

УДК 622.233.6

Вик. А. ГРОМАДСКИЙ, аспирант, Э.В. СЕРЕБРЕНИКОВ, канд. техн. наук,
Криворожский национальный университет

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРОВЫХ ШТАНГ СТАНКОВ ШАРОШЕЧНОГО БУРЕНИЯ

Работа буровых станков в режимах повышенной вибрации буровых штанг увеличивает число поломок основных узлов, повышает износ штанг, снижает технико-экономические показатели бурения, ухудшает условия труда обслуживающего персонала. Поэтому выбор рациональных режимов работы станков шарошечного бурения, позволяющих уменьшить колебания буровых штанг, является актуальной проблемой, отвечающей требованиям их эксплуатации. Множество причин, влияющих на виброустойчивость работы буровых станков, указывают на целесообразность при исследовании применять современные методы, к которым относится и метод математического моделирования. В статье рассматривается построение математической модели поперечных колебаний буровой штанги с учетом физических закономерностей. Построение такой модели позволило не только выделить собственные частоты поперечных колебаний буровой штанги, но и получить аналитическую формулу, которая связывает величины этих частот с параметрами, характеризующими работу буровой штанги. Важным является то, что эту формулу удалось представить в безразмерном виде, объединив параметры в комплексы, что сократило число переменных в формуле с пяти до двух, облегчив тем самым исследование.

Проблема и ее связь с практическими задачами. При открытой добыче полезных ископаемых широко применяются станки шарошечного бурения. Форсирование режима бурения, связанное с необходимостью роста производительности буровых станков, привело к резкому повышению вибрации буровых штанг и расширению ее спектрального состава. Работа станков в режимах повышенной вибрации буровых штанг приводит к увеличению поломок основных узлов, повышенному износу штанг, снижению технико-экономических показателей бурения, ухудшению условий труда обслуживающего персонала. Поэтому выбор рациональных режимов работы станков шарошечного бурения, позволяющих уменьшить колебания буровых штанг, является актуальной проблемой, отвечающей требованиям их эксплуатации.

Анализ исследований и публикаций. Проблеме исследования режимов работы буровых станков, связанных с их виброустойчивостью, уделяется большое внимание [1,2,3]. Авторы публикаций [4,5] указывают на необходимость более детального рассмотрения вопросов, связанных с вибрацией буровых штанг. При этом подчеркивается, что для решения этих вопросов важным является поиск новых подходов, связанных, в частности, с применением современной вычислительной техники.

Постановка задачи. Функционирование буровых станков в современных условиях связано с реализацией форсированных режимов, что приводит к усилению вибрации буровых штанг, связанной, в частности, с их поперечными колебаниями. Эти колебания при неблагоприятных условиях могут привести к нарушениям работы бурового станка и, даже, его поломке. Анализ процессов, определяющих поперечные колебания буровых штанг, указывает, как на их многочисленность, так и невозможность их всех учета. Поэтому представляется целесообразным провести математическое моделирование поперечных колебаний буровой штанги с учетом физических закономерностей, связанных с этими колебаниями.

Предполагается результаты математического моделирования, вследствие большого объема, представить в двух частях: часть I - Теоретическое моделирование собственных частот поперечных колебаний буровых штанг станков шарошечного бурения; часть II - Теоретическое определение амплитуд вынужденных поперечных колебаний буровых штанг станков шарошечного бурения.

Изложение материала и результаты. Часть I. При моделировании буровая штанга рассматривалась как полый стержень круглого сечения, оба конца которого шарнирно оперты [6]. При этом штанга испытывает сжатие от усилия подачи.

Согласно схеме буровой штанги, показанной на рис.1, математическая модель, описывающая ее поперечные колебания, может быть представлена в виде однородного дифференциального уравнения в частных производных [6]

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + R \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где $y=y(x,t)$ - поперечное перемещение бурильной штанги, м; E - модуль упругости материала

штанги, $\text{H}/\text{м}^2$; J - момент инерции поперечного сечения штанги, м^4 ; m - интенсивность массы штанги, $\text{кг}/\text{м}$; R - усилие подачи штанги, H .

