МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Вільгельм Марини Миколаївни

УДК: 622.72/.74:622.765

ДИСЕРТАЦІЯ
ОБҐРУНТУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЙНОГО РОЗДІЛЕННЯ МІНЕРАЛІВ ПРИ МАГНІТНО-ФЛОТАЦІЙНОМУ ЗБАГАЧЕННІ МАГНЕТИТОВИХ КВАРЦИТІВ

184 Гірництво
18 Виробництво та технології

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____М. М. Вільгельм

Науковий керівник: Олійник Тетяна Анатоліївна, доктор технічних наук, професор

Кривий Ріг – 2024

АНОТАЦІЯ

Вільгельм М.М. Обґрунтування технологічних параметрів вібраційного розділення мінералів при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 184 Гірництво – Криворізький національний університет, м. Кривий Ріг, 2024р., 219 с

Дисертаційна робота присвячена вирішенню важливого науково-технічного завдання, яке полягає у обґрунтуванні та розробці технологічних рекомендацій щодо впровадження у гірничо-збагачувальне виробництво технології вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів на підставі встановлення закономірностей магнітної коагуляції мінеральних частинок, умов руйнування неселективних флокул для розробки технології підготовки оптимального живлення для основної флотації магнетитових концентратів та перечищення пінного продукту.

У **вступі** наводиться загальний опис дисертаційної роботи, розкрито актуальність роботи, мету та поставлені задачі дослідження, використані методи досліджень. обґрунтовано наукову новизну і практичну значимість роботи.

Розділ 1 містить інформацію стосовно аналізу раніш виконаних досліджень за темою дисертації, складається з чотирьох підрозділів, які присвячено аналізу особливостей технологій флотаційного збагачення магнетитових концентратів, огляду явищ коагуляції, флокуляції, гетерокоагуляції та їх зв'язку з дисперсними системами, аналізу наукових робіт з визначення впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів процесу вібраційного розділення на його ефективність. Виконано аналіз робіт Губіна Г.В. , Пілова П.І. , Младецького І.К. , Олійник Т.А., Скляр Л.В., Левченко К.А., Ребота Д.П., Булат О.Ф., Кармазіна В.В., Пелевіна О.Е та інших. На підставі виконаного аналізу технологій підвищення якості магнетитових концентратів показано, що в них основний приріст масової частки заліза можливий за рахунок уведення в технологію таких операцій, як тонке грохочення; тонке подрібнення у вертикальних млинах; автоматизована класифікація пульпи за рахунок

встановлення насос-гідроциклонної установок для ефективного виділення розкритих мінеральних зерен; обернена катіонна флотація. У результаті детального аналізу причин зниження якості магнетитових концентратів встановлено основну причину складнощів та технічних проблем при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів, а саме: контрастність технологічних властивостей мінералів знижується за рахунок магнітної коагуляції, флокуляції та гетерокоагуляції мінеральних частинок. Наприкінці розділу автором зроблено висновки про актуальність вибраного технологічного напрямку, сформульовано мету, об'єкт, предмет дослідження та завдання досліджень.

У **розділі 2** виконано оцінку технологічних параметрів сировини для формування оптимального живлення флотації. Наведена методика проведення досліджень і всі використані методи та обладнання. На підставі результаті детального вивчення хімічного та мінералогічного складу живлення основної флотації магнетитового концентрату, камерного (товарного концентрату) та пінного продукту основної флотації визначена технологічна доцільність для зменшення явищ магнітної флокуляції доцільно застосовувати операцію розмагнічування, а для руйнування скоагульованих частинок, утворених на підставі дії реагентів та поверхневих явищ – операції вібраційного розділення. Для пінного продукту з метою оновлення поверхні раціонально використовувати доподрібнення у вертикальних млинах з додаванням операцій класифікації в гідроциклонах або тонкого грохочення чи поєднання цих операцій для досягнення оптимального ефекту. Результати експериментів є підставою для розробки моделювання розділення магнетитової суспензії при флотації, на підставі якого після перевірки його адекватності будуть розроблені практичні рекомендації з удосконалення технологічної схеми флотаційного збагачення магнетитових кварцитів з отриманням товарної продукції високої якості.

Розділ 3 присвячений моделюванню магнітної коагуляції та характеристик розділення магнетитової суспензії. Виконано математичне моделювання диполь-дипольної взаємодії намагнічених у зовнішньому полі магнетитових частинок та перевірка адекватності запропонованої моделі. Проаналізовані закони розподілення

механічних домішок у дисперсні системі для завдань магнітної сепарації магнетитових кварцитів та магнітної коагуляції.

Доведено, що взаємодія між магнетитовими частинками має анізотропний характер взаємодії, обумовлений подовжніми силами тяжіння і взаємно відштовхуючими поперечними силами щодо магнітних ліній зовнішнього поля. Анізотропний характер диполь-дипольної взаємодії використано для моделювання ймовірнісних функцій розподілу дисперсного складу агрегатів при бінарному злитті магнетитових частинок.

Обґрунтовано новий підхід математичного моделювання магнітної коагуляції. Для визначення стохастичних характеристик коагуляції замість диференційного рівняння М. Смолуховського в основі методології моделювання закладено математичну операцію згортки імовірнісних функцій, на базі якої вперше реалізовано універсальний оператор перетворення ймовірнісних характеристик розподілу дисперсного складу магнетитових частинок при магнітній коагуляції.

В основу розробки математичної моделі процесу магнітної коагуляції та критеріальних умов осадження магнетитових частинок на барабані магнітного сепаратора покладено характер впливу змінної додаткової сили на динаміку магнетитових частинок у робочій області магнітного сепаратора, яка умовно поділяється на три характерні зони. У першій зоні траєкторії аперіодичні, у другій і третій зонах додаються сідлоподібні траєкторії. У моделі доведено послідовність протікання комбінації процесів коагуляції і сепарації в магнітних сепараторах з якої випливає, що частина магнетитових частинок, що увійшла в магнітний сепаратор дисперсного ансамблю, осаджується на магнітах до процесу коагуляції.

На підставі розроблених математичних моделей розкрито характерні особливості процесу магнітної коагуляції у магнітних сепараторах:

- магнітна коагуляція з'являється при певних, критичних значеннях масової концентрації магнетитових частинок у суспензії, при перевищенні яких коефіцієнт глибини коагуляції починає зростати зі збільшенням їх концентрації:

- зі збільшенням швидкості потоку пульпи у живленні магнітного сепаратору збільшується критичне значення масової концентрації магнетитових частинок, при якій з'являється процес магнітної коагуляції;

- зі зменшенням середнього розміру магнетитових частинок у пульпі зростає критичне значення їх масової концентрації, при якій починається магнітна коагуляція, а також збільшується коефіцієнт глибини коагуляції,. у якому досягається певний рівень немагнітних домішок. Для зниження цих параметрів потрібно зменшувати швидкість потоку пульпи. за якої збільшується глибина магнітної коагуляції.

Автором розглянуто також кібернетичний підхід математичного моделювання щодо процесу руйнації магнетитових агрегатів та флокул у змінному магнітному полі. В цьому випадку мінеральний агрегат та флокула видається з погляду кібернетики як «чорна скринька», внутрішній зміст якої або невідомий, або настільки складний, що не дозволяє побудувати адекватну модель, яка базується на фізичних уявленнях. У запропонованій моделі в якості структурної категорії з погляду динаміки об'єкта розглянуто динамічну структуру об'єкта, що описує коливання мінеральної флокули, яку природно вибрати у вигляді лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами. Показано, що на етапі структурного синтезу визначається тільки вид і характер математичної моделі, а її параметри визначаються на етапі ідентифікації параметрів моделі. Початковою інформацією для такої ідентифікації є структура та візуальне спостереження за поведінкою входу та виходу об'єкта при його взаємодії з середовищем.

У розділі виконано перевірку адекватності запропонованих моделей. Адекватність побудованих моделей та методик розрахунку характеристик магнітної коагуляції підтверджено експериментальними даними. Розроблені математичні моделі магнітної коагуляції адекватно моделюють розподіл дисперсного складу нерудних домішок та магнетиту за критерієм Фішера зі ступенем ризику не більше 5%.

У **розділі 4** наведено результати дослідження впливу параметрів вібрації при розділенні матеріалу за допомогою тонкого грохочення на процес руйнування мінеральних агрегатів та комплексів. Основним питанням яке досліджувалося є такі чинники впливу як частота та амплітуда коливань, на процес руйнації мінеральних флокул, спираючись на математичну модель дисперсної системи. При вирішенні задачі математичного моделювання технологічних параметрів вібраційного розділення мінералів при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів для руйнування мінеральних агрегатів та флокул в дисперсному середовищі, що утворилися внаслідок магнітної та флотаційної коагуляції було розглянуто два підходи, а саме: під дією резонансу з урахуванням випадковості зміни параметрів та статичного навантаження при математичному моделюванні мінеральної флокули як динамічної системи другого порядку.

Встановлено, що технологічним завданням тонкого грохочення пінного продукту оберненої катіонної флотації магнетитових концентратів є не тільки руйнація мінеральних агрегатів і флокул, але й вилучення з бідного кварц-магнетитового продукту, після його подрібнення, товарного залізовмісного концентрату.

Розділ 5 присвячено практичним рекомендаціям стосовно нової схеми вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів з отриманням двох типів товарної продукції з масовою часткою заліза загального 70,43 % та 66,2 %. Вміст діоксиду кремнію у цих концентратах відповідно 1,83% та 7,52%. Нова технологічна схема теоретично обґрунтована і перевірена в лабораторних та промислових умовах. Техніко-економічний аналіз показав ефективність запропонованих рішень. Реалізація проєкту передбачає підвищення виробництва високоякісного концентрату на 9,6%, збільшення якості концентрату на 0,5%, прямого зменшення витрат на реагенти на 3,5% та гідротранспорт на 25% на рік. Техніко-економічна оцінка комерційної привабливості проєкту виконана із застосуванням методу варіантного дисконтного аналізу, з урахуванням знецінення вкладених коштів та надходжень протягом терміну життя проєкту.

Наукова новизна

1. Вперше при розв'язанні завдання математичного моделювання взаємодії між магнетитовими частинками в магнітному сепараторі враховується анізотропний характер взаємодії, обумовлений подовжніми силами тяжіння і взаємно відштовхуючими поперечними силами щодо магнітних ліній зовнішнього поля, що дозволило розкрити фізичну причину механізму вилучення магнетиту у зовнішньому магнітному полі сепаратора у вигляді стійких ниткоподібних утворень при бінарному злитті магнетитових частинок, які практично не руйнуються при подальшому вібраційно-флотаційному збагаченні.

2. Доведено, що коефіцієнт глибини коагуляції пропорційний масовій концентрації магнетитових частинок у пульпі й магнітна коагуляція з'являється за певних, критичних значень масової концентрації магнетитових частинок у суспензії, при перевищенні яких коефіцієнт глибини коагуляції зростає, а саме збільшення критичного значення масової концентрації магнетитових частинок 1,53 до 3,55 кг/м3 відбувається зі зменшенням середнього розміру магнетиту у пульпі з 0,16 мм до 0,01 мм і зі збільшенням швидкості потоку пульпи, що призводить до пришвидшення процесу магнітної коагуляції і до змінення розподілення дисперсного складу домішок в бік збільшення середньої маси знов утворених агрегатів;

3. Запропонована, теоретично обґрунтована та експериментально підтверджена нова модель вібраційної руйнації мінеральних агрегатів і флокул, утворених у результаті магнітної та флотаційної коагуляції, що ґрунтується на теорії подібності та аналізу розмірностей у вигляді диференціального рівняння у частинних похідних другого порядку гіперболічного типу без початкових умов з урахуванням випадковості зміни параметрів: швидкості розповсюдження вібрацій з визначеною частотою 30-55 Гц та амплітудою 0,5-2 мм.

4. Вперше встановлено, що зі збільшенням частоти коливань декі грохоту 30 до 55 Гц амплітуда необхідна для руйнування мінеральних агрегатів та флокул у пінному продукті флотації магнетитових концентратів, утворених в результаті магнітної коагуляції зменшується з 2 до 0,5 мм. При цьому у підрешітний продукт грохоту попадають магнітні флокули поздовжньої форми за розміром, що перевищує розмір комірки грохоту в 1,3-2 рази, внаслідок того що сил вібрації та коливань недостатньо для їх руйнації.

Практичне значення.

На підставі аналізу й синтезу результатів проведених теоретичних та практичних досліджень розроблено нову технологію вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів ПрАТ «Інгулецький ГЗК» з отриманням двох типів товарної продукції з масовою часткою заліза загального 70,43 % та 66,2 % та масовою часткою 1,83% та 7,52%. Техніко-економічним розрахунком визначено позитивні результати запропонованих нововведень, а саме: розрахунок чистої поточної вартості NPV є позитивним. Встановлено, що термін окупності за коефіцієнта дисконтування 0,426 становить близько п’яти років. Сумарний дисконтований економічний ефект для гірничо-збагачувального підприємства середньої потужності близько 227 034,1 US$. Для досягнення терміну окупності проєкту 5 років внутрішню норму прибутку IRR можна підтримувати близько 62,7 % річних.

Імовірність наукової новизни підтверджена обґрунтованістю прийнятих вихідних передумов, що випливають із теорії магнітної сепарації, флотації та вібраційного грохочення матеріалу; задовільною збіжністю результатів теоретичних і експериментальних досліджень; великим обсягом лабораторних та промислових випробувань, що забезпечують достатню репрезентативність одержаних результатів; їх позитивними результатами в лабораторіях кафедри збагачення корисних копалин і хімії Криворізького національного університету і впровадженням на ПрАТ «Інгулецький ГЗК».

Ключові слова: магнітна коагуляція, тонке подрібнення, флокули, магнетитові кварцити, флотаційне збагачення, тонке вібраційне грохочення, руйнація мінеральних агрегатів, статистичний метод, математичне моделювання, регресійна залежність.

ABSTRACT

M.M. Vilhelm. Substantiation of technological parameters of vibration separation of minerals during magnetic-flotation beneficiation of magnetite quartzites.

Thesis for a Doctor of Philosophy degree, speciality 184 Mining – Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, 2024, 219 p.

The thesis deals with solution of an important scientific and technical task of substantiating and developing technological recommendations for implementing the technology of vibration-magnetic-flotation beneficiation of magnetite quartzites in mining and processing on the basis of establishing patterns of magnetic coagulation of mineral particles, conditions for non-selective defloculation to develop a technology for preparation of the optimal feed for rougher floatation of magnetite concentrates and the froth product cleaning.

Introduction provides general description of the thesis, discloses relevance of the work, the purpose and objectives of the research, and the research methods used, and substantiates the scientific novelty and practical significance of the work.

Section 1 analyzes previous researches on the subject of the thesis. It consists of four subsections that analyze specifics of technologies for flotation beneficiation of magnetite concentrates, overview phenomena of coagulation, flocculation, heterocoagulation and their relationship with disperse systems, and analyze scientific papers dealing with determination of the effect of internal and external parameters of the vibration separation process on its efficiency. The works analyzed include those by H.V. Hubin, P.I. Pilov, I.K. Mladetskyi, T.A. Oliinyk, L.V. Skliar, K.A. Levchenko, D.P. Rebot, O.F. Bulat, V.V. Karmazin, O.Ye. Pelevin, etc. The analysis of technologies for improving the quality of magnetite concentrates enables concluding that they provide the main increase in the mass fraction of iron due to introduction of the following operations: fine screening; fine grinding in vertical mills; automated classification of the pulp due to

installation of pump-hydrocyclone units for effective separation of released mineral grains; reverse cationic flotation.. The detailed analysis of causes of a decrease in the quality of magnetite concentrates enables concluding that main problems in magnetic flotation beneficiation of magnetite quartzites consist in the reduced contrast of the technological properties of minerals caused by magnetic coagulation, flocculation and heterocoagulation of mineral particles. The section presents substantiation of relevance of the chosen technological direction and frames the purpose, object, subject and objectives of the research.

Section 2 assesses technological parameters of raw materials to prepare the optimal feed for flotation, presents the methodology of conducting the research and describes the methods and equipment used. Based on the results of the detailed study of the chemical and mineralogical composition of the feed of rougher flotation of magnetite concentrate, the flotation cell and froth product, it is advisable to apply demagnetization to reduce phenomena of magnetic flocculation, and vibration separation - to disintegrate the coagulated particles resulted from reagent actions and surface phenomena.

In the case of froth products, in order to repair the surface, it is rational to use regrinding in vertical mills adding classification in hydrocyclones or fine screening or their combination to achieve the optimal effect. The results of the experiments underlie modeling of separation of magnetite pulp during flotation. After the model verification, practical recommendations are developed to improve the flow chart of flotation beneficiation of magnetite quartzites to obtain high-quality commercial products.

Section 3 deals with modeling magnetic coagulation and characteristics of magnetite pulp separation, provides mathematical modeling of the dipole-dipole interaction of magnetite particles magnetized in an external field and verification of the proposed model, and analyzes patterns of mechanical impurities distribution in a disperse system for magnetic separation of magnetite quartzites and magnetic coagulation.

It is proved that magnetite particles interaction is of an anisotropic nature due to longitudinal gravity forces and mutually repulsive lateral forces with respect to the

magnetic lines of the external field. The anisotropic nature of the dipole-dipole interaction is used to model probabilistic functions of aggregate size distribution during binary coalescence of magnetite particles.

A new approach to mathematical modeling of magnetic coagulation is substantiated. To determine stochastic characteristics of coagulation, the modeling methodology is based on convolution of probabilistic functions rather than on M. Smolukhovskyi's differential equation. Based on this mathematical operation of convolution, a universal operator for transforming the probabilistic characteristics of magnetite particle size distribution during magnetic coagulation is implemented for the first time.

Development of the mathematical model of magnetic coagulation and criterion conditions for the magnetite particles settlement on the magnetic separator drum is based on the nature of the effect of a variable additional force on the dynamics of magnetite particles in the working area of the magnetic separator which is conditionally divided into three distinctive zones. In the first zone, trajectories are aperiodic, in the second and third zones, saddle-like trajectories are added. The model proves the sequence of the combination of coagulation and separation processes in magnetic separators, from which it follows that part of the magnetite particles of the size distribution that enter the magnetic separator is settled on the magnets before coagulation.

The developed mathematical models reveal characteristic features of magnetic coagulation in magnetic separators:

- magnetic coagulation occurs at certain critical values of mass concentration of magnetite particles in the pulp. When the values are exceeded, the coefficient of coagulation depth starts increasing along with an increase in the particles concentration:

- along with an increase in the pulp flow rate, the critical value of the mass concentration of magnetite particles, at which the process of magnetic coagulation occurs, increases in the the magnetic separator feed as well;

- along with a decrease in the average size of magnetite particles in the pulp, the critical value of their mass concentration, at which magnetic coagulation begins,

increases, and the coefficient of coagulation depth, at which a certain level of non-magnetic impurities is reached, increases as well. To reduce these parameters, it is necessary to reduce the pulp flow rate at which the depth of magnetic coagulation increases.

A cybernetic approach to mathematical modeling of magnetite aggregates and floccules disintegration in the alternating magnetic field is considered where a mineral aggregate and a floccule are treated as “a black box”, the internal content of which is either unknown or so complex that it does not allow building an adequate model based on physical concepts. The proposed model treats the dynamic structure of an object as a structural category from the point of view of the object dynamics. The dynamic structure of the object describes oscillations of a mineral floccule, and it is naturally chosen in the form of a linear inhomogeneous differential equation of the second order with constant coefficients. It is demonstrated that at the stage of structural synthesis, only the type and nature of the mathematical model are determined, and parameters of the model are determined at the stage of identification of parameters of the model. The structure and visual observation of the behavior of the object’s input and output when it interacts with the medium consitute the initial data for such identification.

In this section, the proposed models are verified. The adequacy of the built models and methods for calculating characteristics of magnetic coagulation is confirmed by experimental data. The developed mathematical models of magnetic coagulation adequately simulate size distribution of non-metallic impurities and magnetite according to Fisher’s criterion with a degree of risk not exceeding 5%.

Section 4 presents the results of the study of the effect of vibration parameters when separating the material by fine screening on disintegration of mineral aggregates and complexes. Based on a mathematical model of a disperse system, the effect of such factors as frequency and amplitude of oscillations on the process of mineral floccules disintegration is the main issue under study. When solving the problem of mathematical modeling of technological parameters of vibration separation of minerals during

magnetic-flotation beneficiation of magnetite quartzites, disintegration of mineral aggregates and floccules in a dispersed medium resulted from magnetic and flotation coagulation, three approaches are considered: disintegration caused by resonance considering random changes in parameters and disintegration caused by static load in mathematical modeling of a mineral floccule as a second-order dynamic system.

It is established that the technological task of fine screening of the froth product of inverse cationic flotation of magnetite concentrates consists in not only disintegrating mineral aggregates and floccules, but also extracting commercial iron-containing concentrate from a poor quartz-magnetite product after its grinding.

Section 5 presents practical recommendations as for a new flow chart of magnetite quartzite beneficiation to obtain two types of commercial products with the total iron mass fraction of 70.43 % and 66.2 %. The mass fraction of silicon dioxide in thess concentrate types is 1.83% and 7.52% respectively. The new flow chart is theoretically substantiated and tested in laboratory and in production. Feasibility studies prove effectiveness of the proposed solutions. Implementation of the project provides an increase in production of high-quality concentrate by 9.6%, an increase in concentrate quality by 0.5%, a direct reduction in the costs for reagents by 3.5% and hydraulic transport by 25% annually. The feasibility study of the commercial attractiveness of the project is conducted using the method of variant discount analysis, considering depreciation of invested funds and revenues during the project life.

Scientific novelty

1. For the first time, the anisotropic nature of the interaction due to the longitudinal gravity forces and mutually repulsive lateral forces relative to the magnetic lines of the external field is considered when solving the problem of mathematical modeling of the magnetite particles interaction in a magnetic separator. This made it possible to reveal the physical cause of the mechanism of magnetite extraction in the external magnetic field of the separator in the form of stable filamentous formations during the binary fusion of magnetite particles, which are practically not destroyed during subsequent vibration-flotation beneficiation.

2. It is proved that the coefficient of coagulation depth is proportional to the mass concentration of magnetite particles in the pulp, and magnetic coagulation occurs at certain critical values of the mass concentration of magnetite particles in the pulp. When the values are exceeded, the coefficient of coagulation depth starts increasing, and an increase in critical concentration of magnetite particles from 1,53 to 3,55 kg/м3 occurs when the average size of magnetite in the pulp decreases from 0,16 mm to 0,01 mm and the flow rate of the pulp increases, which leads to acceleration of the magnetic coagulation process and to a change in the distribution of the dispersed composition of impurities towards an increase in the average mass of the newly formed aggregates.

3. A new model of vibration disintegration of mineral aggregates and floccules obtained from magnetic and flotation coagulation is proposed, theoretically substantiated and experimentally confirmed. The model is based on the theory of similarity and dimensional analysis in the form of a differential equation in partial second order derivatives of the hyperbolic type without initial conditions considering random changes in the speed of propagation, frequency from 30 to 55 Hz and amplitude of vibrations from 0,5 to 2 мм.

4. For the first time, it is found that along with an increase in frequency of oscillations of the screen deck from 30 to 55 Hz, the amplitude required for disintegrating mineral aggregates and floccules in the froth product of flotation of magnetite concentrates obtained from magnetic coagulation decreases from 2 to 0,5 мм. At the same time, oblong magnetic floccules of the size exceeding 1.3-2 times that of the screen mesh since vibration and oscillations are insufficient to disintegrate them get into the under-screen product.

Practical significance.

Based on the analysis and synthesis of the results of the theoretical and empirical research conducted, a new technology for vibration-magnetic-flotation beneficiation of magnetite quartzites at the PrJSC Inhulets GZK is developed to obtain two types of

commercial products with a total iron mass fraction of 70.43% and 66.2% and a silicon dioxide mass fraction of 1.83% and 7.52% respectively.

The feasibility study shows positive results of the proposed innovations, i.e. calculation of the NPV is positive. It is established that at a discount factor of 0.426, the payback period is about five years. The total discounted economic effect for a medium-capacity mining and beneficiation plant is about 227,034.1 USD. To achieve a 5 year payback period, the IRR can be maintained at around 62.7% per annum.

Scientific novelty is confirmed by validity of the accepted initial assumptions arising from the theory of magnetic separation, flotation and vibration screening of the material; satisfactory convergence of the results of the theoretical and experimental research; extensive laboratory and production testing that ensures sufficient representativeness of the results obtained; positive laboratory test results obtained at the Department of Mineral Processing and Chemistry of Kryvyi Rih National University and implementation at the PrJSC “Inhulets GZK”.

Key words: magnetic coagulation, fine grinding, floccules, magnetite quartzites, flotation beneficiation, fine vibration screening, disintegration of mineral aggregates, statistical method, mathematical modeling, regression dependence.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Олійник Т.А., Вільгельм М.М. Передумови підвищення розділення рудної та нерудної складової пінного продукту флотації. *Гірничий вісник* КНУ-Кривий Ріг.- 2021. Вип. 109, с. 73-79. http://ds.knu.edu.ua/jspui/handle/123456789/4437 (Фахове видання категорії Б).

2. Олійник Т.А., Вільгельм М.М. Особливості коагуляції частинок та адсорбція реагентів на поверхні пінного продукту флотації. *Науковий вісник* КНУ -Кривий Ріг.- 2023. Вип. 57, с. 70-77: doi: 10.31721/2306-5451-2023-1-57-70-77 10.31713/vt3202319 (Фахове видання категорії Б).

3. Олійник Т.А., Вільгельм М.М. Аналіз явищ коагуляції та седиментації пінного продукту з метою створення математичної моделі процесу магнітно-флотаційного

збагачення. *Вісник НУВГП. Технічні науки* -Рівне.- 2023. Вип. 3(103), с. 213-224: doi: 10.31713/vt3202319 (Фахове видання категорії Б).

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

4. T. Oliinyk, M. Vilhelm: «Evaluation of the possibility of application in processing flowsheet of hydraulic screening by near-mesh grain».Тези, збірник VI Міжнародної науково-технічній конференції «Інноваційний розвиток ресурсозберігаючих технологій та раціональне користування природними ресурсами». Румунія.-2023 с. 107-110. ISSN 2734-6935. ISSN-L 2734-6935 https://www.upet.ro/cercetare/manifestari/Ukraine_2023_Book_of_Abstracts.pdf

ЗМІСТ

Стор.

ВСТУП 20

РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН НАУКОВОЇ ПРОБЛЕМИ ТА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ 26

1.1 Аналіз особливостей технологій флотаційного збагачення магнетитових концентратів 26

1.2 Огляд явищ коагуляції, флокуляції, гетерокоагуляції та їх зв'язок з дисперсними системами 30

1.3 Аналіз наукових робіт з визначення впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів процесу вібраційної сепарації на його ефективність 38

1.4 Обґрунтовування наукового напрямку роботи, мети та завдання досліджень 40

РОЗДІЛ 2. ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ СИРОВИНИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЖИВЛЕННЯ ФЛОТАЦІЇ 45

2.1 Методика виконання досліджень 45

2.2 Загальна характеристика живлення флотації, пінного та камерного продукту флотації 49

2.2.1 Характеристика живлення флотації 49

2.2.2 Характеристика пінного продукту флотації 54

2.2.3. Характеристика камерного продукту флотації 61

2.3.Аналіз особливостей флокуляції (коагуляції) частинок, адсорбції реагентів на поверхнях рудної та нерудної складової живлення флотації, пінного та камерного продуктів флотації 67

2.3.1 Живлення флотації 67

2.3.2 Пінний продукт флотації 70

2.2.3. Камерний продукт флотації 73

Висновки до розділу 2 74
РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ МАГНІТНОЇ КОАГУЛЯЦІЇ ТА ХАРАКТЕРИСТИК РОЗДІЛЕННЯ МАГНЕТИТОВОЇ СУСПЕНЗІЇ 78
3.1 Математичне моделювання диполь-дипольної взаємодії намагнічених у зовнішньому полі магнетиту 79
3.2. Перевірка адекватності моделі диполь-дипольної взаємодії намагнічених у зовнішньому полі магнетитових частинок 84
3.3 Оцінка параметрів дисперсної фази для створення математичної моделі на підставі основних положень швидкої коагуляції 86
3.4 Закони розподілення нерудних мінералів та механічних домішок у дисперсних системах для завдань магнітної сепарації магнетитових кварцитів та магнітної коагуляції 91
3.5 Синтез вагової функції магнітної коагуляції при неоднорідному магнітному полі 97
3.6 Визначення коефіцієнта глибини магнітної коагуляції 108
3.7 Математичне моделювання процесу руйнації магнетитових агрегатів та флокул у змінному магнітному полі 120
3.8 Перевірка адекватності запропонованих операцій для зниження явища коагуляції при підготовці магнетитового концентрату та пінного продукту основної флотації до подальшого розділення 122
Висновки до розділу 3 126
РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЇ ПРИ РОЗДІЛЕННІ МАТЕРІАЛУ НА ПРОЦЕС РУЙНУВАННЯ МІНЕРАЛЬНИХ ФЛОКУЛ ТА КОМПЛЕКСІВ 129
4.1 Розробка математичної моделі грохочення матеріалу крупністю мінус 0,05 мм з метою руйнації мінеральних агрегатів та флокул 129
4.2 Флотація технологічних різновидів 159
4.3 Результати експериментів з тонкого грохочення пінного продукту флотації 164

Висновки до розділу 4 172
РОЗДІЛ 5. РЕКОМЕНДОВАНА ТЕХНОЛОГІЧНА СХЕМА ЗБАГАЧЕННЯ МАГНЕТИТОВИХ КВАРЦИТІВ ПРАТ «ІНГЗК» 174
5.1 Обґрунтування технологічної схеми магнітно флотаційного збагачення магнетитових концентратів 174
5.2 Результати досліджень за новою схемою магнітно флотаційного збагачення магнетитових концентратів 176
5.3 Техніко-економічний аналіз ефективності розробки 195
5.4 Розрахунок інвестиційної привабливості проєкту 204
Висновки до розділу 5 207
ВИСНОВОК 209
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 213

ВСТУП

*Обґрунтування напряму досліджень***.** Виробництво високоякісного магнетитового концентрату на сьогодні для України є одним з найактуальніших завдань, так як наша країна посідає шосте місце у світі за запасами залізних руд. Зберегти своє місце на світовому ринку залізорудні гірничо-збагачувальні комбінати України можуть тільки у випадку виробництва концентрату, який має масову частку заліза загального на рівні 70 % і кремнезему не більше 2,5 %. Підвищення якості магнетитових концентратів можливе за рахунок застосування у схемах збагачення тонковкраплених важкозбагачувальних магнетитових кварцитів операцій оберненої катіонної флотації, тонкого грохочення та тонкого подрібнення. Аналіз основних напрямів і підходів до цього питання показав, що застосування розмагнічування, подрібнення до класу менше 0,044 мм, тонкого грохочення перед флотацією дає змогу збільшити вихід високоякісного концентрату внаслідок дезінтеграції кварц-магнетитових агрегатів, утворених при магнітній сепарації та неселективних флокул. При цьому одним із шляхів вирішення існуючої проблеми є використання математичного моделювання для оцінки процесів коагуляції. Тому, обґрунтування технологічних параметрів вібраційного розділення мінералів при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів на підставі встановлення закономірностей магнітної коагуляції мінеральних частинок, умов руйнування неселективних флокул є актуальним науково-практичним завданням.

*Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами***.** Дисертацію виконано відповідно до пріоритетних програм розвитку гірничо-металургійної галузі, що були визначені постановами Кабінету Міністрів України та планами виконання науково-дослідних робіт у Криворізькому національному університеті», а також корпоративними планами розвитку компанії «МЕТІНВЕСТ ХОЛДІНГ». Дисертація є частиною держбюджетної науково-дослідної роботи Криворізького національного університету, а саме: №ДР 0121U109524 «Дослідження закономірностей та

обґрунтування методів підвищення ефективності процесу магнітної сепарації залізної руди із застосуванням ультразвукових технологій».

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є обґрунтування технологічних параметрів вібраційного розділення мінералів при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів на підставі встановлення закономірностей магнітної коагуляції мінеральних частинок, умов руйнування неселективних флокул для розробки технології підготовки оптимального живлення для основної флотації магнетитових концентратів та перечищення пінного продукту.

Об'єктом дослідження є технології підготовки оптимального живлення для основної флотації магнетитових концентратів та перечищення пінного продукту .

Предмет дослідження - закономірності магнітної коагуляції мінеральних частинок, залежності змінення вмісту скоагульованих частинок та флокул, що складаються з рудних та нерудних мінералів в живленні флотації та пінному продукті від частоти та амплітуди коливань при вібраційному розділенні матеріалу.

Для вирішення мети дослідження в роботі сформульовані такі задачі дослідження:

- здійснити аналіз особливостей технологій флотаційного збагачення магнетитових концентратів та огляд попередніх досліджень впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів процесу вібраційної розділення на його ефективність;

- проаналізувати особливості магнітної коагуляції частинок, адсорбції реагентів на поверхнях рудної та нерудної складової пінного продукту;

- розробити модель процесу магнітної коагуляції для обґрунтування можливості руйнації неселективних флокул при підготовці продуктів до флотації та оцінити параметри дисперсної фази для створення математичної моделі на підставі основних положень швидкої коагуляції;

- проаналізувати закономірності селективного руйнування мінеральних флокул та комплексів, внаслідок керованих вібрацій при грохоченні матеріалу та виконати дослідження з магнітної сепарації й основної флотації магнетитових концентратів;

- розробити комплексну технологію глибокого збагачення з урахуванням змінення технології збагачення пінного продукту основної флотації магнетитових концентратів та визначити економічну ефективність отримання товарних продуктів високої якості.

Методи дослідження. При виконанні досліджень для визначення основних елементів та їх оксидів було використано хімічний аналіз, для визначення гранулярного складу – гранулометричний аналіз методом розсіювання на ситах та седиментаційний аналіз для визначення класів крупності менше 0,044 мм. При виконанні магнітної сепарації матеріалу використано магнітний лабораторний сепаратор 237-СЕ-Б, з трьох полюсною магнітною системою з напруженістю середнього полюсу 1500 ерстед, крайніх полюсів 1000 ерстед. Флотаційні дослідження були реалізовані: на магнетитовому концентраті та пінному продукті флотації в лабораторній пневмомеханічній флотаційній машині та в промислових умовах. Для вібраційного збагачення був використаний однодечний грохіт для тонкого грохочення типу 2 SG 48-60W-1STK. Для мікроаналізу мінеральних комплексів був використаний скануючий електронний мікроскоп JOEL JCM-6490LV та високоенергетична приставка INCAx-act.

Обґрунтованість і достовірність наукової новизни, висновків, рекомендацій підтверджуються коректністю поставлених завдань, використанням ефективних апробованих методів їх розв’язання. Адекватність побудованих моделей та методик розрахунку характеристик магнітної коагуляції підтверджено експериментальними даними. Розроблені математичні моделі магнітної коагуляції адекватно моделюють розподіл дисперсного складу нерудних домішок та магнетиту за критерієм Фішера зі ступенем ризику не більше 5%.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Вперше при розв'язанні завдання математичного моделювання взаємодії між магнетитовими частинками в магнітному сепараторі враховується анізотропний

характер взаємодії, обумовлений подовжніми силами тяжіння і взаємно відштовхуючими поперечними силами щодо магнітних ліній зовнішнього поля, що дозволило розкрити фізичну причину механізму вилучення магнетиту у зовнішньому магнітному полі сепаратора у вигляді стійких ниткоподібних утворень при бінарному злитті магнетитових частинок, які практично не руйнуються при подальшому вібраційно-флотаційному збагаченні.

2. Доведено, що коефіцієнт глибини коагуляції пропорційний масовій концентрації магнетитових частинок у пульпі й магнітна коагуляція з'являється за певних, критичних значень масової концентрації магнетитових частинок у суспензії, при перевищенні яких коефіцієнт глибини коагуляції зростає, а саме збільшення критичного значення масової концентрації магнетитових частинок 1,53 до 3,55 кг/м3 відбувається зі зменшенням середнього розміру магнетиту у пульпі з 0,16 мм до 0,01 мм і зі збільшенням швидкості потоку пульпи, що призводить до пришвидшення процесу магнітної коагуляції і до змінення розподілення дисперсного складу домішок в бік збільшення середньої маси знов утвореного агрегатів.

3. Запропонована, теоретично обґрунтована та експериментально підтверджена нова модель вібраційної руйнації мінеральних агрегатів і флокул, утворених у результаті магнітної та флотаційної коагуляції, що ґрунтується на теорії подібності та аналізу розмірностей у вигляді диференціального рівняння у частинних похідних другого порядку гіперболічного типу без початкових умов з урахуванням випадковості зміни параметрів: швидкості розповсюдження вібрацій з визначеною частотою 30-55 Гц та амплітудою 0,5-2 мм.

4. Вперше встановлено, що зі збільшенням частоти коливань декі грохоту від 30 до 55 Гц амплітуда необхідна для руйнування мінеральних агрегатів та флокул у пінному продукті флотації магнетитових концентратів, утворених в результаті магнітної коагуляції зменшується з 2 до 0,5 мм. При цьому у підрешітний продукт грохоту попадають магнітні флокули поздовжньої форми за розміром, що перевищує розмір комірки грохоту в 1,3-2 рази, внаслідок того що сил вібрації та коливань недостатньо для їх руйнації

Наукове значення роботи полягає у встановленні закономірностей руйнації мінеральних агрегатів і флокул, утворених у результаті магнітної та флотаційної коагуляції, що ґрунтується на теорії подібності та аналізу розмірностей у вигляді диференціального рівняння у частинних похідних другого порядку гіперболічного

типу без початкових умов з урахуванням випадковості зміни параметрів: швидкості розповсюдження вібрацій з визначеною частотою та амплітудою. При цьому введено поняття коефіцієнту глибини коагуляції , який залежить від критичного значення масової концентрації магнетитових частинок, середнього розміру магнетиту у пульпі і швидкості потоку пульпи.

Практичне значення отриманих результатів.

