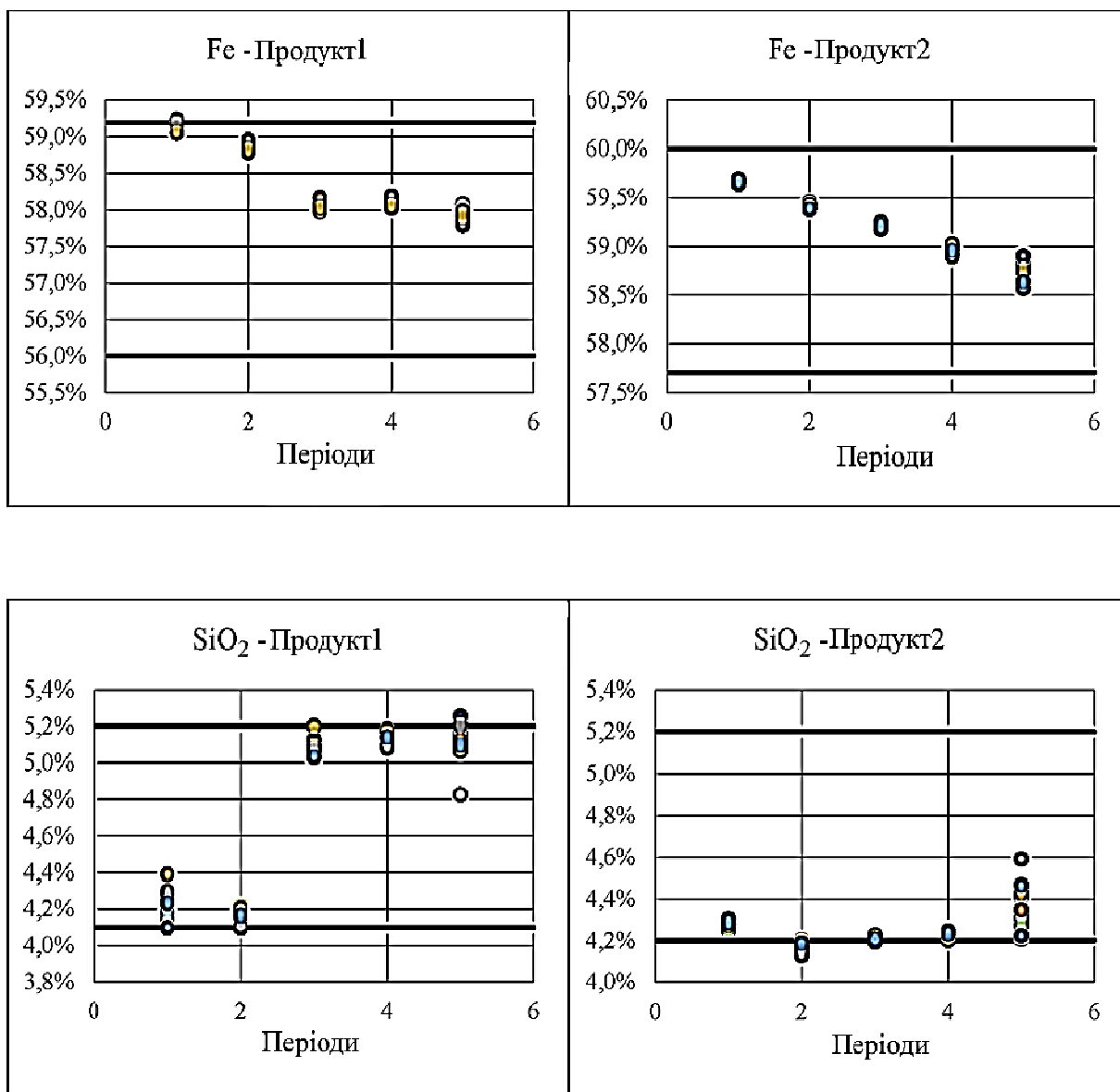


Рис. 3.4. Результати стохастичного планування з точки зору профілів ризику для Fe, SiO₂, Al₂O₃, P та LOI

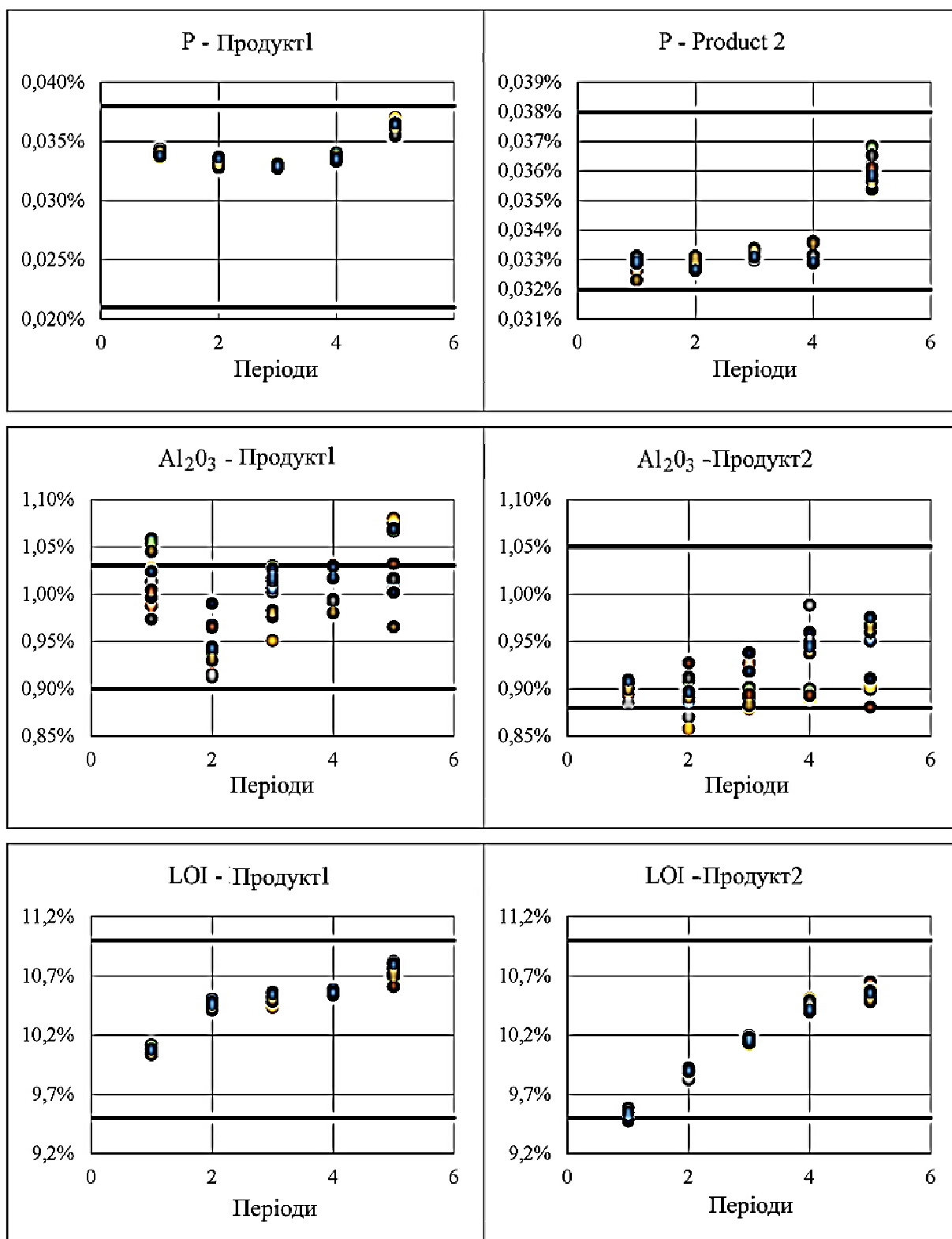


Рис. 3.5. Результати стохастичного планування з точки зору профілів ризику для Fe, SiO₂, Al₂O₃, P та LOI (продовження та кінець)

Профілі ризику вмісту Fe, P та LOI дозволяють зробити висновок про відсутність ризику відхилення від виробничих цілей. Однак, це більш критично для SiO₂ та Al₂O₃, які не досягли цілей протягом принаймні одного пері-

оду та одного моделювання. Відхилення SiO_2 залишаються дуже обмеженими. Найважливіше відхилення спостерігається для марок Al_2O_3 продукту 1 з імовірністю 30% у періоді 1 та 50% у періоді 5. Були протестовані вищі штрафи для зменшення цього ризику, але це лише незначно покращило результат. Висока мінливість та невизначеність елемента на місці можуть пояснити це, і змішування не може обійти цю проблему.

Висновки за розділом 3

У цій частині даної магістерської роботи запропоновано метод, заснований на стохастичній адаптації алгоритму BZ, евристиці округлення та пошуку Табу, для вирішення реальних випадків задачі планування видобутку на відкритому кар'єрі з кількома пунктами призначення та за умови багатоеlementної геологічної невизначеності. Перша використана евристика спрямована на округлення дробового рішення, отриманого за допомогою адаптації алгоритму BZ. Це – поглинаюча евристика, заснована на методах топологічного сортування. Друга – це заборонений пошук, який покращує якість рішення. Результати показують, що метод працює дуже добре, а час виконання є прийнятним. Дійсно, розрив між отриманим рішенням і верхньою межею – менший за 3,5%.

Природним наступним кроком було б знайти точніші критерії прийняття рішень для прийняття або відхилення блоку в евристиці округлення та таким чином отримати кращі рішення для забороненого пошуку. Ще одна цікава робота полягає в додаванні середньо-короткострокових обмежень для розгляду.

Розділ 4

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ЗМІШАНО-ЦІЛОЧИСЛОВОЇ МОДЕЛІ ПЛАНУВАННЯ РОЗРОБКИ ЗАПАСІВ ЗА БАГАТОЕЛЕМЕНТНОЇ ГЕОЛОГІЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Задача планування видобутку на кар'єрі спрямована на оптимізацію чистої приведеної вартості. Наразі запропоновано декілька методів рішення для пошуку найвигіднішої послідовності видобутку. Такі методи передбачають визначення того, які блоки видобутку з тих, що використовуються для представлення відповідного родовища корисних копалин, слід видобувати та коли. Однак у технічній літературі мало що повідомляється про врахування потоку матеріалів після видобутку та, точніше, включення накопичення запасів як частини стратегії планування видобутку, що додає технічних складнощів через складність правильного моделювання змішування матеріалів після відправлення у запас.

У цьому розділі аналізується нова модель планування видобутку на кар'єрах з урахуванням кількох пунктів призначення видобутої сировини, включаючи рудні склади і відвали, й урахування багатоелементної невизначеності. На відміну від традиційних моделей, запропонована дозволяє більш точно оцінити результуючий вміст корисних копалин у складі без використання нереалістичних припущень або нелінійних обмежень. Представлено підхід до розв'язання, заснований на поширенні алгоритму Бінштока та Цукерберга на стохастичну оптимізацію та дві евристики, який застосовується до різних випадків реального стану. Результати показують, що цей підхід забезпечує можливе цілочисельне рішення в межах менше ніж 1,7% від оптимальності за розумний час. Також обговорюються властивості й обмеження представленої моделі, а також надаються рекомендації для подальших досліджень.

4.1. Виробничі ситуації та типи моделей

Довгострокове планування виробництва на кар'єрах спрямоване на пошук оптимальної послідовності видобутку, що означає визначення, коли, якщо взагалі, видобувати кожну частину родовища корисних копалин і куди її відправляти серед заданого набору можливих пунктів призначення (пункт усереднення, рудний склад, збагачувальні фабрики, майданчики вилуговання, відвали тощо), щоб максимізувати загальну чисту приведену вартість (NPV) операції. Це планування підлягає деяким обмеженням, таким як обмежені ресурси, виробничі вимоги або просторові обмеження пріоритету. Ця проблема прийняття рішень, яку також називають проблемою планування виробництва на кар'єрі (OPMPSP), вивчалася протягом останніх п'ятдесяти років не лише через свою складність, оскільки вона передбачає великі набори даних і численні обмеження, але й через її прямий вплив на прибутковість та успіх гірничого проекту. Завдяки розробці методів оптимізації дослідники

намагаються запропонувати моделі, які є все більш точними та наближеними до реальності на місцях. Однак, зусилля щодо включення запасів до процесу оптимізації – обмежені, оскільки математично складно належним чином оцінити якість матеріалу всередині запасу.