Де-факто с обоих концов штанги скользящие посадки, но при таком соотношении длины штанги l и ее диаметра D ($l \gg D$) штанга ведет себя, как шарнирная балка, поэтому граничные условия запишутся в виде

$$y(x,t)|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0. \quad (2)$$

$$y(x,t)|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

Начальные условия запишутся в виде

$$y(x,t)|_{t=0} = \varphi(x), \quad \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi(x), \quad (4)$$

где $\varphi(x)$, $\psi(x)$ - функции, определяющие начальный профиль и поперечную скорость штанги.

Решение задачи Коши (1),..., (4) будем искать методом Фурье [7] в виде произведения функций, зависящих от одной переменной,

$$y(x,t) = X(x)T(t). \quad (5)$$

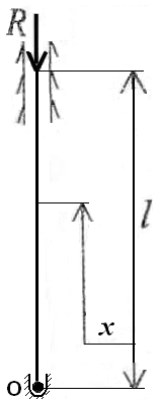


Рис.1. Схема буровой штанги

Подставляя (5) в дифференциальное уравнение (1), получаем

$$EJ \frac{d^4 X}{dx^4} T + R \frac{d^2 X}{dx^2} T + mX \frac{d^2 T}{dt^2} = 0. \quad (6)$$

Далее записываем уравнение (6) в виде отношений функций от одной переменной. Для этого переносим третье слагаемое в правую часть

$$EJ \frac{d^4 X}{dx^4} T + R \frac{d^2 X}{dx^2} T = -mX \frac{d^2 T}{dt^2},$$

и делим обе части равенства на произведение функций (5). После сокращения в левой части равенства на T , а в правой части на X , получаем

$$\frac{EJ \frac{d^4 X}{dx^4} + R \frac{d^2 X}{dx^2}}{X} = -\frac{d^2 T}{dt^2}. \quad (7)$$

Так как левая и правая части равенства (7) зависят от разных переменных, то для выполнения равенства они должны быть постоянны, т.е.

$$\frac{EJ \frac{d^4 X}{dx^4} + R \frac{d^2 X}{dx^2}}{X} = \omega^2, \quad (8)$$

$$-\frac{d^2 T}{dt^2} = \omega^2 T \quad (9)$$

где ω - круговая частота, $\text{рад}/\text{с}$.

Уравнения (8) и (9) умножением, соответственно, на X и T приводятся к виду

$$\frac{EJ \frac{d^4 X}{dx^4} + R \frac{d^2 X}{dx^2}}{X} - \omega^2 X = 0, \quad (10)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (10) будем искать в виде

$$X = e^{\lambda \cdot x} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10) получаем характеристическое уравнение

$$\frac{EJ}{m} \lambda^4 + \frac{R}{m} \lambda^2 - \omega^2 = 0. \quad (13)$$

Уравнение (13) является биквадратным и решается путем сведения к квадратному уравнению

$$\frac{EJ}{m} \xi^2 + \frac{R}{m} \xi - \omega^2 = 0, \quad (14)$$

где $\xi = \lambda^2$.

Решение уравнения (14) имеет вид

$$\xi_1 = \frac{-\frac{R}{m} - \sqrt{D}}{2EJ}, \quad \xi_2 = \frac{-\frac{R}{m} + \sqrt{D}}{2EJ}, \quad (15)$$

где $D = \sqrt{\frac{R^2}{m^2} + \frac{4EJ\omega^2}{m}}$ – дискриминант уравнения (14).

Решения (15) можно привести к виду

$$\xi_1 = \frac{-R(\sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}} + 1)}{2EJ}, \quad \xi_2 = \frac{R(\sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}} - 1)}{2EJ}. \quad (16)$$

Согласно замене переменной, находим четыре корня биквадратного уравнения, два из которых комплексно-сопряженные, а два – действительные.

$$\lambda_1^{(1)} = \sqrt{\frac{R}{2EJ} \left(\sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}} + 1 \right)} \cdot i, \quad \lambda_1^{(2)} = -\sqrt{\frac{R}{2EJ} \left(\sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}} + 1 \right)} \cdot i, \quad (17)$$

где ($i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица)

$$\lambda_2^{(1)} = \sqrt{\frac{R}{2EJ} \left(\sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}} - 1 \right)}, \quad \lambda_2^{(2)} = -\sqrt{\frac{R}{2EJ} \left(\sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}} - 1 \right)}. \quad (18)$$

Введем обозначения, позволяющие упростить дальнейшие преобразования, сведя количество переменных к двум

$$\alpha = \sqrt{\frac{R}{2EJ}}, \quad \beta = \sqrt{1 + \frac{4EJm\omega^2}{R^2}}. \quad (19)$$