На підставі аналізу й синтезу результатів проведених теоретичних та практичних досліджень розроблено нову технологію вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів ПрАТ «Інгулецький ГЗК» з отриманням двох типів товарної продукції з масовою часткою заліза загального 70,43 % та 66,2 % та масовою часткою діоксиду кремнію 1,83% та 7,52%.

Техніко-економічним розрахунком визначено позитивні результати запропонованих нововведень, а саме: розрахунок чистої поточної вартості NPV є позитивним. Встановлено, що термін окупності за коефіцієнта дисконтування 0,426 становить близько п’яти років. Сумарний дисконтований економічний ефект для гірничо-збагачувального підприємства середньої потужності близько 227 034,1 US$. Для досягнення терміну окупності проєкту 5 років внутрішню норму прибутку IRR можна підтримувати близько 62,7 % річних.

Імовірність наукових положень підтверджена обґрунтованістю прийнятих вихідних передумов, що випливають із теорії магнітної сепарації, флотації та вібраційного грохочення матеріалу; задовільною збіжністю результатів теоретичних і експериментальних досліджень; великим обсягом лабораторних та промислових випробувань, що забезпечують достатню репрезентативність одержаних результатів; їх позитивними результатами в лабораторіях кафедри збагачення корисних копалин і хімії Криворізького національного університету і впровадженням на ПрАТ «Інгулецький ГЗК».

Особистий внесок здобувача полягає в розробленні наукових результатів, винесених на захист, формулюванні мети, наукової новизни і завдань досліджень, теоретичному й експериментальному обґрунтуванні технології дезінтеграції кварц-

магнетитових агрегатів, утворених при магнітному збагаченні тонковкраплених та дуже тонковкраплених залізних руд для вдосконалення технології флотаційного збагачення магнетитового концентрату ПрАТ «Інгулецький ГЗК», перевірці результатів досліджень у лабораторних і промислових умовах.

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати дослідження були представлені й одержали схвалення на наукових семінарах кафедри збагачення корисних копалин і хімії Криворізького національного університету; на міжнародних науково-технічних конференціях «Розвиток промисловості і суспільства» (м. Кривий Ріг, 2021–2024 рр.), «Інноваційний розвиток ресурсозберігаючих технологій та раціональне користування природними ресурсами» (Румунія,2023).

Публікації. Основний зміст дисертації опубліковано в 4 працях, зокрема: 3 статей – у фахових виданнях; 1 тези– в іноземних виданнях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, 5 розділів, висновків, списку використаних джерел зі 79 найменувань на 7 сторінках. Загальний обсяг дисертації становить 219 сторінок, зокрема 193 – основного тексту. Дисертація містить 46 рисунків, 50 таблиць.

РОЗДІЛ 1
СУЧАСНИЙ СТАН НАУКОВОЇ ПРОБЛЕМИ ТА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ

1.1. Аналіз особливостей технологій флотаційного збагачення магнетитових концентратів

Комбіновані технології отримання чорнових концентратів є найбільш ефективним напрямом удосконалення переробки магнетитових руд.

У світовій практиці збагачення магнетитових концентратів, отриманих за магнітними схемами, здійснюють оберненою флотацією (підприємства Empire, Tilden, Northshore Mining Company), тонким грохоченням, а також знешламлення у гідросепараторах. Концентрати з магнетитових руд з кремнеземистими породами при збагаченні їх за магнітними схемами містять близько 65,0-66,0% заліза загального, а при збагаченні по комбінованим схемам – 68,8-70,0% [1,2].

Магнетитові концентрати, які отримані методами магнітної сепарації та знешламлюванням мають мінеральні частини з близькими магнітними та гравітаційними властивостями тобто їх розділення треба проводити за фізико-механічними властивостями, контрастність яких збережена.

Існуючими методами флотаційного збагачення є пряма аніонна та катіонна флотація, обернена аніонна та катіонна флотація, а також пінна сепарація.

Пряма аніонна та катіонна флотація недоцільні за рахунок того, що у піну необхідно піднімати 80% та більше матеріалу який збагачується, в той час як при оберненій флотації вихід пінного продукту складає 10-20%.

Сьогодні найбільш ефективним методом збільшення якості магнетитових концентратів є обернена катіонна флотація, що підтверджується багаторічною закордонною практикою.

Доцільність застосування оберненої катіонної флотації визначається наступними факторами [3]:

- невеликі витрати катіонних збирачів (не більше 0,1-0,15 кг/т);
- можливість проведення процесу флотації на жорстких технічних водах;

- ефективна флотація залізних силікатів;

- невелика кількість пустої породи, яка піднімається в пінний продукт;

- відносна екологічна безпечність в умовах часткового обороту води за рахунок адсорбції катіонних збирачів на твердій фазі пульпи більше ніж на 99% та подальшого майже повному поглинання їх шламовою фракцією відходів магнітного збагачення при змішуванні останніх з хвостами флотаційної доводки ще у хвостових лотках.

В Україні вперше у промислових масштабах технологія збагачення магнетитових концентратів методом оберненої катіонної флотації була впроваджена на Полтавському ГЗК у 2002 році та 2003 році на Інгулецькому ГЗК.

Детальніше зупинимось на технології магнітно-флотаційного збагачення Інгулецького ГЗК.

Технологічна схема магнітно-флотаційного збагачення магнетитових концентратів включає такі технологічні операції: основну флотацію магнітного промпродукту III стадії магнітної сепарації основного виробництва, знешламлення в дешламаторах та мокру магнітну сепарацію пінного продукту у два прийоми, згущення, фільтрування флотаційного концентрату та освітлення оберненої води.

На магнітно-флотаційне збагачення направляється концентрат мокрого магнітного збагачення 3 стадії збагачення секцій 11-24 РЗФ-2.

Флотаційне збагачення відбувається у чотирьох 6-камерних машинах РІФ-25.

Флотомашини 1,2 працюють у замкнутому циклі - свіже живлення +циркуляція, флотомашини 3,4 працюють у відкритому циклі – на свіжому живленні. Флотація відбувається з використанням катіонного реагенту-збирача Lilaflot 811 M з витратою реагентів від 50до 163 г/т вхідного живлення.

На операцію знешламлення направляється пінний продукт флотації. Знешламлення здійснюється у магнітних дешламаторах ДМ-12А у два прийоми. Магнітна сепарація ведеться у 16 магнітних сепараторах типу ПБМ-ПП-120/300. Живленням магнітної сепарації №№1-8 є піски першого прийому ДМ-12А, магнітної

сепарації №№9-16 – другого прийому ДМ-12А. Зливи дешламаторів ДМ-12А та немагнітні продукти магнітних сепараторів є відвальними відходами.

Згущення камерного продукту флотомашин № 1, 2 відбувається на чотирьох дешламаторах МД-9А, флотомашин № 3, 4 на двох дешламаторахДМ-12А.В результаті згущення виділяються піски та злив.

Злив дешламаторів направляється на освітлення у згущувачі СЦ-18А з використанням коагулянту Magnafloc 338 (Flopam AN 945), а піски є живленням вакуум-фільтрів ОЦФ та РЗФ-2. З пульпою, яка поступає на зневоднення подається поверхнево-активна речовина в кількості від 137 до 152 г/т.

У результаті освітлення виділяються піски, які направляються у відвальні відходи, та освітлений злив, який направляється в якості оберненої води в процес флотації.

Технологічна схема магнітно-флотаційного збагачення Інгулецького ГЗК наведена на рис. 1.1.

У технологічній схемі Інгулецького ГЗК є декілька проблемних точок:

- живлення флотації (магнітний продукт РЗФ-2) – виділення готового класу крупності перед флотацією дозволить створити більш ефективні умови для подальшого флотаційного збагачення;

- пінний продукт флотації – в існуючій схемі направляється у цикл знешламлення та магнітної сепарації у два прийоми, який працює неефективно, значна частка заліза втрачається у флотаційних хвостах.

Детальне вивчення характеристик зазначених продуктів, способів їх ефективної підготовки, зменшення явищ коагуляції та флокуляції та гетерокоагуляції направлене на розробку комплексної технології флотації та отримання нових видів товарної продукції.

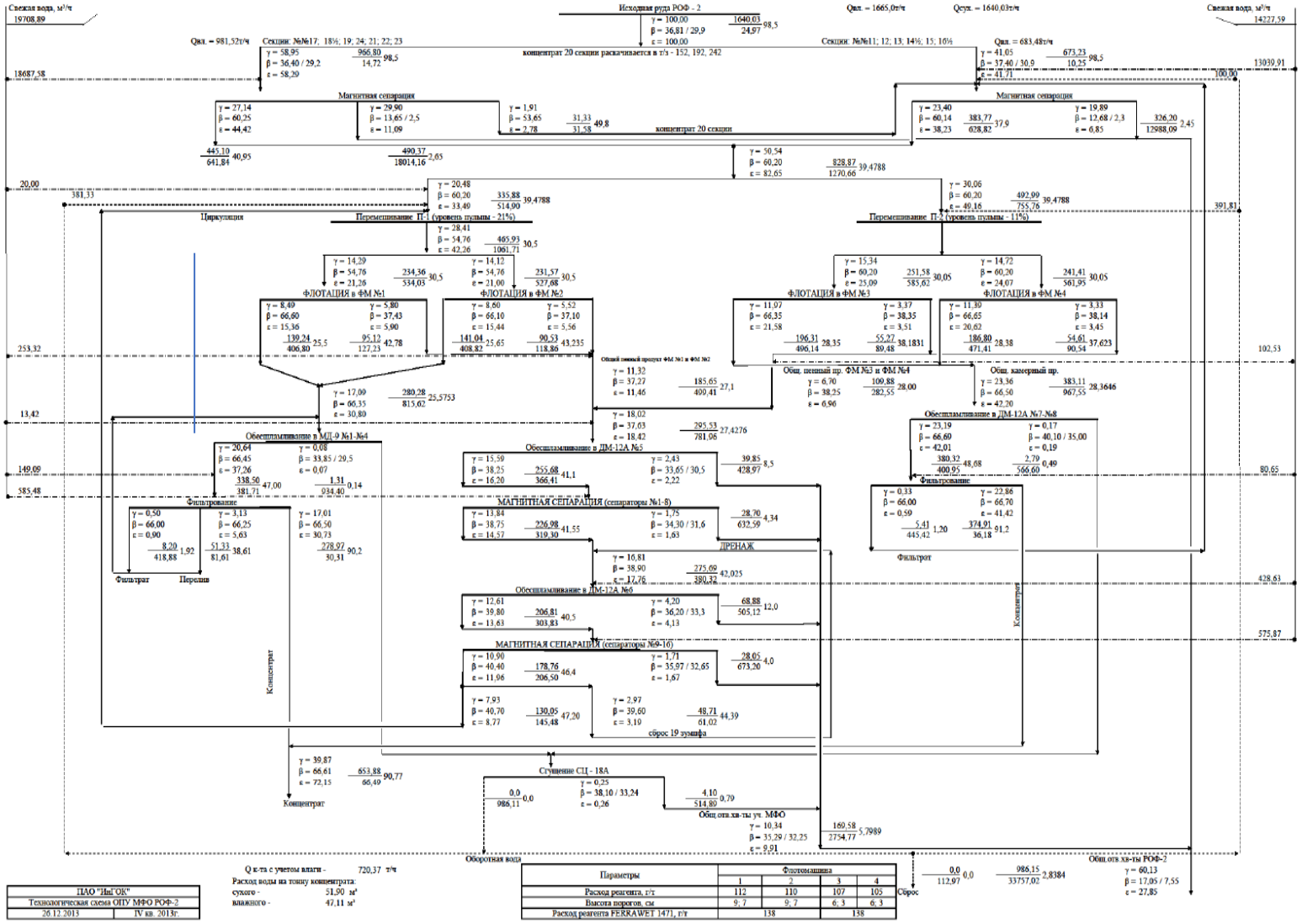


Рис. 1.1. Схема магнітного-флотаційного збагачення Інгулецького ГЗК

1.2. Огляд явищ коагуляції, флокуляції, гетерокоагуляції та їх зв'язок з дисперсними системами.

Коагуляція (від лат. coagulatio - згортання, згущення) і флокуляція (від лат. flocculi - клапті, пластівці) - фізико-хімічні процеси злипання дрібних часток дисперсних систем у більші агрегати під впливом сил зчеплення з утворенням коагуляційних структур [4].

Коагуляція - це процес зведення до мінімуму ступеня розподіленості та кількості частинок у дисперсній системі шляхом їх злиття. Цей процес зазвичай супроводжується відділенням дисперсної фази через седиментацію або зміною властивостей початкової дисперсної системи.

Флокуляція - це процес коагуляції, під час якого укрупнені частинки дисперсної фази утворюють великі, пухкі пластівчасті агрегати, які називаються флокулами [5]. Ці флокули мають здатність швидко осідати або спливати [6].

У зарубіжній літературі з колоїдної хімії терміни coagulation і flocculation часто розглядають як синоніми. У вітчизняних виданнях флокуляцію прийнято вважати одним із видів коагуляції.

Дисперсні системи - це суміші, які не є однорідними, а складаються з двох різних компонентів. Один з них, дисперсна фаза, подрібнений на дрібні частинки і рівномірно розподілений в іншому компоненті, який називається дисперсним середовищем [7].

Іншими словами, дисперсні системи - це гетерогенні суміші, де одна речовина (дисперсна фаза) "розбита" на дрібні частинки і "розчинена" в іншій речовині (дисперсному середовищі).

Вони розрізняються агрегатним станом дисперсної фази та дисперсійного середовища (тверді, рідкі та газоподібні), а також розмірами частинок дисперсної фази.

Розмір частинок дисперсної фази може варіюватися від мікрометрів (10-6 м) до нанометрів (10-9 м) і навіть до атомних розмірів. Від розміру частинок залежать

багато властивостей дисперсної системи, такі як стійкість, в'язкість і оптичні властивості.

Коагуляція є одним з основних процесів, що характеризують еволюцію дисперсійних систем. Вивчення та визначення стохастичних характеристик розподілу полідисперсійних систем твердої фази суспензії є фундаментальним завданням коагуляції. Таке завдання досліджується на основі нелінійних інтегрально-диференціальних рівнянь М. Смолуховського (1.1) та ставить за мету визначення функції розподілу частинок суспензії в часі за їхніми масами або розмірами [8,9,10,11]:

$$\frac{dc_i}{d_t} = \frac{1}{2}\sum_{y=1}^{i-1} k_{i-j,j}\, c_i - c_j c_j - c_i \sum_{j=1}^{\infty} k_{i,j}\, c_j;$$

$$\frac{\partial f(t,m)}{\partial t} = \frac{1}{2}\int_0^m K(m', m-m') f(m') f(m-m') dm' - f(m)\int_0^\infty K(m,m') f9m') dm', \quad (1.1)$$

де i, j - міри агрегатів;

c_i , c_j - масові концентрації дисперсної фази;

$f(t, m)$ - густина ймовірності розподілу дисперсної фази за масою;

m_i і m_j(m і m') – маси частинок;

$K(m_i , m_J)$ - симетрична функція$K(m_i , m_J)$ - ядро коагуляції.

Ядро характеризує ймовірність (частоту) зіткнення частинок з масами m_i і m_j, обернено пропорційну часу їхнього життя.

Стійкість дисперсних систем – це їх здатність зберігати протягом певного часу рівномірний розподіл дисперсної фази в дисперсному середовищі. Ця властивість визначається взаємодією між міжмолекулярними силами тяжіння та електростатичними силами відштовхування між частинками дисперсної фази та є найважливішою властивістю флотаційної дисперсної системи [12].

Теорія Дерягіна - Ландау - Фервея – Овербека (ДЛФО) описує цю взаємодію та пояснює стійкість дисперсних систем [13]. В даний час - є фундаментом всіх досліджень в області стійкості дисперсних систем. Емпіричні криві наведені на рисунку 1.2. Сумарна енергія Ес взаємодії двох сферичних частинок у рідині, згідно

теорії ДЛФО, має дві складові: іонно-електростатичну Ее та молекулярну дисперсійну (Ван-дер-Ваальсову) Ед. Існування другої енергетичної ями кривої Ес(h) обумовлюється тим, що крива Ед(h) убуває за степеневим законом, а Ее(h) — за експоненціальним, тобто остання убуває швидше ніж Ед(h) (h — відстань між частинками твердої фази у суспензії.

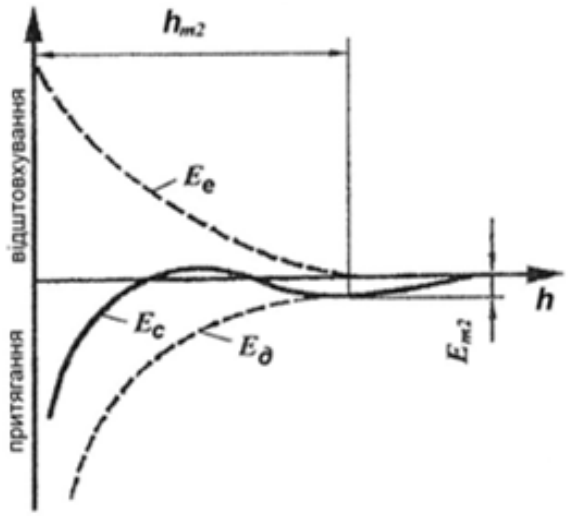


Рис.1.2. Криві потенціальної енергії взаємодії двох частинок в залежності від відстані між ними

Згідно з цією теорією, на стійкість впливають два основних фактори:

сила Ван-дер-Ваальса: Ця сила притягує частинки дисперсної фази одна до одної. Її інтенсивність зростає зі збільшенням розміру і полярності частинок.

електростатичне відштовхування: Ця сила розштовхує частинки дисперсної фази, які мають однакові заряди. Її інтенсивність залежить від величини заряду та товщини подвійного електричного шару, що оточує кожну частинку.

Залежно від співвідношення цих сил, дисперсні системи поділяються на ліофільні та ліофобні:

Ліофільні системи: характеризуються інтенсивною взаємодією між частинками дисперсної фази та дисперсним середовищем. Сили відштовхування переважають сили притягування, що робить систему термодинамічно стійкою. Прикладами ліофільних систем є дисперсії мила, глини та агрегати високомолекулярних сполук у воді.

Ліофобні системи: характеризуються переважанням сил притягування між частинками дисперсної фази над силами відштовхування. Це робить систему термодинамічно нестійкою, і з часом частинки дисперсної фази злипаються та осідають. Прикладами ліофобних систем є колоїдні розчини золів сульфідів металів та суспензії грубодисперсних частинок.

Фактори, що впливають на стійкість дисперсних систем:

розмір частинок: Чим менші частинки дисперсної фази, тим стійкіша система. Це пов'язано з тим, що на дрібні частинки діють сильніші сили відштовхування;

концентрація дисперсної фази: З підвищенням концентрації дисперсної фази стійкість системи зменшується. Це пов'язано зі зближенням частинок і збільшенням ймовірності їх злипання;

природа дисперсного середовища: Полярні дисперсні середовища, такі як вода, краще стабілізують дисперсні системи, ніж неполярні. Це пов'язано з тим, що полярні молекули середовища взаємодіють з зарядженими частинками дисперсної фази.

введення стабілізаторів: Додавання певних речовин, стабілізаторів, збільшує стійкість дисперсних систем. Стабілізатори адсорбуються на поверхні частинок дисперсної фази і створюють на них заряд, який запобігає їх злипанню.

Розрізняють два види стійкості дисперсних систем:

Седиментаційна стійкість: характеризує здатність частинок дисперсної фази протистояти силі тяжіння і залишатися в завислому стані. Її визначає розмір та щільність частинок, а також в'язкість дисперсного середовища.

Агрегаційна стійкість: характеризує здатність частинок дисперсної фази протистояти агрегації (злипанню) з утворенням більших частинок. Її визначають електростатичні сили між частинками, а також наявність стабілізаторів.

Ці два типи стійкості тісно пов'язані між собою:

Порушення агрегаційної стійкості призводить до збільшення розмірів частинок дисперсної фази, що знижує їх седиментаційну стійкість і сприяє їх осадженню.

Збільшення седиментаційної стійкості може призвести до зниження агрегаційної стійкості, якщо частинки дисперсної фази зближуються під дією сили тяжіння.

Втрата седиментаційної стійкості призводить до осідання (щільність дисперсної фази більше щільності дисперсної середи, пряма седиментація) або спливу частинок дисперсної фази (щільність дисперсної фази менше щільності дисперсної середи, обернена седиментація). При цьому індивідуальність частинок дисперсної фази при седиментації у загальному випадку зберігається.

Процес злипання однакових за природою і заряду поверхні частинок з утворенням великих агрегатів називається коагуляцією.

В результаті коагуляції у загальному випадку просторового поділу фаз немає; разом з тим, у деяких випадках, особливо в розведених дисперсних систем, коагуляція призводить до втрати системою седиментаційної стійкості і, як наслідок, до розшарування (поділу фаз). До процесу коагуляції відносять адгезійну взаємодію частинок дисперсної фази з макроповерхнею (адагуляція). Таким чином, при адагуляції частинки дисперсної фази злипаються не одна з одною, а з поверхнею поділу фаз. У вужчому сенсі коагуляцією називають процес злипання частинок, процес злиття частинок дисперсної фази отримав назву коалесценції. При коагуляції тонкі прошарки дисперсійної середовища між частинками, що об'єдналися в агрегат, зберігаються (тобто зберігається індивідуальність частинок дисперсної фази), при коалесценції спостерігається повне злиття. При коагуляції (злипанні) частинок дисперсної фази, які мають однакову природу йдеться про гомокоагуляцію; у випадку, якщо частинки дисперсної фази, що злипаються, мають різну природу, має місце гетерокоагуляція. Втрата системою седиментаційної стійкості призводить до зближення частинок дисперсної фази, що може спричинити їх злипання. Процес втрати стійкості середньо- та грубодисперсними системами під дією високомолекулярних сполук називають флокуляцією, а ці високомолекулярні сполуки – флокулянтами. Як і при коагуляції, у ході флокуляції дисперсна система втрачає спочатку агрегативну, а потім седиментаційну стійкість. У цьому

утворюються пухкі пластів'єподібні структури – флокули , які залежно від співвідношення щільностей речовини дисперсної фази і дисперсійної середовища осідають чи спливають.

Гетерокоагуляція – це агрегація різнорідних частинок, що відрізняються природою, знаком або величиною поверхневого заряду.

Для інтенсифікації процесу агрегації частинок і досягнення поділу фаз дисперсної системи застосовують: коагулянти та флокулянти: речовини, які збільшують розмір частинок дисперсної фази і утворюють між ними міцніші зв'язки, сприяючи їх об'єднанню в більші агрегати.

Суміші коагулянтів і флокулянтів можуть використовуватися для більш ефективного поділу фаз дисперсної системи.

Важливо зазначити, що стійкість дисперсних систем є важливою характеристикою, яка впливає на їх властивості та застосування. Вивчення стійкості дисперсних систем дозволяє розробляти методи їх стабілізації та управління їх властивостями.

З огляду попередніх підрозділів, живленню флотацію, а також продуктам магнітно-флотаційного збагачення притаманна магнітна флокуляція за рахунок попередніх процесів магнітної сепарації та магнітної дешламації та магнітних властивостей частинок та агрегатів [14,15,16].

Магнітна коагуляція – це процес з'єднання магнітних частинок в ланцюжки або агрегати під впливом магнітного поля. Цей процес використовується в різних галузях, включаючи:

очищення води: видалення з води магнітних домішок, таких як іржа, пісок, та інші забруднення;

збагачення корисних копалин: відділення цінних мінералів від пустої породи;

біотехнології: магнітна сепарація клітин та біомолекул;

медицина: доставка лікарських препаратів до цільових органів або тканин за допомогою магнітних наночастинок.

Магнітна коагуляція знаходить широкий прояв у різних технологічних процесах, наприклад, у металургії, у системах неруйнівного контролю. У технології тонкого очищення водних технологічних рідин від твердих і магнетитових частинок коагуляція є невід'ємним процесом.

Математичне моделювання магнітного розділення складається з таких завдань:

- чисельного моделювання розподілу характеристик магнітного поля і сил, створюваних решіткою магнітів у робочій області магнітного сепаратора, вплив яких приводить у рух компоненти, що розділяються [17,18,19];

- чисельного моделювання траєкторії магнетитових частинок, що формуються в ламінарному потоці водної суспензії під дією сил магнітного поля [18,19];

- моделювання макрохарактеристик розділення магнетитових частинок у пульпі [19, 20].

Основним критерієм процесу сепарації є характеристика ступеня розділення дисперсної фази і дисперсійного середовища, яка називається середнім ступенем очищення:

$$\bar{\varepsilon} = (c_{\text{вх}} - \text{c}_{\text{вих}})/c_{\text{вх}} \tag{1.2}$$

де $C_{\text{вх}}$, $C_{\text{вих}}$ - середні масові концентрації полідисперсних частинок відповідно на вході та виході сепаратора, г/л.

Середнє значення ступеня очищення (1.2) визначається виразом (1.3), який враховує стохастичний характер розподілу частинок, що надходять у очищувач.

$$\bar{\varepsilon}(\text{đ}_{\text{и}}) = \int_0^{\infty} \varepsilon(d_f) f_{\text{и}}(d_{\text{ф}}, \overline{d}_{\text{и}})/d_{\text{ф}} \tag{1.3}$$

У (1.3) $f_{\text{і}}(d_{\text{ф}}, \overline{d_{\text{и}}})$ щільність імовірностей розподілу за розмірами $d_{\text{ф}}$ вихідних магнетитових частинок;

$\overline{d_{\text{и}}}$- середній розмір вихідних магнетитових частинок;

$\varepsilon(d_{\text{ф}})$ - залежність ступеня очищення від розмірів монодисперсних частинок, яка характеризує відносний рівень частинок, що затримуються сепаратором, за умови монодисперсного їх розподілу [21].

Принцип роботи магнітної коагуляції:

Магнітні частинки: В основі процесу лежать магнітні властивості частинок, які необхідно коагулювати. Ці частинки можуть бути природними, наприклад, магнітні руди, або штучними, наприклад, магнітні наночастинки.

Магнітне поле: Сильне зовнішнє магнітне поле прикладається до дисперсії, що містить магнітні частинки.

Взаємодія з магнітним полем: Магнітні частинки взаємодіють з магнітним полем, притягуючись до нього.

Утворення ланцюжків та агрегатів: Сили магнітного поля зближують магнітні частинки, з'єднуючи їх в ланцюжки або агрегати.

Видалення з дисперсії: Завдяки своїм магнітним властивостям, ланцюжки та агрегати можуть бути видалені з дисперсії за допомогою магнітних сепараторів.

Фактори, що впливають на магнітну коагуляцію:

сила магнітного поля: Чим сильніше магнітне поле, тим ефективніше відбувається коагуляція;

розмір та форма частинок: Дрібні та сферичні частинки коагулюються краще, ніж великі та неправильної форми;

магнітні властивості частинок: Чим сильніші магнітні властивості частинок, тим ефективніше вони коагулюються;

в'язкість дисперсного середовища: Висока в'язкість дисперсного середовища ускладнює коагуляцію.

концентрація частинок: При високій концентрації частинок коагуляція може погіршуватися через електростатичне відштовхування між ними.

1.3. Аналіз наукових робіт з визначення впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів процесу вібраційного розділення на його ефективність

Грохочення - це простий, але ефективний процес, який використовується для сортування матеріалів за розміром. Це важливий інструмент для багатьох галузей промисловості.

Спосіб подачі матеріалу може варіюватися залежно від типу грохота та розміру матеріалу. Деякі грохоти мають вібраційні лотки, які транспортують матеріал по всій довжині сита, а інші використовують гвинтові конвеєри або інші механізми.

Фактори, що впливають на грохочення:

розмір та форма частинок: дрібніші та більш округлі частинки просочуються через сито легше, ніж більші та більш нерівні частинки;

вологість матеріалу: вологий матеріал може забивати отвори сита, що знижує його ефективність;

навантаження на грохіт: кількість матеріалу, що подається на грохот за одиницю часу, може впливати на його ефективність;

тип сита: існує багато різних типів сит з різними розмірами та формами отворів. Вибір типу сита залежить від бажаного розміру фракцій.

Одним із різновидів процесу є технологія тонкого грохочення. Це процес розділення продуктів збагачення на фракції різних розмірів з використанням спеціалізованих грохотів з розміром отворів поверхонь для грохочення 0,1 мм та менше. Ця технологія дозволяє більш точно розділити частинки з близькими розмірами та покращити якість концентратів. Процес заснований на використанні вібрації та гравітаційних сил, що забезпечує ефективне сортування навіть за малих відмінностей у розмірах частинок [22].

Згідно з теорією і багаторічною практикою вібраційного розділення , а саме грохочення, при зменшенні крупності частинок, що розділяються (при зменшенні розміру отворів сита) частота вібрацій повинна збільшуватися, а амплітуда коливань знижуватися [23-27].

У конструкції вібраційних грохотів існує взаємозв'язок між амплітудою і частотою коливань деки, яка впливає на ефективність процесу розділення.

Неможливо одночасно збільшувати обидва параметри для будь-якої конструкції грохота.

Вибір оптимальних значень:

Номінальна амплітуда коливань повинна підбиратися залежно від діапазону зміни крупності матеріалу, що розділяється.

Частота ж стає основним регулювальним фактором процесу розділення.

Надмірно висока амплітуда може призвести до перевантаження грохота, пошкодження сит і незадовільного розділення матеріалу.

Занадто низька частота не забезпечує необхідну рухливість частинок матеріалу на ситі, що уповільнює процес розділення.

Підбираючи оптимальне співвідношення амплітуди і частоти, можна домогтися максимальної ефективності роботи грохота, забезпечивши:

- точний поділ матеріалу на фракції;
- високу продуктивність;
- мінімальний знос обладнання.

В багатьох наукових роботах описується влив внутрішніх та зовнішніх параметрів на ефективність вібраційного розподілення.

Авторами [28] визначено, що на процес вібраційного розділення впливають не тільки параметри вібраційного апарату, але й характеристики матеріалу та характер його руху

Ефективність та продуктивність сепарації значною мірою залежить від форми частинок, гранулометричного складу, вологості сипкого середовища, співвідношення діаметра частинки сипкого матеріалу, яка надходить на сепарацію, діаметра отворів у ситі, конструкційних параметрів сепаратора, товщини шару сипкого матеріалу на ситі сепаратора, режиму роботи установки та інших показників. Проте, не враховуючи розходжень у механічних та технологічних параметрах під час сепарації сипкого середовища, для всіх випадків наявна загальна залежність продуктивності та

ефективності сепарації від тривалості просіювання: у перших проміжках часу сепарації вони зростають дуже швидко, але потім їх приріст сповільнюється. Таку залежність ефективності сепарації від тривалості просіювання можна пояснити тим, що в перший період часу через отвори сита проходять менші частинки. У подальшому на ситі кількість малих частинок сипкого матеріалу зменшується і залишаються тільки великі частинки, які потребують більше часу для того, щоб пройти через отвори сита [28].

У роботі [29] автори надали результати дослідження впливу технологічного завантаження на стабілізацію коливальної системи. А саме розглянуто вібраційний сепаратор як коливальну систему, що здійснює під дією збурюючої сили вимушені коливання. Суттєвий вплив на вібраційні сепаратори здійснює технологічного завантаження, яке викликає як кількісні, так і якісні зміни руху виконавчого органу. Зростаюча продуктивність сучасних сепараторів передбачає збільшення завантаження робочої поверхні, що просіює. Процес вібраційного сепарування дуже чутливий до збільшення завантаження, призводить до зниження якості розділення, потребує більш інтенсивних режимів роботи. Величина початкового питомого завантаження суттєво впливає на взаємне розташування ділянок перевантаження та недовантаження робочої поверхні. Процес просіювання ускладнюється при наявності ділянок перевантаження, що приводить до зростання товщини шару та ущільнення суміші. Поява ділянок недовантаження призводить до зменшення використання площі робочої поверхні. В даних випадках відбувається зниження ефективності процесу сепарування [29].

1.4. Обґрунтування наукового напрямку роботи, мети та завдання досліджень

Світові прогнозні ресурси залізних руд оцінюються в 790,9 млрд. т. Україна забезпечує близько 15% світового видобутку залізорудної сировини. Мінералами, які складають промислову цінність є магнетит, гематит, мартит, гетит. Магнетитова залізна руда, що добувається та перероблюється в Україні, відрізняється складною текстурою, структурою, підвищеним вмістом шкідливих домішок діоксиду кремнію,

оксидів калію, натрію, магнію, сірки. Якість залізорудних концентратів поступається якості товарної продукції провідних зарубіжних виробників. Концентрація залізорудної сировини на світовому ринку потребує вдосконалення якості магнетитових концентратів при зниженні собівартості їх виробництва [30,31].

Вхідною сировиною гірничо-збагачувальних підприємств Криворізького залізорудного басейну є бідні магнетитові руди, які потребують глибокого збагачення для отримання концентратів з конкурентоспроможним вмістом заліза. В умовах дефіциту високоякісної залізної руди підприємства змушені залучати в переробку бідні, тонковкрапленні руди, а також впроваджувати розробку існуючих техногенних родовищ. Існуючі технологічні схеми на гірничо-збагачувальних підприємствах проєктувались під більш низькі цільові вимоги до якості концентратів ніж вимоги ринку на сьогодні. Тому технологічні схеми гірничо-збагачувальних підприємств, які розроблені ще в 60-х роках потребують модернізації, вдосконалення, введення додаткових операцій та тощо.

Існуюча тенденція по підвищенню якісних показників залізорудних концентратах змушує підприємства модернізувати існуючи технології збагачення або впроваджувати нові, залучати в переробку техногенні родовища та ін.

Все частіше, у схемах використовують:

- тонке подрібнення у валках високого тиску для перерозподілу крупності подрібнення за стадіями та досягнення високого ступеню розкриття мінеральних зерен;

- вертикальні млини зі змішуванням подрібнюючої середи для зниження ступеню знешламлення магнетиту;

- автоматизовані установки насос-гідроциклон для ефективного виділення розкритих мінеральних зерен;

- флотаційне збагачення, як додаткова операція після збагачення магнітними методами для підвищення вмісту заліза та ін.

Наряду с існуючими робочими варіантами є гіпотетична модель використання гвинтових сепараторів у замкнутому циклі шарового подрібнення та трьох

продуктових магнітних сепараторів у другій стадії магнітної сепарації яка потребує детального вивчення.

На даний момент флотаційне збагачення, для доведення концентратів магнітної сепарації використовується на Полтавському та Інгулецькому гірничо-збагачувальних комбінатах. Також виконується розробка флотаційної технології на Північному гірничо-збагачувальному комбінаті з орієнтовним введенням в експлуатацію комплексу у 2028 р.

Як сировину для досліджень обрані продукти:

- живлення флотації, з вмістом заліза на рівні 61%;

- пінний продукт флотації, який містить залізо на рівні 44%, а в тонких класах розміром менше 0,044 мм - на рівні 46 %.

Аналізом проблем підготовки сировини до флотації займалися такі науковці як Губін Г.В., Олійник Т.А., Скляр Л.В., Пілов П.І., Левченко К.А., Ребот Д.П., Булат О.Ф., Пелевін О.Е., Дрешпак А.С. та інші. В їх роботах доведено, що основною причиною неефективного розділення пінного продукту флотаційного збагачення магнетитових концентратів є коагуляція частинок, за рахунок їх взаємодії з реагентами та повітрям у флотаційній камері.

Доцільність застосування операцій розмагнічування, тонкого грохочення, доподрібнення, класифікації та інших операцій, буде визначена після проведення гранулометричного, хімічного та мінералогічного складу обраних продуктів. При використанні вібраційного розділення за крупністю 0,044-0,053 мм очікується отримання оновлених продукти та товарної продукції з підвищеними якісними характеристиками.

Основною проблемою розділення живлення флотації є магнітна флокуляція, коагуляція за рахунок попередніх операцій магнітної знешламлення та магнітної сепарації магнетитових кварцитів. Проблематика живлення флотації магнетитових концентратів притаманна й пінному продукту, утвореного при флотації магнетитових кварцитів, але додатково негативний вплив додається ще й за рахунок коагуляції що

виникає внаслідок адсорбції флотаційних реагентів на поверхні мінеральних комплексів та взаємодії частинок з бульбашками повітря.

Відповідно до поставленої проблематики в роботі сформульовані мета , об'єкт та предмет дослідження:

Метою роботи є обґрунтування технологічних параметрів вібраційного розділення мінералів при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів на підставі встановлення закономірностей магнітної коагуляції мінеральних частинок, умов руйнування неселективних флокул для розробки технології підготовки оптимального живлення для основної флотації магнетитових концентратів та перечищення пінного продукту.

Об'єктом дослідження є технології підготовки оптимального живлення для основної флотації магнетитових концентратів та перечищення пінного продукту .

Предмет дослідження - закономірності магнітної коагуляції мінеральних частинок, залежності змінення вмісту скоагульованих частинок та флокул, що складаються з рудних та нерудних мінералів в живленні флотації та пінному продукті від частоти та амплітуди коливань при вібраційному розділенні матеріалу.

Для вирішення мети дослідження в роботі сформульовані такі задачі дослідження:

- здійснити аналіз особливостей технологій флотаційного збагачення магнетитових концентратів та огляд попередніх досліджень впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів процесу вібраційної розділення на його ефективність;

- проаналізувати особливості магнітної коагуляції частинок, адсорбції реагентів на поверхнях рудної та нерудної складової пінного продукту;

- розробити модель процесу магнітної коагуляції для обґрунтування можливості руйнації неселективних флокул при підготовці продуктів до флотації та оцінити параметри дисперсної фази для створення математичної моделі на підставі основних положень швидкої коагуляції;

- проаналізувати закономірності селективного руйнування мінеральних флокул та комплексів, внаслідок керованих вібрацій при грохоченні матеріалу та виконати дослідження з магнітної сепарації й основної флотації магнетитових концентратів;

- розробити комплексну технологію глибокого збагачення з урахуванням змінення технології збагачення пінного продукту основної флотації магнетитових концентратів та визначити економічну ефективність отримання товарних продуктів високої якості.