Моделі без накопичення

Ранні спроби вирішення OPMPSp не розглядають запаси як частину проблеми, а натомість зосереджуються на послідовності видобутку. На той час вже була введена тривимірна модель блоків для представлення родовищ та дискретизації їх на гірничі блоки. Бурові операції дозволяють пов'язати набір атрибутів з кожним блоком, таких як сорти металу, тип матеріалу, щільність тощо. Ці атрибути оцінюються на основі інтерполяції з використанням доступних навколишніх зразків. Традиційні підходи підсилюють свою неточність, розглядаючи одне оціночне значення для кожного атрибута, і тому ігнорують як невизначеність, так і мінливість *in-situ*. Такі методи називаються детермінованими в тому сенсі, що вони вважають усі значення атрибутів точними, ігноруючи пов'язану з ними невизначеність та її джерела. Джонсон [118] послаблює обмеження цілісності та використовує переваги особливої структури проблеми для застосування розкладання Данцига-Вольфа. Дагделін та Джонсон [28] пропонують точний метод, заснований на лагранжевій релаксації обмежень ресурсів, та використовують субградієнтний метод для коригування множників. Відтоді багато авторів запропонували методи, щоб зробити великі масиви обчислювально оброблюваними. У той час як Рамазан [29] розробив Фундаментальний алгоритм дерева для оптимального об'єднання блоків у групи, Вітл [31] та Табеш і Аскарі-Насаб [119] використовують різні евристичні агрегації для зменшення розміру проблеми. Однак агрегація часто призводить до нездійснених рішень після завершення дезагрегації та відновлення вихідних змінних (Боланд та ін., [45], і таким чином ставить під загрозу саму корисність методів. Топал [32] виключає деякі бінарні змінні, визначаючи найдавніший та найпізніший час вилучення для кожного блоку. Какчетта та Хілл [120] використовують граничну кількість ям для попередньої обробки та застосовують алгоритм гілок та розрізів для вирішення проблеми. Рамазан та Дімітракопулос [121, 122] послаблюють цілісність змінних, пов'язаних з блоками відходів. Використання ковзного часового вікна також було популярним методом (Dimitrakopoulos and Ramazan [123], Cullenbine et al. [40], Lamghari and Dimitrakopoulos [89]). Інші підходи спираються на евристичні та метоевристичні. Denby та Schofield [51] використовують генетичний алгоритм, тоді як Shishvan та Sattarvand [54] представляють метоевристику, засновану на оптимізації мурашиної колонії. Lamghari et al. [39] пропонують гібридний метод, заснований на лінійному програмуванні (LP) та локальному пошуку змінної околиці. Методи декомпозиції також здаються особливо ефективними при застосуванні до OPMPSp (Tachefine [44], Chicoisne et al. [47], Bienstock and Zuckerberg [12, 13]. Зокрема, алгоритм Bienstock-Zuckerberg (BZ) довів свою ефективність для оптимального вирішення LP-релаксації OPMPSp. Використовуючи особливу структуру задачі, їхній метод декомпозиції може вирішувати великі випадки з довільною кіль-

кістю побічних обмежень. Документ Муньоса та ін. [46] доводить правильність алгоритму BZ та показує, що його можна узагальнити для вирішення більшої кількості задач, що виникають у контексті планування гірничих робіт.

Незважаючи на значний прогрес у методах детермінованої оптимізації, ігнорування невизначеності, присутньої в кількох параметрах, особливо у вмісті металу, серйозно погіршує надійність цих методів та безпосередньо впливає на ефективність гірничого проекту (Dowd [59], Baker and Giacomo [55]). Для врахування геологічної невизначеності та представлення мінливості вмісту корисних копалин на місці, кілька рівномірних сценаріїв геологічного профілю рудного тіла використовуються одночасно як вхідні дані для OPMPS (Goovarets [111], Boucher and Dimitrakopoulos, [61]). Врахування невизначеності щодо металів додає певного рівня складності до процесу оптимізації, але також надає багато переваг, обговорених, зокрема, у Рейвенскрофті [60], Дауді [59], Годой та Дімітракопулос [101], Менабде та ін. [124, 125], Алборі та Дімітракопулос [114], Рамазан і Дімітракопулос [36], Маркотт та Карон [126] та ін.

Загалом, стохастична оптимізація підвищує надійність планування та його шанси на досягнення виробничих цілей завдяки більш реалістичному моделюванню й управлінню ризиками. Це також приводить до вищих чистих поточних значень (NPV) (близько 15-30%) порівняно з тими, що отримані за допомогою детермінованих моделей (Dimitrakopoulos [64]). У літературі запропоновано різні підходи до обробки невизначеності щодо металів. Формулювання, що мінімізують відхилення від виробничих цілей під час моделювання кількох рудних тіл, були запропоновані, наприклад, Годоем [112], Албором та Дімітракопулосом [114] і Гудфеллоу та Дімітракопулосом [100]. Менабде та ін. [125] додають до своєї моделі обмеження, щоб забезпечити досягнення виробничих цілей у середньому. Боланд та ін. [67] пропонують багатоетапний підхід стохастичного програмування. Бенндорф та Дімітракопулос [70] застосовують стохастичне цілочисельне математичне програмування (SIP) для роботи з багатоелементною невизначеністю. Авторам також вдається мінімізувати відхилення від виробничих вимог. Ламгарі та Дімітракопулос [71] пропонують ефективний метаевристичний підхід до розв'язання, заснований на диверсифікованому пошуку Табу, тоді як Ламгарі та ін. [] (2014) пропонують евристику спуску зі змінною околицею, а Албор та Дімітракопулос [] (2010) генерують набір вкладених шахт, групують ці шахти в відвали, а потім створюють довгострокове планування виробництва на основі отриманих планів відвалів. Бріка та ін. [104] пропонують адаптацію алгоритму BZ до стохастичної оптимізації в поєднанні з двома евристичними для ефективного вирішення задачі OPMPS в умовах багатоелементної невизначеності та обробки різних пунктів призначення.

Моделі зі складуванням

Запаси довгий час виключалися з процесу оптимізації планування рудників, незважаючи на їхню значну роль у потоці матеріалів після видобутку та різні переваги, які вони надають гірничодобувним компаніям. Дійсно, ма-

тематично складно правильно змодельовати потік матеріалів усередині запасу, враховуючи обмеження традиційних методів оптимізації. Деякі програмні пакети для планування видобутку корисних копалин (Whittle [115], Mintec [82], MineMax [83] розглядають відвалоутворення як частину планування кар'єрів. Однак, через свої методи моделювання, вони не пропонують оптимальних рішень.

У цьому контексті академічні дослідники запропонували різні моделі для усунення виявлених недоліків. Для моделювання вмісту корисних копалин у складі зазвичай передбачається, що матеріал, після відправлення до нього, автоматично та однорідно змішується, а після регенерації він більше не має якості, з якою він надійшов, але відтепер – поточну середню якість запасу. Це припущення передбачає обмеження для забезпечення збереження матеріалу щодо тоннажу та класу якості, і таким чином часто приводить до моделей з неопуклими нелінійними обмеженнями. Однак важливо наголосити, що це припущення про однорідне змішування є нереалістичним; скоріше, матеріал укладається в послідовні шари. Блей та ін. [91] пропонують точні алгоритмічні підходи для вирішення двох різних нелінійних цілочисельних моделей, розглядаючи один запас та використовуючи особливу структуру таких специфічних моделей. Вони послаблюють нелінійні обмеження запасу та вводять агресивний шаблон розгалуження, щоб обмежити їх порушення довірливим близьким до нуля. Потім вони застосовують первинну евристику для виправлення рішення та перетворення його на повністю можливе рішення. Гудфеллоу та Дімітракопулос [80] і Монтіель та Дімітракопулос [77] пропонують глобальні моделі оптимізації, які враховують усі взаємопов'язані аспекти ланцюжка створення вартості корисних копалин одночасно в стохастичному контексті. Їхній метод поєднує різні метаевристики, такі як імітація відпалу, оптимізація рою частинок та диференціальна еволюція. Вони також розробляють політику вибору місця призначення кожного блоку після його видобутку. Порівняння з детермінованим еквівалентом запропонованого оптимізатора та комерційним програмним забезпеченням для планування рудників показують переваги їхнього методу.

Хоча правильне відображення потоку матеріалу всередині запасу з урахуванням припущення про однорідне змішування вимагає нелінійних моделей, через їхню складність дослідники віддають перевагу лінійним моделям, але на шкоду точності рішення. Сміт [84] вирішує короткострокове планування виробництва з урахуванням накопичення запасів та змішування. Він апроксимує, за допомогою кусково-лінійного формулювання, квадратичні члени у вихідній моделі, що представляють добуток сорту всередині запасу та кількості, що вилучається з нього в кожному періоді. Акайке та Дагделен [128] не враховують змішування в запасах і припускають, що запасів нескінченна кількість. Іншими словами, кожен блок пов'язаний зі своїм запасом, і таким чином, відстеження кожного блоку зберігається від його видобутку до кінцевого пункту призначення, аж до запасу. Це припущення є нереалістичним, хоча воно пом'якшує нелінійність. Пізніше Рамазан та Дімітракопулос [36] і Сміт та Вікс [85] приймають те саме припущення, але у двох різних

контекстах. У першій статті використовується стохастична структура для відображення невизначеності у вхідних геологічних та економічних даних. Натомість у другій статті розглядається детермінований контекст, у якому модель розв'язується за допомогою евристики ковзного часового вікна. Ярмуч та Ортіс [88] визначають два запаси, один для високоякісної руди та інший для низькоякісної, а потім розв'язують задачу період за періодом, коригуючи вміст руди в запасах наприкінці кожного періоду. Табеш та ін. [90] лінеаризують проблемні обмеження, визначаючи «достатню» кількість запасів, де кожен запас охоплює матеріал у вузькому діапазоні вмісту. На жаль, автори не надають жодних числових результатів. Ламгарі та Дімітракопулос [89] пропонують нове формулювання для вирішення OPMPSР в умовах невизначеності щодо металів та враховують кілька пунктів призначення, включаючи запаси. Нелінійності уникають шляхом оцінки відповідного середнього вмісту руди для кожного запасу та його послідовного коригування. Для управління геологічним ризиком надлишок над цільовими показниками видобутку руди опосередковано штрафується через витрати, пов'язані з відправкою рудного матеріалу до запасів. Морено та ін. [92] аналізують різні моделі накопичення запасів, більшість з яких згадані вище, та пропонують нову лінійно-цілочислову модель. Автори показують, що ця модель є близьким наближенням нелінійно-цілочислової еквівалентної моделі, представленої Блеєм та ін. [91]. Однак вони також припускають однорідне змішування матеріалу в одному запасі в кожному періоді.

У даному контексті метою є пропонування нової лінійної змішаної цілочисельної моделі, яка може враховувати великі випадки OPMPSР з накопиченням запасів (OPMPSР+S) та за умов невизначеності металу. Ця модель не враховує припущення про однорідне змішування та не потребує наближень для належної обробки обмежень змішування.

4.2. Математичне формулювання

У цьому підрозділі спочатку представлено математичне формулювання моделі, яка не враховує накопичення запасів перед введенням запасів у нову модель.

4.2.1. Планування видобутку на кар'єрі без відкладання запасів

У першому підрозділі наведено позначення, а в наступному розділі представлено математичну модель.

Позначення та набори:

- $\mathcal{B} = \{1 \dots B\}$: набір блоків;
- $\mathcal{T} = \{1 \dots T\}$: набір періодів часу, що дискретизують термін служби рудника;
- $\mathcal{M} = \{1 \dots M\}$: набір збагачувальних фабрик;

- $\mathcal{W} = \{1 \dots W\}$: набір породних відвалів;
- $\mathcal{D} = \mathcal{M} \cup \mathcal{W} = \{1 \dots D\}$: набір місць призначення, включаючи породні відвали та збагачувальні фабрики;
- $\mathcal{R} = \{1 \dots R\}$: набір властивостей руди (тобто геологічних елементів);
- $\mathcal{S} = \{1 \dots S\}$: набір можливих сценаріїв розвитку рудного тіла. Кожен сценарій має однакову ймовірність виникнення та являє собою різне моделювання геологічного профілю кожного блоку;
- Γ_b^+ та Γ_b^- : відповідно набір безпосередніх наступників та попередників блоку b .