Тогда формулы (17) и (18) примут вид

$$\lambda_1^{(1)} = \alpha \cdot \sqrt{\beta + 1} \cdot i, \quad \lambda_1^{(2)} = -\alpha \cdot \sqrt{\beta + 1} \cdot i, \quad \lambda_2^{(1)} = \alpha \cdot \sqrt{\beta - 1}, \quad \lambda_2^{(2)} = -\alpha \cdot \sqrt{\beta - 1}. \quad (20)$$

Принимая во внимание (12), получаем четыре линейно-независимых решения

$$X_1 = e^{\lambda_1^{(1)} \cdot x}, \quad X_2 = e^{\lambda_1^{(2)} \cdot x}, \quad X_3 = e^{\lambda_2^{(1)} \cdot x}, \quad X_4 = e^{\lambda_2^{(2)} \cdot x}.$$

Так как исходное уравнение содержит только действительные переменные, то решение необходимо также выразить через действительные переменные. Учитывая, что линейная комбинация решений также является решением линейного дифференциального уравнения, получаем

$$\bar{X}_1 = \frac{X_1 + X_2}{2} = \cos(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x), \quad \bar{X}_2 = \frac{X_1 - X_2}{2i} = \sin(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x), \quad (21)$$

$$\bar{X}_3 = \frac{X_3 + X_4}{2} = \text{ch}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x), \quad \bar{X}_4 = \frac{X_3 - X_4}{2} = \text{sh}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x). \quad (22)$$

В результате общее решение уравнения (10) запишется в виде

$$X(x) = C_1 \cos(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x) + C_2 \sin(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x) + C_3 \text{ch}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x) + C_4 \text{sh}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x). \quad (23)$$

Граничные условия с учетом представления функции $y(x, t)$ в виде (5) примут вид

$$X(x)|_{x=0} = 0, \quad \frac{d^2 X(x)}{dx^2} \Big|_{x=0} = 0. \quad (24)$$

$$X(x)|_{x=l} = 0, \quad \frac{d^2 X(x)}{dx^2} \Big|_{x=l} = 0. \quad (25)$$

Прежде всего, вычислим производные от общего решения (23)

$$\frac{dX}{dx} = (\alpha \sqrt{\beta + 1} (-C_1 \sin(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x) + C_2 \cos(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x)) + \sqrt{\beta - 1} (C_3 \text{sh}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x) + C_4 \text{ch}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x))) \quad (26)$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} = \alpha^2 ((\beta + 1) (-C_1 \cos(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x) - C_2 \sin(\alpha \sqrt{\beta + 1} \cdot x)) + (\beta - 1) (C_3 \text{ch}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x) + C_4 \text{sh}(\alpha \sqrt{\beta - 1} \cdot x))) \quad (27)$$

Подставляя (26) и (27) в граничные условия (24), получим

$$C_1 + C_3 = 0, \quad C_1(\beta + 1) + C_3(\beta - 1) = 0.$$

Учитывая, что определитель системы линейных уравнений не равен нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \beta + 1 & \beta - 1 \end{vmatrix} = \beta - 1 - \beta - 1 = -2 \neq 0,$$

эта система имеет единственное нулевое решение, то есть

$$C_1=0, C_3=0. \quad (28)$$

Подставляя (28) в общее решение (23), получаем

$$X(x) = C_2 \sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot x) + C_4 \operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot x). \quad (29)$$

Для нахождения остальных постоянных воспользуемся граничными условиями (25)

$$\begin{aligned} C_2 \sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot l) + C_4 \operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) &= 0 \\ -C_2(\beta+1)\sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot l) + C_4(\beta-1)\operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Полученная однородная система линейных уравнений должна иметь ненулевые решения, поскольку в противном случае дифференциальное уравнение (10) будет иметь только нулевое решение.