РОЗДІЛ 2
ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ СИРОВИНИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЖИВЛЕННЯ ФЛОТАЦІЇ

2.1 Методика виконання досліджень

Для виконання досліджень були відібрані проби (згідно ДСТУ 3195-95, ДСТУ 4574:2006, ДСТУ 3196:2015 [32,33,34] поточного виробництва ПРАТ «ІНГЗК» - магнітний продукт рудозбагачувальної фабрики № 2, пінний та камерний продукти флотації.

Проби були висушені та розділені на рівні частини для виконання хімічних, гранулометричних та мінералогічних аналізів, а також для виконання лабораторних досліджень з магнітної сепарації та флотації.

Лабораторні технологічні випробування виконувались у відповідності з державними стандартами України ДСТУ 3196-95, ДСТУ 3210-95, ДСТУ 4577:2006, ДСТУ 23581.0:2008, ДСТУ 23581.18:2008, ДСТУ 4573-1:2006 та ін. [35-40].

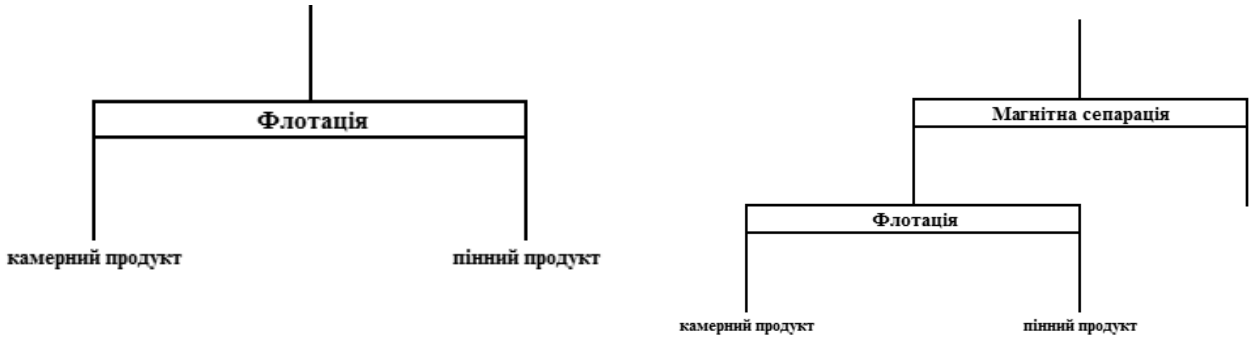
Гранулометричний аналіз [35-37, 41] відібраних проб виконувався комбінацією сухого та мокрого розсіву з використанням певного набора сит методом розсіювання н ситах та седиментаційний аналіз для визначення класів крупності менше 0,044 мм. Кожний клас крупності окремо зважується та фіксується вміст класу у відсотках.

Дослідження продуктів проводились з використанням:

- магнітного лабораторного сепаратора 237-СЕ-Б, з трьох полюсною магнітною системою з напруженістю середнього полюсу 1500 ерстед, крайніх полюсів 1000 ерстед;

- флотомашини 137 ФЛ конструкції інституту Механобр з об’ємом камери 0,5 л у відкритому циклі на технічній воді Інгулецького ГЗК.

Принципові схеми досліджень наведені на рисунку 2.1 а, б без додавання операції розмагнічування та з додаванням операції розмагнічування.



а б

Рис. 2.1. Принципові схеми досліджень

Перед флотаційними дослідженнями у камері флотомашини проводилася аерація пульпи повітрям. Після проведення флотаційних випробувань отримані продукти висушувалися, зважувалися і прямували на відбір представницької проби для визначення вмісту основних елементів.

Флотаційні дослідження живлення флотації та пінного продукту основної оберненої катіонної флотації магнетитового концентрату виконували з використанням лабораторної флотаційної машини з об'ємом камери 500 мл, частотою обертання імпелера 46 с'1. Витрата повітря при флотації становила 0,05 л/с. Дослідження проводилися на оборотній технічній воді збагачувальної фабрики, що діє. Співвідношення Т:Ж у пульпі флотації становило 1:4. Для флотації використано 0,1% розчин Лилафлот 811 М. Для флотаційних випробувань використовувався реагент-колектор Лілафлот 811М - безбарвна рідина з аміачним запахом розчиняється у воді, утворюючи розчин молочного кольору зі специфічним запахом, pH розчину 7,8; ПДК у повітрі робочої зони 1 мг/м³. Для поліпшення властивостей, що спінюють збирач, застосовується оцтова кислота, температура кипіння 118,1ºС, температура плавлення 16,7ºС, легкорозчинна у воді, ПДК у повітрі робочої зони 5 мг/м³.

Для досліджень вібраційного розділення живлення флотації та пінного продукту використовувався грохот "Derrick" моделі 2SG48-60W-1STK з сіткою 0,053 мм. Мінімальна частота коливань деки грохоту встановлювалась на рівні 30 Гц та підлягала регулюванню у сторону збільшення. В період експерименту фіксувались наступні показники: навантаження грохоту, вміст заліза у живленні тонкого грохоту,

надрешітному та підрешітному продуктах, щільність пульпи та відсоток твердого. Оцінка зниження флокулоутворення проводилась по технологічним показникам, а саме в підрешітному продукті грохоту.

Для визначення особливостей флотаційного збагачення магнетитових кварцитів необхідно детальне вивчення речовинного складу проб, що направляються на дослідження. Методика вивчення речовинного складу руди заснована на застосуванні наступних методів: мінералого-петрографічних, хімічного та мікрозондового аналізів.

Вище перелічені методи аналізу мінеральної сировини дозволяють позначити не тільки рудні та нерудні мінерали, але й форму, розмір і розподіл мінеральних зерен та їх агрегатів.

Завдання досліджень мінерального комплексу проб продуктів збагачення магнетитових кварцитів полягало у визначенні особливостей взаємодії мінералів заліза та силікатів.

Мінералогічний аналіз [41] виконувався з використанням бінокулярного мікроскопу в прямому і відбитому світлі зі збільшенням від 3,5 до 119 разів.

Для спостереження матеріал розсипали на склі розміром 9 × 12 см у вигляді довгої вузької смужки. Скло розміщували на столику мікроскопа, уважно розглядають, пересуваючи під об’єктивом скло і перебираючи зерна мінералів тонкою голкою або гостро заточеним олівцем. Голка була немагнітною (щоб до неї не прилипали магнітні зерна). Мінерали під бінокулярним мікроскопом діагностували за зовнішнім виглядом, фізичними та хімічними властивостями. Спочатку визначали магнітні властивості мінералів (чи липне мінерал до сталевої голки).

Для аналізу тримірного зображення зразків, оцінки їх морфології та хімічного складу виконувався мікрозондовий аналіз зразків з використанням растрового (скануючого) електронного мікроскопу також використовувся растровий електронний JOEL JCM-6490LV та високоенергетична приставка INCAx-act.

Даний мікроскоп має два рецептори для розсіяних електронів, два для вторинних електронів, діод EDS (енергодисперсійна спектроскопія, для якісного і напівкількісного аналізу) і монохроматор WDS (дисперсна спектроскопія по довжині хвилі). Аналізи були виконані в режимі розсіяного електрона таким чином, щоб можна було зробити розмежування між різними фазами за їх атомним номером. Це було виконано за допомогою аналізу EDS для напівкількісних вимірів.

В растровому електронному мікроскопі застосовуються електрони, що розсіюються чи випромінюються поверхнею зразка. Зразок сканується дуже вузьким пучком електронів. При цьому оцінюють кількість електронів, що розсіюються при опроміненні послідовних точок металевої поверхні. Отримане значення використовують для контролю інтенсивності другого променю, що рухається синхронно першому і формує зображення на екрані. У такий спосіб відбувається формування єдиного, цілісного і значно збільшеного зображення. Метод растрової електронної мікроскопії забезпечує значну глибину фокусування; більш того, оскільки масштаби розсіювання електронів визначаються кутом поверхні стосовно променю, на зображенні виникають світлі і темні ділянки, які йдуть по черзі, що створює враження тривимірності.

Досліджуваний зразок в умовах промислового вакууму сканується сфокусованим електронним пучком середніх енергій. В залежності від механізму реєстрації сигналу розрізняють кілька режимів роботи растрового електронного мікроскопа: режим відбитих електронів, режим вторинних електронів, режим катодолюмінісценції тощо.

Оцінка явищ коагуляції та флокуляції виконувалась з використанням фотофіксації проб до розмагнічування та після, а також отриманих технологічних показників.

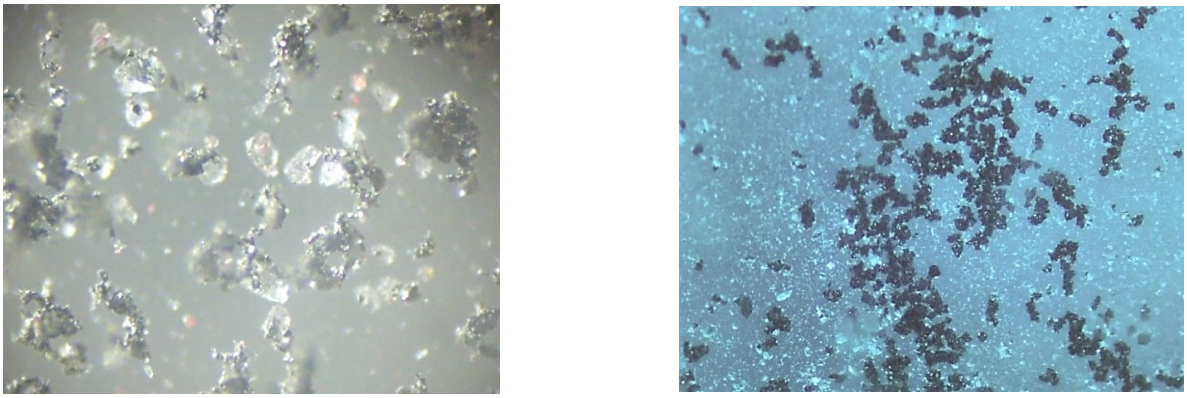
2.2 Загальна характеристика живлення флотації, пінного та камерного продукту флотації.

2.2.1 Характеристика живлення флотації.

Живленням флотаційно-доводочного комплексу Інгулецького гірничо-збагачувального комбінату є магнетитовий концентрат рудо-збагачувальної фабрики № 2, отриманий з мінералого-технологічних різновидів бідних магнетитових руд, які переробляються по схемі двох стадійного подрібнення з використанням млинів самоподрібнення та рудно-галечних млинів та подальшого магнітного збагачення з використанням магнітної сепарації у три стадії. Отриманий магнетитовий концентрат, з масовою часткою $Fe_{заг.}$ на рівні 61,0% є живленням флотації. Подальше підвищення якості концентрату відбувається з використанням оберненої катіонної флотації .

Загальний вид живлення флотації наведений на рис. 2.2.

Розмір зерен у живленні флотації змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту :і кварцу складає менше 0,04 мм (рис. 2.2).



а б

Рис. 2.2. Загальний вигляд проби живлення флотації (збільшення: а - 320^X; б – 160^X)**:** а - петрографічний мікроскоп імерсія, темно-сіре – магнетит, не забарвлене і біле– кварц, блідо-зелене – актиноліт, червоне – гідрогематит; б – тринокулярний мікроскоп, імерсія, чорне магнітні флокули магнетиту, біле – кварц.

Хімічний аналіз живлення флотації наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Хімічний склад живлення флотації

Вміст, %																
$Fe_{заг.}$	$Fe_{розч.}$	FeO	$Fe_{магн.}$	Fe^{2+}	Fe^{3+}	Fe_2O_3	SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	P	P_2O_5	MnO	S	CO_2	п.п.п.
61,0	60,9	56,7	2,9	1,40	1,77	58,20	13,00	0,34	0,75	0,28	0,016	0,017	0,026	0,163	0,67	0,73

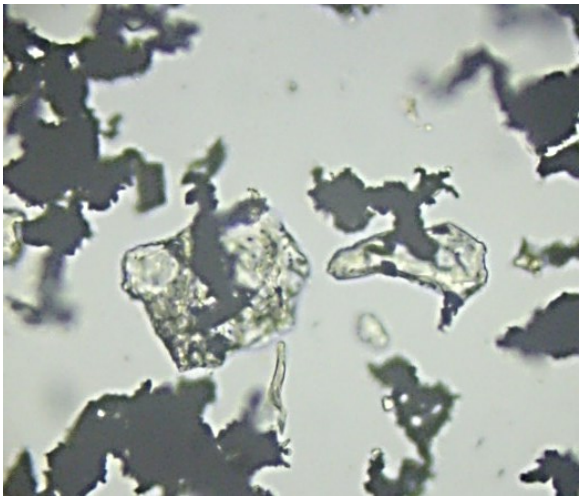
Мінеральний склад живлення флотації, визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, наведено в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

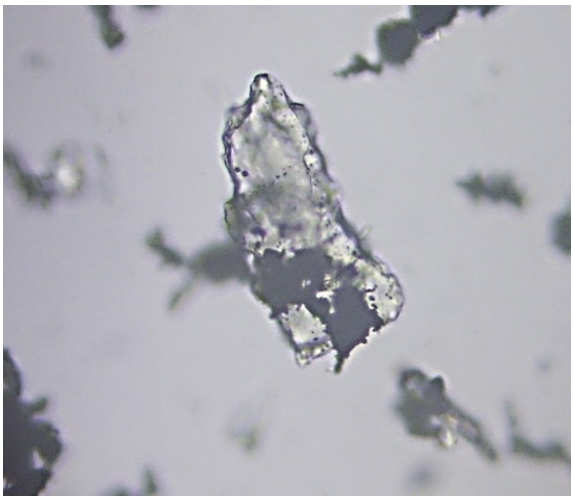
Мінеральний склад живлення флотації

Мінерали	Вихід, %
Магнетит	72,0
Гематит	0,3
Гетит	0,1
Гідрогетит	0,1
Кварц	20,0
Кумінгтоніт	3,5
Актиноліт	4,0
Всього	**100,0**

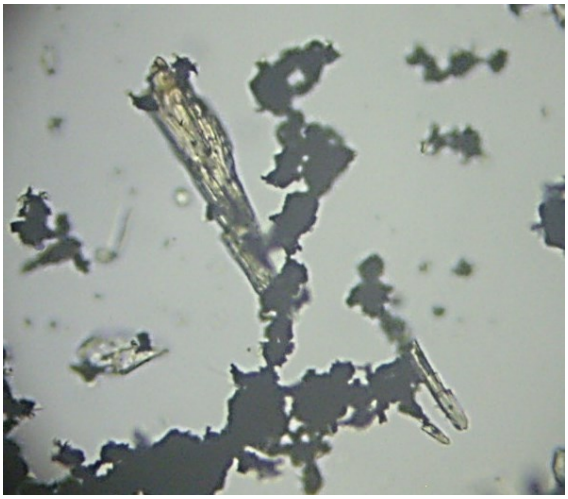
Мінеральний склад живлення флотації, визначений за допомогою петрографічного мікроскопу представлений на рис. 2.3.



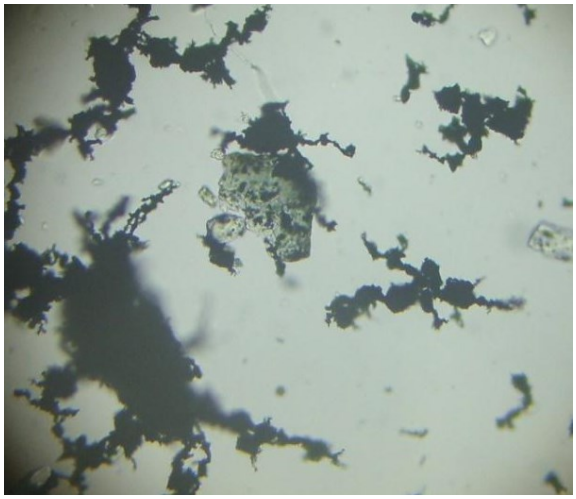
а



б



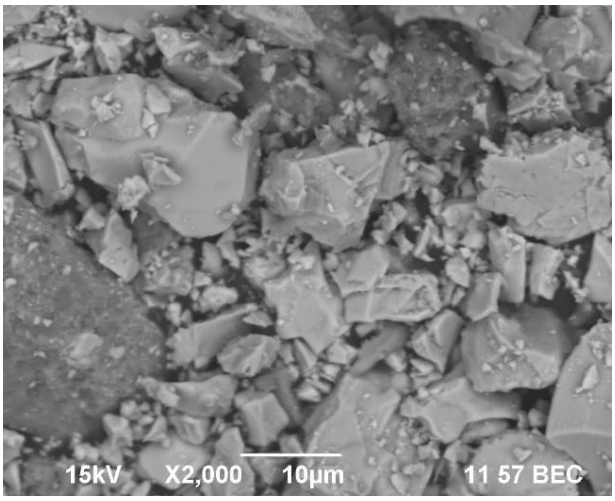
в



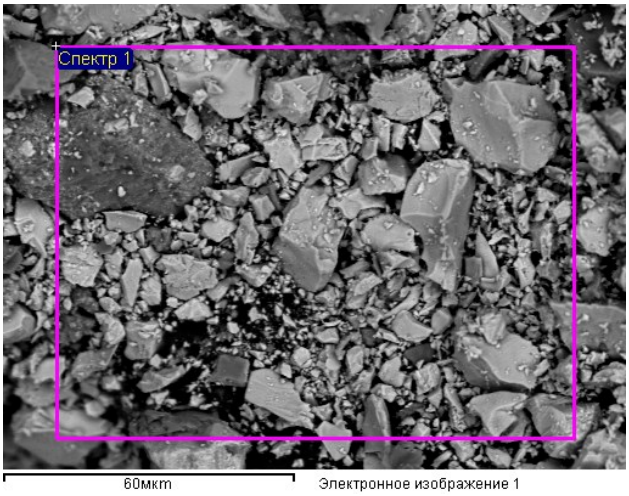
г

Рис.2.3. Мінеральний склад живлення флотації (петрографічний мікроскоп, імерсійний препарат. Збільшення: а, г - 400^{X}; б, в – 170^{X}): а, б – магнетит (чорний), кварц (не забарвлений); в – кумінгтоніт (зеленувато-жовтий), кварц, магнетит; г – актиноліт (блідо-зелений), магнетит, кварц.

Для більш детального вивчення продукту був виконаний мікрозондовий аналіз, з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV та високоенергетичної приставки INCAx-act (хімічний склад), дані наведені (рис. 2.4, 2.5).



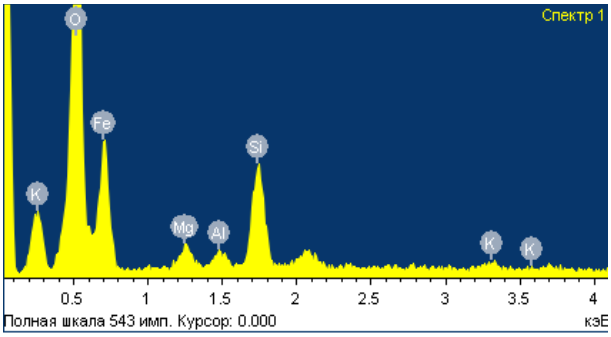
а



б

Елемент	Ваговий, %
O	30,27
Mg	1,45
Al	0,75
Si	4,77
K	0,61
Fe	62,16
Всього	100,00

в

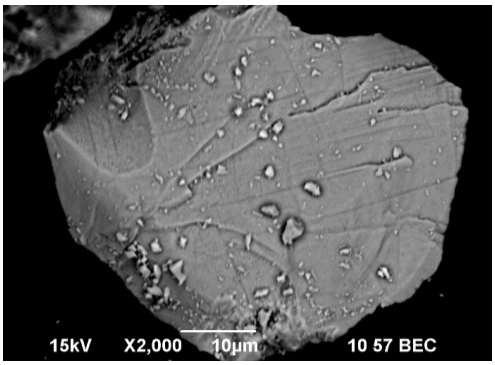


г

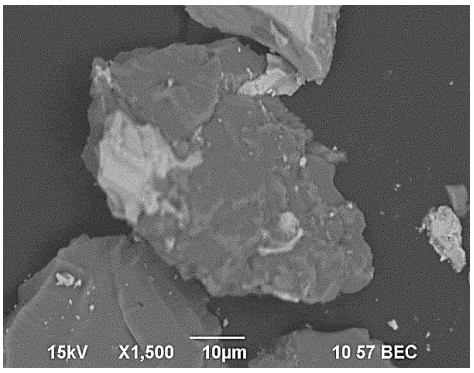
Рис. 2.4. Вивчення живлення флотації з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV:
а – загальний вигляд проби, збільшення 2000^x; б – ділянка препарату, в межах якої визначений хімічний склад; в – таблиця результатів мікрозондового аналізу; г – фіксація спектру хімічних елементів

Виконаний мікрозондовий аналіз підтверджує наведений вище мінеральний склад живлення флотації та показує масову частку заліза на рівні 62,16 % за рахунок магнетиту, що співпадає з даними хімічного аналізу (Вміст $Fe_{заг.}$ на рівні 61,0 %). Включення елементів калію, алюмінію та магнію підтверджують наявність мінералів куммінгтоніту та актиноліту.

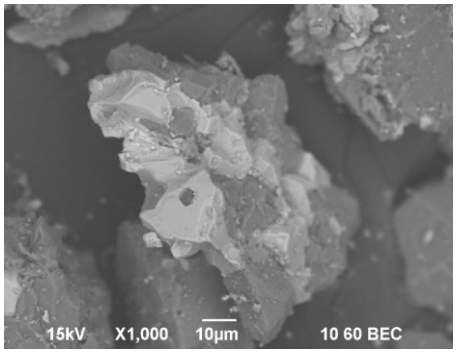
Деталізація окремих ділянок живлення флотації наведена на рис. 2.5.



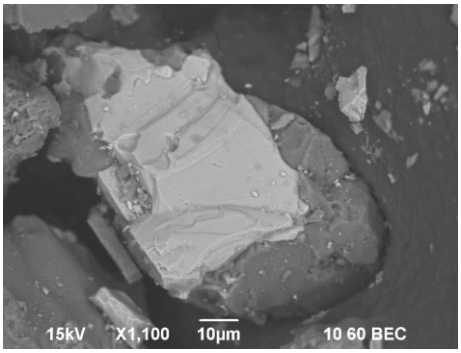
а



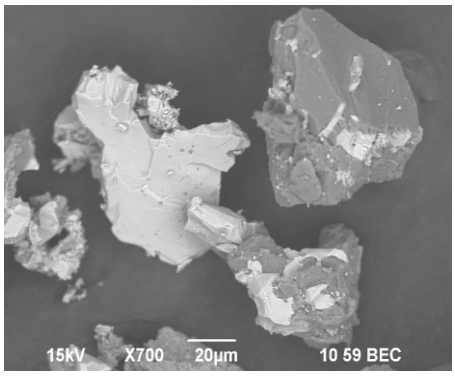
б



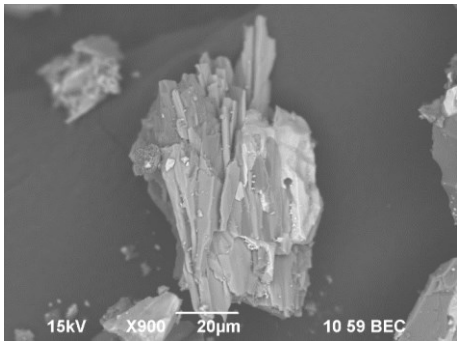
в



г



д



е

Рис. 2.5. Деталізація живлення флотації з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV: - зерно кварцу з включеннями магнетиту та уламки зерен магнетиту; б, в, г – зерна кварцу (темно-сіре) з включеннями магнетиту (світло-сіре) різного розміру, збільшення, відповідно 1500^x; 1000^x; 1100^x; д – чисте зерно магнетиту (рудний зросток) та зерна кварцу з включеннями магнетиту (бідні зростки), збільшення 700^x; е – голчасті кристали куммінгтоніту з включеннями магнетиту, збільшення 900^x.

В таблицях 2.3 та 2.4 наведений гранулометричний склад живлення флотації та типи зростання з урахуванням класів крупності.

Таблиця 2.3

Гранулометричний склад живлення флотації та його характеристики

Класи крупності, мм	Вихід класу, %	Вміст заліза., %	Вміст SiO_2, %	ε,%
+0,05	2,17	28,45	45,09	1,01
-0,05+0,04	2,50	39,85	36,71	1,63
-0,04+0,02	12,11	46,50	29,47	9,23
-0,02+0	83,22	64,60	8,97	88,13
Всього:	100,00	61,00	13,0	100,00

Таблиця 2.4

Типи зростання з урахуванням класів крупності

в живленні флотації

Клас, мм	Співвідношення типів зростання / вміст рудного компоненту				
	рудні	багаті	середні	бідні	нерудні
	95-100 р.ф.	75-95 р.ф.	25-75 р.ф.	5-25 р.ф.	0-5 р.ф
+0,05	48	20	2	15	15
-0,05+0,04	51	18	3	10	18
-0,04+0,02	60	10	0	10	20
-0,02+0	70	2	0	3	25

2.2.2 Характеристика пінного продукту флотації.

Підвищення вмісту заліза в магнетитовому концентраті відбувається з використанням оберненої флотації тобто у пінний продукт витягується пуста порода – кварц, а камерний продукт є товарною продукцією.

Вміст Fезаг. у пінному продукті коливається на рівні 37,0-41,0%.

Загальний вид пінного продукту флотації наведений на рис. 2.5.

Мінеральний склад живлення флотації, визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, наведено в таблиці 2.4.

Розмір зерен у пінному продукті змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту і кварцу складає менше 0,04 мм (рис. 2.6).

Кварц у пінному продукті значно крупніший (0,1-0,12мм) від магнетиту (0,01-0,03мм). Але магнетит повністю сфлокульований.

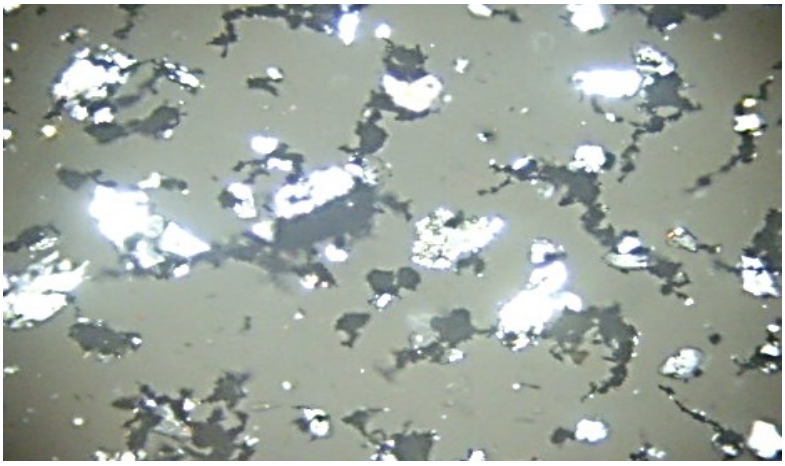


Рис. 2.6. Загальний вигляд проби пінного продукту флотації (петрографічний мікроскоп імерсія, ніколі+. Збільшення 100^X). Чорне – магнетит, не забарвлене і біле – кварц.

Хімічний аналіз пінного продукту флотації наведено в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5

Хімічний склад пінного продукту флотації

Вміст, %																
$Fe_{заг.}$	$Fe_{розч.}$	FeO	$Fe_{магн.}$	Fe^{2+}	Fe^{3+}	Fe_2O_3	SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	P	P_2O_5	MnO	S	CO_2	п.п.п.
40,7	39,05	17,86	35,76	2,49	1,94	37,67	48,92	0,83	1,91	0,60	0,037	0,086	0,063	0,109	0,87	1,72

Мінеральний склад пінного продукту флотації, визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, наведено в таблиці 2.6.

Таблиця 2.6

Мінеральний склад пінного продукту

Мінерали	Вихід, %
Магнетит	38,0
Гематит	0,2
Егірин	1,3
Біотит	0,1
Гідрогематит	0,1
Кварц	51,8
Кумінгтоніт	3,0
Актиноліт	3,0
Рибекіт	2,5
Всього	100,0

Мінеральний склад живлення флотації, визначений за допомогою петрографічного мікроскопу представлений на рис. 2.7.

Для більш детального вивчення продукту був виконаний мікрозондовий аналіз з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV та високоенергетичної приставки INCAx-act (хімічний склад) дані наведені (рис. 2.8, 2.9).

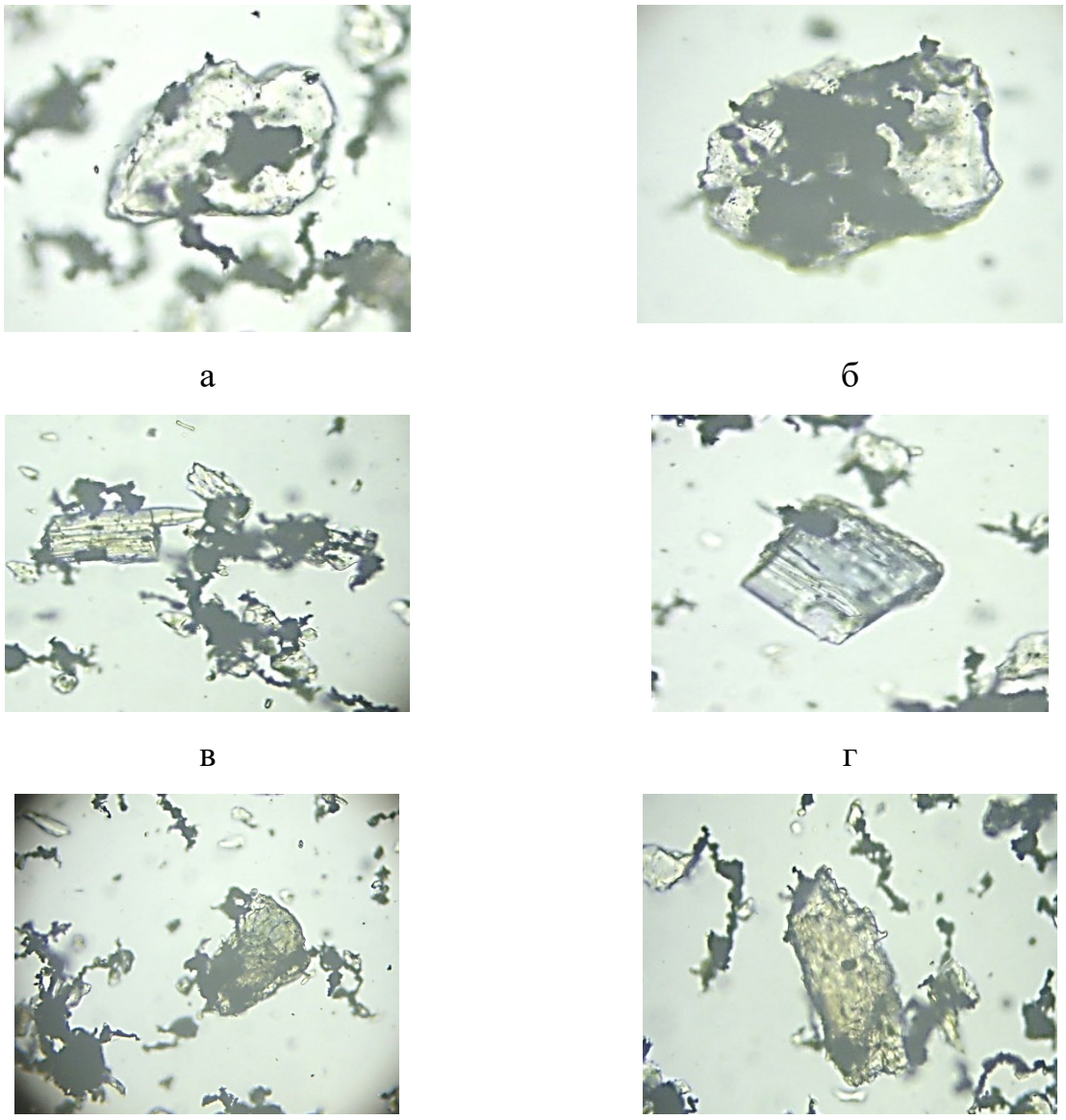
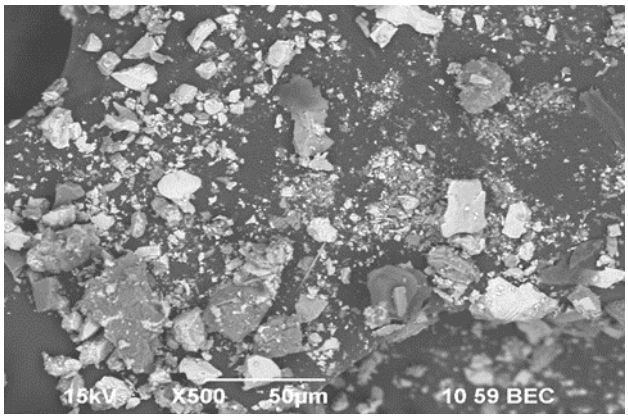
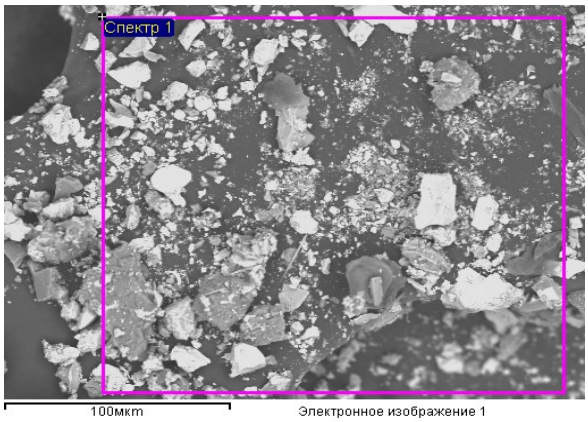


Рис. 2.7. Мінеральний склад пінного продукту РЗФ-2 ПРАТ ІНГЗК (петрографічний мікроскоп, імерсійний препарат. Збільшення: а, б, г – 330 Х; в – 200 Х; д – 250 Х; е – 570 Х):а, б – кварц (не забарвлений) з численними включеннями магнетиту (чорне); в – куммінгтоніт (зеленувато-жовтий) у складній флокулі з магнетитом; г –глаукофан (породоутворювальний мінерал класу силікатів); д - уламкове зерно егірину з включеннями магнетиту, що утворюють магнітні флокули з «вільними» дрібними зернами магнетиту; е - актиноліт з пиловидними включеннями магнетиту, ланцюжкові мікрофлокули магнетиту.



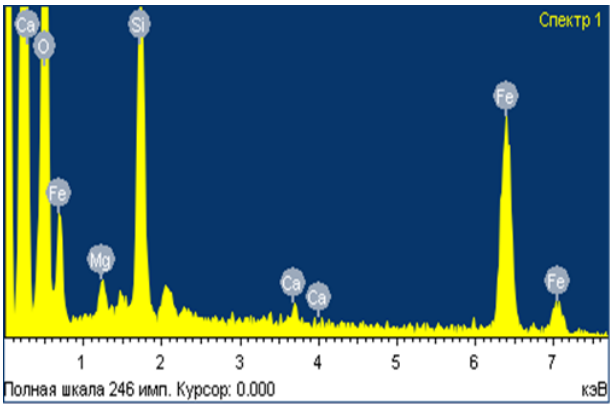
а



б

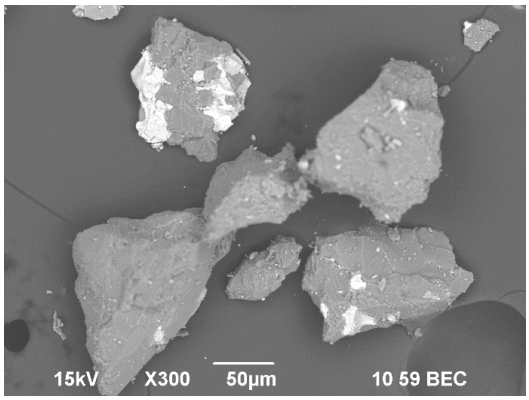
Елемент	Ваговий, %
O	37,2
Mg	1,51
Si	11,05
Ca	0,78
Fe	49,45
Всього	100,00

в

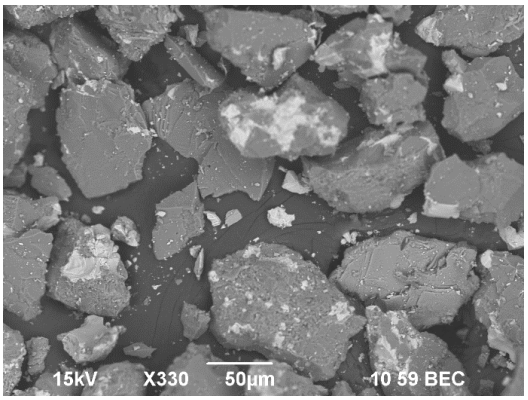


г

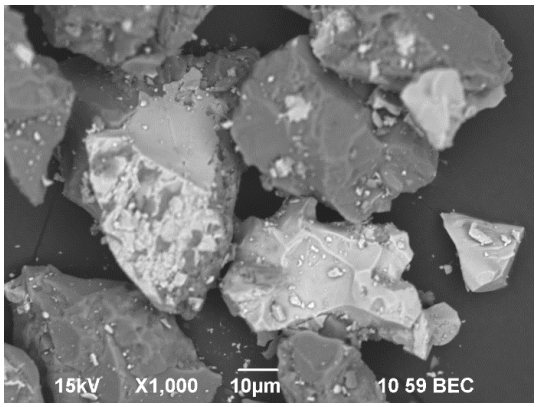
Рис. 2.8. Вивчення пінного продукту флотації з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV: а – загальний вигляд проби (світло-сіре – магнетит, темно-сіре - кварц), збільшення 500^x; б – ділянка вивчення хімічного складу проби методом мікрозондового аналізу; в – таблиця результатів аналізу; г – фіксація спектру хімічних елементів.