Параметри:

- $P_{b,d,t,s}$ – це дискontований прибуток, отриманий, якщо блок b відправлено до пункту призначення d у період t за сценарієм s . Якщо пунктом призначення є переробний завод, прибуток дорівнює вартості вмісту металу, видобутого в блоці, за вирахуванням витрат на обробку та продаж. Якщо блок відправлено на відвал, він дорівнює 0 (вартість видобутку блоку розраховується окремо).
- $\mathcal{G}_{b,s}^r$ – це вміст блоку b для елемента r за сценарієм s .
- $T_{\max_{m,t}}$ та $T_{\min_{m,t}}$ – відповідно, очікувані максимальний та мінімальний тоннажі руди, що відправляються на переробний завод m у період t .
- $G_{\max_{mt}}^r$ та $G_{\min_{mt}}^r$ – відповідно, очікувані максимальний та мінімальний вміст ресурсу r , що відправляється на переробний завод m у період t .
- $mc_{b,t}$ – дискontована вартість видобутку блоку b у період t .
- cu_t та cl_t – відповідно, дискontовані собівартості одиниці верхнього та нижнього відхилення від $T_{\max_{mt}}$ та $T_{\min_{mt}}$.
- cu_t^r та cl_t^r – це відповідно дискontовані собівартості одиниці верхнього та нижнього відхилення від $G_{\max_{d,t}}^r$ та $G_{\min_{d,t}}^r$.
- Q_b – тоннаж блоку b .
- $M_{\max}$ – максимальна потужність видобутку за період.

Змінні:

- $y_{b,d,t}^{at}$ – двоїчна змінна, яка приймає значення 1, якщо блок b повністю видобуто та відправлено до пункту призначення d у момент часу t , 0 – в іншому випадку.
- $qu_{m,t,s}$ та $ql_{m,t,s}$ – неперервні змінні, що представляють відповідно верхнє та нижнє відхилення від цільового показника виробництва руди в період t , відправленої на збагачувальну фабрику m за сценарієм s .
- $qu_{m,t,s}^r$ та $ql_{m,t,s}^r$ – неперервні змінні, що представляють відповідно верхнє та нижнє відхилення від цільового показника виробництва r у період t , відправленого на збагачувальну фабрику m за сценарієм s .

Математична модель

Дотримуючись опису та позначень, наведених у попередніх розділах, задачу можна сформулювати як двоетапну стохастичну модель змішаного цілочисельного програмування (Birge and Louveaux [129]).

Цільова функція:

$$\begin{aligned}
 (\mathcal{P}) \max Z = & \frac{1}{S} \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S (p_{b,d,t,s} - mc_{b,t}) y_{b,d,t} \\
 & - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S (cu_t qu_{m,t,s} + cl_t ql_{m,t,s}) \\
 & - \frac{1}{S} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S \sum_{r=1}^R (cu_t^r qu_{m,t,s}^r + cl_t^r ql_{m,t,s}^r)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Обмеження:

$$\sum_{p=1}^T \sum_{d=1}^D y_{b,d,p}^{at} \leq 1 \quad \forall b \in \mathcal{B} \tag{3.2}$$

$$\sum_{p=1}^t \sum_{d=1}^D y_{b,d,p}^{at} \leq \sum_{p=1}^t \sum_{d=1}^D y_{a,d,p}^{at} \quad \forall (a,b) \in \mathcal{B}^2 \text{ де } a \in \Gamma_b^-, t \in \mathcal{T} \tag{3.3}$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot y_{b,m,t,s}^{at} - qu_{m,t,s} \leq T \max_{m,t} \quad \forall b \in \mathcal{B}, m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \tag{3.4}$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot y_{b,m,t,s}^{at} + ql_{m,t,s} \geq T \min_{m,t} \quad \forall b \in \mathcal{B}, m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \tag{3.5}$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot (g_{bs}^r - G \max_{m,t}^r) \cdot y_{b,m,t}^{at} - qu_{m,t,s}^r \leq 0 \quad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S}, r \in \mathcal{R} \tag{3.6}$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot (g_{bs}^r - G \min_{m,t}^r) \cdot y_{b,m,t}^{at} + ql_{m,t,s}^r \geq 0 \quad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S}, r \in \mathcal{R} \tag{3.7}$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \cdot (\sum_{d=1}^D y_{b,d,t}^{at}) \leq M_{\max} \quad \forall t \in \mathcal{T} \tag{3.8}$$

$$y_{b,d,t}^{at} \in \{0,1\} \quad \forall b \in \mathcal{B}, d \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T} \tag{3.9}$$

$$qu_{m,t,s}, ql_{m,t,s} \quad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \tag{3.10a}$$

$$qu_{m,t,s}^r, ql_{m,t,s}^r \geq 0 \quad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S}, r \in \mathcal{R} \tag{3.10b}$$

Цільова функція (3.1) поєднує дві цілі. Перша спрямована на максимізацію дисконтованого прибутку, отриманого від експлуатації родовища, за моделюванням моделей рудного тіла. Друга спрямована на мінімізацію відхилень від цільових показників видобутку з урахуванням усіх сценаріїв.

Перше обмеження (3.2) гарантує, що кожен блок не може бути видобутий більше одного разу. Обмеження (3.3) представляє обмеження пріоритету та гарантує, що блок не може бути видобутий, якщо не всі блоки, що перекривають його, вже видобуто. Відхилення тоннажу руди від цільових показників видобутку руди визначені в рівняннях (3.6) та (3.7). Аналогічно, обмеження (3.4) та (3.5) обчислюють відхилення вмісту руди відповідно від мак-

симального та мінімального очікуваного вмісту. Обмеження (3.8) обмежує потужність видобутку. Нарешті, обмеження (3.9) та обмеження (3.10) представляють обмеження цілісності та невід'ємності відповідно.

4.2.2. Нова лінійна модель, що враховує накопичення запасів

У цьому підрозділі представлено нову модель OPMPS+S, яка враховує накопичення запасів.

На відміну від традиційних моделей, ця модель не припускає, що матеріал у запасі автоматично змішується та стає однорідним. Замість цього, і завдяки новим змінним, кожен блок відстежується від його видобутку до кінцевого пункту призначення.

Використовуються ті ж позначення, що й у попередньому розділі, а деякі додаткові позначення визначені нижче:

Позначення та параметри:

- $rc_{b,m,t}$ – це дисконтована вартість повторної обробки блоку b із запасів на переробну фабрику m у момент часу t .

Змінні:

- z_{b,m,t_0,t_1}^{at} – це двоїчна змінна, яка приймає значення 1, якщо b видобуто та відправлено на запас у момент часу t_0 , а потім відправлено на переробну фабрику m у момент часу t_1 з $(t_0 < t_x)$.

За допомогою цього нового формулювання створюється запас для кожного періоду t_1 та кожної переробної фабрики m , який пов'язаний з ними.

Уся руда, що зберігається в розглянутому запасі протягом періодів, які передують t_1 , буде повністю відправлена на переробну фабрику m лише в періоді t_x .

Математична модель

Модель OPMPS+S отримана з формулювання в попередньому розділі шляхом додавання членів (записаних між “{ }”), пов'язаних з новими змінними.

Кількість еквівалентних обмежень в обох моделях зберігається. Обмеження нової моделі розрізняються апострофом.

Цільова функція:

$$\begin{aligned}
(\mathcal{P}^S) \quad & \max \frac{1}{S} \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S (p_{b,d,t,s} - mc_{b,t}) \times y_{b,d,t} \\
& - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S (cu_t qu_{m,t,s} + cl_t ql_{m,t,s}) - \frac{1}{S} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S \sum_{r=1}^R (cu_t^r qu_{m,t,s}^r + cl_t^r ql_{m,t,s}^r) \\
& + \left\{ \frac{1}{S} \sum_{b=1}^B \sum_{m=1}^M \sum_{t_0=1}^{T-1} \sum_{t_1=t_0+1}^T \sum_{s=1}^S (p_{b,m,t_1,s} - mc_{b,t_0} - rc_{b,m,t_1}) \times z_{b,m,t_0,t_1} \right\}
\end{aligned} \tag{3.1'}$$

Обмеження:

Для кожного $b \in \mathcal{B}$:

$$\sum_{t_0=1}^T \sum_{d=1}^D y_{b,d,t_0}^{at} + \left\{ \sum_{t_0=1}^{T-1} \sum_{t_1=t_0+1}^T \sum_{m=1}^M z_{b,m,t_0,t_1}^{at} \right\} \leq 1 \tag{2.2'}$$

Для кожного $(a, b) \in \mathcal{B}^2$ де $a \in \Gamma_b^-$ і $t \in \{1 \dots T-1\}$:

$$\begin{aligned}
& \sum_{t_0=1}^t \sum_{d=1}^D y_{b,d,t_0}^{at} + \left\{ \sum_{t_0=1}^t \sum_{t_1=t_0+1}^T \sum_{m=1}^M z_{b,m,t_0,t_1}^{at} \right\} \leq \sum_{t_0=1}^t \sum_{d=1}^D y_{a,d,t_0}^{at} + \\
& \left\{ \sum_{t_0=1}^t \sum_{t_1=t_0+1}^T \sum_{m=1}^M z_{a,m,t_0,t_1}^{at} \right\}
\end{aligned} \tag{2.3a'}$$

Для кожного $(a, b) \in \mathcal{B}^2$ де $a \in \Gamma_b^-$ і $t = T$:

$$\begin{aligned}
& \sum_{t_0=1}^T \sum_{d=1}^D y_{b,d,t_0}^{at} + \left\{ \sum_{t_0=1}^{T-1} \sum_{t_1=t_0+1}^T \sum_{m=1}^M z_{b,m,t_0,t_1}^{at} \right\} \leq \sum_{t_0=1}^T \sum_{d=1}^D y_{a,d,t_0}^{at} + \\
& \left\{ \sum_{t_0=1}^{T-1} \sum_{t_1=t_0+1}^T \sum_{m=1}^M z_{a,m,t_0,t_1}^{at} \right\}
\end{aligned} \tag{2.3b'}$$

Для кожного $m \in \mathcal{M}, s \in \mathcal{S}$ і $t = 1$:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times y_{b,m,1}^{at} - qu_{m,1,s} \leq T \max_{m,1} \tag{2.4a'}$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times y_{b,m,1}^{at} + ql_{m,1,s} \geq T \min_{m,1} \tag{2.5a'}$$

Для кожного $m \in \mathcal{M}, s \in \mathcal{S}$ і $t \in \{2 \dots T\}$:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (y_{b,m,t}^{at} + \{\sum_{t_0=1}^{t-1} z_{b,m,t_0,t}^{at}\}) - qu_{m,t} \leq T \max_{m,t} \quad (2.4b')$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (y_{b,m,t}^{at} + \{\sum_{t_0=1}^{t-1} z_{b,m,t_0,t}^{at}\}) + ql_{m,t} \geq T \min_{m,t} \quad (2.5b')$$

Для кожного $m \in \mathcal{M}, t = 1, s \in \mathcal{S}$ і $r \in \mathcal{R}$:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (g_{bs}^r - G \max_{m,t}^r) \times y_{b,m,1}^{at} - qu_{m,1,s}^r \leq 0 \quad (2.6a')$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (g_{bs}^r - G \min_{m,t}^r) \times y_{b,m,1}^{at} + ql_{m,1,s}^r \geq 0 \quad (2.7a')$$

Для кожного $m \in \mathcal{M}, t \in \{2 \dots T\}, s \in \mathcal{S}$ і $r \in \mathcal{R}$:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (g_{bs}^r - G \max_{m,t}^r) \times (y_{b,m,t}^{at} + \{\sum_{t_0=1}^{t-1} z_{b,m,t_0,t}^{at}\}) - ql_{m,t}^r \leq 0 \quad (2.6b')$$