Для существования ненулевого решения системы линейных уравнений (30) необходимо, чтобы ее определитель равнялся нулю, т.е.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot l) & \operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) \\ -(\beta+1)\sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot l) & (\beta-1) \cdot \operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) \end{vmatrix} = 0. \quad (31)$$

Раскрывая определитель, получаем трансцендентное уравнение

$$(\beta-1)\sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot l)\operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) + (\beta+1)\sin(\alpha\sqrt{\beta+1} \cdot l)\operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) = 0,$$

или, после алгебраических преобразований,

$$2\beta \sin(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) \cdot \operatorname{sh}(\alpha\sqrt{\beta-1} \cdot l) = 0. \quad (32)$$

В дальнейшем, для удобства расчетов введем замену

$$\gamma = \alpha \cdot l. \quad (33)$$

С учетом (33), уравнение (32) при условии $\beta > 0$ примет вид

$$\sin(\gamma\sqrt{\beta+1}) = 0. \quad (34)$$

Уравнение (34) допускает решения при значениях

$$\gamma\sqrt{\beta+1} = \pi \cdot n, \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (35)$$

Из уравнения (35) находим

$$\beta_n = \frac{\pi^2 n^2}{\gamma^2} - 1, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (36)$$

Тогда, учитывая замену (19), находим дискретные значения круговой частоты ω

$$\omega_n = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{\beta_n^2 - 1}{EJm}}, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (37)$$

Принимая во внимание (36), формула (37) последовательно преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{R}{2\sqrt{EJm}} \sqrt{\left(\frac{\pi^2 n^2}{\gamma^2} - 1\right)^2 - 1}, \quad \omega_n = \frac{R}{2\sqrt{EJm}} \frac{\pi \cdot n}{\gamma} \sqrt{\frac{\pi^2 n^2}{\gamma^2} - 2}, \\ \omega_n &= \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} \sqrt{1 - \frac{2\gamma^2}{n^2 \pi^2}}, \quad (n = 1, 2, \dots). \end{aligned} \quad (38)$$

Циклическая частота находится по формуле

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}, \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (39)$$

Учитывая, что значения (35) обращают в нуль определитель (31) системы (30), для нахождения констант имеем одно уравнение с двумя неизвестными

$$C_2 \sin \pi \cdot n + C_4 \operatorname{sh}(\gamma\sqrt{\beta_n - 1}) = 0, \quad (40)$$

или, с учетом (32) и (36), $C_4 \operatorname{sh}(\gamma\sqrt{\frac{\pi^2 n^2}{\gamma^2} - 2}) = 0$, т.е. $C_4 = 0$.

В результате решение уравнения (29) принимает вид

$$X_n(x) = C_2 \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right), \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (41)$$

При этом круговые частоты (38) являются собственными частотами, а функции (41) – собственными функциями, которые соответствуют этим частотам. Зависимость решения дифференциального уравнения (1) от времени находится путем решения уравнения (11). Для решения этого уравнения составляем характеристическое уравнение $k_2 + \omega^2 = 0$, решение которого имеет вид

$$k_{1,2} = \pm i \cdot \omega. \quad (42)$$

Тогда с учетом (42) решение уравнения (11) запишется в виде

$$T(t) = A \cos \omega \cdot t + B \sin \omega \cdot t \quad (43)$$

Принимая во внимание (38), решение (43) запишется в виде

$$T_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t, \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (44)$$

запишется в виде $y_n(x, t) = X_n(x)T_n(t)$, $(n = 1, 2, \dots)$,

или, с учетом (41) и (44),

$$y_n(x, t) = \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right)(c_n \cos \omega_n t + d_n \sin \omega_n t), \quad (45)$$

где $c_n = C_2 a_n$, $d_n = C_2 b_n$. Тогда решение дифференциального уравнения (1) можно представить в виде суперпозиции решений (45)

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right)(c_n \cos \omega_n t + d_n \sin \omega_n t). \quad (46)$$

Для нахождения констант, входящих в решение (46), необходимо воспользоваться начальными условиями (4). Согласно первому начальному условию, получаем

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right). \quad (47)$$

Для нахождения постоянных c_n умножим обе части равенства (47) на $\sin(\pi \cdot kx/l)$ и проинтегрируем на промежутке $[0, l]$, что даст

$$\int_0^l \varphi(x) \sin\left(\pi k \frac{x}{l}\right) dx = \frac{l}{2} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \delta_{kn} = \frac{l}{2} c_k, \quad (48)$$

где $\delta_{kn} = \begin{cases} 0, & k \neq n \\ 1, & k = n \end{cases}$ – символ Кронекера. Таким образом, согласно (48) можно записать

$$c_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) dx. \quad (49)$$

Для нахождения второй постоянной предварительно продифференцируем решение (46) по времени