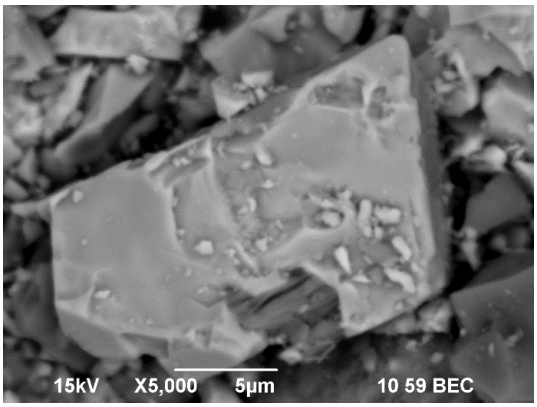
а



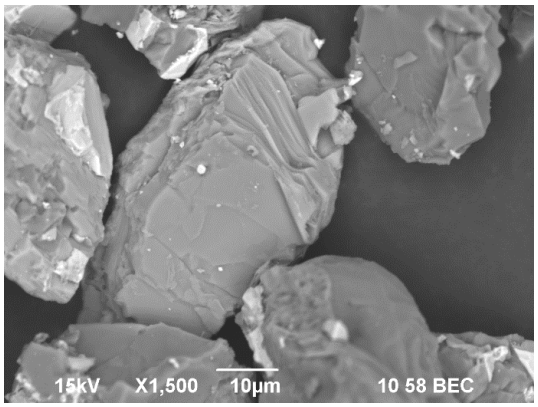
б



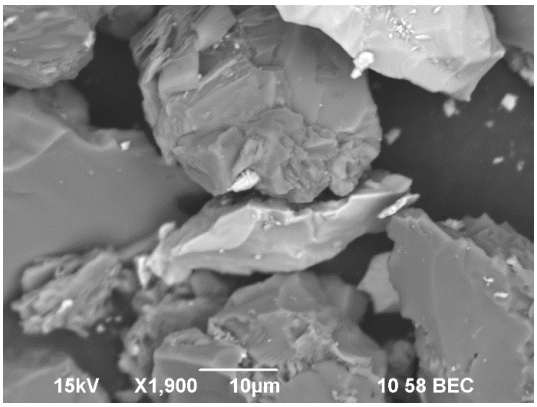
в



г



д



е

Рис. 2.9. Деталізація пінного продукту флотації з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV: а, б, в, е - зерно кварцу (темно-сіре) з включеннями магнетиту та уламки зерен магнетиту (світло-сіре), відповідно збільшення 300^x , 330^x, 1000^x, 1900^x; г – рудне магнетитове зерно з тонкими включеннями кварцу та магнетиту, збільшення 5000^x; д – зерна кварцу з включеннями магнетиту, збільшення 1500^x.

Виконаний мікрозондовий аналіз підтверджує наведений вище мінеральний склад та показує вміст заліза на рівні 49,45 % за рахунок магнетиту, що дещо вище даних, зазначених в хімічному аналізу (вміст $Fe_{заг.}$ на рівні 37,0-41,0 %). Включення елементів кальцію та магнію підтверджують наявність мінералів актиноліту та егірину.

Деталізація окремих ділянок пінного продукту флотації наведена на рис. 2.9.

Для розділення пінного продукту доцільно застосовувати вібраційний грохіт. Основний механізм поділу на грохоті йде по крупності, але частково поділ також відбувається за щільністю. Щільність пов'язана із сегрегацією і гідравлічним характером переміщення частинок по поверхні і в підрешітний продукт. Як наслідок буде відбуватись підвищення масової частки заліза в підрешітному продукті.

В таблицях 2.7 та 2.8 наведений гранулометричний склад пінного продукту флотації та типи зростання з урахуванням класів крупності.

Аналіз даних таблиці 2.7, 2.8 показує, що Вміст заліза у крупних класах менше ніж в дрібних класах, а саме вміст заліза у класі -0,04+0,02 мм складає 24,4 %, а в класі -0,02 мм – 48,7 %.

Вкрапленність магнетиту у пінному продукті становить 0,01-0,03 мм, тому мінімальний розмір сита грохотів має становите 0,02-0,04 мм.

Розділення пінного продукту за крупністю на ситі 0,044 мм призведе до підвищення масової частки заліза в підрешітному продукті. Для отримання товарного концентрату потрібне додаткове збагачення дрібного продукту. Надрешітний продукт грохота рекомендується направляти в хвости збагачувальної фабрики або відправляти у схему збагачення рудо-збагачувальної фабрики № 2 ПРАТ «ІНГЗК».

Таблиця 2.7

Гранулометричний склад пінного продукту та його характеристики

Класи крупності, мм	Вихід класу, %	Вміст заліза., %	Вміст SiO2, %	ε,%
+0,05	5,44	16,64	66,81	2,22
-0,05+0,04	6,28	20,00	59,48	3,09
-0,04+0,02	18,32	24,40	53,63	10,98
-0,02+0	69,96	48,70	42,34	83,71
Всього:	100,00	40,70	48,92	100,00

Таблиця 2.8

Типи зростання з урахуванням класів крупності

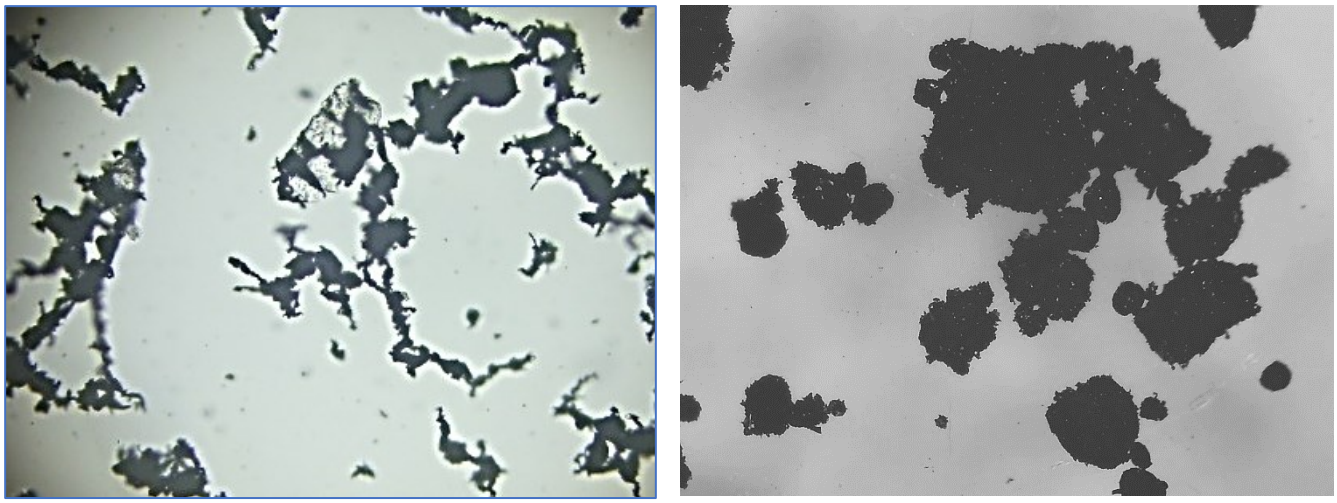
в пінному продукті

Клас, мм	Співвідношення типів зростання / вміст рудного компоненту				
	рудні	багаті	середні	бідні	нерудні
	95-100 р.ф.	75-95 р.ф.	25-75 р.ф.	5-25 р.ф.	0-5 р.ф
+0,05 м	20	5	3	27	45
-0,05+0,04	43	15	2	20	20
-0,04+0,02	48	8	0	10	34
-0,02+0	64	5	0	5	26

2.2.3 Характеристика камерного продукту флотації.

Камерний продукт флотації після наступних операцій дешламації та фільтрації є товарною продукцією. Вміст Fезаг. у ньому коливається на рівні 67,0-68,0%.

Загальний вид камерного продукту флотації наведений на рис. 2.10.



а б

Рис. 2.10. Загальний вигляд камерного продукту флотації (збільшення: а - 320^X; б – 60^X): а - темно-сіре – магнетит, не забарвлене і біле – кварц (петрографічний мікроскоп імерсія); б –концентрат з кулястими магнітними флокулами магнетиту (тринокулярний мікроскоп). Розмір зерен у пробі змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту 0-0,04 мм, кварцу – до 0,1 мм.

Хімічний аналіз камерного продукту флотації наведено в таблиці 2.9.

Таблиця 2.9

Хімічний склад камерного продукту флотації

Вміст, %																
$Fe_{заг.}$	$Fe_{розч.}$	FeO	$Fe_{магн.}$	Fe^{2+}	Fe^{3+}	Fe_2O_3	SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	P	P_2O_5	MnO	S	CO_2	п.п.п.
67,36	66,91	29,1	64,68	1,4	1,08	58,20	5,6	0,26	0,64	0,24	0,015	0,034	0,056	0,072	0,56	0,54
68,58	68,18	29,37	65,94	1,73	0,9	65,09	4,4	0,21	0,53	0,23	0,013	0,03	0,05	0,049	0,45	0,42

Мінеральний склад камерного продукту флотації, визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, наведено в таблиці 2.10.

Розмір зерен у пробі змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту 0-0,04 мм, кварцу – до 0,1 мм. Форма мінеральних часточок кутаста

неправильна. Рідко зустрічаються ідіоморфні кристали магнетиту. Вільні від зростків і включень зерна кварцу і силікатів практично відсутні (рис. 2.11).

Таблиця 2.10

Мінеральний склад камерного продукту

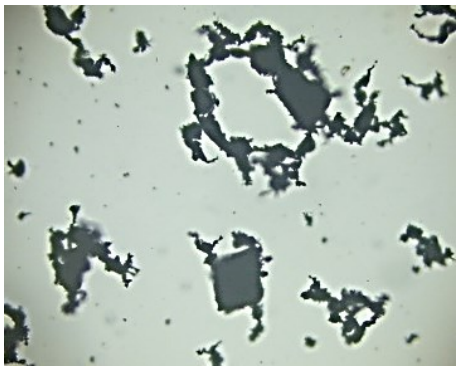
Мінерали	**Вихід, %**
Магнетит	94,0
Гематит, гідрогематит	1,5
Гетит, гідрогетит	0,5
Кварц	2,5
Кумінгтоніт	1,5
Всього	**100**

Незначний загальний вміст кварцу і силікатів (біля 4%), забезпечують високу якість камерного продукту, тобто залізорудного флотаційного концентрату ПРАТ «ІНГЗК».

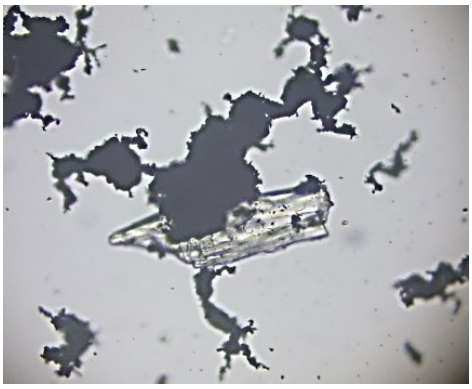
Виконаний микрозондовий аналіз підтверджує наведений вище мінеральний склад та показує Вміст заліза на рівні 69,5 % за рахунок магнетиту, що дещо вище даних зазначених в хімічному аналізу ($Fe_{заг.}$ на рівні 67,5-68,5 %).

Для більш детального вивчення продукту був виконаний мікрозондовий аналіз з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV та високоенергетичної приставки INCAx-act (хімічний склад) дані наведені (рис. 2.12, 2.13).

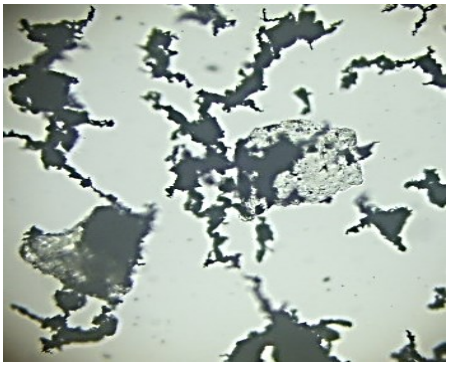
Деталізація окремих ділянок камерного продукту флотації наведена на рис. 2.13.



а



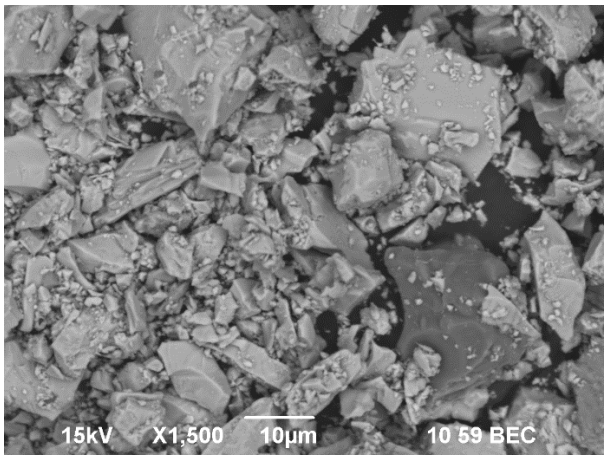
б



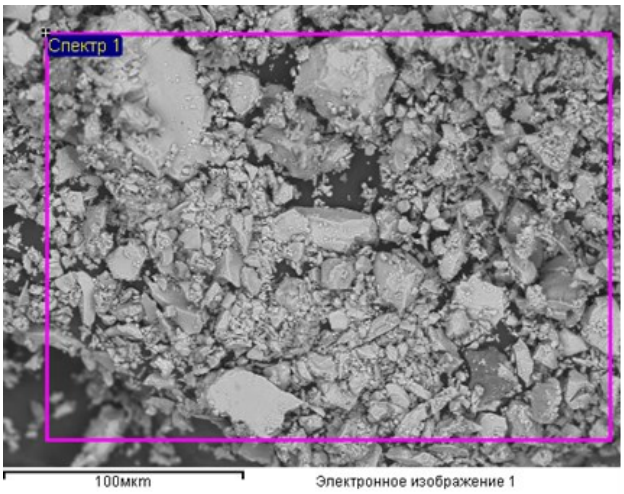
в

г

Рис. 2.11. Мінеральний склад камерного продукту флотації (петрографічний мікроскоп, імерсійний препарат. Збільшення - 400^{X}): а – ідіоморфний кристал і магнітні флокули магнетиту (чорне); б – зростки магнетиту з кумінгтонітом (світло-сіре); в – магнетит у вигляді відокремлених кутастих зерен, магнітних флокул і дрібних включень у кварці (не забарвлене); г – кварц з включеннями гетиту (буре) і гідрогематиту (червоне).



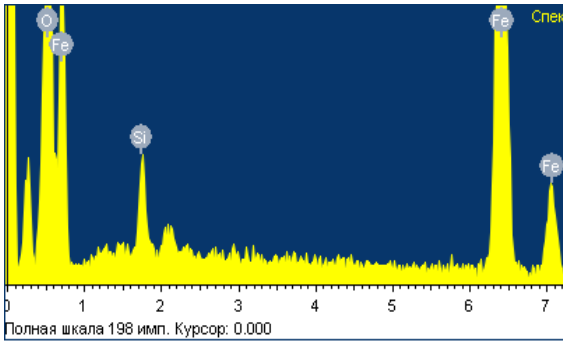
а



б

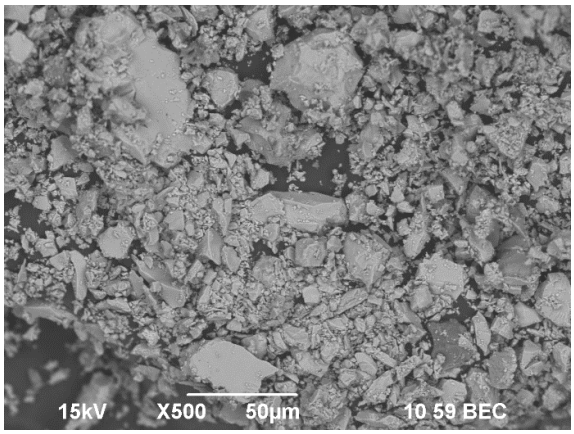
Елемент	Ваговий, %
O	27,16
Si	3,23
Fe	69,5
Всього	100,00

в

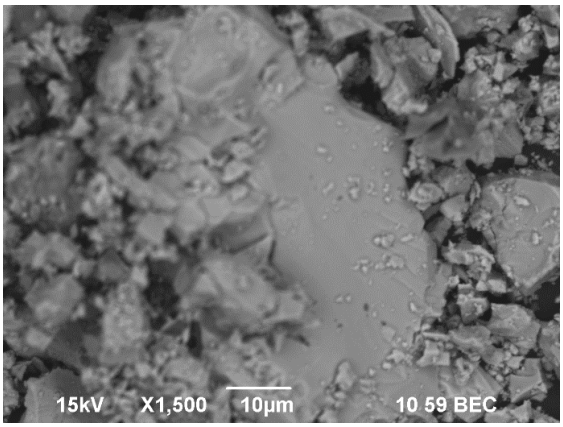


г

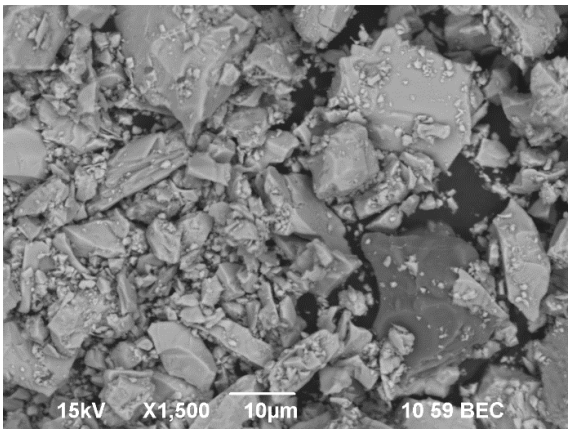
Рис. 2.12. Вивчення камерного продукту флотації з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV: а – загальний вигляд проби (світло-сіре- магнетит, темно-сіре - кварц), збільшення 500^x; б – ділянка препарату, в межах якої виконано мікрозондовий аналіз; в – таблиця результатів мікрозондового аналізу г – фіксація спектру елементів.



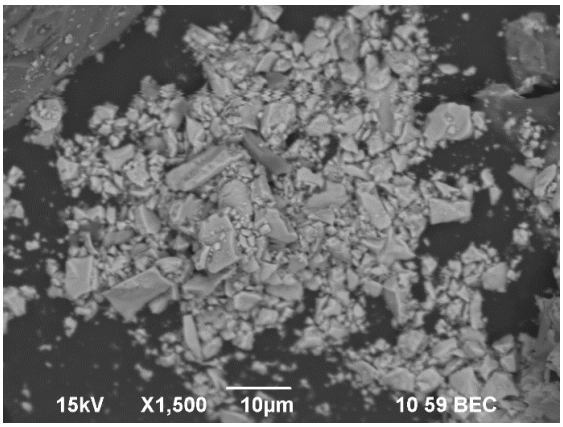
а



б



в



г

Рис. 2.13. Деталізація камерного продукту флотації з використанням растрового електронного мікроскопу JOEL JCM-6490LV, а, б, в, г - магнетит (світло-сіре) та його зростки з кварцом (темно-сіре) відповідно збільшення 500^x , 1500^x, 1500^x,1500^x.

У таблицях 2.11 та 2.12 наведений гранулометричний склад живлення флотації та типи зростання з урахуванням класів крупності.

Для теоретичного обґрунтування прийнятих рішень і розробки математичних моделей магнітної коагуляції та умов руйнації неселективних флокул були проведені дослідження флокуляції та коагуляції мінеральних частинок як рудної так і нерудної складової.

Таблиця 2.11

Гранулометричний склад камерного продукту та його характеристики

Класи крупності, мм	Вихід класу, %	Вміст заліза., %	Вміст SiO2, %	ε,%
+0,05	3,27	49,30	32,24	2,35
-0,05+0,04	3,78	60,70	12,94	3,30
-0,04+0,02	6,21	66,50	5,69	6,02
-0,02+0	86,74	69,80	2,85	88,28
Всього:	100,00	68,58	4,4	100,00

Таблиця 2.12

Типи зростання з урахуванням класів крупності

в камерному продукті

Клас, мм	Співвідношення типів зростання / вміст рудного компоненту				
	Рудні	Багаті	Середні	Бідні	Нерудні
	95-100 р.ф.	75-95 р.ф.	25-75 р.ф.	5-25 р.ф.	0-5 р.ф
+0,05 м	66,0	4,0	0	5,0	25,0
-0,05+0,04	70,0	14,0	1,0	4,0	11,0
-0,04+0,02	82,0	9,0	2,0	3,0	4,0
-0,02+0	91,0	4,0	1,0	1,0	3,0

2.3 Аналіз особливостей флокуляції (коагуляції) частинок, адсорбції реагентів на поверхнях рудної та нерудної складової живлення флотації, пінного та камерного продуктів флотації.

2.3.1 Живлення флотації.

Слід також зазначити, що живлення флотації сфлокульоване.

Відсоток магнетиту, який знаходиться у складі магнітних флокул складає від 72% до 90%.

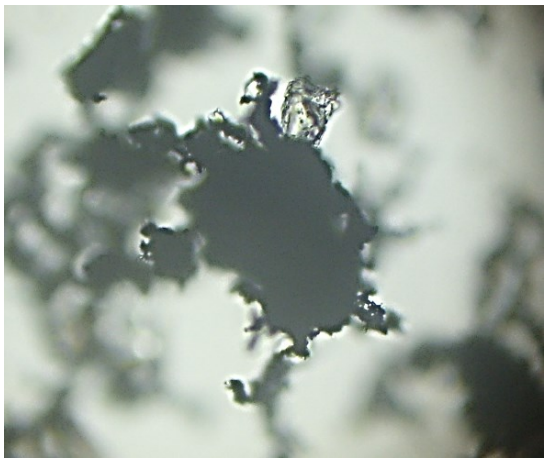
До 90% (від 20%) кварцу містять включення магнетиту, іноді у вигляді тонких смуг і прошарків.

Завдяки залишковій намагніченості та малим розмірам часточок, у складі живлення флотації формуються магнітні флокули. Вони є результатом попередніх процесів магнітного збагачення. Крім магнетиту, вони містять зерна кварцу, силікатів, гідроксидів заліза. Кількість утворених флокул збільшується у найбільш тонкозернистих класах матеріалу -0,0025+0 мм, де вони складають більше 90% об'єму. Розмір і вага утворених флокул значно більші, ніж окремо взятих часточок, з яких вони складаються і можуть сягати 0,40 мм, при розмірі окремих часточок меншому за 0,0025 мм. (рис. 2.14).

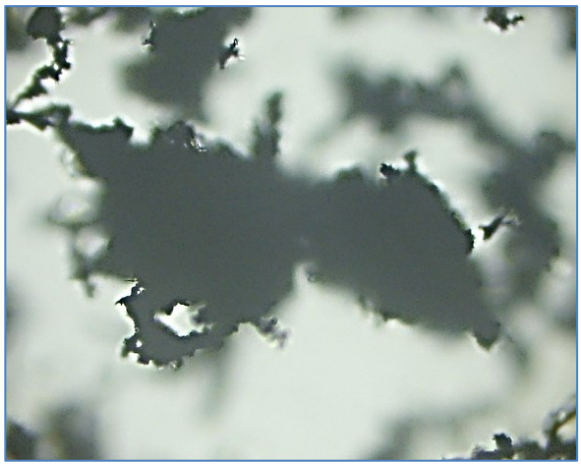
Внутрішня будова флокул неоднорідна, склад – полімінеральний. За зовнішньою формою виділяються кулясті, ланцюжкові, кільцеві, крабовидні та змішані.

Утворення флокул у пробі має масовий характер. Більш дрібні флокули і окремі мінеральні часточки прилипають до крупних флокул, утворюючи тонку короноподібну оболонку.

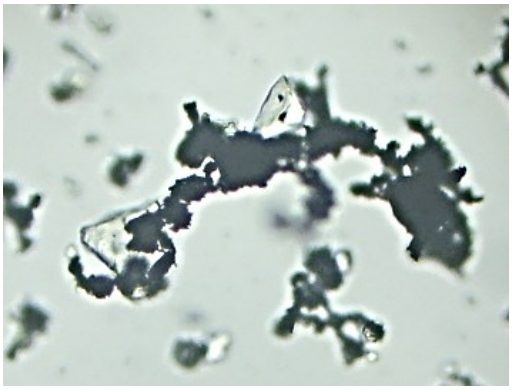
Вплив флокуляції на процеси магнітно-флотаційного збагачення загально відомий. Флокули погіршують якість концентрату, оскільки містять значну кількість нерудних (баластних) зерен кварцу і силікатів.



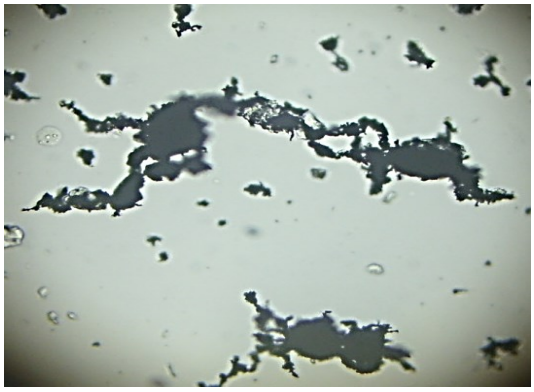
а



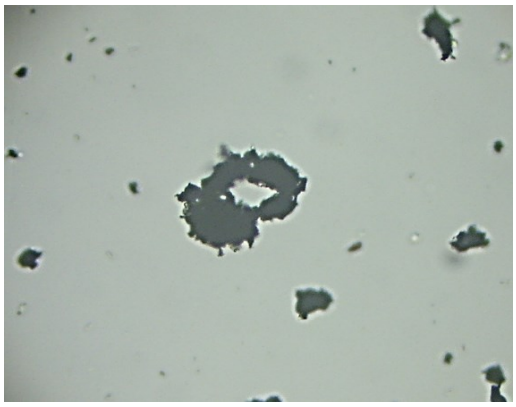
б



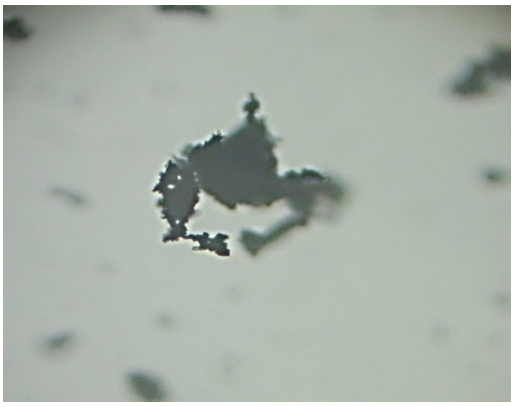
в



г



д



е

Рис. 2.14. Магнітні флокули, утворені відокремленими часточками у складі живлення флотації (петрографічний мікроскоп, імерсійний препарат. Збільшення: а, б - 270^X; в – 350^X; г – 150^X; д, е – 400^X): а, б - кулясті; в, г – відовжені, ланцюжкові з зернами кварцу; д – кільцева; г – крабовидна.

2.3.2 Пінний продукт флотації.

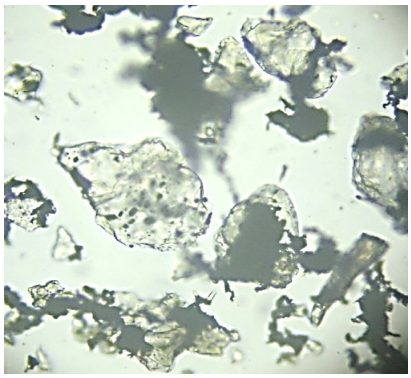
Кварц у пінному продукті значно крупніший (0,1-0,12мм) від магнетиту (0,01-0,03мм). Але магнетит повністю сфлокульований. Розмір флокул, особливо ланцюжкових сягає 0,2-0,3 мм, і вони переважають за розмірами виділення кварцу.

Явище флокуляції, притаманне живленню флотації, зберігається і для пінного продукту. Розмір і вага утворених флокул значно більші, ніж окремо взятих часточок, з яких вони складаються і можуть сягати 0,40 мм (рис. 2.15). Внутрішня будова флокул неоднорідна, склад – полімінеральний. За зовнішньою формою виділяються кулясті з тонкими відгалуженнями, розгалужені, ланцюжкові та складні кварц-магнетитові флокули.

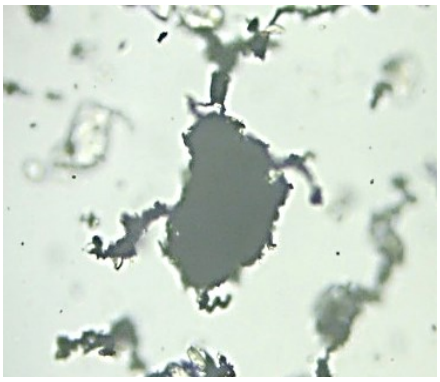
Утворення магнітних флокул у складі пінного продукту має масовий характер. Воно обумовлено впливом попереднього переділу магнітної дешламації та сепарації на РЗФ-2. Більш дрібні флокули і окремі мінеральні часточки прилипають до крупних флокул, утворюючи на їх поверхні тонку короноподібну оболонку.

Кварц, куммінгтоніт, актиноліт у продукті значно більші за розміром, ніж (переподрібнений) магнетит. Флокуляція магнетиту з більшими за розміром зернами кварцу і силікатів та складна розгалужена морфологія флокул спричиняють значні втрати заліза у пінному продукті.

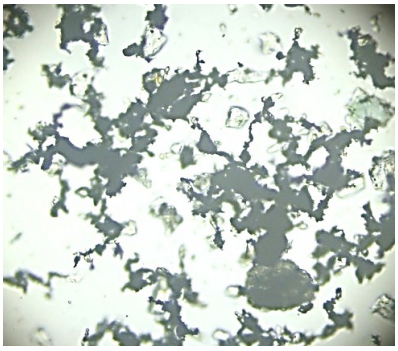
У складі пульпи, що подається на флотомашину, взаємодія часточок кварцу, силікатів і магнетиту з пухирцями повітря, умовно, відбувається у три етапи. Спочатку до пухирців прилипають кварцові часточки та бідні магнетит-кварцові зростки (рис. 2.16 а, б). На другому етапі, до магнетитових включень у кварці, внаслідок магнітної флокуляції, приєднуються багаті і рудні зростки (рис. 2.16 в, г). Третій етап – розростання магнітних флокул, формування значних за розміром зональних утворень, з центральним пухирцем, наступною кварцовою зоною і потужним зовнішнім шлейфом магнетитового складу (рис. 2.16 д). У кінцевому результаті, до пінного продукту спільно з кварцом виноситься значна кількість магнетиту (рис. 2.16 е).



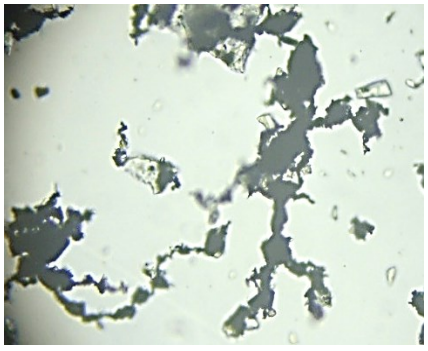
а



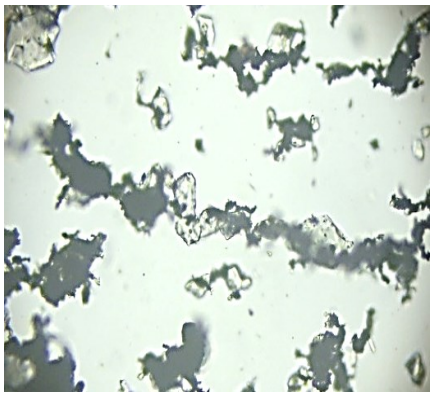
б



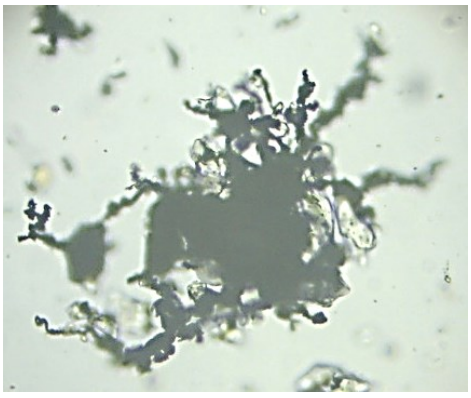
в



г



д



е

Рис. 2.15. Особливості виділень магнетиту (чорне) у пінному продукті (петрографічний мікроскоп, імерсійний препарат. Збільшення: а, в, д – 200^{x}; б, г - 375^{X}; е – 400^{X}): а – різні за розміром рудні включення у кварці і силікатах; б - куляста магнітна флокула з тонкими відгалуженнями; в, г – розгалужені флокули; д – ланцюжкова кварц-магнетитова флокула, кварц містить дрібні включення магнетиту; е – складна кварц-магнетитова флокула.

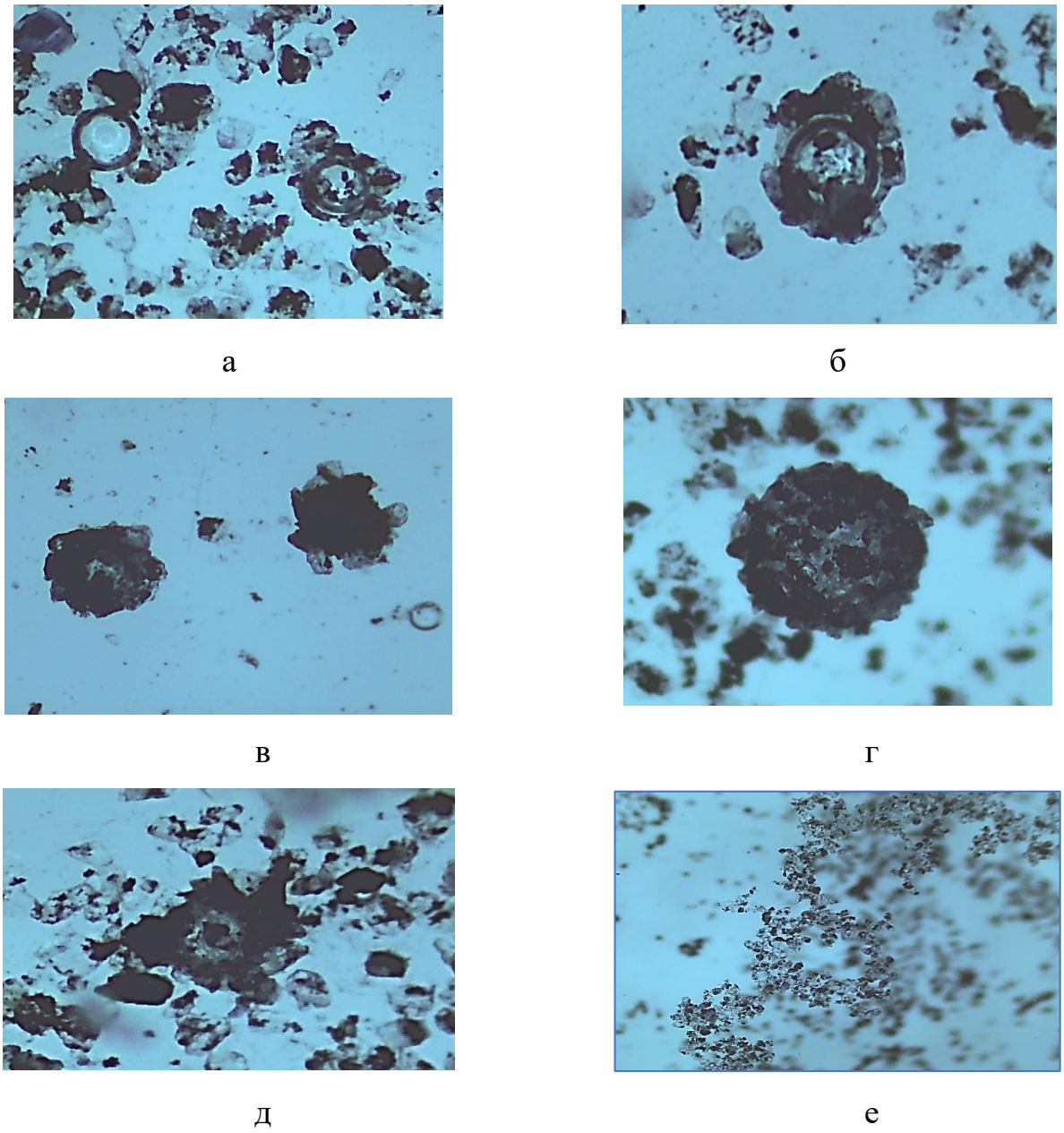


Рис. 2.16. Повітряні пухирці у пінному продукті флотаційного збагачення та закріплені на їх поверхні часточки пульпи (тринокулярний мікроскоп, водна імерсія. Збільшення: а, д – 100^X; б – 375^X: в – 135^X; г – 60^X; д – 120^X; е - 40^X): а, б – початковий етап сорбції, на якому до повітряних пухирців приєднуються переважно кварцові часточки; в, г – наступні етапи з налипанням переважно магнетитових часточок; д –формування магнітних флокул з повітряним пухирцем у центрі; е – утворення значних за розміром кільцевих кварц-магнетитових флокул у складі пінного продукту флотації.

Таким чином, магнетит у пінному продукті входить у вигляді включень до складу недоподрібнених кварцових і силікатних зерен, магнітних флокул та залипань

на повітряних пухирцях. Сумарно, це приводить до значних втрат магнетитового концентрату у відходах флотаційного збагачення РЗФ-2 ПРАТ «ІНГЗК».

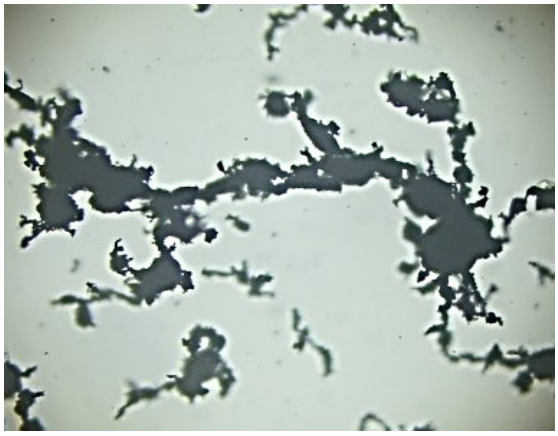
2.3.3 Камерний продукт флотації.