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (g_{bs}^r - G \min_{m,t}^r) \cdot (y_{b,m,t}^{at} + \{\sum_{t_0=1}^{t-1} z_{b,m,t_0,t}^{at}\}) + ql_{m,t,s}^r \geq 0 \quad (2.7b')$$

Для кожного $t \in \{1 \dots T-1\}$:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times (\sum_{d=1}^D y_{b,d,t}^{at} + \{\sum_{p=t+1}^T \sum_{m=1}^M z_{b,d,t,p}^{at}\}) \leq M_{max} \quad (2.8a')$$

Для $t = T$:

$$\sum_{b=1}^B Q_b \times \sum_{d=1}^D y_{b,d,T}^{at} \leq M_{max} \quad (2.8b')$$

Для кожного $b \in \mathcal{B}, d \in \mathcal{D}, t \in \mathcal{T}$:

$$y_{b,d,t}^{at} \in \{0,1\} \quad (2.9a')$$

Для кожного $b \in \mathcal{B}, m \in \mathcal{M}, t_0 \in \{1 \dots T-1\}$ і $t_1 \in \{t_0 + 1, \dots T\}$

$$z_{b,m,t_0,t_1}^{at} \in \{0,1\} \quad (2.9b')$$

Для кожного $m \in \mathcal{M}, s \in \mathcal{S}$ і $t \in \mathcal{T}$:

$$qu_{m,t,s}, ql_{m,t,s} \geq 0 \quad (2.10a')$$

Для кожного $m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S}$ і $r \in \mathcal{R}$:

$$qu_{m,t,s}^r, ql_{m,t,s}^r \geq 0 \quad (2.10b')$$

Цільова функція (2.1') залишається незмінною, але додається прибуток, отриманий від блоків, відправлених зі складу на переробні заводи, а також віднімаються витрати на повторну обробку. Обмеження резерву (2.2') тепер враховує можливість відправлення блоку на склад. Обмеження (2.4') - (2.7') мають два різні вирази, щоб урахувати той факт, що повторна обробка матеріалу зі складу не може відбутися в першому періоді. Аналогічно, обмеження (2.3') та (2.8') мають два вирази, оскільки відправлення матеріалів на склад в останньому періоді неможливе. Обмеження (2.9'b) також змушує нові змінні z_{b,m,t_0,t_1}^{at} бути двоїчними. Обмеження (2.10') залишаються незмінними.

4.3. Переформулювання

У цьому підрозділі представлено переформулювання моделі, описаної вище. Цей крок є важливим для застосування алгоритму Бінштока-Цукерберга, який буде розглянуто в наступному підрозділі. Дві нові бінарні змінні визначено наступним чином:

- $y_{b,d,t}^{by} = \sum_{p=1}^t y_{b,d,p}^{at}$ – Ця змінна приймає значення 1, якщо блок b витягнуто та відправлено до місця призначення d до моменту часу t (до t або раніше), 0 – в іншому випадку.

- $z_{b,m,t_0,t_1}^{by} = \sum_{p=1}^{t_0} z_{b,m,p,t_1}^{at}$ – За визначенням, вона приймає значення 1, якщо блок b витягнуто та відправлено на склад до моменту часу t_0 (до t або раніше), а потім відправлено на переробний завод m у момент часу " t_1 " з ($t_0 < t_1$), 0 – в іншому випадку.

Тоді змінні y^{at} та z^{at} можна виключити та замінити відповідно змінними y^{by} та z^{by} , враховуючи наступну систему рівностей.

- $y_{b,1,1}^{at} = y_{b,1,1}^{by} \quad \forall b \in \mathcal{B}$
- $y_{b,1,t}^{at} = y_{b,1,t}^{by} - z_{b,M,t-1,T}^{by} \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 2 \dots T$
- $y_{b,d,t}^{at} = y_{b,d,t}^{by} - y_{b,d-1,t}^{by} \quad \forall b \in \mathcal{B}, d = 2 \dots D, t = 1 \dots T$
- $z_{b,1,t_0,t_0+1}^{at} = z_{b,1,t_0,t_0+1}^{by} - y_{b,D,t_0}^{by} \quad \forall b \in \mathcal{B}, t_0 = 1 \dots T - 1$
- $z_{b,1,t_0,t_1}^{at} = z_{b,1,t_0,t_1}^{by} - z_{b,M,t_0,t_1-1}^{by} \quad \forall b \in \mathcal{B}, t_0 = 2 \dots T - 1, t_1 = t_0 + 2 \dots T$
- $z_{b,m,t_0,t_1}^{at} = z_{b,m,t_0,t_1}^{by} - z_{b,m-1,t_0,t_1}^{by} \quad \forall b \in \mathcal{B}, m = 2 \dots M, t_0 = 1 \dots T - 1, t_1 = t_0 + 1 \dots T$

Використовуючи це перетворення, можна отримати еквівалентне формулювання. Далі, з міркувань стислості, показано лише переформулювання обмежень резерву та обмежень нахилу. Підстановка цільової функції та решти обмежень є тривіальною і тому не буде детально описаним тут. Також, відтепер, індекс « by » буде опущено для спрощення позначень, а y та z посилятимуться на y^{by} та z^{by} відповідно,

- $z_{b,M,t-1,T} \leq y_{b,1,t} \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 2 \dots T \quad (3.2a)$

- $y_{b,d-1,t} \leq y_{b,d,t} \quad \forall b \in \mathcal{B}, d = 2 \dots D, t = 1 \dots T \quad (3.2b)$

- $y_{b,D,t} \leq z_{b,1,t,t+1} \quad \forall b \in \mathcal{B}, t = 1 \dots T - 1 \quad (3.2c)$

- $z_{b,m-1,t_0,t_1} \leq z_{b,m,t_0,t_1} \quad \forall b \in \mathcal{B}, m = 2 \dots M, t_0 = 1 \dots T - 1, t_1 = t_0 + 1 \dots T \quad (3.2d)$

- $z_{b,M,t_0,t_1-1} \leq z_{b,1,t_0,t_1} \quad \forall b \in \mathcal{B}, m = 2 \dots M, t_0 = 1 \dots T - 1, t_1 = t_0 + 2 \dots T \quad (3.2e)$

Обмеження (3.2a) - (3.2e) відповідають обмеженню резерву (3.2') у вихідному формулюванні. Обмеження нахилу (2.3') замінюються обмеженнями (3.3a) та (3.3b).

$$\bullet z_{b,M,t,T} \leq z_{a,M,t,T}$$

$$\forall (a,b) \in \mathcal{B}^2, a \in \Gamma_b^-, t = 1 \dots T-1 \quad (3.3a)$$

$$\bullet y_{b,D,T} \leq y_{a,D,T}$$

$$\forall (a,b) \in \mathcal{B}^2, a \in \Gamma_b^- \quad (3.3b)$$

Завдяки вищезазначеному переформулюванню, обмеження резерву (3.2) та обмеження нахилу (3.3) можна представити як відношення пріоритету в орієнтованому графі $G = (\mathcal{V}, \mathcal{A})$, де множина вузлів $\mathcal{V}$ відповідає змінним рі-

шення «у» та «z», а дуга $(a, b) \in \mathcal{A}$ означає, що значення змінної рішення, по-

в'язаної з вузлом «a», має бути рівним або меншим за значення вузла «b».

Рис. 4.1 ілюструє різні обмеження типу для заданого часу вилучення t та пари блоків (a, b) , де блок b є попередником блоку a .

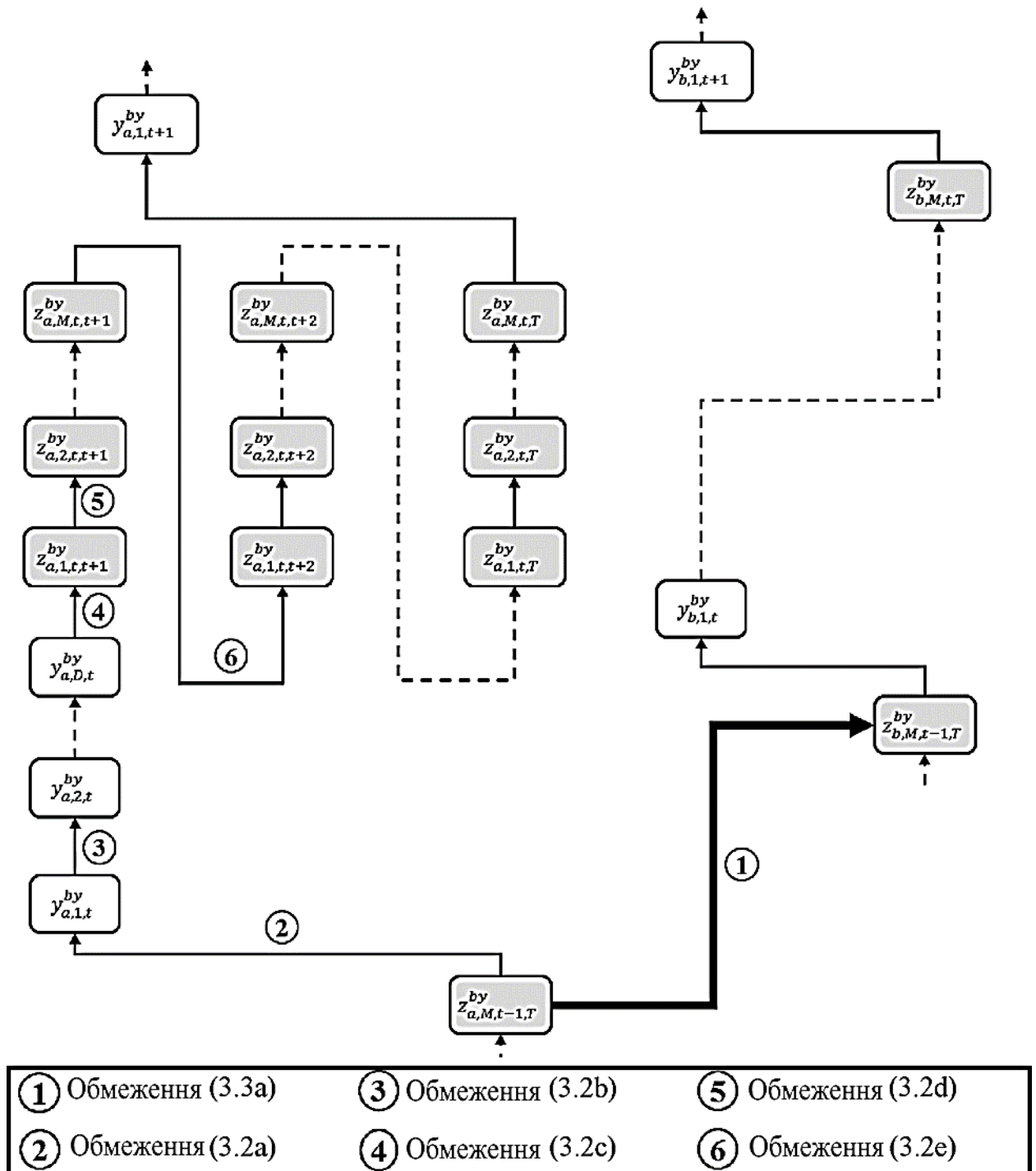


Рис. 4.1. Обмеження пріоритету

4.4. Підхід до розв'язання

Підхід до розв'язання, що використовується тут, є триетапним методом. Це адаптація алгоритму, представленого в Brika et al. [104], для обробки накопичення запасів. Далі наведено загальний опис методології. Нижче описано перший крок, який є розширенням алгоритму, представленого в Bienstock та Zuckerberg [13], до стохастичної оптимізації. Він спрямований на оптимальне вирішення лінійної релаксації задачі. Потім застосовується поглинаюча евристика для округлення дробового розв'язку, отриманого раніше, та перетворення його на цілочисельне. Наступна евристика забороненого пошуку

дозволяє покращити якість цього нового цілочисельного розв'язку. Оскільки до методу, представленого в Brika et al. [104], не додано жодних суттєвих змін, буде представлено лише короткий опис трьох алгоритмів.