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right)(-\omega_n c_n \sin \omega_n t + \omega_n d_n \cos \omega_n t). \quad (50)$$

Тогда, согласно второму начальному условию, получаем

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n d_n \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right). \quad (51)$$

После умножения обеих частей равенства (51) на $\sin(\pi \cdot kx/l)$ и интегрирования на промежутке $[0, l]$ получаем

$$d_n = \frac{2}{\omega_n l} \int_0^l \psi(x) \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) dx. \quad (52)$$

Решение задачи Коши (1), ... (4) с учетом (49) и (52) запишется так

$$y(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right) \left(\cos \omega_n t \int_0^l \varphi(\xi) \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) d\xi + \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n t \int_0^l \psi(\xi) \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) d\xi \right). \quad (53)$$

Для упрощения исследований приведем формулу (38) к безразмерному виду

$$\tilde{\omega}_n = n^2 \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{n^2}}, \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (54)$$

где $\tilde{\omega}_n = \frac{\omega_n}{\bar{\omega}}$, $\bar{\omega} = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}$, $\delta = \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{R}{EJ}}$.

В формуле (54) единицей измерения круговой частоты является $\bar{\omega}$, которая определяется свойствами исследуемой буровой штанги, а влияние нагрузки на штангу определяется комплексом δ . Такая запись формулы (54) позволяет исследовать влияние параметров не по отдельности, а в комплексе, сократив их количество от пяти (R, E, J, m, l) до двух ($\tilde{\omega}_n, \delta$).

В табл. 1 представлены результаты расчетов по формуле (54). Анализ результатов расчетов показывает, что для первой гармоники ($n=1$) с ростом параметра δ резко уменьшается круговая частота.

Для последующих гармоник ($n=2,3$) такого изменения нет – величины круговых частот больше, но изменяются они значительно меньше в зависимости от параметра δ . Поэтому можно сделать вывод, что основной вклад в вибрацию буровой штанги вносит первая гармоника.

Таблица 1
Зависимость круговой частоты от нагрузки для различных гармоник в безразмерном виде

$\delta \backslash n$	1	2	3
0,2	0,98	3,98	8,98
0,4	0,92	3,92	8,92
0,6	0,8	3,82	8,82
0,8	0,6	3,67	8,67
1	0	3,46	8,49

Ниже представлены результаты численного моделирования. Согласно исходным данным, параметры буровой штанги характеризуется величинами

Ниже представлены результаты численного моделирования. Согласно исходным данным, параметры буровой штанги характеризуется величинами

$R = 200$ кН; $m = 206,3$ кг/м; $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па;
 $J = 9,72 \cdot 10^{-5}$ м⁴; $d_1 = 0,112$ м; $d_2 = 0,215$ м.

Тогда, согласно формуле (54), находим, рад/с

$$\delta = \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{R}{EJ}} = \frac{l}{3,14159} \sqrt{\frac{200000}{2 \cdot 10^{11} \cdot 9,72 \cdot 10^{-5}}} = 0,032l, \quad \bar{\omega} = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \frac{3,14^2}{16^2} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 9,72 \cdot 10^{-5}}{2063}} = \frac{3,03 \cdot 10^3}{l^2},$$

$$\tilde{\omega}_n = n^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{n^2}} = \sqrt{1 - 1,042 \cdot 10^{-3} l^2}.$$

Формулы для круговой и циклической частот принимают вид

$$\omega_n = \bar{\omega} \cdot \tilde{\omega}_n = 3,03 \cdot 10^3 \cdot \frac{n^2}{l^2} \sqrt{1 - 1,042 \cdot 10^{-3} \frac{l^2}{n^2}}; \quad f_n = 482239 \cdot \frac{n^2}{l^2} \sqrt{1 - 1,042 \cdot 10^{-3} \frac{l^2}{n^2}} \quad (n=1,2,\dots). \quad (55)$$

В табл. 2 представлены результаты расчетов по формуле (55) круговых и циклических собственных частот поперечных колебаний буровой штанги первых трех гармоник для разных длин буровой штанги.

Таблица 2

Результаты расчета для трех гармоник собственных частот колебаний буровой штанги для разных длин буровой штанги

$l, \text{ м}$	8			16		
	1	2	3	1	2	3
$\omega_n, \text{ рад/с}$	45,74	187,79	424,51	10,14	45,74	104,93
$f_n, \text{ Гц}$	7,28	29,89	67,56	1,61	7,28	16,70

Полученные результаты расчетов находятся в хорошем согласии, как с данными экспериментов, так и с численными расчетами, выполненными с помощью программы SolidWorks.