Розмір зерен у пробі змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту 0-0,04 мм, кварцу – до 0,1 мм. Більше 95% матеріалу проби знаходиться у вигляді магнітних флокул (рис. 2.17).

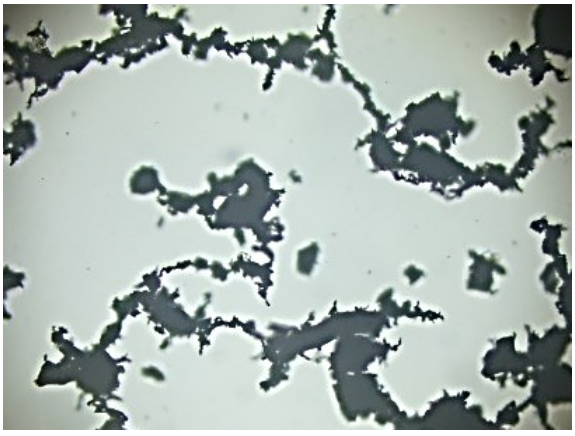
Завдяки залишковій намагніченості та малим розмірам часточок, у складі живлення флотації формуються магнітні флокули. Крім магнетиту, вони містять зерна кварцу, силікатів, гідроксидів заліза. Кількість утворених флокул збільшується у найбільш тонкозернистих класах матеріалу -0,0025+0 мм, де вони складають більше 98% об’єму. Розмір і вага утворених флокул значно більші, ніж окремо взятих часточок, з яких вони складаються і можуть сягати 0,40 мм, при розмірі окремих часточок меншому за 0,0025 мм. (рис. 2.17).

Внутрішня будова флокул неоднорідна, склад – полімінеральний. За зовнішньою формою виділяються кулясті, ланцюжкові, кільцеві та змішані.

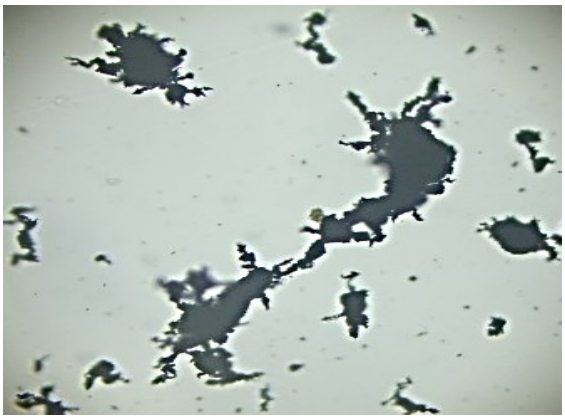
Утворення флокул має масовий характер. Більш дрібні флокули і окремі мінеральні часточки прилипають до крупних флокул, утворюючи тонку короноподібну оболонку (рис. 2.17).



а

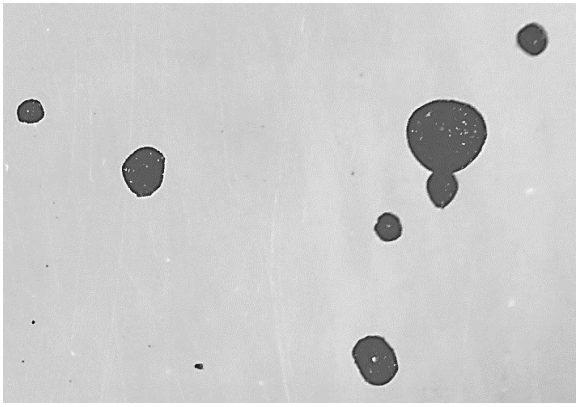


б

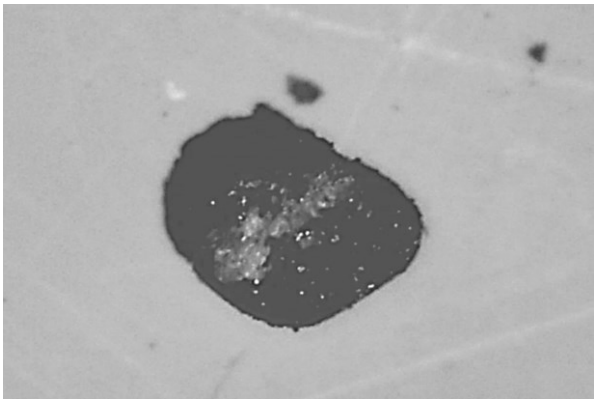


в

г



д



е

Рис. 2.17. Магнітні флокули, утворені відокремленими часточками камерного продукту (петрографічний мікроскоп, імерсійний препарат; д, е – тринокулярний мікроскоп. Збільшення: а-г- 400^X; д – 50^X; е - 75^X): а-в ланцюжкові, розгалужені; г – кільцеві; д – кулясті; е - скупчення кварцових зерен (біле) в кулястій флокулі магнетиту.

Висновки до розділу 2

При виконанні досліджень для визначення основних елементів та їх оксидів було використано хімічний аналіз, для визначення гранулярного складу – гранулометричний аналіз методом розсіювання на ситах та седиментаційний аналіз для визначення класів крупності менше 0,044 мм. При виконанні магнітної сепарації матеріалу використано магнітний лабораторний сепаратор 237-СЕ-Б, з трьох полюсною магнітною системою з напруженістю середнього полюсу 1500 ерстед, крайніх полюсів 1000 ерстед. Флотаційні дослідження були реалізовані: на

магнетитовому концентраті та пінному продукті флотації в лабораторній пневмомеханічній флотаційній машині та в промислових умовах. Для вібраційного збагачення був використаний однодечний грохіт для тонкого грохочення типу 2 SG 48-60W-1STK. Для мікроаналізу мінеральних комплексів був використаний скануючий електронний мікроскоп JOEL JCM-6490LV та високоенергетична приставка INCAx-act.

У результаті оцінки параметрів сировини для формування оптимального живлення флотації встановлено, що:

1. В живленні флотації вміст класу -0,02 мм складає 83,22% с $Fe_{заг.}$ 64,6%. За мінеральний складом живлення флотації, що визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, відноситься до магнетит-кварцової суміші – вміст магнетиту 72,0 %, кварцу – 20,0. Вміст інших рудних гематиту, гетиту, гідрогетиту 0,5 %.Серед домішок присутні кумінгтоніт 3,5 % та актиноліт 4,0 %.
2. Завдяки залишковій намагніченості та малим розмірам часточок, у складі живлення флотації формуються магнітні флокули, які є результатом попередніх процесів магнітного збагачення. Внутрішня будова флокул неоднорідна, склад – полімінеральний. Флокули складаються в основному з магнетиту з включеннями зерен кварцу, силікатів, гідроксидів заліза. Кількість утворених флокул збільшується у найбільш тонкозернистих класах матеріалу -0,0025+0 мм, де вони складають більше 90% об'єму. За зовнішньою формою виділяються кулясті, ланцюжкові, кільцеві, крабовидні та змішані.

У результаті вивчення пінного продукту флотації магнетитового концентрату встановлено, що:

1. Вміст заліза у пінному продукті коливається на рівні 37,0-41,0%. Розмір зерен у пінному продукті змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту і кварцу складає менше 0,04 мм. Кварц у пінному продукті значно крупніший (0,1-0,12мм) від магнетиту (0,01-0,03мм). Але магнетит повністю сфлокульований.

2. За мінеральний складом пінний продукт флотації, що визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, відноситься до кварц-магнетитової суміші – вміст кварцу – 51,8%, магнетиту 38 %,. Вміст інших рудних гематиту, гідрогетиту 0,3 %. У продукті присутній егірін у кількості 1,3 % та біотит 0,1%. Серед інших нерудних присутні кумінгтоніт 3,0 %, актиноліт 3,0 % та рибекіт 2,5 %.

У результаті вивчення камерного продукту флотації магнетитового концентрату встановлено, що:

1. Вміст заліза у камерному продукті коливається на рівні 67,0-68/,0%. Розмір зерен у пробі змінюється від 0 мм до 0,1 мм. Розмір розкритих зерен магнетиту 0-0,04 мм, кварцу – до 0,1 мм. Форма мінеральних часточок кутаста неправильна. Рідко зустрічаються ідіоморфні кристали магнетиту. Вільні від зростків і включень зерна кварцу і силікатів практично відсутні.
2. За мінеральний складом камерний продукт флотації, що визначений за допомогою поляризаційного мікроскопу, відноситься до магнетитової суміші – вміст магнетиту – 94,0%, кварц – 2,5 %. Вміст інших рудних гематиту, гідрогетиту та гідрогематиту 2,0 %. У продукті присутній кумінгтоніт у кількості 1,5 %.

У подальших дослідженнях для зменшення явищ флокуляції за рахунок залишкової намагніченості попередніх операцій доцільно застосовувати операцію розмагнічування. А для руйнування скоагульованих кварц-магнетитових частинок, створених на підставі дії реагентів та поверхневих явищ – операції вібраційного розділення.

Для пінного продукту з метою оновлення поверхні раціонально використовувати доподрібнення у вертикальних млинах з додаванням операцій класифікації в гідроциклонах або тонкого грохочення чи поєднання цих операцій для досягнення оптимального ефекту.

Результати експериментів є підставою для розробки математичних моделей, на підставі якого після перевірки його адекватності будуть видані практичні

рекомендації з удосконалення технологічної схеми флотаційного збагачення магнетитових кварцитів з отриманням товарної продукції високої якості.

РОЗДІЛ 3
МОДЕЛЮВАННЯ МАГНІТНОЇ КОАГУЛЯЦІЇ ТА ХАРАКТЕРИСТИК РОЗДІЛЕННЯ МАГНЕТИТОВОЇ СУСПЕНЗІЇ

Одним із шляхів вирішення існуючої проблеми є використання математичного моделювання для оцінки процесів коагуляції. Зрозуміло, що інвестиційні витрати при математичному моделюванні значно нижче, ніж при досягненні тих же результатів безпосередньо на практиці. Розуміння механізмів магнітно-флотаційного збагачення, управління параметрами процесу та постійне дослідження нових рішень є ключовими факторами для підвищення ефективності цього процесу. Разом з цим, треба ще раз підкреслити, що процес магнітно-флотаційного збагачення є складним об’єктом дослідження. Нині поняття складний об'єкт і досі ще не визначено. Разом про те, можна назвати деякі важливі риси складної системи. Розглянемо основні.

1. Відсутність математичної моделі та необхідність у ній є обов'язковою рисою складного об'єкта.

2. Стохастичність поведінки складних об'єктів є важливою рисою, що характеризує труднощі процесів аналізу їх. Ця риса обумовлена складністю об'єкта і пов'язаним із цим розмаїттям другорядних процесів. Будь-який складний об'єкт містить велику кількість таких другорядних процесів, які є свідченням його складності.

3. Нетерпимість до управління є рисою складного об'єкта, що утруднює керування ним. Це пов’язано з тим, що складний об'єкт існує і функціонує незалежно від суб'єкта та його цілей.

4. Нестаціонарність складного об'єкта випливає із його складності. Ця характеристика проявляється у дрейфі показників об'єкта, тобто у еволюції об'єкта у часі. Чим складніше об'єкт, тим рельєфніше проявляється ця його риса, що створює труднощі при синтезі його моделі.

5. Невідтворюваність експериментів виявляється в різній реакції об'єкта на однакову ситуацію. Складний об'єкт постійно перестає бути самим собою, тобто постійно змінюється.

Ефективним способом боротьби з перерахованими властивостями складного об'єкта є екстраполяція поведінки системи, тобто з'ясування її еволюції.

Список характеристик складного об'єкта можна було б продовжити. Однак слід пам'ятати, що це лише риси, властиві складному об'єкту, але не його формальні ознаки. Відсутність однієї чи навіть кількох із зазначених рис не обов'язково робить об'єкт простим. Ці риси мають неформальний характер, проте дозволяють характеризувати складний об'єкт [42].

Для вирішення проблеми неселективної магнітної коагуляції частинок як складного об’єкту та обґрунтування можливості їх подальшого руйнування при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів виконувалося математичне моделювання диполь-дипольної взаємодії намагніченого у зовнішньому полі магнетиту.

3.1 Математичне моделювання диполь-дипольної взаємодії намагніченого у зовнішньому полі магнетиту.

З аналізу небагатої науково-технічної інформації з проблеми магнітної коагуляції випливає, що намагнічені частинки об'єднуються в ланцюжкові агрегати, які в зовнішньому полі орієнтуються вздовж магнітних ліній [43-46]. При цьому для вирішення певних специфічних завдань, як, наприклад, у системах неруйнівного контролю дефектів застосовуються напівемпіричні математичні моделі сил диполь-дипольної взаємодії [44, 45], які задовільно обслуговують практику моделювання магнітної коагуляції в рідких суспензіях із високою концентрацією домішок, а саме кварцу та інших нерудних складових магнетитових руд.

Оскільки в задачах магнітної сепарації ми маємо справу з низькими концентраціями магнетиту в пульпі, середньостатистичні відстані між частинками відносно великі, тому магнітна коагуляція може проходити в конкуренції з іншими

механізмами. Для побудови математичної моделі магнітної коагуляції під час сепарації необхідні більш строгі математичні моделі магнітних сил диполь- дипольної взаємодії.

Приймемо традиційне припущення, що вихідні частинки магнетиту у суспензії мають сферичну форму. У роботі [6] наводяться вирази результуючого поля $\boldsymbol{H}_1(r, \theta)$ для сферичного тіла, отримані на основі строгого розв'язання рівнянь Максвелла, які використовуємо в цій роботі.

Вихідними даними є - адекватна модель градієнтного магніт статичного поля для магнетитового сферичного тіла:

$$H_1 = H_0 + H_и \tag{3.1}$$

$$H_и = H_0\left(\frac{\mu_ф - \mu_{ср}}{\mu_ф + 2\mu_{ср}}\right)[e_r 2\cos\theta + e_\theta \sin\theta]\frac{R_ф^3}{r^3} \tag{3.2}$$

$$H_0 = H_0[e_r \cos\theta - e_\theta \sin\theta] = H_0 k \tag{3.3}$$

де $\boldsymbol{H}_0$ - вектор напруженості зовнішнього магнітного поля, А/м;

$\boldsymbol{H}_1$ – вектор напруженості результуючого поля поза тілом, А/м;

$\mu_ф$- відносна магнітна проникність матеріалу кулі;

$\mu_{ср}$ - відносна магнітна проникність середовища, в яке занурене сферичне тіло; одиничні напрямні вектори $\boldsymbol{er}$, $\boldsymbol{e\theta}$ - для сферичної і $\boldsymbol{k}$ - для декартової систем координат відповідно.

Магнітні сили взаємодії між двома магнетитовими частинками наведені на рисунку 3.1 ($R_ф$ - радіус сферичної магнетитової частинки, м; $R_ф \leq r$ - відстань до центру магнетитової частинки, м).

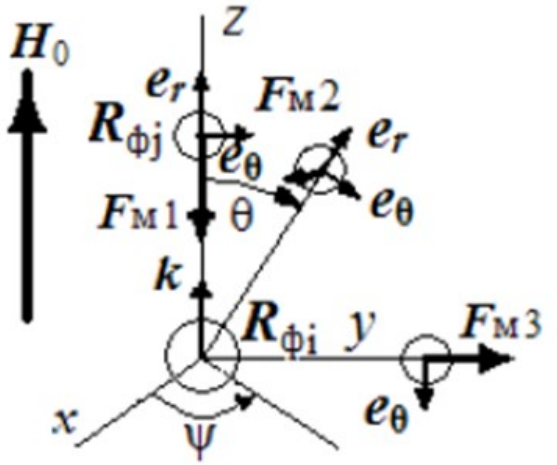


Рис.3.1. Магнітні сили взаємодії між двома магнетитовими частинками $\boldsymbol{F}_{м1}$ при $\theta = 0$; $\boldsymbol{F}_{м2}$ при $\theta = 40^0$; $\boldsymbol{F}_{м3}$ при $\theta = 90^0$

Завдання: Визначити та дослідити математичну модель градієнтної сили $\boldsymbol{F}_{мji}$, прикладеної до j-частинки з боку дифрагованого поля і-частинки.

Залежності (3.1) - (3.3) правомірні для одиночної частинки. У випадку багатьох частинок, зважених у суспензії, на кожну частинку діятиме зовнішнє градієнтне магнітне поле $\boldsymbol{H}_1$. При цьому для кожної частинки суспензія виконує роль зовнішнього середовища. Відносна магнітна проникність рідини у пульпі близька до одиниці ($\mu_{ср} \cong 1$).

Беручи до уваги вищесказане, пандеромоторна силу $\boldsymbol{f}$м, яка визначається як $\boldsymbol{f}$м = $0.5\mu 0 V_ф \chi_ф \nabla(H^2)$, (де $V_ф$ - об'єм частинки магнетиту, м$^{-3}$, $\chi_ф$ - магнітна сприйнятливість частинки магнетиту), що прикладену до j-частинки й обумовлену градієнтним полем $\boldsymbol{H}_1$ і-частинки) відповідно до залежностей (3.1 – 3.3) в однорідному зовнішньому полі $\boldsymbol{H}_0$ у сферичній системі координат ($\nabla = \boldsymbol{e}_r \partial/\partial_r + \boldsymbol{e}_\theta 1/r\ \partial/\partial\theta$), згідно з рисунком 3.1, можна представити в такому вигляді

$$F_{mji} = \frac{1}{2}\mu_0 V_{фj}\chi_{фj}\nabla(H_{1i}H_{1i}) = -3\mu_0 V_{фj}H_0^2\chi_{фj}\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^4}\{e_r[\left(3 + 4\chi_{эi}\frac{R_{фi}^3}{r_3}\right)(\cos\theta)^2 +$$

$$\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^3}\sin\theta)^2 - 1] + e_0\ (1 + 0.5\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^3})\sin 2\theta\}, \quad (3.4)$$

де $\chi_{эi} = \chi_{фi}/(\chi_{фi} + 3)$; $\chi ф$ – магнітна сприйнятливість магнетиту, яка є функцією від їх розмірів та напруженості зовнішнього поля H_0.

При $\theta = 0$, $\boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{k}$; залежність для розрахунку сили $\boldsymbol{F}_{мji}$:

$$F_{mji} = -6\mu_0 V_{фj} H_0^2 \chi_{фj}\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^4}\left(1 + 2\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^3}\right)k, \quad (3.5)$$

Оскільки $\boldsymbol{F}мji$ спрямована до і-ої частинки, то сила $\boldsymbol{F}_{мji}$ притягує j-у частинку до і-ої частинки (див. рисунок 3.1).

При $\theta = 90^0$ і $\boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{e}_r$ ($\theta = 90^0$) рівняння (3.4) набуває такого вигляду:

$$F_{mji} = 3\mu_0 V_{фj} H_0^2 \chi_{фj}\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^4}\left(1 - \chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^3}\right)e_r, \quad (3.6)$$

при $R_{фi}^3/r^3 < 1$ сила $\boldsymbol{F}_{мji}$ спрямована в протилежний бік від і-ої частинки, а отже, ця сила відштовхує j-у частинку від і-ої частинки (див. рисунок 3.1).

При $\theta = 45^0$ і при $R_{фi}^3/r^3 < 1$ сила $\boldsymbol{F}_{мji}$ спрямована під кутом 118^0 до лінії, що проходить через центри 0нії, що проходить через центри 0 і 0' частинок, які взаємодіють (див. рисунок 3.1) - частинки розходяться:

$$F_{mji} = -3\mu_0 V_{фj} H_0^2 \chi_{фj}\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^4} * \{0.5e_r\left(1 + 5\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^3}\right) + e_0\left(1 + 0.5\chi_{эj}\frac{R_{фi}^3}{r^3}\right) \quad (3.7)$$

Отже, при розташуванні магнетиту у поперечному напрямку до магнітних ліній вони будуть взаємно відштовхуватися; взаємно притягуватися будуть такі частинки, які розташовуються вздовж магнітних ліній зовнішнього однорідного поля $\boldsymbol{H}_0$.

Оцінимо відношення H_i/H_0 на мінімальній відстані $r_{мин} \geq R_{фi} + R_{фj}$ відносно центру і-ої частинки (джерела вторинного поля) до центру суміжної j-ої частинки з радіусами $R_{фi}$, $R_{фj}$ відповідно:

$$\frac{H_и(r_{мин})}{H_0} < \frac{2\chi_{фj}}{(\chi_{фj}+3)} \frac{R_{фi}^3}{(R_{фi}+R_{фj})^3} < 1 \tag{3.8}$$

З наведеної нерівності випливає висновок, що навіть на мінімальній відстані між частинками в тілі кожної частинки переважає зовнішнє поле H_0 над індукованим полем H_i. У магнетитових пульпах середньостатистична відстань між частинками $l_0 \gg r_{мин}$, тому нерівності $R_{фi}^3\, r^{-3} \ll 1$ і $H_i(r)H_0^{-1} \ll 1$ будуть виконуватися практично на всіх ділянках зближення двох частинок. Тому намагніченість диполів визначається тільки інтенсивністю зовнішнього поля H_0.

Сила (3.5), що зумовлює магнітну коагуляцію двох частинок, для $R_{фi}^3 / r^3 \ll 1$ прийме вигляд:

$$F_{mji} = -\frac{c_{ji}}{r^4} \tag{3.9}$$

де $c_{ji} = 6\mu_0 V_{фj} H_0^2 \chi_{фj}\, \chi_{эi}\, R_{фi}^3 = 8\pi\mu_0 \chi_{фj}\, \chi_{эi} H_0^2\, R_{фi}^3\, R_{фj}^3$.

У теорії поля результуючу силу взаємодії двох агрегатів знаходять за методом накладення: ця сила дорівнює сумі сил взаємодії кожної частинки одного агрегату з кожною частинкою іншого агрегату. У разі однакових агрегатів, складених із n однакових мономерів і з'єднаних у ланцюжки, результуюча сила $\boldsymbol{F}_{мji}$ (3.9) множиться на n^2.

3.2 Перевірка адекватності моделі диполь-дипольної взаємодії намагнічених у зовнішньому полі магнетитових частинок

У магнітних сепараторах останніх стадій (четвертій-п’ятій) для досягнення найбільших градієнтів магнітних полів уздовж системи магнітних полюсів збірка постійних магнітів розташовується в протифазах. Тому, переміщаючись уздовж барабана, матиме місце чергування напрямків магнітних ліній. Осад магнетитових дрібних частинок осідає на поверхню барабану. Під час формуванні осаду на поверхні барабану навпроти магнітів відбувається защемлення рідини ниткоподібними агрегатами (флокулами). Під час видалення осаду з поверхні під час переміщення барабану сепаратора відбувається переорієнтація магнітних флокул, розкриття стиків між флокулами, розрив і утворення нових флокул. Таке явище підтверджується на фотографіях осаду тонкоподрібненої магнетитової суспензії на поверхні барабану у різних фазах його перебування (рисунок 3.2).

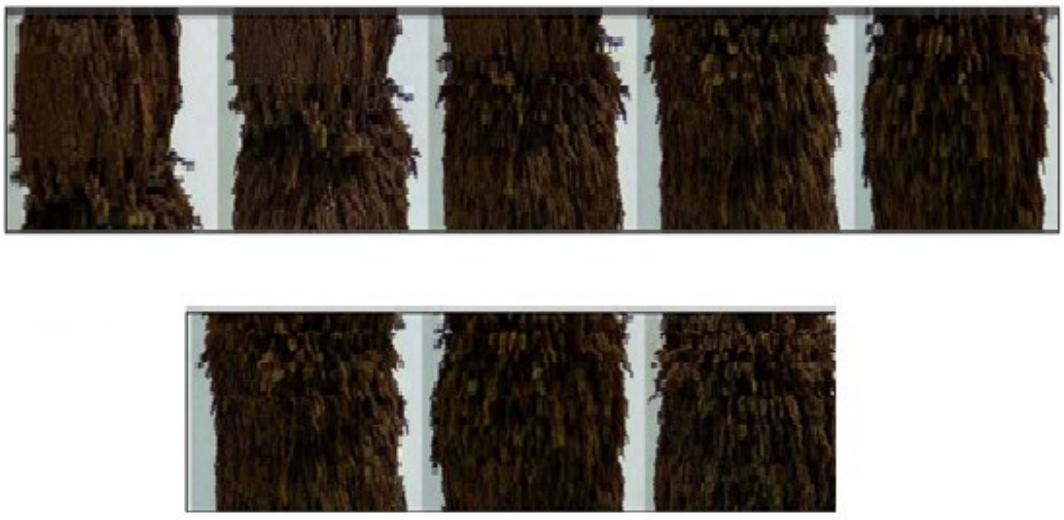


Рис.3.2. Форма і структура осаду тонкоподрібненого магнетитової суспензії при його видаленні його поверхні магнітної системи барабану

Добре видно, що при переорієнтації магнітних флокул (агрегатів - ниток) на поверхні барабану при зміщенні тонкоподрібнених магнетитових частинок уздовж магнітної системи спостерігається розкриття стиків між флокулами, розрив і утворення нових флокул.

Традиційно барабан переміщуються із постійною швидкістю. Для ослаблення защемлення і підвищення ефективності магнітних сепараторів необхідна організація переривчасто-крокового руху пульпи щодо магнітної системи барабана, що забезпечує поєднання швидкості знімання магнетиту з необхідною тривалістю часу.

Оптимальні параметри – обороти барабану і тривалість дії магнітної сили із максимальним градієнтом напруженості магнітного поля визначимо експериментально.

На рисунку 3.3 наведено експериментальні залежності втрат заліза від швидкості обернення барабану і тривалості дії магнітної сили із максимальним градієнтом напруженості.

Емпірично виявлено - оптимальна швидкість руху барабану 1,0 м/хв і тривалість дії магнітної сили 0,4 хв.

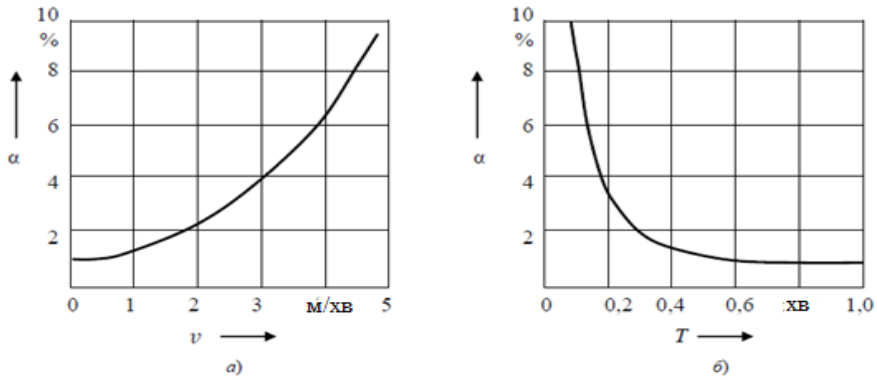


Рис.3.3. Залежності втрат заліза від оборотів барабану магнітного сепаратору v (а) і тривалості дії магнітної сили із максимальним градієнтом напруженості (б)

Отже, за допомогою розробленої математичної моделі сил взаємодії намагнічених магнетитових частинок у зовнішньому полі виявлена суттєва анізотропія взаємодії магнітних диполів у зовнішньому магнітному полі: при розташуванні магнетиту вздовж магнітних ліній діють сили тяжіння, при розташуванні магнетиту в поперечному напрямку на них діють сили відштовхування. Наявність двох сил розкриває фізичну причину механізму вибудовування магнетиту

у зовнішньому магнітному полі у стійкі ниткоподібні утворення. Це ствердження буде використано при моделюванні магнітної коагуляції.

За допомогою аналізу феномена переструктурування осаду тонкоподрібненого магнетиту на поверхні барабану магнітного сепаратору при русі щодо магнітної системи останнього сформовано уявлення про розробку необхідних заходів руйнування не селективних флокул, що стосуються траєкторії, швидкості та крокового характеру переміщення тонкоподрібненої магнетитової суспензії в середині розмагнічувача або по поверхні декі вібраційного грохоту.

Надалі розв’яжемо завдання математичного моделювання взаємодії між намагніченими у зовнішньому полі магнетитовими частинками. При цьому будемо враховувати анізотропний характер взаємодії, обумовлений подовжніми силами тяжіння і взаємно відштовхуючими поперечними силами щодо магнітних ліній зовнішнього поля. Анізотропний характер диполь-дипольної взаємодії буде використано для моделювання ймовірнісних функцій розподілу дисперсного складу агрегатів при бінарному злитті магнетитових частинок.

3.3. Оцінка параметрів дисперсної фази для створення математичної моделі на підставі основних положень швидкої коагуляції.

Процес коагуляції, детально описаний вище, є одним з основних процесів, що характеризують еволюцію дисперсійних систем. Ще раз наголошуємо, що під коагуляцією розуміють явище зближення і злипання частинок дисперсної фази в дисперсній системі під впливом будь-яких зовнішніх або внутрішніх сил.

Важливим фактором у процесі коагуляції відіграють фізичні механізми зближення і злипання частинок, які поділяються на внутрішні та зовнішні.

До внутрішніх механізмів зближення належать вільно-молекулярний (броунівський) рух, дифузія, гравітаційне падіння. При внутрішніх механізмах злипання діють міжмолекулярні та гідродинамічні сили, які проявляються при зближенні частинок. Зовнішні механізми – зумовлені зовнішнім магнітним полем.

Під швидкістю коагуляції (ϑ) розуміють зміну часткової концентрації дисперсної фази (v) за одиницю часу

$$\vartheta = -\frac{dv}{dt} \tag{3.10}$$

Часткова концентрація дисперсної фази обчислюється по формулі

$$v = \frac{3\omega}{4\pi r^3 \rho}, \tag{3.11}$$

де ω – масова концентрація, $кг \cdot м^{-3}$;

r – радіус сферичної частинки дисперсної фази, $м$;

ρ – щільність частинки дисперсної фази, $кг \cdot м^{-3}$.

Величина швидкості коагуляції залежить від природи дисперсної фази та дисперсійного середовища, концентрації частинок дисперсної фази, що доведено вище.

Залежність швидкості коагуляції від концентрацій магнетиту і кварцу можна розбити на три області.

В першій області система агрегативно стійка. Але оскільки окремі частинки дисперсної фази можуть, зіштовхуючись, злипатися, область називають областю прихованої коагуляції. В другій області – області повільної коагуляції (система стає агрегатно нестійкою). Третя область – область швидкої коагуляції. Швидкість коагуляції досягає максимального значення і вже не змінюється зі збільшенням концентрації електроліту-коагулятора.

У наш час досить велике поширення набула теорія швидкої коагуляції. Основними положеннями теорії є такі: зіткнення частинок дисперсної фази є не тільки необхідною, але й достатньою умовою коагуляції (будь-яке зіткнення частинок дисперсної фази призводить до коагуляції); враховуються лише парні зіткнення

частинок дисперсної фази, як найімовірніші. Таким чином, кінетику швидкої коагуляції можна описувати як реакцію другого порядку: швидкість коагуляції пропорційна квадрату часткової концентрації частинок дисперсної фази відповідно до рівняння

$$\vartheta = k \cdot v^2, \tag{3.12}$$

де k – константа швидкості швидкої коагуляції, $м^3 сек^{-1}$.

Підставивши формулу (3.12) в (3.10), отримаємо рівняння для кінетики швидкої коагуляції у диференційній формі

$$\frac{dv}{dt} = -k \cdot v^2. \tag{3.13}$$

Рівняння (3.13) є диференціальним рівнянням зі змінними, що відокремлюються [47]. Для його розв'язання приведемо його до вигляду, розділивши змінні

$$\frac{dv}{v^2} = -k \cdot dt \tag{3.14}$$

Проінтегруємо рівняння (3.14)

$$\int \frac{dv}{v^2} = -\,k \cdot \int dt,$$

$$-\frac{1}{v} = -k \cdot t + C, \tag{3.15}$$

де C – довільна постійна.

Для знаходження довільної постійної скористаємось початковою умовою

$$v(t = 0) = v_0, \tag{3.16}$$

тобто в початковий момент часу часткова концентрація частинок дисперсної фази дорівнює v_0. Підставляючи (3.16) в загальний розв'язок (3.15), знаходимо

$$C = -\frac{1}{v_0} \tag{3.17}$$

З урахуванням (3.17) формула (3.15) прийме вигляд

$$\frac{1}{v} = k \cdot t + \frac{1}{v_0}, \tag{3.18}$$

або, розв'язуючи її відносно v, знаходимо

$$v = \frac{v_0}{1+v_0 \cdot k \cdot t} \tag{3.19}$$

При описі кінетики швидкої коагуляції виявляється зручним використовувати характеристичний час, або час половинної коагуляції ($\tau_{0.5}$) (час, за який концентрація часток дисперсної фази зменшується вдвічі). З початковою концентрацією частинок дисперсної фази (v_0) час половинної коагуляції пов'язане співвідношенням

$$\tau_{0.5} = \frac{1}{v_0 \cdot k} \tag{3.20}$$

Підставив (3.20) в формулу (3.19) отримаємо рівняння Гельмгольця – Смолуховського для швидкої коагуляції

$$v = \frac{v_0}{1+\frac{t}{\tau_{0.5}}}. \tag{3.21}$$

Відповідно до теорії Смолуховського, константа швидкості швидкої коагуляції залежить від коефіцієнта дифузії частинок дисперсної фази та відстані між ними при коагуляції

$$k = 4\pi hD = 8\pi rD \tag{3.22}$$

де D – коефіцієнта дифузії частинок дисперсної фази, $м^2 \cdot сек^{-1}$;

r – радіус частинок дисперсної фази, $м$.

Підставивши в формулу (3.22) рівняння Стокса – Ейнштейна

$$D = \frac{RT}{6\pi\eta N_A r}, \tag{3.23}$$

де R – універсальна газова постійна, $м^2\ кг\ с^{-2}\ K^{-1}\ Моль^{-1}$;

T – абсолютна температура, K ;

N_A – число Авогадро, $Моль^{-1}$;

η – в'язкість дисперсного середовища, $кг \cdot м^{-1} \cdot сек^{-1}$,

отримаємо вираз

$$k = \frac{4RT}{3\eta N_A}, \tag{3.24}$$

Отримана розрахунковим шляхом із рівняння (3.24) константа характеризує швидку коагуляцію, яка не залежить від крупності, а залежить тільки від в’язкості та температури пульпи. Це протирічить практичним даним

Тому надалі нами обґрунтуємо новий підхід математичного моделювання магнітної коагуляції. Для визначення стохастичних характеристик коагуляції замість ДК М. Смолуховського в основі методології моделювання закладемо математичну операцію згортки імовірнісних функцій, на базі якої також вперше реалізуємо перетворення ймовірнісних характеристик розподілу дисперсного складу магнетитових частинок при магнітній коагуляції.

3.4 Закони розподілення нерудних мінералів та механічних домішок у дисперсних системах для завдань магнітної сепарації магнетитових кварцитів та магнітної коагуляції

Для розв'язання завдань магнітної сепарації та коагуляції спочатку визначимося з характеристиками розподілу магнетиту у пульпі. Дисперсний склад нерудних та механічних домішок у теорії сепарації традиційно описується нормованою масовою густиною розподілу частинок за розмірами d

$$f_m(d) = \frac{\triangle m_k}{\triangle D_k C} \tag{3.25}$$

де Δmk - маса частинок в одиниці об'єму, розміри яких належать інтервалу (d_k, $d_k + \Delta dk$), кг;

C- середня масова концентрація домішок, кг/м3.

При цьому вид законів розподілу нерудних та домішок може бути різним. Якщо гранулометричний розподіл домішок симетричний, то підходять нормальний або Сімпсона розподіли [48, 49], якщо несиметричний, то логарифмічно нормальний розподіл [50] з функцією густини ймовірності:

$$f(d) = \begin{cases} \frac{1}{sd\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(lnd - ln\text{đ}_и)^2}{2s^2}}, \text{при } d > 0; \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad , \text{при } d \leq 0 \end{cases} \tag{3.26}$$

де s = $\ln(\sigma^2/\bar{d}^2_и + 1)$; $\bar{d}_i$ і σ - відповідно середнє арифметичне значення і середнє квадратичне відхилення розмірів частинок, м.

Магнітна коагуляція апріорі є об'єднання окремих частинок в агрегати, при цьому маса агрегату адитивна масам окремих частинок. Елементарний акт процесу коагуляції, очевидно, можна характеризувати ймовірністю об'єднання і-их частинок масою m_i з j-ми частинками масою m_j. Звідси випливає, що для завдання моделювання процесу коагуляції прийнятний той закон розподілу дисперсного складу частинок розподілу дисперсного складу частинок, який характеризує залежність нормованої густини розподілу числа частинок, що містять в одиниці об'єму, від їхньої маси,

$$f_n(m) = \frac{\triangle n_k}{\triangle m_k N_v} \tag{3.27}$$

де Δn_k - число частинок в одиниці об'єму, маси яких належать інтервалу (m_k , m_k + Δm_k), кг;

Nv - середня концентрація числа частинок домішки, м$^{-3}$.

Залежності (3.27) і (3.25) пов'язані між собою через співвідношення $\Delta n_k = \Delta m_k / m_k$, де m_k - маса одиночної частинки k-го сорту. Визначивши Δm_k з (3.27) і підставивши в (3.25), отримаємо в межі формулу зв'язку

$$f_n(m) = \frac{f_n(d_ф) C}{m N_v} \frac{d(d_ф)}{d_m} \tag{3.28}$$

в якій позначення розміру частинки d замінено на позначення $d_ф$ у зв'язку з похідної від розміру частинки за її масою, яку необхідно взяти.