Розв'язання лінійної релаксації

Математичне формулювання задачі, описаної вище, можна проілюструвати в більш компактній формі наступним чином

$$Z = \max p^t y + c^t q$$

$$s.t. \quad y_i \leq y_j \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A} \quad (4.1)$$

$$My + Nq \leq d \quad (4.2)$$

$$y \in \{0,1\}^n, q \geq 0 \quad (4.3)$$

де « p » представляє вектор дисконтованого прибутку, « c » – вектор дисконтованої собівартості одиниці відхилення, « y » – змінні « y » та « z » для спрощення, а « q » – змінні відхилення. Обмеження (4.1) представляють усі обмеження пріоритету (як обмеження нахилу, так і обмеження резервів), тоді як обмеження (4.2) перегруповують різні побічні обмеження (обмеження змішування, обмеження потужностей видобутку тощо). Ефективність алгоритму Бінштока-Цукерберга полягає саме в цій структурі. Дійсно, після послаблення обмежень ресурсів проблема зводиться до задачі максимального закриття, яку можна вирішити за поліноміальний час (Hochbaum, [130]). Тим не менш, залишається одне критичне питання: послаблення побічних обмежень є недостатнім, оскільки це приводить до неможливих рішень. Замість цього алгоритм використовує релаксацію Лагранжа, яка обмежує порушення послаблених обмежень, додаючи відповідні штрафи в цільовій функції. Ці штрафи постійно коригуються, доки алгоритм не зійдеться. Більш формально, на кожній ітерації вирішується задача максимального замикання, і рішення забезпечує нове розбиття, яке при перетині з попереднім розбиттям дозволяє моделювати деякі обмеження ЛП як одне ціле. Дійсно, алгоритм змушує змінні в одній групі розбиття бути рівними, тим самим значно зменшуючи розмір проблеми. Це можна порівняти з агрегацією, але основна відмінність полягає в тому, що окремі властивості блоків за всіма сценаріями зберігаються. Рішення ЛП, у свою чергу, має на меті оновити штрафи, замінюючи їх новими двозначними змінними бічних обмежень і так далі, доки алгоритм не зійдеться і не буде отримано оптимальне рішення. Однак це рішення є дробовим і потребує округлення.

Евристика округлення

Після отримання дробового рішення застосовується евристика округлення, щоб зробити його цілим. Це поглинаюча двокрокова евристика, яка використовує ідеї з евристики TopoSort, запропонованої в Chicoisne et al. [47] та розширює евристику округлення, введену в Brika et al. [104], для обробки накопичення. Перший крок полягає у сортуванні блоків відповідно до топо-

логічного порядку відносно вектора ваг w . Це впорядкування визначає можливість послідовності видобутку $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, де b_i представляє блок видобутку, і де блок b_i з'явиться перед b_j у послідовності, якщо вона задовольняє умову b_i є попередником b_j або $w_i < w_j$. Для обчислення ваг використовується функція, еквівалентна тій, що запропонована Chicoisne et al. [47]. Для кожного $b \in \mathcal{B}$ вага оцінюється наступним чином

$$w_b = \bar{z}_{b,M,1,T} + \sum_{t=2}^{T-1} t \times (\bar{z}_{b,M,t,T} - \bar{z}_{b,M,t-1,T}) + T \times (\bar{y}_{b,D,T} - \bar{z}_{b,M,T-1,T}) + (T + 1) \times (1 - \bar{y}_{b,D,T}),$$

де y та z – значення рішення LP, отримані методом декомпозиції. Вагу w_b можна інтерпретувати як розрахунковий час видобутку блоку b . Вага, що дорівнює $T + 1$, відповідає блоку, який не буде вилучено. Другий крок полягає в округленні дробового рішення згідно з зваженим топологічним упорядкуванням. З цього моменту запропонована тут евристика повністю відрізняється за своєю природою від запропонованої в Chicoisne et al. [47]. Остання є конструктивною евристикою, придатною лише для детермінованого контексту, де є лише жорсткі обмеження, що представляють верхні межі, які потрібно задовольнити. Зі свого боку, поточна стохастична модель обробляє м'які обмеження, дозволяючи їх порушення, та містить, як верхні, так і нижні межі для кожної виробничої цілі. Також, замість того, щоб починати з порожнього рішення, алгоритм починає з початкового допустимого рішення, отриманого шляхом простого округлення дробового рішення LP. Блоки, які були повністю вилучені за той самий період, наразі фіксовані. Можна змінити лише час вилучення та обробки, а також місця призначення решти блоків. Потім алгоритм намагається покращити поточне рішення, переміщуючи нефіксований блок одразу, дотримуючись топологічного впорядкування. Єдина відмінність від алгоритму, представленого в Brika et al. [104], полягає в тому, що тепер слід розглядати можливість відправки блоку до різних запасів.

Пошук із заборonoю

Останній крок методу полягає в послідовному застосуванні пошуку із заборonoю T разів для покращення якості цілочисельного рішення, отриманого за допомогою евристики округлення.

Починаючи з першого періоду, після досягнення ітерації t , усі блоки, заплановані в попередні періоди (тобто $\{b \in \mathcal{B} | t_0^b < t\}$), вважаються фіксованими, і лише решта блоків можуть бути переплановані.

Потім оточення формується з усіх рішень, отриманих з поточного рішення, шляхом або відкладення на $t + 1$ вилучення одного блоку, спочатку запланованого в періоді t , або перенесення на t вилучення одного блоку, спо-

чатку запланованого в періоді $t + 1$. Однак важливо наголосити на тому, що залишаються лише кандидати, які не порушують обмеження пріоритету.

4.5. Числові результати і реалізація

У цьому підрозділі представлені числові експерименти, проведені для оцінки ефективності та надійності підходу до рішення, представленого тут.

Цей метод був протестований на шести екземплярах з розмірами від 4734 блоків та п'яти періодів до 132 672 блоків та 12 періодів.

Для кожного з них використовується десять рівноймовірних сценаріїв для представлення їх геологічних профілів, і таким чином ілюструється мінливість in-situ та невизначеність металів.

Ситуацію з варіантами блоків та витратами на відхилення від виробничих цілей (\$/тонна) наведено в попередньому розділі (табл. 3.1 та 3.3, відповідно), а результати обчислень – в таблицях 4.1-4.3)

Таблиця 4.1

Огляд обмежень для кожного екземпляра

Варіант	Потужність Видобутку	Цільовий показник видобутку руди		Бічні обмеження		Кількість бічних обмежень	Кількість дуг у задачі максимального замикання
		Нижня межа	Верхня межа	Нижня межа	Верхня межа		
S1	I1	✓	✓	✓	✓	1025	3,588,082
	I2	✓	✓	✓	✓	1025	326,646
	I3	✓	✓	✓	✓	420	12,144,028
S2	C1	✓	✓	✓		276	8,777,675
	G1	✓	✓	✓		230	13,913,619
S3	C2	✓	✓	✓		120	3,591,254

Економічні параметри, що використовуються для розрахунку коефіцієнтів цільової функції, представлені в табл. 4.2. Ті, що використовуються для розрахунку штрафів за відхилення, представлені в таблиці 3.3.

Таблиця 4.2.

Економічні параметри

Вартість розробки		Залізо	Мідь	Золото
		\$5/тонна	\$1/тонна	\$1/тонна
Низькоякісний процесор	Вартість переробки	\$5/тонна	\$2.25/тонна	\$6/тонна
	Відновлення	100 %	55 %	45 %
	Вартість видобутку руди зі складу	\$0.50/тонна	\$0.45/тонна	\$0.45/тонна
Високоякісний процесор	Вартість переробки	\$6/тонна	\$9/тонна	\$15/ тонну
	Відновлення	100 %	90 %	95 %
	Вартість видобутку руди зі складу	\$0.5/ тонна	\$0.45/тонна	\$0.45/тонна
Відновлений метал		\$26/тонна за низький сорт та \$30/тонна за високий	\$1.7/фунтів	\$28.2/грам
Дисконтна ставка		10 %	10 %	10 %

Реалізація

Усі алгоритми були написані на C++, а тести проводилися на комп'ютері з процесором Intel (R) Core(TM) i5-8250U (1,60 ГГц) з 8 ГБ оперативної пам'яті, що працює під керуванням Windows 10. Нагадаємо, що перед отриманням цілочисельного рішення перший крок полягає у застосуванні розширеної версії алгоритму BZ (ExtBZ) для ітеративного вирішення підзадачі максимального потоку, а потім скороченої задачі LP. Для вирішення підзадач максимального потоку використовується алгоритм псевдопотoku Хохбаума [116], а задача LP вирішується за допомогою Cplex 12.7 з налаштуваннями за замовчуванням. Другий крок полягає у простому округленні (SR) дробового рішення, як описано вище в розділі 5.4.2, а потім використанні отриманого цілочисельного рішення як початкового рішення для евристики округлення (RH). Пізніша евристика не має жодних параметрів. Нарешті, для пошуку Табу (TS) було визначено два параметри на основі попередніх тестів. Кількість ітерацій, протягом яких переміщення залишається забороненим, фіксована на рівні N , де N – кількість блоків, які можна перемістити на кожній ітерації. Другий параметр – це критерій зупинки. Він представляє максимальну кількість послідовних ітерацій без покращення та був фіксований на рівні $0,5N$.

Продуктивність запропонованого методу перевіряється на шести контрольних прикладах, описаних раніше. У таблиці 4.3 наведено зведення часу виконання та порівняння %Gap, що використовується для оцінки якості рішень.

Міра %Gap_{final} – це розрив, розрахований відносно верхньої межі, наданої ExtBZ: $\%Gap_{final} = \frac{Z^* - Z_{LR}}{Z^*}$ та ZLR – це відповідно значення рішення, наданого оціненим алгоритмом, та оптимальне значення лінійної релаксації, отримане ExtBZ.

Інша міра %Diff використовується для представлення відсоткової різниці між значенням рішення, отриманого початковим рішенням, використаним як вхідні дані, та значенням, отриманим за допомогою попередньої евристики, та евристика, отримана кожною евристикою покращення X (SR, RH та TS) для оцінки їхньої ефективності.

Таблиця 4.3

Зведення середніх прогалів та часу виконання рішень, знайдених за допомогою Cplex, розширення Бієнштока-Цукерберга та різних евристик

Instance	es	ExtBZ		SR			RH			TS		
		Час	Gap (%)	Час	Gap (%)	Diff (%)	Час	Gap (%)	Diff (%)	Час	Gap (%)	Diff (%)
S1	I1	23 хв.	0	3 с	45.3	-	6 с	0.6	44.7	12 хв.	0.2	0.4
	I2	3 хв. 44 с	0	1 с	2.2	-	2 с	0.4	1.8	4 хв. 30 с	0.3	0.1
	I3	1 год. 30 хв.	10^{-5}	1 хв.	18.1	-	2 хв.	0.3	17.7	45 хв.	0.2	0.1
S2	C1	13 хв.	0	9 с	12.7	-	8 с	1.6	11.1	15 хв.	1.2	0.4
	G1	28 хв. 48 с	0	20 с	55.9	-	22 с	4.6	51.3	7 хв.	1.7	2.9
S3	C2	4 хв. 33 с	0	3 с	98.8	-	5 с	13.9	84.9	5 хв. 15 с	1.5	12.4

Результати в табл. 4.5 показують, що для всіх випадків, окрім найбільшого, ExtBZ зміг розв'язати задачу релаксації LP до оптимального рівня за кілька хвилин. Для найбільшого екземпляра S1:I3, після певної точки, збіжність відбувалася дуже повільно, і знадобилося півтори години, щоб досягти 10,5% оптимальності, а потім більше чотирьох годин, щоб досягти оптимальності. З іншого боку, час, необхідний для запуску RH після отримання оптимального рішення для релаксації LP, є відносно незначним. Незважаючи на свою поглинаючу природу, евристика працює дуже добре (всі екземпляри знаходилися в межах 1,7% від оптимальності), навіть коли початкове рішення, надане SRH, – дуже погане. Зрештою, час виконання TS є великим порівняно з його ефективністю для покращення рішення, наданого RH. Це пояснюється тим, що оцінка значення рішення всіх сусідів за допомогою цього методу є дуже трудомісткою, особливо для екземплярів, які мають довгий термін служби. Покращення, отримане за допомогою TS, є обмеженим, але все ж заслуговує на розгляд. Загалом, таблиця показує, що разом дві евристики дуже добре покращують рішення, отримане за допомогою ExtBZ.