Выводы, задачи дальнейших исследований. Математическое моделирование поперечных колебаний буровой штанги, основанные на учете физических закономерностей, позволило установить функциональную зависимость собственных частот поперечных колебаний буровой штанги от основных параметров штанги: интенсивности массы, модуля упругости, диаметра,

толщины стенок, длины и нагрузки.

Приведение формулы, определяющей зависимости частоты от параметров штанги, к безразмерному виду позволило сгруппировать эти параметры в комплексы, сократив число переменных с пяти до двух, и тем самым существенно упростить исследование полученной зависимости.

Анализ зависимости частот поперечных колебаний буровой штанги от нагрузки показал, что существенную роль в поперечных колебаниях играет первая гармоника. Частоты последующих гармоник значительно выше, но мало зависят от нагрузки.

Задача дальнейших исследований заключается в реализации части II поставленной в начале данной статьи - осуществить математическое моделирование амплитуд вынужденных поперечных колебаний буровой штанги.

Список литературы

1. **Остроушко И. А.** Бурение твердых горных пород. М.: Недра, 1966.– 291с.
3. **Сароян А. Е.** Бурильные колонны в глубоком бурении. М.: Недра, 1979.– 315с.
3. **Симонов В.В., Юнин Е.К.** Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента. - М.: Недра, 1977. – 212с.
4. **Громадский А.С., Громадский В.А., Кузьменко Д.И.** Исследование влияния вибрации на оператора и на надежность работы станков шарошечного бурения / Вісник Криворізького технічного університету. – 2010.- № 25.- С. 191-195.
5. **Оробей В.Ф., Сурьянинов Н.Г.** / Основные положения численно-аналитического варианта МГЭ. — Труды Санкт-Петербургского политехнического ун-та. // Инженерно-строительный журнал. № 4(22). — СПб, 2011. — с. 33-39.
6. **Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.** Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985.– 472с.
7. **Бешта А.С., Хилов В.С., Плахотник В.В.** Математическая модель продольных и крутильных колебаний буровой штанги / Горная механика и автоматика. - Сборник научных работ. 2004. - Вып. 73.
8. **Тихонов А.Н., Самарский А.А.** Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.–435с.

Рукопись поступила в редакцию 02.04.13

УДК 622.732: 621.926

Ю.А. МАЛИНОВСКИЙ, С.И. МАЛИНОВСКАЯ, кандидаты техн., наук, доц.,
А.А. БОНДАРЕЦ, А.Ю. МАЛИНОВСКАЯ, старшие преподаватели
Криворожский национальный университет

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ПРОЦЕССА ДРОБЛЕНИЯ МАТЕРИАЛА В КОНУСНОЙ ДРОБИЛКЕ

Для повышения производительности и уменьшения крупности готового продукта для конусных дробилок мелкого и среднего дробления предложено интенсифицировать рабочий процесс за счет применения дополнительных вибраторов. Процесс выпуска готового материала из дробилки представлен как процесс вибрационного перемещения. Приведены расчетные зависимости для определения усилия дробления и скорости перемещения готового продукта в модифицированной дробилке.

На практике существует потребность в уменьшении крупности готового продукта и повышении производительности дробилок. Это, прежде всего, относится к дробилкам тонкого дробления.

Одним из путей решения этой технической задачи является внедрение на ГОКах дополнительных участков сверхтонкого дробления с использованием эксцентриковых или вибрационных дробилок. Для чего требуется дополнительные затраты на приобретение нового оборудования и строительство нового корпуса сверхтонкого дробления, а внедрение вибрационных дробилок (например, разработки института «Механобр», г. Санкт-Петербург), еще и требует доводки в промышленных условиях.

В данном предложении хотим реализовать идею повышения эффективности работы конусных дробилок (например, мелкого и среднего дробления) за счет одновременной реализации в одной существующей измельчительной машине (в условиях ГОКов) двух принципов дробления: *a* - принципа эксцентрикового дробления; *b* - принципа вибрационного дробления.

Причем, эти принципы используются одновременно в одной рабочей камере, образованной подвижным и неподвижным конусами.