Прийнявши сферичну форму частинки домішки, маємо $d_ф = \sqrt[3]{6m/\pi\rho}$ (ρ - об'ємна густина маси частини домішки), і підставивши цей вираз у (3.26) і далі в (3.28), прийдемо до закону густини розподілу концентрації частинок від їхньої маси:

$$f(m) = \begin{cases} \frac{C}{3s\sqrt{2\pi}N_v} e^{-\frac{(lnd - ln\overline{m}_и)^2}{18s^2}}, \text{при } m > 0; \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad , \text{при } m \le 0 \end{cases} \tag{3.29}$$

де $\overline{m}_и = \frac{\pi \cdot \rho \cdot \overline{d}_и^3}{6}$

Обчислимо відношення C/Nv для логарифмічно нормального закону розподілу домішок. З (3.25)

$$\triangle n_k = \frac{C f_m(d) \triangle d_k}{m_k} \tag{3.30}$$

підставляючи в нього (3.26) і складаючи всі Δn_k, у межі отримаємо вираз

$$N_v = \frac{6C}{s\overline{d}_и^3 \rho\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2s^2} - 3y} dy = \frac{6Ce^{4.5s^2}}{\pi\rho\overline{d}_и^3} = \frac{Ce^{4.5s^2}}{m_u} \tag{3.31}$$

де змінна $y = \ln(d / \overline{d}_и)$. Підстановка (3.31) у (3.30) дає

$$f(m) = \begin{cases} \frac{K_n}{m^2} e^{-\frac{(\ln(\frac{m}{\overline{m}_и}))^2}{18s^2}}, \text{при } m > 0; \\ 0 \qquad\qquad\qquad\quad , \text{при } m \le 0 \end{cases}$$

$$K_n = \frac{\overline{m}_и e^{-4.5s^2}}{3S\sqrt{2\pi}} \tag{3.32}$$

Залежності (3.27) і (3.28) пов'язані між собою через співвідношення $\Delta n_k = \Delta m_k / m_k$, де m_k - маса одиночної частинки k-го сорту. Визначивши Δm_k з (3.25) і підставивши в (3.27), отримаємо в межі формулу зв'язку

$$f_n(m) = \frac{f_n(d_\phi)C}{mN_\nu}\frac{d(d_\phi)}{d_m} \tag{3.33}$$

в якій позначення розміру частинки d замінено на позначення d_ϕ у зв'язку з необхідністю взяття похідної від розміру частинки за її масою. Сутність і правомірність перетворення (3.33) виражається таким *твердженням 1*: у замкнутій дисперсній системі, в якій може відбуватися тільки процес коагуляції дисперсної фази (процес седиментації відсутній), нормовані до одиниці об'єму густини розподілу відповідностей дисперсної фази відповідно маси частинок за розмірами $f_m(d)$ і числа частинок за масами $f_n(m)$ пов'язані між собою законом збереження маси.

Доказ.

Помноживши ліву й праву частини рівняння (3.33) на m та інтегруючи їх, отримаємо рівняння

$$\int_0^\infty m f_n(m)dm = \frac{C}{N_\nu}\int_0^\infty f_m\left(d_\phi\right)d(d_\phi) \tag{3.34}$$

і беручи до уваги, що лівий інтеграл є математичним очікуванням небезперервної випадкової величини розподілу маси магнетиту $\overline{m}$, а правий інтеграл дорівнює одиниці, то отримаємо строгий узагальнений вираз математичного очікування мас магнетиту у суспензії

$$\overline{m} = C/N_\nu \tag{3.35}$$

З огляду на закон збереження маси при коагуляції для замкнутих дисперсних систем (за умови відсутності осадження) C = $const$, отримаємо суворе рівняння, що встановлює зв'язок між параметрами розподілу магнетиту в процесі коагуляції

$$\overline{m}N_v = C \equiv inv \tag{3.36}$$

Таким чином, ствердження 1 доведено.

Вираз (3.36) правомірний для довільних початкових розподілів дисперсного складу домішок, за довільних механізмів процесів коагуляції і в довільні моменти часу.

Для полідисперсного розподілу магнетиту виведено рівняння зв'язку між щільностями ймовірності розподілу дисперсного складу частинок за розмірами і масами, яке для замкнутих дисперсних систем виражає фундаментальний закон збереження маси при коагуляції.

Для процесу магнітної коагуляції тестовими математичними функціями можуть бути тільки ймовірнісні функції розподілу дисперсного складу магнетитових частинок у дисперсійному середовищі. Перевага методики ідентифікації детермінованих лінійних систем полягає в тому, що для реалізації вагової функції системи достатньо визначити часткову функцію відгуку системи за найпростіших тестових впливів. Для стохастичного процесу найпростішим тестовим впливом є рівноймовірністний розподіл, наприклад, кінцевий поділ, скінченна множина дискретних магнетитових частинок.

На основі викладеного підходу загальне завдання математичного моделювання магнітної коагуляції розбивається на чотири послідовні етапи (див. рисунок 3.4).

1.Моделювання ймовірності бінарного з'єднання для рівноймовірнісного дискретного розподілу магнетиту	2.Синтез дискретної вагової функції $g*[nM]$ магнітної коагуляції	3.Перетворення дискретної вагової функції $g*[nM]$ на неперивчасту ривну $g(m)$	4.Визначення коефіцієнта глибини магнітної коагуляції $\gamma_к$

Рис. 3.4. Етапи вирішення задачі математичного моделювання магнітної коагуляції

Ствердження 2. Для характеристики глибини коагуляції вводимо коефіцієнт глибини магнітної коагуляції, який покладемо як критерій процесу магнітної коагуляції

$$\gamma_k = \frac{\overline{m}_k}{\overline{m}_и} = \frac{N_{\nu и}}{N_{\nu k}} \tag{3.37}$$

Доказ. На основі рівняння інваріантності (3.36) отримаємо

$$\overline{m}_к N_{\nu к} = \overline{m}_и N_{\nu и} \equiv C,$$ тому ствердження 2 доведено.

Отже. фізичний механізм парного об'єднання частинок (агрегатів) в однорідному і неоднорідному магнітних полях різний. В однорідному полі його градієнт дорівнює нулю, тому тяжіння пар відбувається за рахунок механізму диполь-дипольної взаємодії, розглянутого в пункті 3.1. У неоднорідному полі на кожну частинку (агрегат) діє градієнтна пандеромоторна сила що призводить до їхнього прискорення. Частинки з великими масами, що розганяються до більш високих швидкостей, наздоганяють частинки з меншими масами.

3.5. Синтез вагової функції магнітної коагуляції при неоднорідному магнітному полі

У магнітних сепараторах силове поле неоднорідне. При цьому на магнетитові частинки діятиме зовнішня градієнтна магнітна сила, що приводить їх до прискореного руху. Градієнтна сила пропорційна об'єму магнетитової частинки $V_ф$ і відповідно її інертній масі $m_ф = \rho_ф V_ф$, де $\rho_ф$ масова густина магнетиту. Тоді в полі зовнішніх сил більш масивна частинка, маючи більше прискорення і швидкістю, наздоганятиме частинку з меншою масою.

Завдання будемо розв'язувати в рамках таких ідеалізацій:

- зосередимося тільки на механізмі бінарного об'єднання дискретних частинок (агрегатів);

- у результаті одного акту парного об'єднання частинок кількість агрегатів становитиме половину числа вихідних частинок $N_1 = N/2$, тому розглянемо випадок, коли число частинок N- парне;

- мінімальна маса бінарної частинки дорівнює $1M+2\ M = 3M$, максимальна маса бінарного об'єднання відповідає значенню $(2N - 1)M$ як результат об'єднання частинок із масами NM і $(N - 1)M$;

- процесом руйнування агрегатів у ламінарному водному потоці нехтуємо.

Для розв'язання поставленого завдання достатньо синтезувати вагову функцію цього механізму коагуляції. Для цього необхідно визначити ймовірність розподілу об'єднаних у пари магнетитових частинок при найпростішому розподілі вихідних частинок до процесу бінарного об'єднання (обмежимося найпростішим випадком - рівною ймовірності вихідного розподілу частинок за масами).

Нехай на вхід системи подається N дискретних частинок різного калібру, маси яких утворюють послідовність натуральних дискретних чисел nM (M - інтервал дискретизації маси частинок домішки, а за відсутності частинки з нульовою масою $n = 1, 2, \ldots, N$). По-перше, така множина частинок стає впорядкованою - кожній частинці присвоюється номер $n = 1, 2, \ldots, \ldots, N$. По-друге, ймовірність присутності частинки з масою nM дорівнює $p_і[nM] = 1/N$.

При парному з'єднанні частинок маса агрегату складається з мас окремих частинок, тому ймовірності бінарного об'єднання частинок будемо прив'язувати до маси бінарних агрегатів. Для визначення розподілу ймовірності за масами при бінарному об'єднанні магнетитових частинок необхідно підрахувати всі можливі правильно орієнтовані пари i, j ($i > j$) за умови виконання умови $i + j = k = const$ (k = 3, 4, ... ,$2N$ - 1).

Нехай порядок розташування середньостатистичних частинок уздовж напрямку руху вибудовується за випадковим законом. Візьмемо конкретну правильно орієнтовану пару N, j (j = 1,2,3, ... , N - 1), яка буде повторюватися в перестановках елементів підмножини з N - 1 елементів: одним елементом буде сама пара N, j, іншими елементами будуть N - 2 номери, що залишилися, що не ввійшли до пари N, j. Кількість перестановок дорівнює (N - 1)! [10,11]. Таким чином, загальну кількість можливих відповідних можливих бінарних з'єднань позначимо символом $q_{N,j}$:

$$q_{N,j} = (N-1)! \tag{3.38}$$

Кількість можливих з'єднань у правильно орієнтовану пару (N - 1), j (j = 1,2,3, ... , N - 2) визначатиметься можливим числом перестановок, що дорівнює (N - 1)! за винятком результуючого числа можливих випадків вибудовування трійки частинок у такий порядок проходження N, (N - 1); j. За такому порядку проходження частинок формуватиметься інша пара N, (N - 1), яка виключає появу пари (N - 1), j, оскільки швидкість зближення першої комбінації вища за швидкість зближення другої комбінації. Таким чином, при даному порядку проходження трійки частинок важча пара частинок буде перехоплювати процес формування бінарного об'єднання у менш важкої пари. При цьому трійка елементів [N; (N - 1); j] з частинками, що залишилися, утворюють підмножину, що складається з N - 2 елементів. Тому можлива кількість перехоплень дорівнює числу перестановок у цій підмножині (N - 2)! Отже, загальна кількість можливого відповідного бінарного з'єднання

$$q_{N-1,j} = (N-1)! - (N-2)! \tag{3.39}$$

Кількість можливих з'єднань у правильно орієнтовану пару (N - 2), j (j = 1,2,3, ... , N - 3) визначатиметься можливим числом перестановок, що дорівнює (N - 1)!, за винятком результуючого числа можливих випадків вибудовування трійки частинок у такі порядки слідування: N, (N - 2); j і (N - 1), (N - 2); j. Тому можлива сумарна кількість перехоплень буде дорівнювати 2(N - 2)! При цьому для другої комбінації трійки частинок (номерів) можливі вторинні перехоплення в разі вибудовування четвірки номерів у наступній послідовності: N, (N - 1); (N - 2), j. У такій комбінації побудови порядку надходження номерів утворюються дві пари з'єднань: N, (N - 1) і (N - 2), j. А отже, додається кількість можливих подій формування бінарного з'єднання типу з'єднання типу (N - 2), j, яка відповідає кількості перестановок у підмножині, що складається з N - 3 елементів: четвірки номерів [N; (N -1); (N - 2); j] і N - 4 номерів, що залишилися, які не ввійшли до четвірки елементів. Це число подій дорівнює (N - 3)! Отже, загальна кількість qN-2,j можливого відповідного бінарного з'єднання

$$q_{N-2,j} = (N-1)! - 2(N-2)! + (N-3)! \tag{3.40}$$

Узагальнюючи викладені принципи підрахунку qi,j за $i = N - \nu$, отримаємо

$$q_{N-\nu,j} = (N-1)! - \sum_{\alpha=2}^{\nu+1} (-1)^{\alpha+1} C_{\nu,\alpha} (N-\alpha)!$$

$$q_{j+1,j} = (N-1)! - \sum_{\alpha=2}^{N-1} (-1)^{\alpha+1} C_{N-j-1,\alpha} (N-\alpha)! \tag{3.41,3.42}$$

Значення коефіцієнтів $C\nu,\alpha$ для (3.41) подано в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Значення коефіцієнтів Cv,α

	ν=1	ν=2	ν=3	ν=4	ν=5	ν=6
α=2	1	2	3	4	5	6
α=3	0	1	3	6	10	15
α=4	0	0	1	4	10	20
α=5	0	0	0	1	5	15
α=6	0	0	0	0	1	6
α=7	0	0	0	0	0	1

З даних таблиці 3.1 випливають:

- для рядка $\alpha = 2$

$$C_{\nu,2} = \nu = N - i \tag{3.43}$$

- кожне значення ν стовпця і $\alpha = 3$ рядка збігається із сумою значень усіх $C\nu,2$, що входять у стовпці від $\nu = 1$ до ν - 1 = N - i - 1:

$$C_{\nu,3} = \sum_{\eta=1}^{\nu-1} C_{\eta,2} = \sum_{\eta=1}^{\nu-1} \eta \tag{3.44}$$

- кожне значення ν стовпця і $\alpha = 4$ рядка збігається із сумою значень усіх $C\nu,3$, що входять у стовпці від $\nu = 2$ до ν - 1 = N - i - 1:

$$C_{\nu,4} = \sum_{\eta=2}^{\nu-1} C_{\eta,3} = \sum_{\eta=2}^{\nu-1} \sum_{k=1}^{\eta-1} k = \sum_{\eta=1}^{\nu-2} \sum_{k=1}^{\eta} k \tag{3.45}$$

- кожне значення ν стовпця і $\alpha = 5$ рядка збігається із сумою значень усіх $C\nu,4$, що входять у стовпці від $\nu = 3$ до ν - 1 = N - i - 1:

$$C_{\nu,5} = \sum_{\eta=3}^{\nu-1} C_{\eta,4} = \sum_{\eta=3}^{\nu-1} \sum_{k=2}^{\eta-1} \sum_{\eta=1}^{k-1} \eta = \sum_{\eta=1}^{\nu-3} \sum_{k=1}^{\eta} \sum_{\eta=1}^{\eta} \eta \quad (3.46)$$

Аналогічно для довільного значення α коефіцієнт $C\nu,\alpha$ буде виражатися через α - 2 вставлених одна в одну сум. які перетворюються в добуток [51]

$$C_{\nu,\alpha} = \sum_{\eta=1}^{\nu-\alpha+2} \dots \sum_{k=1}^{\eta} \sum_{\eta=1}^{k} \eta = \prod_{\eta=0}^{\alpha-1} \frac{(\nu-\eta)}{(\alpha-1)!} \quad (3.47)$$

Застосовуючи перетворення і враховуючи $\nu = N - i$, отримаємо

$$\prod_{\eta=0}^{\alpha-2} \frac{(\nu-\eta)}{(\alpha-1)} = \frac{\nu!}{(\alpha-1)!(\nu+1-\alpha)!} = \frac{(N-i)}{(\alpha-1)!(N-i+1-\alpha)!} \quad (3.48)$$

Таким чином, (3.47) набуває такого вигляду:

$$C_{N-i,\alpha} = C_{\nu,\alpha} = \frac{(N-i)}{(\alpha-1)!(N-i+1-\alpha)!} \quad (3.49)$$

відповідно (3.41) приводиться до

$$q_{i,j} = q_{N-\nu,j} = \sum_{\alpha=1}^{N-i+1} (-1)^{\alpha+1} \frac{(N-\alpha)!(N-i)}{(\alpha-1)!(N-i+1-\alpha)!} \quad (3.50)$$

Для підрахунку ймовірності pij з'єднання пари i, j обчислимо спочатку загальну кількість можливих пар з'єднань за умови ($N \geq i \geq j + 1$, j = 1,2, ... ,i - 1). При цьому кількість правильно орієнтованих пар i, j при фіксованому i визначається

варіюванням номерами j від 1 до i - 1 і дорівнюватиме числу i - 1. Враховуючи, що згідно з (3.50), значення qi,j не залежать від номера j, загальна кількість можливих пар з'єднань i, j за умови ($N \geq i \geq j + 1, j$ =1,2, ... , i - 1) визначається такою формулою:

$$Q_N = \sum_{i=2}^{N}(i-1)q_{i,j} \tag{3.51}$$

Підставивши (3.51) і (3.50) та здійснивши алгебраїчні перетворення, отримаємо остаточний вираз:

$$Q_N = \sum_{i=2}^{N}(i-1)\sum_{\alpha=1}^{N-i+1}(-1)^{\alpha+1}\frac{(N-\alpha)!(N-i)}{(\alpha-1)!(N-i+1-\alpha)!} \tag{3.52}$$

На підставі (3.50) і (3.52) імовірність pij з'єднання пари i, j можна визначити за формулою (3.53), яка виражає присутність частинки з масою $kM = (i + j)M$, (k = 3, 4, ... ,2N - 1):

$$p_{ij} = P_1[kM] = \frac{q_{i,j}}{Q_N} \tag{3.53}$$

Передавальна функція набуде вигляду:

$$W(z) = \frac{N}{Q_N}[W_1(z) + W_1(z)] \tag{3.54}$$

$$W_1(z) = [\lambda_{2N-1}z^{-(N-1)} + \sum_{k=2}^{N-1}(\lambda_{2N-1} - \lambda_{2N+1-k})z^{-(N-k)} \tag{3.55}$$

$$W_2(z) = \frac{\alpha_{N-1}z^{-(n-1)}+\alpha_{N-2}z^{-(n-2)}+\cdots+\alpha_2 z^{-2}+\alpha_1 z^{-1}}{z^{-(n-1)}+z^{-(n-2)}+z^{-2}+z^{-1}+1}$$

$$\alpha_{N-1} = (\lambda_{2N} + \lambda_N - \lambda_{N+1)}, \alpha_{N-2} = (\lambda_{2N-1} + \lambda_{N-1} - \lambda_{N+1)}, \quad (3.56)$$

$$\alpha_k = (\lambda_{N+k=1} + \lambda_{k+1} - \lambda_{N+1)}, \alpha_2 = (\lambda_{N+3} + \lambda_3 - \lambda_{N+1)},$$

$$\alpha_1 = (\lambda_{N+2} + \lambda_2 - \lambda_{N+1)}, \text{ де } \lambda_{2N} = \lambda_2 = \lambda_1 = 0 \quad (3.57)$$

Розклавши дробову функцію $W2(z)$ у ряд Тейлора за оберненими ступенями змінної z [52-54]:

$$W_2(z) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k\, z^{-k}, A_0 = 0$$

$$A_k = a_k - \sum_{\nu=1}^{k} A_{k-\nu}, (k = 1,2, \dots, N-1)$$

$$A_{N+r} = -\sum_{i=1}^{N-1} A_{i+r}, (r = 0,1,2, \dots). \quad (3.58 - 3.60)$$

Підставивши послідовно формули (3.57) для розрахунку ak у рекурентну формулу (3.59), отримаємо

$$A_k = \lambda_{k+1} - \lambda_k + \lambda_{N+k+1} - \lambda_{N+k}, (k = 1,2, \dots, N-1) \quad (3.61)$$

При $A_0 = 0$

$$A_{N-1} = \alpha_{N-1} - \sum_{\nu=1}^{N-2} A_{N-1-\nu} = \alpha_{N-1} - \sum_{i=N-2}^{1} A_i \quad (3.62)$$

За формулою (3.60) для $r = 0$ з урахуванням (3.62)

$$A_N = -\sum_{i=1}^{N-1} A_i = -A_{N-1} - \sum_{i=1}^{N-2} A_i = -\alpha_{N-1} \quad (3.63)$$

Для $r = 1$ з урахуванням (3.63)

$$A_{N=1} = -\sum_{i=1}^{N-1} A_{i+1} = -\sum_{\nu=2}^{N} A_\nu \ = A_1 - A_N - \sum_{\nu=1}^{N-1} A_\nu \ = A_1 \qquad (3.64)$$

Аналогічно:

$$A_{N+2} = A_{2,} A_{N+3} = A_3, \dots, A_{2N} = A_N \qquad (3.65)$$

$$A_{2N+1} = A_{N+1} = A_{1,} A_{2N+2} = A_{N+2} = A_2, \dots, A_{3N} = A_{2N} = A_N$$
$$A_{kN+\nu} = A_\nu, (\nu = 1,2, \dots, N; k = 1,2, \dots \qquad (3.66)$$

Індекси при λk виражають результуючу масу $Mk = M(i + j)$ бінарного з'єднання частинок i і j, тоді як число λk відповідає кількості пар з масою Mk. Беручи це до уваги, підрахуємо всі можливі варіації номерів i і j за умов $k = i + j = const$, $i > j$, $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, N$для шести значень k: 2ν - 1; 2ν, $2\nu + 1$; $N + 2\nu$ - 1; $N + 2\nu$; $N + 2\nu + 1$.

$$\lambda_{2\nu-1} = q_{2\nu-2,1} + q_{2\nu-3,2} + \cdots + q_{\nu+2\nu-3} + q_{\nu+1,\nu-2} + q_{\nu,\nu-1}$$
$$\lambda_{2\nu} = q_{2\nu-1,1} + q_{2\nu-2,2} + \cdots + q_{\nu+3\nu-3} + q_{\nu+2,\nu-2} + q_{\nu+1,\nu-1}$$
$$\lambda_{2\nu+1} = q_{2\nu,1} + q_{2\nu-1,2} + \cdots + q_{\nu+3\nu-2} + q_{\nu+2,\nu-1} + q_{\nu+1\nu}$$
$$\lambda_{N+2\nu-1} = q_{N,2\nu-1} + q_{N-1,2\nu} + \cdots + q_{\frac{N}{2}+\nu+1\frac{N}{2}+\nu-2} + q_{\frac{N}{2}+\nu\frac{N}{2}+\nu-1}$$
$$\lambda_{N+2\nu} = q_{N,2\nu} + q_{N-1,2\nu+1} + \cdots + q_{\frac{N}{2}+\nu+2\frac{N}{2}+\nu-2} + q_{\frac{N}{2}+\nu+1\frac{N}{2}+\nu-1}$$
$$\lambda_{N+2\nu+1} = q_{N,2\nu+1} + q_{N-1,2\nu+2} + \cdots + q_{\frac{N}{2}+\nu+2\frac{N}{2}+\nu-1} + q_{\frac{N}{2}+\nu+1\frac{N}{2}+\nu} \qquad (3.67\text{-}3.72)$$

Підставивши (3.67) - (3.72) у (3.61) і враховуючи рівність $qi,j = qi,\nu$, за $j \neq \nu$, при $j \neq \nu < i$ отримаємо: при $k = 2\nu$ - 1 з урахуванням $\lambda 1 = \lambda 2 = 0$

$$A_1 = \alpha_1 = -q_{\frac{N}{2}+1\frac{N}{2}};\ A_{2\nu-1} = q_{2\nu-1,1} - q_{\nu,\nu-1} - q_{\frac{N}{2}+\nu\frac{N}{2}+\nu-1} \tag{3.73}$$

при $k = 2\nu$

$$A_{2\nu-1} = q_{2\nu,1}$$

$$A_N = \alpha_{N-1} = -(\lambda_N - \lambda_{N+1}) = q_{N,1} \tag{3.74,3.75}$$

Підставивши (3.73) и (3.74) в (3.58), при $k = 1, 2, \dots, N-1$ маємо

$$W_2(z) = A_1 + \sum_{\eta=2}^{\frac{N}{2}} A_{2\eta-1}\, z^{-2(\eta-1)} + \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}-1} A_{2\nu}\, z^{-2\nu} + \sum_{k=N}^{\infty} A_k\, z^{-k} \tag{3.76}$$

Розкривши зміст коефіцієнтів $A2\nu$-1 , $A2\nu q$ у (3.76), отримаємо

$$W_2(z) = -q_{\frac{N}{2}+1\frac{N}{2}} z^{-1} + \sum_{\nu=2}^{\frac{N}{2}} (q_{2\nu-1,1} - q_{\nu,\nu-1} - q_{\frac{N}{2}+\nu\frac{N}{2}} + \nu - 1) z^{-2(\nu-1)} +$$

$$+ \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}-1} q_{2\nu,1}\, z^{-2\nu} + \sum_{k=N}^{\infty} A_k\, z^{-k} =$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}-1} q_{2\nu,1}\, z^{-2\nu} + \sum_{\nu=2}^{\frac{N}{2}} \left(q_{2\nu-1,1} - q_{\nu,\nu-1}\right) z^{-2(\nu-1)} -$$

$$- \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} q_{\frac{N}{2}+\nu-1}\, z^{-2(\nu-1)} + \sum_{k=N}^{\infty} A_k\, z^{-k} \tag{3.77}$$

Підставивши в (3.54) формули (3.69) - (3.72), розкриваємо зміст виразу

$$W_1(z) = \sum_{\nu=0}^{\frac{N}{2}-1} q_{N-\nu,N-1-\nu}\, z^{-(N-2\nu-1)} = \sum_{\frac{N}{2}}^{\eta=1} q_{\frac{N}{2}+\eta\frac{N}{2}+\eta-1}\, z^{-(2\eta-1)} \tag{3.78}$$

друга версія якого, отримана перетворенням індексу підсумовування N - $\nu = \eta + N/2$.

Підставивши (3.77) і (3.78) у (3.54), з урахуванням (3.64), приходимо до кінцевого результату:

$$W_1(z) = \frac{N}{Q_N}\left[\sum_{\nu=0}^{\frac{N}{2}}(q_{2\nu-1,1} - q_{\nu,\nu-1})z^{-(2\nu-1)} + \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{2}} q_{2\nu,1}\, z^{-2\nu} + \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k\, z^{-k}\right] \qquad (3.79)$$

Переходячи від z-зображення (3.79) до оригіналу, отримаємо дискретну вагову характеристику процесу коагуляції

$$g^*[nM] = \frac{N}{Q_N}\left[\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} q_{2k,1}\,\delta[(n-2k)M] + \sum_{k=2}^{\frac{N}{2}}(q_{2k-1,1} - q_{k,k-1})\ \text{X}\right.$$
$$\left.\text{X}\ \delta[(n-2k+1)M] + \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k\,\delta[(n-k)M]\right] \qquad (3.80)$$

Зокрема, за $N = 6$ функція (3.80) набуває такого вигляду:

$$g^*[nM] = \frac{6}{Q_6}[53\delta(n-2)M] + 11\delta[(n-3)M] + 78\delta[(n-4)M] +$$
$$+32\delta[(n-5)M] + 120\delta[(n-6)M] + \sum_{k=7}^{\infty} A_k\delta[(n-k)M]]. \qquad (3.81)$$

Під час обчислення ряду (3.57) можна обмежитися N числом його членів, оскільки як системи алгебраїчних рівнянь (3.58), (3.59) однозначно визначають коефіцієнти дробової функції (3.55).

Безперервну вагова характеристика процесу коагуляції з урахуванням (3.29):

$$g(m) = K\left[\sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} q_{2n,1}\frac{\sin\pi\left(2n-\frac{m}{M}\right)}{\pi\left(2n-\frac{m}{M}\right)} + \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1}(q_{2n+1,1} - q_{n+1,n})\ \frac{\sin\pi\left(2n+1-\frac{m}{M}\right)}{\pi\left(2n+1-\frac{m}{M}\right)} +\right.$$
$$\left. + \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k\ \frac{\sin\pi\left(n-\frac{m}{M}\right)}{\pi\left(n-\frac{m}{M}\right)}\right]. \qquad (3.82)$$

$$K = \frac{N}{MQ_N} \qquad (3.83)$$

За N = 50 графік (3.82) представлено на рисунку 3.4. З урахуванням (3.82) отримаємо функцію густини розподілу дисперсного складу домішок за рівномірною вихідною розподілу fі(m) = const, графік якої представлений на рис. 3.5.

Графік залежності, наданий на рисунку 3.5, розрахований для такого рівномірного вихідного розподілу дисперсного складу домішок:

$$f_{\text{и}}(m) = \frac{[1(m) - 1(m - MN)]}{MN} \tag{3.84}$$

де 1(m) - одинична ступінчаста функція, $mmm = MN = 6$ для випадку одного акту парного об'єднання частинок (γк = 2).

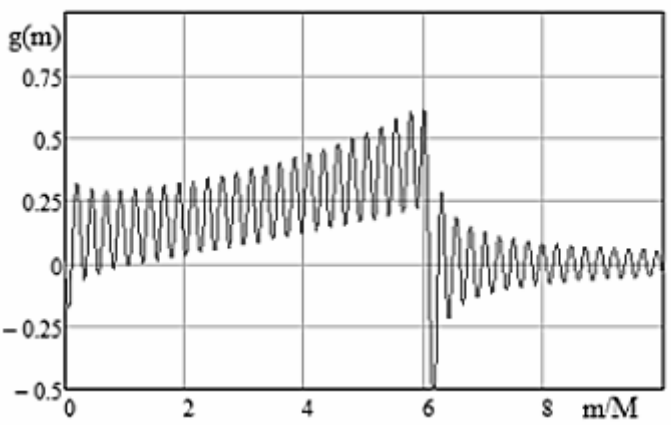


Рис.3.4. Вагова функція магнітної коагуляції

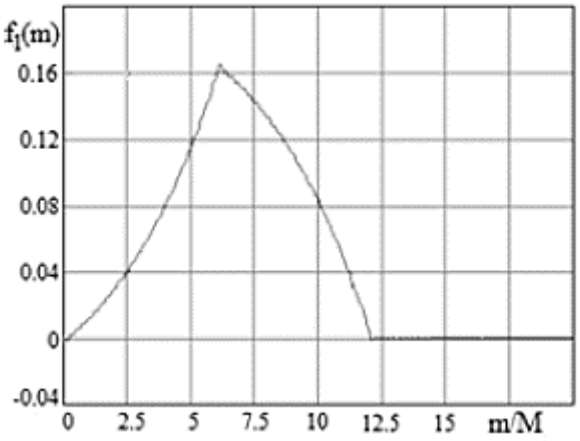


Рис.3.5. Функція густини розподілу дисперсного складу дисперсного складу

Нерудних та механічних домішок для магнітної коагуляції за $N = 50$, $M = 0.12$

У підсумку проведених у розділі 3.4 етапів моделювання (визначення імовірності (3.53) бінарного злиття магнетитових частинок для часткового дискретного вихідного розподілу - рівноймовірносного розподілу; синтезу дискретної вагової функції (3.53),вагової функції (3.80) методом Z-перетворення; перехід до безперервної вагової функції на основі теореми про відліки), отримано вагову характеристику процесу (3.82) процесу коагуляції в неоднорідному магнітному полі. У результаті математичного моделювання визначено залежність стохастичної характеристики fк(m) цього процесу від параметрів вихідного розподілу fі$(d, \overline{d}, \overline{d}$і, σ) дисперсного складу магнетитових частинок і внутрішніх параметрів математичної моделі - інтервалів дискретизації N, M:

$$f_k(m) = F[m, f_и(d, \overline{d}_и, \sigma), N, M(\gamma_k)] \tag{3.85}$$

де F[...] - оператор (згортка).

За довільного закону розподілу дисперсного складу магнетиту інтервали дискретизації N M по᾽вязані зі значенням коефіцієнта $\gamma_к$ глибини магнітної коагуляції.

3.6. Визначення коефіцієнта глибини магнітної коагуляції

Припустимо, що у середньостатистичному наближенні об'єднання в пари відбувається за середній інтервал часу $\overline{\tau}$кν, який рівний

$$\overline{\tau}_{k\nu} = \frac{\bar{l}_{\nu-1}}{\overline{\nu}_{k\nu-1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{N_{\nu\nu-1}}\overline{\nu}_{k\nu-1}} \tag{3.86}$$

де

$-\bar{l}_{\nu-1} = \sqrt[-3]{N_{\nu\nu-1}}$ - середня відстань між магнетитовими частинками, м;

$N_{\nu\nu-1}$ – середня концентрація неосаджених магнетитових частинок, м$^{-3}$

$\bar{\nu}_{к\nu-1}$ – середня швидкість парної коагуляції в інтервалі між – ν-1 та ν циклами об'єднання частинок, м/с.

Тоді за час $\bar{\tau}_{к\nu-1}$ одного циклу парного об'єднання, концентрація магнетитових частинок зменшиться вдвічі, а за час $\bar{\tau}_{к\nu-1} + \bar{\tau}_{к\nu}$ двох послідовних циклів парного об'єднання концентрація частинок зменшиться в чотири рази і т.д.

Якщо T_m інтервал часу перебування дисперсної системи в зоні коагуляції сепаратора, то число циклів ν середньостатистичних бінарних об'єднань пропорційно відношенню T_m / $\bar{\tau}_{к\nu}$, а концентрація магнетитових агрегатів за цей час зменшиться в $2T_m/\bar{\tau}_{к\nu} = 2T_m\sqrt[3]{N_{\nu\nu-1}}\bar{v}_{к\nu-1}$ раз. Використовуючи закон зі зберігання маси при коагуляції, рівняння буде

$$\frac{\overline{m}_\nu}{\overline{m}_и} = 2T_m(\sqrt[3]{N_{\nu\nu-1}})\overline{\nu}_{k\nu-1} \tag{3.87}$$

з якого випливає вираз коефіцієнта глибини магнітної коагуляції

$$\gamma_{k\nu} = 2T_m(\sqrt[3]{\frac{C_0}{\overline{m}_{\nu-1}}})\overline{\nu}_{k\nu-1} \tag{3.88}$$

де C_0– середня масова концентрація магнетитових частинок у суспензії, кг/м^3;

$\bar{m}_{\nu-1}$ – середня маса магнетитових частинок в інтервалі між $\nu - 1$ та ν циклами об'єднання частинок, кг.

Масову концентрацію магнетитових частинок C_0 визначимо з рівняння безперервності маси

$$C_и = C_0 + C_{шо} \tag{3.89}$$

де Cі - вихідна концентрація магнетитових частинок, що надходить у робочу зону сепаратору, кг/м^3;

$C_{ш0}$ – концентрація осаджених частинок без урахування коагуляції, яка визначається таким чином:

$C_{ш0} = \bar{\varepsilon}0(\bar{d}i)Ci$, де $\bar{\varepsilon}0(\bar{d}i)$ – без урахування коагуляції середнє значення ступеня очищення ступеня сепаратора при полідисперсному розподілі магнетитових частинок за розмірами.

Виразивши C_0 з (3.89) і використовуючи вираз $\bar{m}_{\nu-1} = \gamma_{к\nu-1}\bar{m}_i$, наводимо (3.88) до наступного вигляду:

$$\gamma_{k\nu} = 2T_m\left(\sqrt[3]{\frac{1-\bar{\varepsilon}_0(\bar{d}_и)C_и}{\gamma_{к\nu-1}\bar{m}_и}}\right)\bar{\nu}_{k\nu-1} \qquad (3.90)$$

Проведемо моделювання середньої швидкості парної коагуляції. У неоднорідному полі магнетитові частинки переміщуються впоперек магнітних ліній за рахунок градієнтної сили $\boldsymbol{f}$м. Велика за розміром (і за масою) $\boldsymbol{j}$частка має великий магнітний момент, її швидкість пропорційна масі і (3.92), тому вона наздоганяє легшу $\boldsymbol{i}$ магнетитову частинку, відчуваючи при цьому диполь-дипольну протидію з силою $\boldsymbol{F}$мji (3.4). На критичній відстані $r_{ij\text{кр}} = [3\chi_{фi}R_{фi}\alpha^{-1}(3+\chi_{фi})^{-1}]^{0.25}$ настає рівновага сил $\boldsymbol{f}$мr+ $\boldsymbol{F}$мji = 0. Під дією результуючої сили $\boldsymbol{f}_{мz}$+ $\boldsymbol{F}_{мji}$ магнетитової частиці $\boldsymbol{j}$ та $\boldsymbol{i}$ взаємно розгортаються до . При цьому інверсія сили $\boldsymbol{F}$мji призводить до об'єднання $\boldsymbol{j}$ та $\boldsymbol{i}$ магнетитових частинок, що проходить в режимі $r_{ij} < r_{ij\text{кр}}$, $|\boldsymbol{F}_{мji}| > |\boldsymbol{f}_{мr}$, тому швидкість злиття вища, ніж $v_м$.

Якщо $r_{ij\text{кр}}/l_0 \ll 1$ (где $l_0 = \sqrt[3]{1/N_ı}$– початкова середньостатистична відстань між магнетитовими частинками у пульпі, той час злиття магнетитових частинок обумовлюється їх переміщенням у поперек магнітних ліній під дією сили $\boldsymbol{f}_{мr}$.

Швидкість, з якою ***i***-частка наздоганяє ***j***-частинку, дорівнює $v_{мi} - v_{jм}$, де $v_{мi}$, $v_{мj}$ – швидкості відповідних частинок щодо дисперсійного середовища (пульпи), м/с. Тоді середня швидкість коагуляції по всіх взаємодіючих частках буде рівна

$$\overline{v}_{kv-1} = \sum_{i=2}^{N} p_{ij} \sum_{j=1}^{i=1}(v_{mi} - v_{mj}), \tag{3.91}$$

де $\sum_{j=1}^{i-1}(v_{мi} - v_{мj})$ - сума різниці швидкостей між ***i***-ой та *j*-ой частинками;

$p_{ij} = p_{i1}$ – ймовірність з'єднання пари ***i,j*** (3.49), яка не залежить від номера ***j***. Представивши другу суму (3.91) наступним чином

$$\sum_{j=1}^{i=1}(v_{mi} - v_{mj}) = (i-1)(v_{mi} - \frac{\sum_{j=1}^{i=1} v_{mj}}{i-1} = (i-1)((v_{mi} - v_{mi-1}) \tag{3.92}$$

тоді, отримаємо середню швидкість коагуляції

$$\overline{v}_{kv-1} = \sum_{i=2}^{N}(i-1)p_{ij}\,(v_{mi} - v_{mi-1}) \tag{3.93}$$

де $\overline{v}_{мi-1}$– усереднена для магнетитових частинок з масами від M до $M(i-1)$ відносна швидкість.

$pij = pi1$ - імовірність з'єднання пари i, j, яка не залежить від номера j.