Обмеження та рекомендації

Запропонована модель не враховує ні однорідне змішування матеріалу всередині запасу, ні наближення його сорту. Однак поточне формулювання може викликати питання щодо його практичності. Воно дозволяє мати кілька запасів в експлуатації одночасно. Наприклад, якщо T – це термін служби рудника, а M – кількість збагачувальних фабрик, кількість запасів до кінця періоду t при ($t < T$) може досягти максимуму $M \times (T - t)$. Навіть якщо деякі рудники можуть одночасно зберігати велику кількість запасів, це не завжди так. Тому пропонуються три рішення для вирішення цієї проблеми, які можна прийняти, як спільно, так і окремо. Перший варіант підходить для контексту, в якому важливою є деградація матеріалу. Дійсно, матеріал у запасі зазнає змін, що залежать від часу, які впливають на його властивості та знижують цінність (Rezakhah and Newman [131]). Щоб зменшити деградацію, модель можна модифікувати таким чином, щоб тривалість накопичення для кожного блоку була обмеженою. Дійсно, змінні, пов'язані із запасами, представлені вище, мають два індекси для часу; один для часу видобутку (t_0) та інший для часу обробки (t_j). Видалення змінних, пов'язаних з (t_0, t_1) , де $t_1 - t_0 > D_{\max}$, неявно змушує блоки не зберігатися довше, ніж $D_{\max}$ періоди. Це рішення значно зменшує розмір проблеми та полегшує її вирішення.

Другий варіант полягає в обмеженні кількості запасів, що відпрацюють за період. Для цього варіанту до моделі, представленої вище, слід додати деякі обмеження та змінні. Нехай $N_{\max}$ – максимальна кількість запасів, які можуть бути розкриті одночасно до кінця періоду t , де ($1 < t < T - 1$), а w_{m,t_0,t_1} – двоїчна змінна, яка приймає 1, якщо запас, що відповідає матеріалу, призначеному для відправки в період t_1 на переробний завод m , працює протягом періоду t_0 , 0 – в іншому випадку. Додано такі обмеження:

$$w_{m,t_0-1,t_1} \leq w_{m,t_0,t_1} \quad \forall m = 1 \dots M, t_0 = 1 \dots T - 1, t_1 = t_0 + 1 \dots T \quad (4.1)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=t_0+1}^T w_{m,t_0,t} \leq N_{max}^{t_0} \quad \forall t_0 = 1 \dots T-1 \quad (4.2)$$

$$\sum_{b=1}^B \tilde{z}_{b,m,t_0,t_1} \leq N \times w_{m,t_0,t_1} \quad \forall m \in M, t_0=1 \dots T-1, t_1=t_0+1 \dots T \quad (4.3)$$

де N – велике число та:

$$\tilde{z}_{b,m,t_0,t_1} = \begin{cases} z_{b,m,t_0,t_1} - z_{b,m-1,t_0,t_1} & \forall b \in B, m=2 \dots M, t_0=1 \dots T-1, t_1=t_0+1 \dots T \\ z_{b,1,t_0,t_1} - z_{b,M,t_0,t_1-1} & \forall b \in B, m=1, t_0=2 \dots T-1, t_1=t_0+2 \dots T \\ z_{b,1,t_0,t_0+1} - y_{b,D,t_0} & \forall b \in B, m=1, t_0=1 \dots T-1, t_1=t_0+1 \end{cases}$$

Обмеження (4.1) можна інтерпретувати як обмеження пріоритету, а обмеження (4.2) та (4.3) як побічні обмеження. Буде $(T-1)$ обмежень (4.2) та

$$M \times \sum_{t=1}^{T-1} (T-t) = M \times \frac{(T-1) \times T}{2}$$

обмеження (6.3). Однак, якщо T – надто велике, використання цього варіанту не є більш цікавим, оскільки кількість побічних обмежень може швидко стати занадто великою та поставити під сумнів корисність запропонованого методу. Третій варіант полягатиме в обмеженні до N_{max} кількості складів, які були відкриті протягом терміну служби рудника, незалежно від того, чи працювали вони одночасно чи ні. Для цього вводяться нові бінарні змінні $w_{m,t}$. Вони приймають 1, якщо склад матеріалу, призначений для відправки на переробну фабрику m у період t , був відкритий, 0 – в іншому випадку. Також додаються такі обмеження:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=2}^T w_{m,t} \leq N_{max} \quad (4.4)$$

$$\sum_{b=1}^B \sum_{t_0=1}^{t-1} \tilde{z}_{b,m,t_0,t} \leq N \times w_{m,t} \quad \forall m = 1 \dots M, t = 2 \dots T \quad (4.5)$$

На відміну від другого, у цьому варіанті кількість додаткових побічних обмежень залишається лімітованою. Буде лише одне обмеження типу (4.4) та обмеження $M \cdot (T-1)$ типу (4.5).

Висновки за розділом 4

У цьому розділі даної магістерської роботи розглянуто тематичне дослідження гірничодобувного комплексу, що складається з кар'єру з двома збагачувальними фабриками, відвалом та рудними складами. Результати показують, що алгоритм був ефективним та результативним при застосуванні до цього випадку. Цілочисельний розв'язок з розривом оптимальності 1,5% можна було отримати за прийнятний час (загалом 12-22 хвилини). Розпаралелювання також дозволило скоротити час виконання пропорційно до числа використаних гілок.

Проаналізовано новий метод інтеграції запасів у стратегічне планування рудників. Цей підхід повністю відрізняється від тих, що широко запропоновані в літературі. Він має перевагу у збереженні лінійності програми. Крім того, запропоноване моделювання дозволяє зберегти структуру графа пріо-

ритетів, що робить можливим використання алгоритму BZ. Вводячи нові змінні, запропоноване формулювання обходить нереалістичне припущення про однорідне змішування матеріалу в одному запасі в кожному періоді та нелінійність найточніших моделей, описаних на сьогодні в літературі. Також було представлено підхід до розв'язання, який полягає в застосуванні спочатку адаптації алгоритму BZ для отримання оптимального розв'язку лінійної релаксації, а потім послідовному застосуванні поглинаючої евристики округлення (RH) та забороненого пошуку (TS). Цей метод є розширенням методу, запропонованого в Brika et al. [104] для іншого варіанту задачі, без накопичення запасів. Числові результати показують, що запропонований метод дозволив вирішити всі випадки в межах 1,7% від оптимальності за прийнятний час та за значно коротший необхідний період за допомогою CPLEX для вирішення лише лінійної релаксації задачі. Були надані рекомендації щодо подальшого скорочення часу виконання та реагування на деякі обмеження моделі. Цікавим кроком для майбутніх досліджень була б інтеграція деяких методів попередньої обробки для фіксації деяких змінних та використання методів стабілізації для прискорення збіжності алгоритму BZ, що значно скоротить час виконання.

Робота, розглянута вище, фінансувалася грантом Фонду досліджень природи та технологій Квебеку (FQRNT) G240453 FRQNT MI-181547, при цьому New Millennium Iron Corporation була галузевим партнером, NSERC Discovery Grant 239019; та галузовими членами Лабораторії стохастичного планування рудників COSMO: AngloGold Ashanti, Barrick Gold, BHP, De Beers, IAMGOLD, Kinross Gold, Newmont та Vale.

У майбутньому запропонований метод слід протестувати на більших прикладах, щоб краще оцінити його надійність. Крім того, оскільки ефективність пошуку Tabu є сумнівною, було б цікаво уточнити визначення районів, щоб зменшити їх розмір і таким чином пришвидшити процес. Нефіксація змінних інвестиційних рішень на цьому етапі також може бути розглянута для спостереження більш суттєвого впливу на цінність рішення. Нарешті, майбутня робота також буде зосереджена на поширенні формулювання на гетерогенні парки обладнання.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Дані, доступні для цього дослідження, не стосувалися дуже великих родовищ, які було б цікаво протестувати, щоб краще продемонструвати ефективність запропонованої методології. Однак важко отримати доступ до таких об'єктів, які відповідають потребам дослідження, а саме – доступ до кількох симуляцій геологічного профілю одного й того ж родовища, в ідеалі включаючи більше одного елемента. Наприклад, екземпляри, доступні в бібліотеках з відкритим доступом для тестування задач планування рудників, таких як MineLib (Espinoza et al. [65]), не можуть бути використані в контексті цієї магістерської роботи.

Крім того, моделювання, розглянуте вище, може бути менш ефективним і непридатним для гірничодобувних комплексів з тривалими періодами експлуатації (більше двадцяти років) та великою кількістю методів переробки сировини. У цих випадках кількість даних і кількість змінних швидко зростають, що робить обов'язковим дотримання наведених рекомендацій.

Щодо даних про обладнання, то вони були відсутні. Початковий розмір автопарку для цілей дослідження мав бути встановлений на основі реальних даних із зовнішніх джерел, таких як потужності, закупівельні ціни, швидкості та середній термін служби рухомого складу. Крім того, для спрощення автопарк кожного типу обладнання вважається однорідним, що не обов'язково відображає реальність. Однак розширення моделі для підтримки різних типів обладнання без зміни структури задачі завжди можливе. Відстані, пройдені вантажівками, також не враховують існування можливих доріг або з'їздів; здебільшого це прості евклідові відстані, що з'єднують блок з його кінцевим пунктом призначення.

Нарешті, важливо зазначити, що до задачі не додано жодних обмежень згладжування, що може призвести до планування з ефектом швейцарського сиру. На жаль, ефективність алгоритму Бієнштока та Цукерберга [12] залежить від наявності задачі з відносно лімітованою кількістю обмежень, окрім прецедентних обмежень, та в межах певних рамок.

Незважаючи на результати виконаного аналізу, не вдалося знайти відповідне формулювання, яке б додало концепцію згладжування, враховуючи при цьому структуру проблеми.

Доцільні напрямки подальших досліджень

Ця робота зосереджена на вивченні стратегічного планування кар'єру в контексті геологічної невизначеності. Хоча досліджувані випадки розглядали ізольовані рудники, представлене формулювання теоретично можна було б використовувати в більш глобальному контексті гірничодобувного комплексу, що складається з кількох родовищ. Однак, щоб продемонструвати це та вивчити вплив одночасної оптимізації, необхідні числові тести. Крім того, враховуючи багатообіцяючі результати, було б цікаво дослідити інтеграцію інших обмежень, які б наблизили модель до реальності, зокрема експлуатаційних обмежень, таких як розподіл обладнання по певних гірничих зонах, штрафи за переміщення обладнання шляхом стягнення витрат або врахуван-

ня безпечних операційних периметрів для кожного елемента обладнання. Незалежно від виміру, який ми хочемо додати, найбільшим викликом у моделюванні залишатиметься формулювання обмежень таким чином, щоб не впливати на структуру проблеми.

Щодо підходу до вирішення, можна зробити багато вдосконалень. Наприклад, крок попередньої обробки може суттєво обмежити кількість змінних, визначаючи найперший та найпізніший періоди вилучення для кожного блоку, на основі потужності вилучення за період. RT, що є вузьким місцем у процесі оптимізації та незалежно від досліджуваних варіантів, виявився найменш ефективним з точки зору граничного внеску. Можливо, необхідно знайти спосіб зменшити розмір досліджуваних оточень, не виключаючи потенційно вдалих рішень, або додати методи диверсифікації, щоб уникнути застрягання в локальних оптимумах. Також, як згадувалося вище, змінні, пов'язані з обладнанням, вважаються фіксованими на цьому кроці; це припущення можна переглянути, щоб отримати більше свободи в просторі рішень. З огляду на це, враховуючи отримані результати, запропонований алгоритм довів свій потенціал і заслуговує на подальше дослідження в майбутньому щодо доцільності його упровадження на гірничодобувних підприємствах Кривбасу.

Бібліографія.