Представивши другу суму в (3.94) у такий спосіб

$$\sum_{j=1}^{i-1}\left(v_{mi} - v_{mj}\right) = (i-1)(v_{mi} - \frac{\sum_{j=1}^{i-1} v_{mj}}{i-1} = (i-1)(v_{mi} - \overline{v}_{mi-1}) \tag{3.94}$$

отримаємо середню швидкість коагуляції

$$\overline{v}_{kv-1} = \sum_{i=2}^{N}(i-1)p_{ij}\,(v_{mi} - v_{mi-1}) \tag{3.95}$$

де $\bar{v}$мi-1 - усереднена для магнетитових частинок з масами від M до $M(i$ - 1) відносна швидкість.

Магнітна коагуляція для процесів сепарації має цінність для часток з малими розмірами $d_ф$ <10 мкм. При виконанні умови $4m\alpha_{0k}/K^2_{c1} \ll 1$ набуває вигляду $P_{1k} \cong \alpha_{0k}/K_{c1}$, (k = 1, 2). Отримаємо

$$P_{1k} = C_{1k}m \tag{3.96}$$

Де

$$C_{11} = \frac{0{,}94C_0'}{r_{rp1}-R}, C_{12} = \frac{0{,}06C_0'}{(\frac{a}{2}-r_{rp1})}, C_0' = \frac{a_1 ln10\mu_0\chi_{mo}\overline{H}_m^3(d_ш)}{18\pi\eta p_ф} \tag{3.97}$$

Зауважимо, що оцінка умови $4m\alpha_{0k}/K^2_{c1} \ll 1$ для параметрів магнітної системи та мінімального коефіцієнта динамічної в'язкості η = 0.001 Н с/м^2 рідкого середовища задовольняється при $d_ф$ <10 мкм. Тому формули (3.96), (3.97) будуть правомірні для аналізу процесів коагуляції в барабанних магнітних сепараторах.

Представивши масу і-ої частки в (3.96) як $m_{iv-1} = iM_{v-1}$ і підставивши її у формулу $\vec{v}_м = P_{1k}\left(\frac{f_k}{\alpha_{ok}} - \langle\vec{r}\rangle\right)$, і далі в (3.42), де отримаємо усереднену за масами частинок значення середньої швидкості коагуляції

$$\overline{v}_{kv-1} = 0.5M_{v-1}C_{1k}(\frac{f_k}{a_{ok}} - \overline{r})\sum_{j=2}^{N} i(i-1)p_{ij}, \tag{3.98}$$

Підставив у (3.91) формулу (3.98), а також максимальний час перебування частки в активній області сепарації $T_m = t_{01}(\varphi_н)$, отримаєм залежність $\gamma_к(\varphi_н)$, яку усередним по всім $\varphi_н$. Отже, усереднене значення коефіцієнта глибини коагуляції приймає наступний вигляд вид:

$$\gamma_k = \left(\sqrt[3]{\frac{[1-\overline{\varepsilon}_0(\overline{d}_{\text{и}})]C_{\text{и}}}{\overline{\gamma}_{k\nu-1}\overline{m}_{\text{и}}}}\right)\frac{4M_{\nu-1}C_{1k}\left(\frac{f_k}{a_{ok}}-\overline{r}\right)\sum_{i=2}^{N} i(i-1)p_{ij}}{\pi}\left[\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} t_{01}(\varphi_{\text{н}})d\varphi_{\text{н}}\right] \qquad (3.99)$$

Отримавши крок дискретизації маси частинок $M_{\nu-1} = m_{m\nu-1}/N$ и прийнявши максимальне значення маси ансамблю часток через параметри дисперсійного розподілу $m_{m\nu-1} \approx \overline{m}_{\nu-1} + 3\sigma_m$ (σ_m–середньо-квадратичне відхилення по масі), приводимо (3.99) до наступного вигляду:

$$\gamma_k = \left(\sqrt[3]{\frac{[1-\overline{\varepsilon}_0(\overline{d}_{\text{и}})]C_{\text{и}}}{\overline{\gamma}_{k\nu-1}\overline{m}_{\text{и}}}}\right)\frac{4\overline{m}_{\nu-1}(1+\frac{3\sigma_m}{\overline{m}_{\nu-1}})C_{1k}\left(\frac{f_k}{a_{ok}}-\overline{r}\right)\sum_{i=2}^{N} i(i-1)p_{ij}}{\pi}\left[\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} t_{01}(\varphi_{\text{н}})d\varphi_{\text{н}}\right] \qquad (3.100)$$

В силу лінійності перетворення згортки вважаємо рівність $3\sigma_m/\overline{m}_{\nu-1} = 3\sigma_{m\text{и}}/\overline{m}_{\text{и}}$. Прийнявши до уваги, що $\overline{\gamma}_{\text{к}\nu-1} = \overline{m}_{\nu-1}/\overline{m}_{\text{и}}$ та враховуючи співвідношення $\overline{\gamma}_{\text{к}\nu}/\overline{\gamma}_{\text{к}\nu-1} = 2$, приводимо останній вираз до наступного вигляду:

$$\overline{\gamma}_k = \left[\frac{2^{\frac{4}{3}}\overline{m}_{\text{и}}^{\frac{2}{3}}([1-\overline{\varepsilon}_0(\overline{d}_{\text{и}})]C_{\text{и}})^{\frac{1}{3}}C_{1k}(\frac{f_k}{a_{ok}}-\overline{r})\overline{r}(1+\frac{3\sigma_{m\text{и}}}{\overline{m}_{\text{и}}})\frac{\sum_{i=2}^{N} i(i-1)p_{ij}}{N}(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} lnctg\left(\frac{\varphi_{\text{н}}}{2}\right)d\varphi_{\text{н}}}{\pi\overline{v}_{\text{жс}}}\right. \qquad (3.101)$$

З (3.101) виходить, що коефіцієнт глибини коагуляції пропорційний масовій концентрації $C_{\text{и}}$ магнетитових частинок у пульпі, яка надходить до сепаратору. При цьому $\overline{\gamma}_{\text{к}}$ спадає зі зростаючою середньою швидкістю $\overline{v}_{\text{жс}}$ потоку пульпи. Наголосимо, що математичні моделі (3.88), (3.101) правомірні при умові $\overline{\gamma}$ к >1, тому що для $\overline{\gamma}$к ≤ 1 коагуляція частинок відсутня. Глибина коагуляції регулюється встановленням значення вихідної масової концентрація Cи магнетитових домішок, кг/м^3, тому існують деякі критичні значення вихідної концентрації $C_{\text{икр}}$, при якому процес коагуляції буде відсутній. Це критичне значення можливо оцінити за виразом (3.101) при умові $\overline{\gamma}_{\text{к}} = 1$. З розкритого положення випливає, що характеристики ступеню очистки магнітних сепараторів, які є нижче критичних значень. Рисунок 3.6 ілюструє функції щільності ймовірності дисперсного розподілу магнетитових часток по масі

для різних значень $\bar{\gamma}_к$. Для опису розподілу магнетиту по масі використовуємо на вході сепаратора логарифмічний нормальний закон щільності ймовірності, виражений у відносних змінних $x = m/\bar{m}_и$, $y_и(x) = f_и(x)\bar{m}_и$

$$y_и(x) = \frac{e^{-4.5s^2}}{3s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x))^2}{18s^2} - 2lnx} \tag{3.102}$$

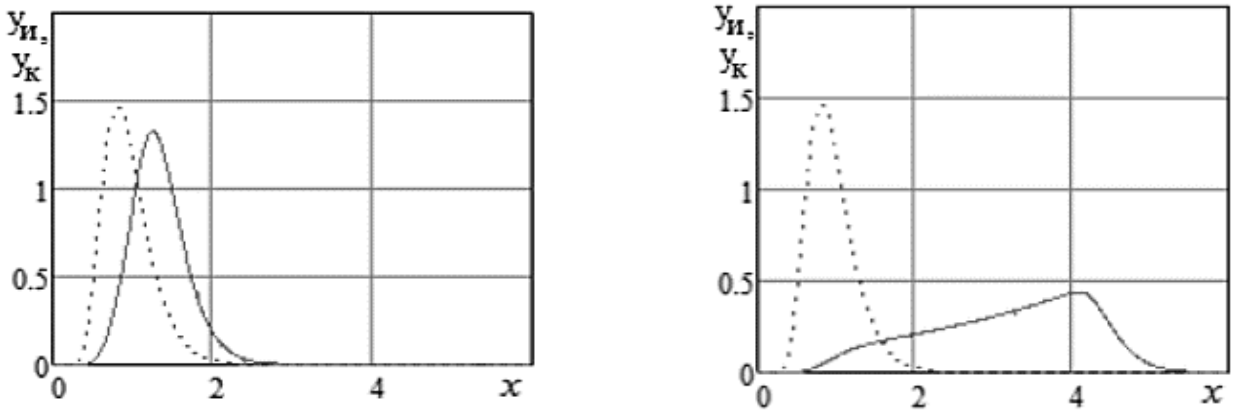
магнетиту на виході, при $\mu = M/\bar{m}_и$

$$y_k(x) = \frac{e^{-4.5s^2} N}{3s\sqrt{2\pi}\mu Q_N} \int_0^x e^{-\frac{(\ln(x))^2}{18s^2} - 2lnx} g(x-\xi)d\xi \tag{3.103}$$

Підставив у формулу для середніх значень мас $\bar{m}_к = \int^{\infty}_0 m\, f_к(m)dm$, $\bar{m}_и = \int^{\infty}_0 m\, f_и(m)dm$, з урахуванням (3.80), отримаємо вираз, по якому розраховується коефіцієнт глибини коагуляції перетвореної щільності розподілу ймовірностей (3.104):

$$y_k(x) = \frac{\overline{m}_k}{\overline{m}_и} = \frac{N}{3s\sqrt{2\pi}\mu Q_N} \int_0^{\infty} dx \int_0^x e^{-\frac{(\ln(\xi))^2}{18s^2} - 2ln\xi} g(x-\xi)d\xi \tag{3.104}$$

де для логарифмічно нормального закону розподілення середня маса магнетитових частинок перед процесом коагуляції дорівнює $\bar{m}_и = m_и e^{4.5s2}$ ..



а б

Рисунок 3.6 – Теоретичні залежності стохастичних характеристик розподілення дисперсного складу магнетитових частинок: 1 - для вхідного; 2- для вихідного розподілення, якщо а) $\overline{\gamma_к}$ = 1.53, а б) $\overline{\gamma_к}$ = 3.55

Підкреслимо, що збільшення вихідної концентрації нерудних на вході сепаратора $C_и = C_{вх}$ призводить до збільшення інтенсивності коагуляції, що може призвести до зменшення залишкової концентрації $C_0 = C_{вих}$ магнетитових частинок на виході магнітного сепаратора, тому що коагуляція призводить до змінення розподілення дисперсного складу домішок в бік збільшення середньої маси агрегатів, згідно рисунку 3.6. Більш важкі частинки у відповідності з характеристиками ступеня збагачення суспензії $\varepsilon(d_к)$ будуть осаджуватися на барабані сепараторі. Залишкова концентрація на виході сепаратора, визначається за формулою $C_0 = C_и[1 - \overline{\varepsilon}(\overline{d_к})]$, буде залежати від середнього значення ступеню розділення нерудних частинок і магнетиту $\overline{\varepsilon}(\overline{d_к}) = \int \varepsilon(d_к) \infty 0\ f_к\ (d_к)d(d_к)$. При збільшені крупності частинок (агрегатів) середня ступінь розділення мінералів у сепараторі $\overline{\varepsilon}(\overline{d_к})$ наближається до одиниці. Залишкова концентрація C_0 магнетиту на виході сепаратора зменшується.

За характером впливу змінної додаткової сили на динаміку магнетитових частинок робоча область магнітного сепаратора умовно поділяється на три характерні зони. У першій зоні траєкторії аперіодичні, у другій і третій зонах додаються сідлоподібні траєкторії. Зонні уявлення призначені для розроблення критеріальних

умов осадження магнетитових частинок у магнітному сепараторі, а також для побудови математичної моделі процесу магнітної коагуляції в магнітному сепараторі.

Теорія магнітної сепарації, показала, що осадження магнетитових частинок (за рахунок швидкої коагуляції, яка буде розглянута нижче) без урахування магнітної коагуляції домінує в початковій частини робочої області сепаратора і обмежена кутовими координатами $\varphi_н \le \varphi \le 90^0$ переміщення магнетиту, тому що цьому процесу одночасно сприяють два фактори – додаткова еквівалентна сила та потік рідкого середовища. З цієї причини характеристика ступеню концентрації магнетиту $\varepsilon(d_ф)$ без урахування магнітної коагуляції в основному формується процесом осадження магнетиту в цій же області. Процес магнітної коагуляції домінує в зоні робочій області сепаратора, обмежено кутовими координатами $90^0 \le \varphi \le 180^0 - \varphi_н$ переміщення магнетитових частинок, тому що в цій зоні з'являється сідлоподібна траєкторія переміщення магнетиту. У зоні існуючого гальмування ($\varphi > 180\ 0 - \varphi_н$) характеристика ступеня концентрації магнетиту $\varepsilon(d_ф)$ моделюється розробленими критеріальними умовами абсолютного влучання и абсолютного невлучання магнітних частинок на магніти. Тому що за рахунок процесу коагуляції маса агрегатів збільшується.

З проведеного аналізу послідовності протікання комбінації процесів коагуляції і сепарації в магнітних сепараторах випливає, що частина магнетитових частинок, що увійшла в магнітний сепаратор дисперсного ансамблю, осаджується на магнітах до процесу коагуляції. Частина ансамблю магнетитових частинок, що залишилася, зі зміненим спектром дисперсного розподілу

$$f_{и1}(d_ф) = \frac{[1-\varepsilon(d_ф)]}{[1-\overline{\varepsilon}(\overline{d}_и)]}\, f_и(d_и) \qquad (3.105)$$

Результуючий ступінь концентрації магнетиту комбінованого процесу $\overline{\varepsilon}(\overline{d}_к)$ набуває наступного вигляду:

$$f_{и1}(d_ф) = \frac{[1-\varepsilon(d_ф)]}{[1-\overline{\varepsilon}(\overline{d}_и)]}\, f_и(d_и) \qquad (3.106)$$

Алгоритм розрахунку залежності $C_0(C_i)$ на основі математичної моделі ступеня концентрації магнетиту без нерудних частинок (3.105, 3.106) магнітних сепараторів представлений на рисунку 3.7.

Результати розрахунку залишкової концентрації магнетиту на виході сепаратора, виконані за алгоритмом при різних значеннях швидкості $v_{ж}$ пульпи, показані на рисунку 3.8, де зіставлені з експериментальними залежностями, взятими з [16].

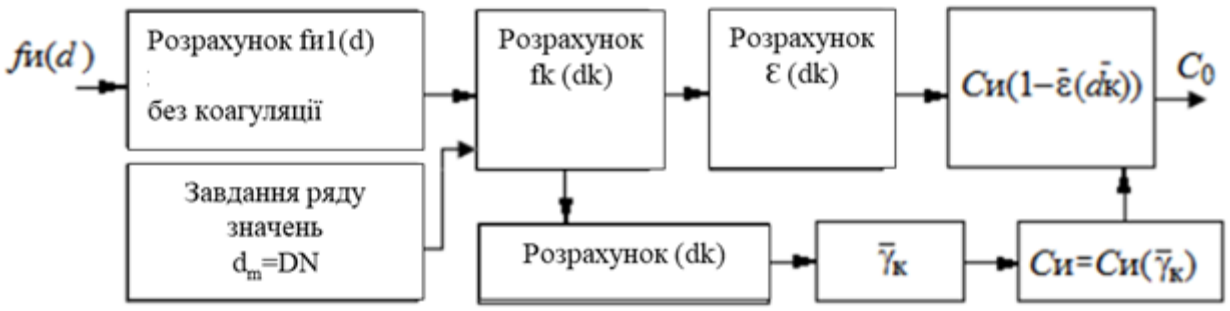


Рисунок 3.7. Алгоритм розрахунку залишкової концентрації нерудних частинок на виході магнітного сепаратора під час магнітної коагуляції

Ступінь збігу розрахункових та експериментальних залежностей на рисунку 3.8 оцінювали за критерієм Фішера [55]. При цьому задавали масив даних C_0, значення яких у 10…11 точках до коагуляції (вихідні) та після коагуляції (вихідні) представлені в таблицях 3.2 – 3.4.

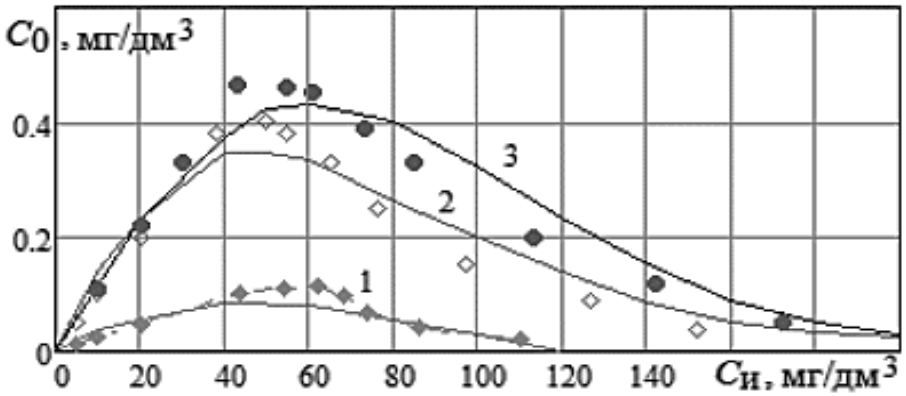


Рисунок 3.8 – Експериментальні (суцільними лініями) та теоретичні залежності 1,2,3 -залишкової концентрації C_0 нерудних частинок у пульпі від їх вихідної концентрації $C_и$ для сепаратора: $v_{жн}$ = 0.001; 0.025; 0,05 м/с; $\bar{d}$= 10 мкм

Таблиця 3.2

Значення залишкової концентрації C_0

магнетиту для $v_{жн}$ = 0.001 м/с

№ з/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C_0экс, мг/дм^3	0.017	0.037	0.055	0.086	0.086	0.08	0.075	0.06	0.048	0.02
C_0теор, мг/дм^3	0.013	0.026	0.046	0.1	0.11	0.115	0.096	0.067	0.043	0.023

Таблиця 3.3

Значення залишкової концентрації C_0 магнетиту

для $v_{жн}$ = 0.025 м/с

№ з/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C_0экс, мг/дм^3	0.05	0.14	0.23	0.35	0.35	0.34	0.32	0.28	0.2	0,11	0.06
C_0теор, мг/дм^3	0.05	0.1	0.2	0.38	0.4	0.38	0.33	0.25	0.15	0,09	0.04

Таблиця 3.4

Значення залишкової концентрації C_0 магнетиту

для $v_{жн}$ = 0.05 м/с

№ з/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C_0экс, мг/дм^3	0.10	0.23	0.33	0.37	0.42	0.43	0.30	0.24	0.17	0,08	0.04
C_0теор, мг/дм^3	0.11	0.22	0.47	0.46	0.45	0.39	0.39	0.33	0.20	0,12	0.05

Результати оцінок адекватності теоретичних до експериментальних даних зведено до таблиці 3.5.

Зі змісту таблиці 3.5 випливає $F > FT$ для кожної залежності ансамблю характеристик, то за критерієм Фішера розроблена математична модель магнітної коагуляції в магнітних сепараторах адекватно моделює реальний процес при рівні значимості 5%.

Таблиця 3.5

Оцінка адекватності математичної моделі за критерієм Фішера

Тип характеристики	Число порівняльних точок	Критерій Фішера	Граничне значення FT, при 5% рівні значимості
$v_{жн}$ = 0.001 м/с	10	4.44	4.02
$v_{жн}$ = 0.0025 м/с	11	14	3.7
$v_{жн}$ = 0.005 м/с	11	7	3.7

На підставі розробленої математичної моделі магнітної коагуляції магнетиту у магнітних сепараторах та алгоритму розрахунку (рис. 3.6) проведено обчислювальний експеримент для сепаратора. Результати розрахунків для двох пульп

з наступними дисперсними розподілами магнетиту ($\bar{d}$и= 1мкм, σ = 0.33 мкм та $\bar{d}$и = 4.5 мкм, σ = 1.5 мкм) представлені на рисунку 3.9.

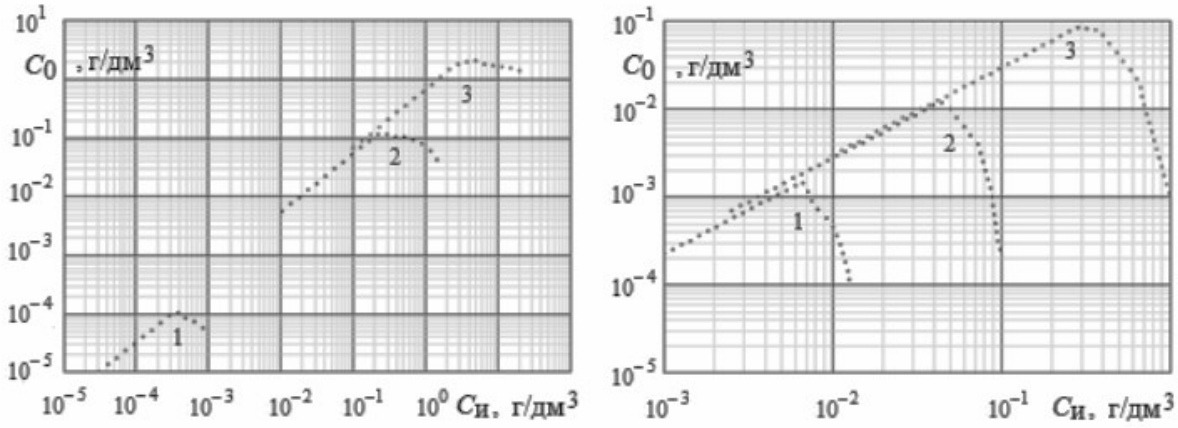


Рисунок 3.9. Теоретичні залежності залишкової концентрації C_0 магнетиту в пульпі залежно від концентрації домішок Cі у вихідній пульпі для сепаратора на неодим-борових магнітах: а – при $\bar{d}_и$ = 1 мкм, де 1, 2, 3 - відповідно при $v_{жн}$ = 0.001; 0.01; 0,025 м/с; б – при $\bar{d}_и$ = 4.5 мкм, де 1, 2, 3 – відповідно для $v_{жн}$ = 0.05; 0.1; 0,2 м/с.

З сімейств графічних залежностей, показаних на рисунках 3.8 і 3.9, випливає, що зі збільшенням концентрації магнетиту Cі у вихідній пульпі, починаючи з деяких критичних значень $C_{икр}$, залишкова концентрація C_o магнетиту в пульпі зменшується зі зростанням Cі. Цю обставину слід враховувати у практиці експлуатації магнітних сепараторів при збагаченні пінного продукту крупністю менше 0,044 мм.

Для обґрунтування процесу руйнації неселективних агрегатів, тобто флокул у состав яких крім магнетиту входять нерудні домішки слід розглянути моделювання цього процесу.

3.7 Математичне моделювання процесу руйнації магнетитових агрегатів та флокул у змінному магнітному полі

При математичному моделюванні процесу руйнації магнетитових агрегатів та флокул у змінному магнітному полі мінеральний агрегат та флокула видається з погляду кібернетики як «чорна скринька», внутрішній зміст якої або невідомий, або

настільки складний, що не дозволяє побудувати адекватну модель, яка базується на фізичних уявленнях. Для дослідження такого об'єкта необхідно насамперед визначити структуру математичної моделі. Під структурою у загальному випадку розуміється певне відношення між елементами, які складають досліджуваний об'єкт. У аналізованому випадку в якості структурної категорії з погляду динаміки об'єкта доцільно розглянути динамічну структуру об'єкта. Тому на першому етапі досліджень структуру, що описує коливання мінеральної флокули, природно вибрати у вигляді лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + 2h\frac{dY}{dt} + k^2 \cdot Y = X(t), \quad h > 0, \tag{3.107}$$

де $Y(t)-$ зміщення мінеральної флокули від рівноваги,

h, $k-$ числові параметри,

$X(t)-$ зовнішній вплив на мінеральну флокулу.

Згідно з обраною структурою математичної моделі (3.107) при відхиленні мінеральної флокули від рівноваги виникає відновлююча сила $-k^2 \cdot Y(t)$, пропорційна зсуву $Y(t)$, та «сила гальмування» $-2h \cdot \frac{dY(t)}{dt}$, пропорційна швидкості відхилення $Y(t)$. Для стійкості процесу, що описується рівнянням (3.107), необхідно, щоб стала h була додатною. У разі відсутності «збурюючої сили» $X(t)$ коливання мінеральної флокули матиме характер згасаючого коливального руху. Необхідно підкреслити, що параметри h і k пов'язані з властивостями мінеральної флокули, які визначаються її спектральними характеристиками.

Найпростішою системою, яка може генерувати електромагнітні коливання, є коливальний контур, що складається з котушки індуктивності та конденсатора.

Частота електромагнітних коливань у контурі може бути отримана із значень ємності конденсатора та індуктивності котушки з використанням формули Томсона

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{3.108}$$

де $L-$ індуктивність, Гн,

$C-$ ємність, Ф.

Таким чином, на етапі структурного синтезу визначається тільки вид і характер математичної моделі (3.107), а її параметри h і k визначаються на етапі ідентифікації параметрів моделі. Початковою інформацією для такої ідентифікації є структура та спостереження за поведінкою входу $X(t)$ та виходу $Y(t)$ об'єкта при його взаємодії із середовищем.

Вимірюючи спектр коливань для даної мінеральної флокули і пов'язуючи його з параметрами h і k, які визначають спектр коливань моделі, можна провести аналіз мінерального агрегату і флокули, які утворилися у результаті магнітної та коагуляції з метою встановлення можливості їх руйнації.

З метою перевірки адекватності запропонованої математичної моделі були проведені технологічні дослідження. Об’єктом дослідження є живлення, пінний та камерний продукти флотації магнетитових концентратів, отриманих з руди ПРАТ «ІНГЗК».

3.8 Перевірка адекватності запропонованих операцій для зниження явища коагуляції при підготовці магнетитового концентрату та пінного продукту основної флотації до подальшого розділення

Як зазначено в розділі 2, явище флокулоутворення у пробах живлення флотації, пінного та камерного продукту флотації має масовий характер. Більш дрібні флокули прилипають до крупних флокул, утворюючи тонку короноподібну оболонку.

У живлені флотації флокули представлені у вигляді кулястих, видовжених, ланцюжкових з зернами кварцу, кільцевих та крабовидних.

Для пінного продукту характерні кулясті магнітні флокули з тонкими відгалуженнями, розгалужені та ланцюжкові кварц-магнетитові флокули, а також складні кварц-магнетитові флокули. Явище флокуляції приводить до значних втрат корисного компонента у відходах та неефективному протіканню процесу флотації та наступних операцій у технологічній схемі.

Кількісна оцінка флокул в живленні, пінному та камерному продукту, наведена в таблиці 3.6, свідчить про те, що кількість скоагульованих частинок на протязі процесу залишається на високому рівні.

Таблиця 3.6

Кількісна оцінка флокул

Продукт	Розмір флокул, мм	Вміст флокул, %
Живлення флотації	0,1-0,4	98
Пінний продукт	0,1-0,25	68
Камерний продукт	0,2-1,0	98

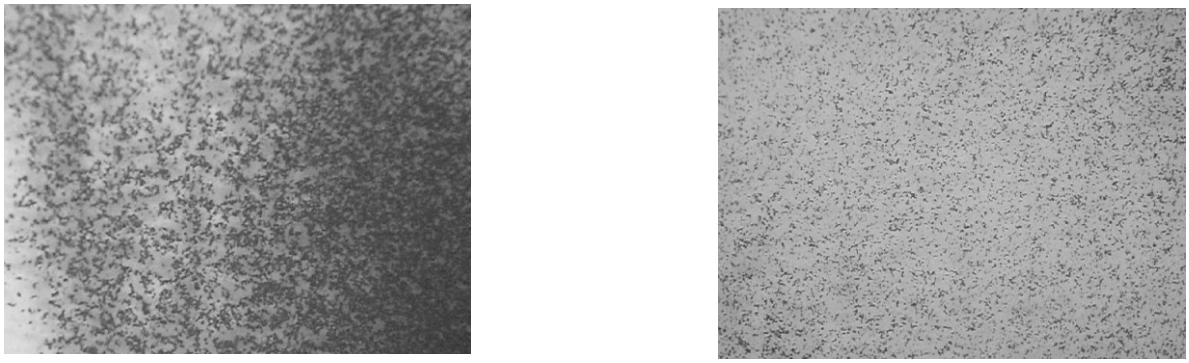
Для ефективного розділення матеріалу необхідно застосовувати заходи щодо зменшення цього явища. Однією з таких операцій є операція розмагнічування.

Тобто для повернення початкових магнітних властивостей частинок доцільно застосувати їх розмагнічування в потоці пульпи. Це важлива операція, яка може значно покращити ефективність подальших операцій класифікації та збагачення. При виборі та налаштуванні методу розмагнічування важливо враховувати всі фактори, щоб досягти оптимальних результатів.

Матеріали наведені в статтях [56-58] свідчать про ефективність операції розмагнічування для магнетитової сировини.

Як показує розроблена нами математична модель для розмагнічування доцільно застосовувати імпульси, що збуджують у соленоїді затухаючі коливання [57].

Фото продуктів [58] до розмагнічування та після наведені на рисунку 3.10.



а б

Рис.3.10. Фотофіксація продуктів під час експерименту:
а) намагнічена проба; б) проба, після розмагнічування

Для підтвердження теоретичних викладок розмагнічування в лабораторних умовах застосувалась на живленні флотації Інгулецького ГЗК.

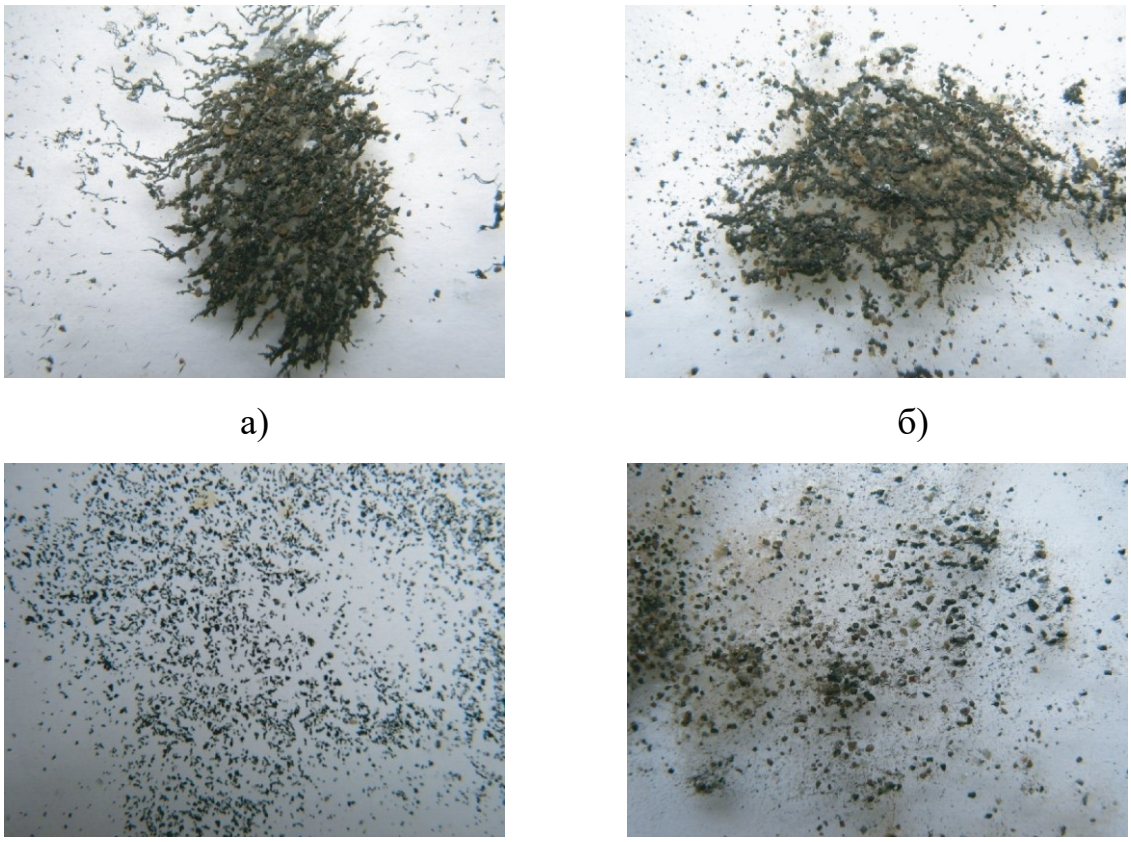
Проба магнетитового концентрату з вмістом заліза 61,0 %, перед збагаченням, проходила розмагнічування у полі з напруженістю Н=0,05 Тл або 39,8 кА/м. Оцінка зниження флокулоутворення (коагуляції) відбувалась за фотофіксацією [58-60] та технологічним показникам.

Результати експериментів наведені на рисунку 3.11, 3.12.

На рис. 3.11 наведено вихідний магнетитовий концентрат (рис. 3.11 а). Зміни матеріалу відбуваються під впливом змінного полю від 5,6 кА/м (рис. 3.11б) до 40 кА/м (рис. 3.11 в).

Результати досліджень свідчать проте, що розпад флокул, відділення частинок з флокули починається в полі з напруженістю, що дорівнює коерцитивній силі; в полі з вищою напруженістю процес прискорюється (рис. 3.11 г).

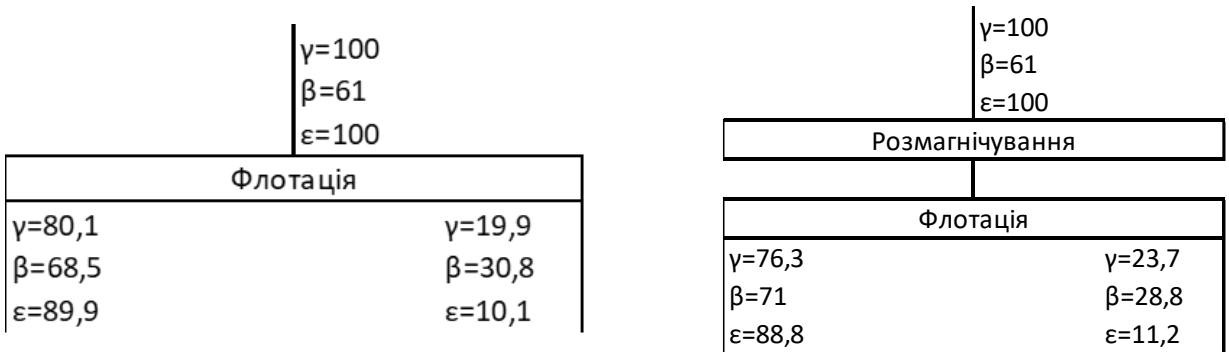
Так як продукти збагачення у технологічній схемі, близькі за магнітними характеристиками, істотних відмінностей у характері магнітній флокуляції не відмічається, але розпад агрегатів, що вміщують кварцові частинки є.



а) б)

в г

Рисунок 3.11 Фото продуктів під час експерименту: а) вихідна проба (власна флокуляція); б) розмагнічування кл. -1,0+0,028 мм (Н=5,6 кА/м); в), г) розмагнічування кл. -0,28+0,07 мм та -1,0+0,028 мм (Н=40 кА/м)



а б

Рис. 3.12. Експеримент з розмагнічуванням:

а) намагнічена проба; б) проба, після розмагнічування

По наведеним даним після застосування операції розмагнічування вміст заліза у камерному продукту флотації підвищився на 1,5 %. Підвищення якості концентратів роз'яснюється тим, що у живленні флотації вміст агрегатів, які складаються з рудних та нерудних частинок значно менше – ці флокули розрушено – відповідно дія флотореагентів на кварцову та магнетитову частинку різна і як наслідок маємо позитивний результат. Але слід відзначити, що розмагнічування повинно мати свої межи і не руйнувати магнітні флокули, які складаються тільки з магнетиту, утворених внаслідок глибокої магнітної коагуляції (див. моделі вище). Для руйнації слабких кварц-магнетитових агрегатів нами пропонується застосування вібраційного грохочення особливості, якого буде розглянуто у розділі 4.

Ефективність операції руйнації неселективних флокул підтверджена результатами випробувань високочастотного грохота корпорації «Деррік» на концентраті першої стадії ММС у схемах без розмагнічувального апарату і з розмагнічувальною котушкою. Використання в технологічній схемі розмагнічувального апарату дало змогу збільшити вихід підрешітного продукту на 17 % (з 34 до 51 %). Витяг класу -0,07 +0 мм у підрешітний продукт зросло на 28,9 % (з 60,7 до 89,6%), а ефективність грохочення - на 19,7 % (з 44,2 до 63,9 %). У підсумку вміст заліза в концентраті другої стадії ММС підвищився на 2,09 % (до 60,3 %), а вихід - на 0,9 % (до 62,76%) [59].

Висновки до розділу 3

1. З огляду на специфічні властивості процесу магнітної коагуляції, розкрито сутність стохастичного процесу магнітної коагуляції, що обумовлена двома незалежними випадковими величинами, які характеризують кількість, можливих до об'єднання пар частинок магнетиту з однаковою результуючою масою.

2. Розв'язано завдання математичного моделювання взаємодії між магнетитовими частинками. При цьому вперше враховується анізотропний характер взаємодії, обумовлений подовжніми силами тяжіння і взаємно відштовхуючими поперечними силами щодо магнітних ліній зовнішнього поля. Анізотропний характер

диполь-дипольної взаємодії використано для моделювання ймовірнісних функцій розподілу дисперсного складу агрегатів при бінарному злитті магнетитових частинок.