1. Мала гірнича енциклопедія : у 3 т. / за ред. В. С. Білецького. — Д. : Донбас, 2004. - Т. 1 : А - К. - 640 с. - ISBN 966-7804-14-3.
2. Бизов В.Ф., Дриженко А.Ю. Відкриті гірничі роботи. Т. XIII «Виробничі процеси» : підручник для студентів вищих навчальних закладів за напрямком «Гірництво». - Кривий Ріг: Мінерал. 2004. - 341 с.
3. Шапар А.Г. Методичні підходи до вибору та обґрунтування критеріїв і показників сталого розвитку різних ландшафтних регіонів України / А. Г. Шапар [й ін.] ; За науков. ред. А.Г. Шапара ; Нац. академія наук України, Ін-т проблем природокористування та екології. - 2-е вид., перероб. і доп. - Дніпропетровськ : Поліграфіст, 2002. - 98 с. - ISBN 966-684-025-1.
4. <https://kellegdrill.com/fr/technical-optimization-of-open-pit-mining/>
5. <https://www.sgu.se/fr/itp308--gestion-des-eaux-et-des-dechets-miniers/plateforme-de-connaissances/chapitre-9>
6. Тейлор, С. 1989, Рудні запаси – загальний огляд. Mining industry international, том 990, с. 5-12.
7. Ridley, J., 2013, “What is an ore deposit?”, in Ore Deposit Geology. Cambridge: Cambridge University Press
8. Modifié à partir de Ridley, J. (2013) “What is an ore deposit?”, in Ore Deposit Geology. Cambridge: Cambridge University Press
9. Données du Service Géologique du Canada rapportées dans Eckstrand et Hulbert (2007)
10. <https://pubs.geoscienceworld.org/perspectives/issue/6/1>
11. <https://stm.cairn.info/atlas-de-petrologie--9782100800568-page-187?lang=fr>
12. Bienstock, D., Zuckerberg, M.: Solving LP relaxations of large-scale precedence constrained problems. Proceedings from the 14th conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization (IPCO). Lecture Notes in Computer Science, 6080: 1-14. DOI: 10.1007/978- 3-642-13036-6_1 (2010).
13. Bienstock, D., Zuckerberg, M.: A new LP algorithm for precedence constrained production scheduling. Optimization Online (2009)
14. Glover, F. (1986). Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence. Computers and Operations Research Vol. 13, 533-549.
15. <https://github.com/edgarsmdn/TS>
16. https://core.ac.uk/download/250625257.pdf?__cf_chl_tk=IV_eyOLz.JPkLrlSc73ZGF4coluuXY0YWv7XhHIuD.s-1759831030-1.0.1.1-BdwKqVaKa.r8eD1rowMZPJ04QxoagYGqK7HCvSSJvE8
17. Vallée, M.: Mineral resource + engineering, economic and legal feasibility = ore reserve. CIM Bulletin, 93(1038): 53-61 (2000).
18. Godoy, M., Dimitrakopoulos, R.: A risk quantification framework for strategic mine planning: method and application. Journal of Mining Science, 47:235-246 (2011).
19. Kuchling, K.: Ore Stockpiling - Why are we doing this again? Retrieved from: <https://kuchling.com/53-ore-stockpiling-why-are-we-doing-this-again/> (2018)
20. <https://cosmo.mcgill.ca/>

21. Lemieux, M.: Moving cone optimizing algorithm. Proceedings of the APCOM Symposium, computer methods for the 80's, 329-345 (1979).
22. Korobov, S.: Methods for determining optimal open pit limits. Department of Mineral Engineering, École Polytechnique de Montréal, Paper ED-74-R-4 (1974).
23. Philips, D.A.: Optimum design of an open pit. Proceedings 10th APCOM Symposium, S.A.I.M.M., Johannesburg, S.A (1973).
24. Johnson, T.B., Sharp, W.R.: A Three-dimensional dynamic programming method for optimal open pit design. U.S. Bureau of Mines, Report of Investigation, 7553 (1971).
25. Koenigsberg, E.: The optimum contours of an open pit mine: an application of dynamic programming. Proceedings of the 17th APCOM Symposium, 274-287 (1982).
26. Lerchs, H., Grossmann, I.: Optimum design of open pit mines. CIM Bulletin, 58:47-54 (1965).
27. Picard, J.C.: Maximal closure of a graph and applications to combinatorial problems, Management Science, 22 (11): 1268-1272. DOI: 10.1287/mnsc.22.11.1268 (1976).
28. Dagdelen, K., Johnson, T.B.: Optimum open pit mine production scheduling by lagrangian parameterization. Proceedings of 19th International APCOM Symposium, Littleton, CO, 127-142 (1986).
29. Ramazan, S.: The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines. European Journal of Operational Research, 177 (2): 1153-1166 (2007).
30. Ramazan, S.: A new pushback design algorithm in open pit mining. MSc thesis, Department of Mining Engineering, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, USA (1996).
31. Whittle, J.: Beyond optimization in open pit design. Proceedings Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industries, Rotterdam, pp 331-337 (1988).
32. Topal, E.: Advanced underground mine scheduling using mixed integer programming. Ph.D. thesis, Colorado School of Mines, Golden, CO (2003).
33. Bley, A., Boland, N., Fricke, C., Froyland, G.: A strengthened formulation and cutting planes for the open pit mine production scheduling problem. Computers & Operations Research, 37(9): 1641-1647. DOI: 10.1016/j.cor.2009.12.008 (2010).
34. Jélvez, E., Morales, N., Nancel-Penard, P., Peypouquet, J., Reyes, P.: Aggregation heuristic for the open-pit block scheduling problem. European Journal of Operational Research, 249(3): 1169-1177. DOI: 10.1016/j.ejor.2015.10.044 (2016).
35. Rimélé, A., Gamache, M., Dimitrakopoulos, R.: A stochastic optimization method with in-pit waste and tailings disposal for open pit life-of-mine production planning. Resources Policy, (57): 112-121. DOI : 0.1016/j.resourpol.2018.02.006 (2018).
36. Ramazan, S., Dimitrakopoulos, R.: Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. Optimization and Engineering, 14 (2), 361-380. DOI: 10.1007/s11081-012-9186-2 (2013).

37. Bilge, U., Ulusoy, G.: A time window approach to simultaneous scheduling of machines and material handling system in an FMS. *Operations Research*, 43 (6): 1058-1070 (1995).
38. Ferland, J., Fortin, L.: Vehicle scheduling with sliding time windows. *European Journal of Operational Research* 38 (2), 213-226 (1989).
39. Lamghari, A., Dimitrakopoulos, R., Ferland, J.: A Hybrid Method Based on Linear Programming and Variable Neighborhood Descent for Scheduling Production in Open-Pit Mines. *Journal of Global Optimization*, 63(3): 555-582. DOI: 10.1007/s10898-014-0185-z (2015).
40. Cullenbine, C., Wood, R.K., Newman, A.: A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing. *Optim Lett*, 5 (3): 365-377. DOI: 10.1007/s11590-011-0306-2 (2011).
41. L'Heureux, G., Gamache, M., Soumis, F.: Mixed integer programming model for short term planning in open-pit mines. *Mining Technology - Trans. Inst. Min. Metall. A* 122 (2): 101109 (2013).
42. Collard, J., Martinelli, R., Gamache, M.: Strategic Planning of an Underground Mine with Variable Cut-off Grades. *Les Cahiers du GERAD*. G-2013-86 (2013).
43. De Lara, M., Morales, N., Beeker, N. : Adaptive strategies for the open-pit mine optimal scheduling problem. Available at: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01542705/document> (Accessed: 17 July 2019) (2017).
44. Tachefine, B.: Méthode d'optimisation pour la planification de la production dans une mine à ciel ouvert. Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal, QC (1997).
45. Boland, N., Dumitrescu, I., Froyland, G., Gleixner, A.: LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity. *Computers and Operations Research*, 36 (4): 1064-1089 (2009).
46. Munoz, G., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., Queyranne, M., Rivera, O.: A study of the Bienstock-Zuckerberg algorithm. *Computational Optimization and Applications*, 69(2):501-534. DOI: 10.1007/s10589-017-9946-1 (2018).
47. Chicoisne, R., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., Rubio, E.: A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem. *Operations research*, 60 (3): 517-528 (2012).
48. Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P.: Optimization by simulated annealing. *Science, New Series*, 20:671-680 (1983).
49. Kumral, M., Dowd, P. A.: A simulated annealing approach to mine production scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, 56(8):922-930 (2005).
50. Sari, Y.A., Kumral, M.: Mine production scheduling for poly-metallic mineral deposits: Extension to multiple processes, *International Journal of Planning and Scheduling*, 2 (2): 134-153 (2015)
51. Denby, B., Schofield, D.: Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms. *Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy*, 1 (103): A21-A26 (1994)

52. Milani, G.: A genetic algorithm with zooming for the determination of the optimal open pit mines layout. *Open Civil Engineering Journal*, 10: 301-322. DOI: 10.2174/1874149501610010301 (2016).
53. Sattarvand, J., Niemann-Delius, C.: A new metaheuristic algorithm for long-term open-pit production planning. *Archives of Mining Sciences. Versita*, 58(1): 107-118. DOI: 10.2478/amsc-2013-0007 (2013).
54. Shishvan, M.S., Sattarvand, J.: Long-term production planning of open pit mines by ant colony optimization. *European Journal of Operational Research*, 240 (3), 825-836 (2015).
55. Baker, C.K., Giacomo, S.M.: Resource and reserves: their uses and abuses by the equity markets. *Ore reserves and Finance: A Joint Seminar between Australasian Institute of Mining and Metallurgy and ASX, Sydney* (1998).
56. Sabour, S.A., Dimitrakopoulos, R.: Incorporating geological and market uncertainty and operational flexibility into open pit mine design. *Journal of Mining Science*, 47(2): 191-201 (2011).
57. Asad, M.W.A., Dimitrakopoulos, R.: Implementing a parametric maximum flow algorithm for optimal open pit mine design under uncertain supply and demand. *Journal of the Operational Research Society*, 64: 185-197 (2013).
58. Evatt, G.W., Soltan, M.O., Johnson, P.V.: Mineral reserves under price uncertainty. *Resources Policy*, 37(3): 340-345. DOI: 10.1016/j.resourpol.2012.03.004 (2012).
59. Dowd, P.: Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy (Section A: Mining Industry)*, 103, A148-A154 (1994).
60. Ravenscroft, P.: Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry*, 101: A104-108 (1992).
61. Boucher, A., Dimitrakopoulos, R.: Block simulation of multiple correlated variables. *Mathematical Geosciences*, 41(2): 215-237 (2009).
62. Albor, F., Dimitrakopoulos, R.: Algorithmic approach to pushback design based on stochastic programming: method, application and comparisons. *IMM Transactions, Mining Technology*, 119 (2): 88-101 (2010).
63. Leite, A., Dimitrakopoulos, R.: Stochastic optimization of mine production scheduling with uncertain ore/metal/ waste supply, *International Journal of Mining Science and Technology*. 24(1): 755-762 (2014).
64. Dimitrakopoulos, R.: Stochastic optimization for strategic mine planning: A decade of developments. *Journal of Mining Science*, 84: 138-150 (2011).
65. Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., Munoz, G., Queyranne, M.: Open pit mine scheduling under uncertainty: a robust approach. *Proceedings of the 36th International Symposium on the Applications of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM)*, 433-444 (2013).
66. Amankwah, H., Larsson, T., Textorius, B.: Open-pit mining with uncertainty: a conditional value- at-risk approach. *Optimization Theory, Decision Making, and Operations Research Applications*, 31: 117-139. *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics* (2013)
67. Boland, N., Dimitrescu, I., Froyland, G.: A multistage stochastic programming approach to open pit mine production scheduling with uncertain

geology. Optimization Online, http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2008/10/2123.pdf. Visited 19 July 2019 (2008).

68. Moreno, E., Emery, X., Goycoolea, M., Morales, N., Nelis, G.: A two-stage stochastic model for open pit mine planning under geological uncertainty. K. Dagdelen (Ed.), *Proceedings of the 38th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM)*, 13.27-13.33 (2017).

69. Ramazan, S., Dimitrakopoulos, R.: Traditional and new MIP models for production scheduling with in-situ grade variability. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*. 18:85-98. DOI: 10.1080/13895260412331295367(2004b).

70. Benndorf, J., Dimitrakopoulos, R.: Stochastic long-term production scheduling of iron ore deposits: integrating joint multi-element geological uncertainty. *Journal of Mining Science*, 49 (1): 68-81. DOI: 10.1134/S1062739149010097.pdf(2013).

71. Lamghari, A., Dimitrakopoulos, R. A diversified Tabu search approach for the open-pit mine production scheduling problem with metal uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 222(3): 642-652 (2012).

72. Dimitrakopoulos, R., Ramazan, S.: Stochastic integer programming for optimizing long-term production schedules of open pit mines: methods, application and value of stochastic solutions. *Min. Technol.* 117 (4), 155-160. DOI: 10.1179/174328609X417279 (2008).

73. Ben-Awuah, E., Askari-Nasab, H., Maremi, A., Sayed Hosseini, N.: Implementation of a goal programming framework for production and dyke material planning, *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 32(8): 536-563. DOI: 10.1080/17480930.2017.1331082 (2018).

74. Pimentel, B., Mateus, G., Almeida, F.: Mathematical models for optimizing the global mining supply chain. *Intelligent Systems in Operations: Methods, Models and Applications in the Supply Chain*, Business Science Reference, 133-163 (2010).

75. Bodon, P., Fricke, C., Sandeman, T., Stanford, C.: Modeling the mining supply chain from mine to port: A combined optimization and simulation approach. *Journal of Mining Science*, 47:202-211. DOI: 10.1134/S1062739147020079 (2011).

76. Montiel, L., Dimitrakopoulos, R.: Stochastic mine production scheduling with multiple processes: Application at Escondida Norte, Chile. *Journal of Mining Science*, 49:583-597. DOI: 10.1134/S 1062739149040096 (2013).

77. Montiel, L., Dimitrakopoulos, R.: Optimizing mining complexes with multiple processing and transportation alternatives: An uncertainty-based approach. *European Journal of Operational Research*, 247 (1), 166-178. DOI: 10.1016/j.ejor.2015.05.002 (2015).

78. Montiel, L., Dimitrakopoulos, R.: A heuristic approach for the stochastic optimization of mine production schedules. *J. Heuristics*, 23: 397-415 (2017).

79. Goodfellow, R., Dimitrakopoulos, R.: Global Optimization of Open Pit Mining Complexes with Uncertainty. *Applied Soft Computing*. 40: 292-304. DOI: 10.1016/j.asoc.2015.11.038 (2015).

80. Goodfellow, R., Dimitrakopoulos, R.: Simultaneous stochastic optimization of mining complexes and mineral value chains. *Mathematical Geosciences*, 49(3): 341-360 (2017).
81. Whittle Programming. Gemcom Whittle User Help v4.4, Section: Stockpiles - General discussion (2010).
82. Mintec, Inc. Minesight. Retrieved from: <http://www.minesight.com/>. Visited in 05.09.18 (2013).
83. MineMax. MineMax planner. Retrieved from: <http://www.minemax.com/>. Visited in: 07.09.18 (2016).
84. Smith, M. L.: Optimizing inventory stockpiles and mine production: an application of separable and goal programming to phosphate mining using AMPL/CPLEX. *CIM Bulletin*, 92 (1030): 61-64 (1999).
85. Smith, M. L., Wicks, S. J.: Medium-term production scheduling of the Lumwana mining complex. *Interfaces, Special Issue: Operations Research in Mining*, 44 (2), 176-194 (2014).
86. Asad, M.W.A.: Cutoff grade optimization algorithm with stockpiling option for open pit mining operations of two economic minerals. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 19(3): 176-187, DOI: 10.1080/13895260500258661 (2005).
87. Koushavand, B., Askari-Nasab, H., Deutsch, C.V.: A linear programming model for long-term mine planning in the presence of grade uncertainty and a stockpile. *International Journal of Mining Science and Technology*, 24 (4): 451-459. DOI: 10.1016/j.ijmst.2014.05.006 (2014).
88. Yarmuch, J., Ortiz, J.: A novel approach to estimate the gap between the middle- and short-term plans. In *Proceedings, 35th APCOM symposium 2011 - Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industry*, 24-30 September 2011, University of Wollongong, WA, Australia. (2011).
89. Lamghari, A., Dimitrakopoulos, R.: Progressive hedging applied as a metaheuristic to schedule production in open-pit mines accounting for reserve uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 253: 843-855. DOI: 10.1016/j.ejor.2016.03.007 (2016).
90. Tabesh, M., Askari-Nasab, H., Peroni, R.: A comprehensive approach to strategic open pit mine planning with stockpile consideration. In *Proceedings of the Thirty-seventh international symposium on applications of computers and operations research in mineral industry*, 326332. Society for Mining, Metallurgy and Exploration (2015).
91. Bley, A., Boland, N., Froyland, G., and Zuckerberg, M.: Solving mixed integer nonlinear programming problems for mine production planning with stockpiling. *Journal of Mining Science*, 47 (3): 338-359. http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2012/11/3674.pdf. Visited 19 July 2019 (2012).
92. Moreno, E., Rezakhah, M., Newman, A., Ferreira, F.: Linear Models for Stockpiling in Open-pit Mine Production Scheduling Problems. *European Journal of Operational Research*, 260 (1): 212-221. DOI: 10.1016/j.ejor.2016.12.014. (2017).
93. De Neufville, R., Scholtes, S., Wang, T.: Real options by spreadsheet: parking garage case example, *J. Infrastruct. Syst.*, 12(2): 107-111 (2005).
94. De Neufville, R.: Analysis methodology for the design of complex systems in uncertain environment: application to mining industry, Unpublished

internal report, Engineering Systems Division, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA (2006)

95. Wang, T. and de Neufville, R.: Real options 'in' projects, Proceedings 9th Real Options Annual International Conference, Paris, France, June 2005, Real Options Group. Accessed online at: http://www.realoptions.org/papers2005ZTao_Wang_RO_in_projects.pdf (2005).

96. Wang, T., de Neufville, R.: Identification of real options 'in' projects, Proceedings 16th Annual International Symp. of the International Council on Systems Engineering (INCOSE), Orlando, FL, USA, July 2006, INCOSE.

97. Groeneveld, B., Topal, E., Leenders, B.: A new methodology for flexible mine design, Proc. Int. Symp. on 'Orebody modelling and strategic mine planning, Perth, Australia, March 2009, AusIMM, 109 -118 (2009).

98. Ahmed, S., King, A., Parija, G.: A multi-stage stochastic integer programming approach for capacity expansion under uncertainty. Journal of Global Optimization 26:3-24. DOI: 10.1023/A: 1023062915106 (2003).

99. Groeneveld, B., Topal, E., Leenders, B.: Robust, flexible and operational mine design strategies, Mining Technology, 121(1): 20-28, DOI: 10.1179/1743286311Y.0000000018 (2012).

100. Goodfellow, R., Dimitrakopoulos, R.: Algorithmic integration of geological uncertainty in pushback designs for complex multiprocess open pit mines. Mining Technology. Taylor & Francis, 122(2): 67-77. DOI: 10.1179/147490013X13639459465736 (2013).

101. Godoy, M., Dimitrakopoulos, R.: Managing risk and waste mining in long-term production scheduling. SME Transactions. 316, 43-50 (2004).

102. Farmer, I.: Stochastic mining supply chain optimization: A study of integrated capacity decisions and pushback design under uncertainty. Thesis, McGill University (2016).

103. Del Castillo, M.F., Dimitrakopoulos, R.: Dynamically optimizing the strategic plan of mining complexes under supply uncertainty. Resources Policy. Pergamon, 60: 83-93. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2018.11.019> (2019).

104. Brika, Z., Gamache, M., Dimitrakopoulos, R.: Multi-Product Mine Scheduling Optimization under Multi-Element Geological Uncertainty. Cahier du GERAD. G-2018-72 (2018).

105. Johnson, T.B.: Improving Returns from Mine Products Through Use of Operation Research Techniques. US Bureau of Mines, Report of investigations 7230, Washington, DC (1969).

106. Whittle, J.: A decade of open pit mine planning and optimization - the craft of turning algorithms into packages. APCOM'99 Computer Applications in the Minerals Industries 28th International Symposium, Colorado School of Mines, Golden, CO (1999).

107. <https://ideas.repec.org/a/hin/jnlaor/208502.html>

108. Ravenscroft, P.: Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry, 101: A104-108 (1992).

109. Dowd, P.: Risk in minerals projects: analysis, perception and management. Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology, 106 (1997).

110. David, M.: Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation. Elsevier, Amsterdam (1988).
111. Goovaerts, P.: Geostatistics for Natural Resources Evaluation. Oxford University Press (1997).
112. Godoy, M.: The effective management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines. Ph.D. thesis, University of Queensland, Brisbane (2002).
113. Leite, A., Dimitrakopoulos, R.: A stochastic optimization model for open pit mine planning: Application and risk analysis at a copper deposit, IMM Transactions, Mining Technology, 116 (2007).
114. Albor, F., R. Dimitrakopoulos, R.: Stochastic mine design optimization based on simulated annealing: Pit limits, production schedules, multiple orebody scenarios and sensitivity analysis, Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology, 118 (2): 79-90. DOI: 10.1179/037178409X12541250836860 (2009).
115. Whittle Programming. Gemcom Whittle User Help v4.4, Section: Stockpiles - General discussion (2010).
116. Hochbaum, D.: The pseudoflow algorithm: a new algorithm for the maximum flow problem. Operations Research, 58: 992-1009 (2008)
117. Boucher, A., Dimitrakopoulos, R.: Multivariate Block-Support Simulation of the Yandi Iron Ore Deposit, Western Australia. Mathematical Geosciences, 44(4): 449-468 (2012).
118. Johnson, T.B.: Optimum open pit mine production scheduling. Ph.D. thesis, University of California, Berkeley (1968).
119. Tabesh, M., Askari-Nasab, H.: Two-stage clustering algorithm for block aggregation in open pit mines. Mining Technology, 120 : 158-169 (2011).
120. Caccetta, L., Hill, S. P.: An application of branch and cut to open pit mine scheduling. Journal of Global Optimization, 27 (2-3), 349-365 (2003).
121. Ramazan, S., Dimitrakopoulos, R.: Recent applications of operations research in open pit mining. Transactions of the Society for Mining, Metallurgy, 316, 73-78 (2004a).
122. Ramazan S, Dimitrakopoulos R.: Stochastic optimisation of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation. Orebody modelling and strategic mine planning, Spectrum S. The Australian Institute of Mining and Metallurgy (AusIMM), Victoria, 353-360 (2004c).
123. Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C. T., Godoy, M. C. : Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design, Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology, 111 (2002).
124. Menabde, M., Froyland, G., Stone, P., Yeates, G.: Mining schedule optimization for conditionally simulated orebodies, in: R. Dimitrakopoulos (Ed.), Orebody Modelling and Strategic Mine Planning: Uncertainty and Risk Management Models, AusIMM Spectrum Series, 2007, 379384 (2007).
125. Menabde, M., Froyland, G., Stone, P., Yeates, G.: Mining schedule optimization for conditionally simulated orebodies, in: R. Dimitrakopoulos (Ed.), Orebody Modelling and Strategic Mine Planning: Uncertainty and Risk Management Models, AusIMM Spectrum Series, 2007, 379384 (2007).

126. Marcotte, D., Caron, J.: Ultimate open pit stochastic optimization. *Computers & Geosciences*, 51: 238-246 (2013).
127. Lamghari, A.: Mine planning and oil field development: a survey and research potentials. *Mathematical Geosciences*, 49(3): 395-437. DOI: 10.1007/s11004-017-9676-z (2017).
128. Akaike, A., Dagdelen, K.: A strategic production scheduling method for an open pit mine. *Proceedings, 28th International APCOM symposium; Computer applications in the minerals industries; Golden, CO*, 729-738 (1999).
129. Birge, J.R., Louveaux, F.: *Introduction to Stochastic Programming*. Springer (1997).
130. Hochbaum, D.: A new-old algorithm for minimum-cut and maximum-flow in closure graphs. *Networks*, 37 (4): 171-193. DOI: 10.1002/net.1012, MR 1837196 (2001).
131. Rezakhah, M., Newman, A.: Open pit mine planning with degradation due to stockpiling, *Computers and Operations Research*. DOI: 10.1016/j.cor.2018.11.009 (2018).