3. Обґрунтовано новий підхід математичного моделювання магнітної коагуляції. Для визначення стохастичних характеристик коагуляції замість диференційного рівняння М. Смолуховського в основі методології моделювання закладено математичну операцію згортки імовірнісних функцій, на базі якої вперше реалізовано універсальний оператор перетворення ймовірнісних характеристик розподілу дисперсного складу магнетитових частинок при магнітній коагуляції.

3. Для полідисперсного розподілу магнетитових частинок виведено рівняння зв'язку між щільностями ймовірності розподілу дисперсного складу частинок за розмірами та масами, яке для замкнутих дисперсних систем виражає фундаментальний закон збереження маси при коагуляції, що використано при розробці критерію глибини магнітної коагуляції.

4. Доведено, що коефіцієнт глибини коагуляції пропорційний масовій концентрації магнетитових частинок у пульпі й магнітна коагуляція з'являється за певних, критичних значень масової концентрації магнетитових частинок у суспензії, при перевищенні яких коефіцієнт глибини коагуляції зростає, а саме збільшення критичного значення масової концентрації магнетитових частинок відбувається зі зменшенням середнього розміру магнетиту у пульпі і зі збільшенням швидкості потоку пульпи, що призводить до пришвидшення процесу магнітної коагуляції;

5. В основу розробки математичної моделі процесу магнітної коагуляції та критеріальних умов осадження магнетитових частинок на барабані магнітного сепаратора покладено характер впливу змінної додаткової сили на динаміку магнетитових частинок у робочій області магнітного сепаратора, яка умовно поділяється на три характерні зони. У першій зоні траєкторії аперіодичні, у другій і третій зонах додаються сідлоподібні траєкторії. У моделі доведено послідовність протікання комбінації процесів коагуляції і сепарації в магнітних сепараторах

з якої випливає, що частина магнетитових частинок, що увійшла в магнітний сепаратор дисперсного ансамблю, осаджується на магнітах до процесу коагуляції.

6. Адекватність побудованих моделей та методик розрахунку характеристик магнітної коагуляції підтверджено експериментальними даними. Розроблені математичні моделі магнітної коагуляції адекватно моделюють розподіл дисперсного складу нерудних домішок та магнетиту за критерієм Фішера зі ступенем ризику не більше 5%.

РОЗДІЛ 4
ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ВІБРАЦІЇ ПРИ РОЗДІЛЕННІ МАТЕРІАЛУ ЗА ДОПОМОГОЮ ТОНКОГО ГРОХОЧЕННЯ НА ПРОЦЕС РУЙНУВАННЯ МІНЕРАЛЬНИХ АГРЕГАТІВ ТА КОМПЛЕКСІВ

4.1. Розробка математичної моделі грохочення матеріалу крупністю мінус 0,05 мм з метою руйнації мінеральних агрегатів та флокул

Для розроблення математичної моделі розглянемо існуючі на цей час моделі грохочення матеріалу в яких розміри частинок співвідносяться до розмірів отворів сита.

На цей час це наступні моделі – Лошкарьова Ю.В., Вайсберга Л.А. та Рубісова Д.Г., Тихонова О.Н. та ін.

Модель Лошкарьова Ю.В. базується на оцінці ефективності роботи грохоту в залежності від його об'ємної продуктивності [61].

$$Q = \frac{(S\cdot\varphi\cdot\omega\cdot d_{\text{гр}}(1-\frac{d_{\text{гр}}}{a})^2\cdot 6\cdot 10^{-5}(1-\text{П}_\text{д})^{-1}}{\left(\text{C}_\text{л}\frac{d_{\text{гр}}(1-\frac{d_{\text{гр}}}{a})^2}{d_\text{л}(1-\frac{d_{\text{гр}}}{a})^2}+\text{C}_{kp}\frac{d_{\text{гр}}}{d_{\text{кр}}}+\text{C}_{\text{гр}}\right)} \quad (4.1)$$

де Q - об'ємна продуктивність грохота, м^3/год; S - площа сита, м^2; ω - кругова частота коливань; $d_{гр}$, $d_л$ та $d_{кр}$ - розмір граничних, "легких" та крупних зерен, відповідно, мм; $C_{гр}$, $C_л$ та $C_{кр}$ - об'ємна частка граничних, "легких" та крупних зерен у живленні, відповідно; частки од.; $П_д$ – коефіцієнт, що враховує пустоти подрібненого матеріалу, частки од; а –розмір отвору сита. мм.

Модель враховую вплив на продуктивність грохоту фракційного складу вхідної сировини.

Модель Вайсберга Л.А. та Рубісова Д.Г. – модель продуктивності грохоту [62].

$$Q = k \cdot \frac{u \cdot \varphi \cdot S \cdot p_{\text{н}}}{(\beta_p \cdot \varepsilon_p)} \left(1 - \frac{d_{\text{гр}}}{a} \cdot \varepsilon_p\right) \quad (4.2)$$

де Q - продуктивність грохота, т/год;

к - поправочний коефіцієнт розмірностей величин;

u - швидкість просіювання частинок, м/с; $\rho_{\text{н}}$ - насипна густина матеріалу, т/м^3;

β_p – вміст заліза розрахункового класу в живленні, частки од;

ε_P - вилучення розрахункового класу в підрешітний продукт, частки од.;

d_p – розмір розрахункового класу, мм.

Модель розповсюджується на всі типи грохотів та за рахунок введення показника β_p враховує фракційний склад живлення. Від цього показника напряму залежить продуктивність грохоту.

Модель Тихонова О.Н. - модель кінетики грохочення [63, 64].

$$\varepsilon_{(d,t)} = 1 - \exp\left[\frac{u_{max} \cdot (1 - (\frac{d}{a}))^{\psi}}{h} \cdot t\right] \text{ або } \varepsilon\left(d, \frac{M}{Q}\right) = 1 - \exp\left[\frac{u_{max} \cdot (1 - (\frac{d}{a}))^{\psi}}{h \cdot Q} \cdot M\right] \quad (4.3)$$

де ε - вилучення у підрешітний продукт вузької фракції з d, частки од.;

u_{max}-максимальна швидкість просіювання частинок, м/с;

h - середня товщина шару матеріалу над ситом, м;

h =const (прийнято для спрощення моделі);

t - час просіювання, с;

M - запас матеріалу на грохоті, т;

Q – вхідна продуктивність, т/год.

Модель враховує крупність частинок та час просіювання (продуктивність грохоту).

У нашій моделі основним питанням яке досліджується є такі чинники впливу як частота та амплітуда коливань, на процес руйнації мінеральних флокул, спираючись на математичну модель дисперсної системи [65].

Згідно з теорією та практикою грохочення при зменшенні крупності частинок, що розділяються частота вібрацій повинна збільшуватися, а амплітуда коливань знижуватися [66-68, 69, 70].

Напівпромисливий грохот "Derrick" моделі 2SG48-60W-1STK, встановлений в лабораторії ПРАТ «ІНГЗК» має стандартну амплітуду коливань 0,7 мм, яка не підлягає регулюванню. Мінімальна частота коливань деки грохота становить 30 Гц і може збільшуватися до 55 Гц. Тобто частота коливань є основним фактором, яким регулюється процес розділення.

Під дією вібрації середовище, яке вміщує частинки дисперсної фази, а саме піна, здійснює поступово-оберненні коливання. Ці коливання діють на мінеральні флокули, що призводить, в свою чергу, до їх пружних коливань.

Геометрична форма частинок дисперсної фази може бути різноманітною та достатньо складною. Але, щоб мати змогу провести досить повне математичне моделювання процесу, треба скористатись симетрією задачі. Тому приймемо, що мінеральні флокули та мінеральні скоагульовані агрегати мають циліндричну форму (стрижень). Крім того, утворююча циліндра спрямована вздовж коливань дисперсного середовища, що породжуються вібрацією. Основа ж циліндру перпендикулярна руху піни. В такому випадку частинку дисперсної фази можна розглядати як один з об`єктів вивчення опору матеріалів, а саме стрижень [70]. І якщо точна форма мінеральної флокули схожа на кулеподібну, то її можна наблизити стрижнем у формі куба. Повздовжні пружні коливання стрижня, як відомо [70], описуються хвильовим рівнянням для одновимірного середовища. Це рівняння представляє собою класичне рівняння коливання струни

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \qquad (4.4)$$

де u – повздовжнє зміщення перерізу стрижня відносно недеформованого стану, м;

a – повздовжня швидкість звуку в матеріалі стрижня, м/с;

t – час, с;

x – просторова координата вздовж утворюючих стрижня, м.

Розглянемо постановку початково-крайової задачі. Граничні умови на основах стрижня обумовлені дією вібрації вміщувального середовища. Сама частинка ніяк не закріплена. Та якщо її рухати нескінченно повільно, вона буде зміщуватися як єдине ціле, абсолютно тверде тіло. Але при реальних швидкостях коливань середовища, хоча б і малих, завжди будуть спостерігатися пружні коливання мінеральних флокул. Зрозуміти цей факт допоможе наглядна аналогія з коливаннями струни. Якщо кінцеві точки, де закріплена струна, зміщуються синхронно і нескінченно повільно, вона деформуватись не буде. Але при будь-яких коливаннях кінців зі скінченною швидкістю виникнуть пружні її коливання, обумовленні взаємодією сил інерції та пружності, що й описується хвильовим рівнянням (4.4). Із рішення задачі про коливання грузику на пружинці відомо, що вимушені коливання під дією періодичної зовнішньої сили складаються з двох частин. По-перше – це власні коливання, обумовлені початковими умовами. Та, по-друге – це коливання з частотою змушуючої сили [72]. Якщо в системі присутнє в`язке тертя, власні коливання з часом згасають. І залишаються тільки коливання на зовнішній частоті. Така сама, якісно, картина спостерігається і при коливанні струни, і при повздовжніх коливаннях стрижня. Хвильове рівняння (4.4) не враховує сил тертя, але коливальний режим на великих часах знаходиться як границя рішень рівняння з тертям, при наближенні в`язкості пружного середовища мінеральної флокули до нуля. Або, аналогічне рішення можна отримати, якщо вважати початкові умови нульовими. В такому випадку власних коливань не буде взагалі. Отже, з урахуванням всього вищенаведеного, ставиться задача без початкових умов. З метою визначення граничного режиму коливань на великих значеннях часу

$$u(0,t) = u(l,t) = C \cdot \sin \omega t, \quad t > -\infty\,, \tag{4.5}$$

де l – довжина стрижня, м;

C – амплітуда вібрації піни, м;

ω – частота вібрації піни, 1/сек.

Таким чином, умови (4.4) і (4.5) визначають задачу Коші для задачі без початкових умов. Розглянемо спочатку завдання про розповсюдження періодичного граничного режиму у вигляді

$$\begin{cases} v_{tt} = a^2 \cdot v_{xx} \\ v(0,t) = 0 \\ v(l,t) = C \cdot \sin \omega t \end{cases}, \tag{4.6}$$

де $v_{tt} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad v_{xx} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$.

Вважаючи

$$v(x,t) = X_1(x) \cdot \sin \omega t, \tag{4.7}$$

і підставляючи цей вираз у рівняння (4.6), отримаємо для функції $X_1(x)$ наступне рівняння

$$-X_1(x) \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t = a^2 X_1''(x) \cdot \sin \omega t \tag{4.8}$$

Скорочуючи (4.8) і граничні умови (4.6) на $\sin \omega t$, отримаємо граничну задачу для $X_1(x)$ у вигляді

$$\begin{cases} X_1''(x) + k^2 \cdot X_1(x) = 0 \\ X_1(0) = 0 \\ X_1(l) = C \end{cases} \tag{4.9}$$

де $k^2 = \left(\frac{\omega}{a}\right)^2$.

Із рівняння (4.9) і першої граничної умови знаходимо

$$X_1(x) = C_1 \cdot \sin k\,x \tag{4.10}$$

Де C_1– довільна постійна.

Із другої граничної умови (4.9) знаходимо

$$X_1(l) = C_1 \cdot \sin k\,l \tag{4.11}$$

Тобто

$$C = C_1 \cdot \sin k\,l \tag{4.12}$$

Із рівняння (4.12) знаходимо величину довільної постійної

$$C_1 = \frac{C}{\sin kl} \tag{4.13}$$

Враховуючи (4.13), згідно (4.12) маємо

$$X_1(x) = C \cdot \frac{\sin kx}{\sin kl} \tag{4.14}$$

В результаті рішення (4.7) прийме вигляд

$$v(x,t) = C \cdot \frac{\sin kx}{\sin kl} \cdot \sin \omega\, t \tag{4.15}$$

Для розв'язання загальної задачі с граничними умовами (4.5) розглянемо ще одну задачу у вигляді

$$\begin{cases} w_{tt} = a^2 \cdot w_{xx} \\ w(0,t) = C \cdot \sin \omega t \\ w(l,t) = 0 \end{cases} \tag{4.16}$$

де $w_{tt} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$, $w_{xx} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$.

Вважаючи

$$w(x,t) = X_2(x) \cdot \sin \omega t \tag{4.17}$$

і підставляючи цей вираз у рівняння (4.16), отримаємо для функції $X_2(x)$ наступне рівняння

$$-X_2(x) \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t = a^2 X_2''(x) \cdot \sin \omega t \tag{4.18}$$

Скорочуючи (4.18) і граничні умови (4.16) на $\sin \omega t$ отримаємо граничну задачу для $X_2(x)$ у вигляді

$$\begin{cases} X_2''(x) + k^2 \cdot X_2(x) = 0 \\ X_2(0) = C \\ X_2(l) = 0 \end{cases} \tag{4.19}$$

Із рівняння (4.19) і другої граничної умови знаходимо

$$X_2(x) = C_2 \cdot \sin k\,(l - x) \tag{4.20}$$

де C_2– довільна постійна

Із рівняння (4.20) і першої граничної умови знаходимо

$$X_2(0) = C_2 \cdot sin\, k\, l \tag{4.21}$$

тобто

$$C = C_2 \cdot sin\, k\, l \tag{4.22}$$

Із рівняння (4.22) знаходимо величину довільної постійної

$$C_2 = \frac{C}{sin\, kl} \tag{4.23}$$

Враховуючи (4.23), згідно (4.20) маємо

$$X_2(x) = C \cdot \frac{sin\, k(l-x)}{sin\, kl} \tag{4.24}$$

В результаті рішення (4.17) прийме вигляд

$$w(x,t) = C\frac{sin\, k(l-x)}{sin\, kl} \cdot sin\, \omega\, t \tag{4.25}$$

Загальне рішення (4.5), (4.6) представиться у вигляді суми рішень задач (4.15) і (4.25)

$$u(x,t) = v(x,t) + w(x,t) \tag{4.26}$$

Тобто

$$u(x,t) = C \cdot \frac{\sin kx}{\sin kl} \cdot \sin \omega\, t + C \cdot \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \cdot \sin \omega\, t \tag{4.27}$$

В згорнутому вигляді формула (4.27) приймає вигляд

$$u(x,t) = C \frac{\sin kx + \sin k(l-x)}{\sin kl} \sin \omega\, t \tag{4.28}$$

Враховуючи формулу суми синусів

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \tag{4.29}$$

перетворюємо формулу (4.28) до вигляду

$$\sin k\, x + \sin(k(l-x)) = 2 \sin\left(\frac{kx+kl-kx}{2}\right) \cos\left(\frac{kx-kl+kx}{2}\right),$$
$$\sin k\, x + \sin(k(l-x)) = 2 \sin\left(\frac{kl}{2}\right) \cos\left(\frac{k(2x-l)}{2}\right) \tag{4.30}$$

Тоді формула (4.28) прийме вигляд

$$u(x,t) = C \frac{2 \sin\left(\frac{kl}{2}\right) \cos\left(\frac{k(2x-l)}{2}\right)}{\sin(kl)} \sin \omega\, t \tag{4.31}$$

Враховуючи формулу синуса подвійного кута

$$\sin 2\,\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \tag{4.32}$$

формула (4.32) представиться у вигляді

$$u(x,t) = C\frac{2\,sin\left(\frac{kl}{2}\right)cos\left(\frac{k(2x-l)}{2}\right)}{2\,sin\left(\frac{kl}{2}\right)cos\left(\frac{kl}{2}\right)}sin\,\omega\,t, \tag{4.33}$$

або, після скорочення,

$$u(x,t) = C\frac{cos\left(\frac{k(2x-l)}{2}\right)}{cos\left(\frac{kl}{2}\right)}sin\,\omega\,t, \tag{4.34}$$

Враховуючи величину параметра k, формула (4.34) представиться у вигляді

$$u(x,t) = C\frac{cos\left(\frac{\omega(2x-l)}{2a}\right)}{cos\left(\frac{\omega l}{2a}\right)}sin\,\omega\,t, \tag{4.35}$$

З аналізу формули (4.35) видно, що рішення існує не завжди.

При

$$\widehat{\omega}_n = \pi\frac{a}{l}n, \quad n = 1,2,\ldots, \quad (x \neq 0, x \neq l), \tag{4.36}$$

в формулі (4.35) знаменник дорівнює нулю, а чисельник ненульовий, тобто значення функції $u(x,t)$ стає нескінченним. Спостерігається резонанс. Явище резонансу, наразі, і інтересує. Це пов`язано з тим, що великі зміщення перерізів стрижня викликають великі відносні деформації. Що призводить, згідно закону Гука,

до значних нормальних напружень. Які можуть викликати руйнування мінеральних флокул, у відповідності до першої теорії міцності, і послідуючому відриву частинок залізорудної маси від ядра мінеральної флокули.

Розглянутий вище підхід можна назвати детерміністським, оскільки величини, що задаються, є визначеними. Разом з тим на практиці, параметри, що задаються, є випадковими. Такими є параметри швидкості поширення вібрації у матеріалі стрижня (флокули, агрегати) та довжина стрижня. Оскільки вони є неперервними випадковими величинами, то, згідно теорії ймовірності, характеризуються щільністю розподілу [73]. Розглянемо кожний із випадків окремо, а потім разом.

Перш ніж вирішувати завдання, необхідно виділити, яка величина розглядається випадковою. Аналіз формули (4.35) показує, що коливання стрижня залежать від координати та часу, які задаються довільно. Разом про те, природно розглянути найбільше відхилення стрижня, яке буде випадковою величиною. Аналіз формули (4.35) показує, що таким буде амплітуда відхилення

$$u\left(x=\frac{l}{2}\right)=C\frac{cos\left(\frac{\omega(2\frac{l}{2}-l)}{2a}\right)}{cos\left(\frac{\omega l}{2a}\right)}=C\frac{cos(0)}{cos\left(\frac{\omega l}{2a}\right)}=\frac{C}{cos\left(\frac{\omega l}{2a}\right)}, \quad (4.37)$$

Або

$$u_1=\frac{C}{cos\left(\frac{\omega\cdot l}{2\cdot a}\right)}, \quad (4.38)$$

1. де u_1 – найбільше відхилення стрижня.
2. Таким чином, посередині стрижня спостерігається найбільше відхилення.

Згідно формулі (4.38) має місце залежність між випадковими величинами U_1 і A

$$U_1 = \frac{c}{cos\left(\frac{\omega \cdot l}{2 \cdot A}\right)}, \tag{4.39}$$

Далі, нехай відома щільність розподілу $f_1(a)$ випадкової величини швидкості поширення звуку у матеріалі стрижня A.

Треба найти щільність розподілу $g_1(u_1)$ випадкової величини U_1.

По-перше, треба підкреслити, що функція (4.39) повинна бути монотонно зростаючою і диференційованої на заданому інтервалі. Для визначення такого інтервалу треба розглянути функцію (4.38). Оскільки в знаменнику формули (4.38) знаходиться тригонометрична функція, інтервал її спадання повинен знаходиться на проміжку

$$a > \frac{\omega l}{\pi}, \tag{4.40}$$

В той же час, враховуючи, що тригонометрична функція знаходиться в знаменнику формули (4.38), умова (4.40) визначає інтервал зростання функції (4.38). Завдяки умови (4.40) обернена функція до (4.38)

$$a = \frac{1}{2}\frac{\omega \cdot l}{arccos\left(\frac{c}{u_1}\right)}, \tag{4.41}$$

теж існує, при цьому є монотонно зростаючою та диференційованою.

Задаємо на осі Ou_1 інтервал $(u_1, u_1 + \Delta u_1)$ і відобразимо його за допомогою функції (4.41) на вісь Oa. У результаті получимо інтервал $(a, a + \Delta a)$. Події $(u_1 < U_1 < u_1 + \Delta u_1)$ і $(a < A < a + \Delta a)$ тотожні, оскільки пов'язані функціональною залежністю (4.39). Тому їх ймовірності однакові

$$P(u_1 < U_1 < u_1 + \Delta u_1) = P(a < A < a + \Delta a), \tag{4.42}$$

Згідно означенню щільності розподілу і рівності (4.42), маємо

$$g_1(u_1) = \lim_{\Delta u_1 \to 0} \frac{P(u_1 < U_1 < u_1 + \Delta u_1)}{\Delta u_1} = \lim_{\Delta u_1 \to 0} \frac{P(a < A < a + \Delta a)}{\Delta u_1}, \tag{4.43}$$

Далі, робимо тотожні перетворення

$$g_1(u_1) = \lim_{\substack{\Delta u_1 \to 0 \\ \Delta a \to 0}} \left[\frac{P(a < A < a + \Delta a)}{\Delta a} \frac{\Delta a}{\Delta u_1} \right] = f_1(a) \cdot a'(u_1), \tag{4.44}$$

Враховуючи, що щільність розподілу є невід'ємною величиною формула (4.44) приймає вигляд

$$g_1(u_1) = f_1[a(u_1)] \cdot \left| a'(u_1) \right|, \tag{4.45}$$

Згідно формулі (4.41) обчислюємо похідну

$$a'(u_1) = -\frac{C\omega l}{2u_1^2} \frac{1}{arccos^2\left(\frac{C}{u_1}\right)} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u_1}\right)^2}}, \tag{4.46}$$

З урахуванням (4.41) і (4.46) формула (4.45) запишеться так

$$g_1(u_1) = f_1\left[\frac{1}{2}\frac{\omega\cdot l}{arccos\left(\frac{C}{u_1}\right)}\right]\cdot\frac{C\omega l}{2u_1^2}\frac{1}{arccos^2\left(\frac{C}{u_1}\right)}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u_1}\right)^2}}, \quad (4.47)$$

Згідно формулі (4.39) найбільша величина відхилення стрижня буде мати місце, коли знаменник буде мінімальним. З урахуванням випадковості величини A, повинно виконуватися

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\omega\cdot l}{\pi\cdot n}-a\right)^2 f_1(a)da \to \min_{\omega}., \quad (4.48)$$

Згідно необхідній умові існування екстремуму похідна по аргументу ω повинна дорівнювати нулю, тобто

$$\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\omega\cdot l}{\pi\cdot n}-a\right)^2 f_1(a)da\right]=0, \quad (4.49)$$

Обчислюючи похідну (4.49) під знаком інтеграла, послідовно знаходимо

$$2\frac{l}{\pi\cdot n}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\omega\cdot l}{\pi\cdot n}-a\right)f_1(a)da=0, \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega\cdot l}{\pi\cdot n}f_1(a)da-\int_{-\infty}^{\infty}a\cdot f_1(a)da=0,$$

$$\frac{\omega\cdot l}{\pi\cdot n}\int_{-\infty}^{\infty}f_1(a)da=\int_{-\infty}^{\infty}a\cdot f_1(a)da \quad (4.50)$$

Враховуючи, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(a)da = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot f_1(a)da = \bar{a}, \tag{4.51}$$

згідно (4.50) получаємо

$$\frac{\omega \cdot l}{\pi \cdot n} = \bar{a}, \tag{4.52}$$

Або

$$\widehat{\omega}_{1n} = \frac{\bar{a}}{l} \cdot \pi \cdot n, \quad n = 1,2,\dots \tag{4.53}$$

Враховуючи (4.53), формула (4.47) прийме вигляд

$$g_1(u_1, \widehat{\omega}_{1n}) = f_1\left[\frac{1}{2}\frac{\bar{a}\cdot\pi\cdot n}{arccos\left(\frac{c}{u_1}\right)}\right] \cdot \frac{c\cdot\bar{a}\cdot\pi\cdot n}{2u_1^2}\frac{1}{arccos^2\left(\frac{c}{u_1}\right)}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{u_1}\right)^2}}, \tag{4.54}$$

Розглянемо випадок, коли випадковою величиною є довжина стрижня частинки дисперсної фази. Нехай відома щільність розподілу $f_2(l)$ випадкової величини L. Треба знайти щільність розподілу $g_2(u_2)$ випадкової величини

$$U_2 = \frac{c}{cos\left(\frac{\omega\cdot L}{2\cdot a}\right)}, \tag{4.55}$$

Функція (4.55), як і в першому випадку, повинна бути монотонно зростаючою і диференційованої на заданому інтервалі. Для визначення такого інтервалу треба розглянути функцію (4.55). Оскільки в знаменнику формули (4.55) знаходиться тригонометрична функція, інтервал її спадання повинен знаходиться на проміжку

$$0 < l < \frac{\pi \cdot a}{\omega} \tag{4.56}$$

В той же час, враховуючи, що тригонометрична функція знаходиться в знаменнику формули (4.55), умова (4.56) визначає інтервал зростання функції (4.55). Завдяки умови (4.56) обернена функція до (4.55)

$$l = \frac{2a}{\omega} arccos\left(\frac{c}{u_2}\right) \tag{4.57}$$

теж існує, при цьому є монотонно зростаючою та диференційованою.

Задаємо на осі Ou_2 інтервал $(u_2, u_2 + \Delta u_2)$ і відобразимо його за допомогою функції (4.50) на вісь Ol. В результаті получимо інтервал $(l, l + \Delta l)$. Події $(u_2 < U_2 < u_2 + \Delta u_2)$ і $(l < L < l + \Delta l)$ тотожні, оскільки пов'язані функціональною залежністю (4.50). Тому їх ймовірності однакові

$$P(u_2 < U_2 < u_2 + \Delta u_2) = P(l < L < l + \Delta l), \tag{4.58}$$

Згідно означенню щільності розподілу і рівності (4.42), маємо

$$g_2(u_2) = \lim_{\Delta u_2 \to 0} \frac{P(u_2 < U_2 < u_2 + \Delta u_2)}{\Delta u_2} = \lim_{\Delta u_2 \to 0} \frac{P(l < L < l + \Delta l)}{\Delta u_2}, \tag{4.59}$$

Далі, робимо тотожні перетворення

$$g_2(u_2) = \lim_{\substack{\Delta u_2 \to 0 \\ \Delta l \to 0}} \left[\frac{P(l<L<l+\Delta l)}{\Delta l} \frac{\Delta l}{\Delta u_2} \right] = f_2(l) \cdot l'(u_2), \tag{4.60}$$

Враховуючи, що щільність розподілу є невід'ємною величиною формула (4.60) приймає вигляд

$$g_2(u_2) = f_2[l(u_2)] \cdot \left| l'(u_2) \right|, \tag{4.61}$$

Згідно формулі (4.57) обчислюємо похідну

$$l'(u_2) = \frac{2a}{\omega} \frac{C}{u_2^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u_2}\right)^2}}, \tag{4.62}$$

З урахуванням (4.55) і (4.62) формула (4.61) запишеться так

$$g_2(u_2) = f_2 \left[\frac{2a}{\omega} arccos\left(\frac{C}{u_2}\right) \right] \cdot \frac{2a}{\omega} \frac{C}{u_2^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u_2}\right)^2}}, \tag{4.63}$$

Згідно формулі (4.55) найбільша величина відхилення стрижня буде мати місце, коли знаменник буде мінімальним. З урахуванням випадковості величини L, повинно виконуватися

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{a}{\omega} \pi n - l \right)^2 f_2(l) dl \to \min_{\omega}, \tag{4.64}$$

Згідно необхідній умові існування екстремуму похідна по аргументу ω повинна дорівнювати нулю, тобто

$$\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{a}{\omega}\pi n - l\right)^2 f_2(l)dl\right] = 0, \tag{4.5365}$$

Обчислюючи похідну (4.5365) під знаком інтеграла, послідовно знаходимо

$$-2\frac{a}{\omega^2}\pi n\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{a}{\omega}\pi n - l\right)f_2(l)dl = 0,\ \int_{-\infty}^{\infty}\frac{a}{\omega}\pi n\, f_2(l)dl - \int_{-\infty}^{\infty} l\cdot f_2(l)dl = 0,$$

$$\frac{a}{\omega}\pi n\int_{-\infty}^{\infty} f_2(l)dl = \int_{-\infty}^{\infty} l\cdot f_2(l)dl, \tag{4.5466}$$

Враховуючи, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_2(l)dl = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} l\cdot f_2(l)dl = \bar{l}, \tag{4.67}$$

згідно (4.5466), отримуємо

$$\frac{a}{\omega}\pi n = \bar{l}, \tag{4.68}$$

Або

$$\widehat{\omega}_{2n} = \frac{a}{\bar{l}}\cdot\pi\cdot n, \quad n = 1,2,\ldots, \tag{4.69}$$

Враховуючи (4.69), формула (4.63) прийме вигляд

$$g_2(u_2, \widehat{\omega}_{2n}) = f_2\left[\frac{2\bar{l}}{\pi \cdot n} arccos\left(\frac{c}{u_2}\right)\right] \cdot \frac{2\bar{l}}{\pi \cdot n} \frac{c}{u_2^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{c}{u_2}\right)^2}}, \quad (4.70)$$

Нарешті, розглянемо випадок, коли одночасно два параметри є випадковими величинами: швидкість поширення вібрації в частинці дисперсійної фази і довжина стрижня частки, що моделюється. В цьому випадку випадкова величина U є функцією двох випадкових змінних A і L

$$U = \frac{c}{cos\left(\frac{\omega \cdot L}{2 \cdot A}\right)}, \quad (4.71)$$

Нехай $f(a,l)$ – щільність розподілу двох випадкових величин A і L. Введемо на розгляд нову величину V, яка дорівнює A, та розглянемо систему двох рівнянь

$$\begin{cases} u = \frac{c}{cos\left(\frac{\omega \cdot l}{2 \cdot a}\right)}, \\ v = a \end{cases} \quad (4.72)$$

Будемо вважати, ця система однозначно можна розв'язати щодо a, l

$$\begin{cases} a = v \\ l = \frac{2 \cdot v}{\omega} arccos\left(\frac{c}{u}\right), \end{cases} \quad (4.73)$$

Система (4.73) задовольняє умовам диференційованості.

Завдання полягає у знаходженні щільності розподілу $g(u,v)$ системи випадкових величин (U,V), якщо відома щільність розподілу $f(a,l)$ системи (A,L). Кожній точці $Q(A,L)$ елементарної області $\Delta\sigma$ площини aOl відповідає певна точка $Q_1(U,V)$ відповідної елементарної області $\Delta\sigma_1$ площини uOv. Отже, події $\{(A,L)\subset\Delta\sigma\}$ і $\{(U,V)\subset\Delta\sigma_1\}$ тотожні, а значить їх ймовірності рівні, тобто

$$P\{(A,L)\subset\Delta\sigma\}=P\{(U,V)\subset\Delta\sigma_1\}, \tag{4.74}$$

Використовуючи визначення щільності розподілу для системи двох випадкових величин, маємо

$$g(u,v)=\lim_{\Delta\sigma_1\to Q_1}\frac{P\{(U,V)\subset\Delta\sigma_1\}}{\Delta\sigma_1}, \tag{4.75}$$

або, після елементарних перетворень,

$$g(u,v)=\lim_{\substack{\Delta\sigma_1\to Q_1\\(\Delta\sigma\to Q)}}\left\{\frac{P\{(A,L)\subset\Delta\sigma\}}{\Delta\sigma}\cdot\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_1}\right\}=f(a,l)\cdot\lim_{\Delta\sigma_1\to Q_1}\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_1}, \tag{4.76}$$

де $a=a(u,v), l=l(u,v)$.

З математичного аналізу відомо, що [74]

$$\lim_{\Delta\sigma_1\to Q_1}\frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_1}=\left|\frac{\partial(a,l)}{\partial(u,v)}\right|=|J|, \tag{4.77}$$

де $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial a}{\partial u} & \frac{\partial a}{\partial v} \\ \frac{\partial l}{\partial u} & \frac{\partial l}{\partial v} \end{vmatrix}$ – якобіан перетворення (4.61) в точці Q_1.

Таким чином,

$$g(u,v) = f[a(u,v), l(u,v)] \cdot |J|, \tag{4.78}$$

Знайдемо якобіан

$$J = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2}{\omega} arccos\left(\frac{C}{u}\right) & \frac{2 \cdot v \cdot C}{\omega \cdot u^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}} \end{vmatrix} = \frac{2 \cdot v \cdot C}{\omega \cdot u^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}}, \tag{4.79}$$

В результаті, з урахуванням (4.79), формула (4.78) приймає вигляд

$$g(u,v) = f[a(u,v), l(u,v)] \cdot \frac{2 \cdot v \cdot C}{\omega \cdot u^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}}, \tag{4.80}$$

Інтегруючи (4.64) за аргументом v у нескінченних межах, отримаємо щільність розподілу випадкової величини U

$$g(u) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u,v)dv\,, \tag{4.81}$$

або, з урахуванням (4.62), маємо

$$g(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left[v, \frac{2 \cdot v}{\omega} arccos\left(\frac{C}{u}\right)\right] \cdot \frac{2 \cdot v \cdot C}{\omega \cdot u^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}} dv. \quad (4.82)$$

Виносячи в формулі (4.82) постійні множники за знак інтеграла, остаточно отримуємо

$$g(u) = \frac{2C}{\omega \cdot u^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}} \int_{-\infty}^{\infty} f\left[v, \frac{2 \cdot v}{\omega} arccos\left(\frac{C}{u}\right)\right] \cdot v dv, \quad (4.83)$$

У разі коли випадкові величини A, L незалежні, щільність розподілу системи A, L дорівнює добутку щільностей окремих випадкових величин, що входять до системи, тобто

$$f(a, l) = f_1(a) \cdot f_2(l), \quad (4.84)$$

Тому, згідно (4.84), формула (4.6483) набуває вигляду

$$g(u) = \frac{2C}{\omega \cdot u^2} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(v) \cdot f_2\left[\frac{2 \cdot v}{\omega} arccos\left(\frac{C}{u}\right)\right] v dv, \quad (4.85)$$

Згідно формулі (4.71) найбільша величина відхилення стрижня буде мати місце, коли знаменник буде мінімальним. З урахуванням випадковості величин A, L, повинно виконуватися

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\omega}\pi n\cdot a-l\right)^2 f(a,l)dadl\to\min_{\omega},\tag{4.86}$$

Згідно необхідній умові існування екстремуму похідна по аргументу ω повинна дорівнювати нулю, тобто

$$\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\pi n}{\omega}\cdot a-l\right)^2 f(a,l)dadl\right]=0,\tag{4.87}$$

Обчислюючи похідну (4.87) під знаком інтеграла, послідовно знаходимо

$$-2\frac{\pi n}{\omega^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\pi n}{\omega}\cdot a-l\right)f(a,l)dadl=0,$$

$$\frac{\pi n}{\omega}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}a\cdot f(a,l)dadl=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}l\cdot f(a,l)dadl,\tag{4.88}$$

Враховуючи, що

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}a\cdot f(a,l)dadl=\bar{a},\quad\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}l\cdot f(a,l)dadl=\bar{l},\tag{4.89}$$

формула (4.88) приймає вигляд

$$\frac{\pi n}{\omega}\cdot\bar{a}=\bar{l},\tag{4.90}$$

або

$$\widehat{\omega}_n=\frac{\bar{a}}{\bar{l}}\cdot\pi\cdot n,\quad n=1,2,\ldots,\tag{4.91}$$

Враховуючи (4.91), формула (4.85) прийме вигляд

$$g(u,\widehat{\omega}_n)=\frac{2C\cdot\bar{l}}{\bar{a}\cdot\pi\cdot n\cdot u^2}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}}\int_{-\infty}^{\infty}f\left[v,\frac{2\cdot v\cdot\bar{l}}{\bar{a}\cdot\pi\cdot n}arccos\left(\frac{C}{u}\right)\right]\cdot vdv, \qquad (4.92)$$

У разі коли випадкові величини A,L незалежні, то формула (4.85) приймає вигляд

$$g(u,\widehat{\omega}_n)=\frac{2C\cdot\bar{l}}{\bar{a}\cdot\pi\cdot n\cdot u^2}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{C}{u}\right)^2}}\int_{-\infty}^{\infty}f_1(v)\cdot f_2\left[\frac{2\cdot v\cdot\bar{l}}{\bar{a}\cdot\pi\cdot n}arccos\left(\frac{C}{u}\right)\right]\cdot vdv, \qquad (4.93)$$

Таким чином, користуючись формулами (4.36), (4.53), (4.69) і (4.91) визначаються оптимальні величин частот коливань, коли при відповідних умовах будуть найбільші амплітуди коливань стрижня, що може привести до руйнування мінеральних флокул.

На закінчення, розглянемо найпростішу гіпотезу. Вона полягає в тому, що руйнування відбувається при таких параметрах, як при звичайному статичному навантаженні. Задля її перевірки треба зробити деякі побудови з метою більш чіткого зрозуміння характеру коливального процесу у мінеральних флокулах.

Рішення (4.35) залежить від чотирьох параметрів ω,a,l,A. Враховуючи, що параметри входять в формулу (4.35) окремо, виникають труднощі при дослідженні залежності рішення (4.35) від цих параметрів. Разом з цим, існує метод зменшення числа параметрів в формулах фізичних закономірностей при узгодженні теоретичних формул з експериментальними даними. Важливе значення має питання кількості змінних, суттєвих для досліджуваного процесу. За великої кількості змінних привести результати рішення у певну систему, знайти приховані у яких зв'язку й об'єднати ці зв'язки у загальних кількісних закономірностях досить важко. У зв'язку з цим

вноситься ідея, яка докорінно змінює постановку питання. На підставі загальних фізичних міркувань стверджується, що множинність зв'язків зовсім не є властивістю досліджуваних завдань, обумовлених їх фізичною природою. Виявляється, що насправді вплив окремих чинників, представлених різними величинами, проявляється не окремо, а разом, і треба розглядати не окремі величини, а їх сукупності, визначені для кожного даного процесу. Виявляється можливим дати метод побудови таких сукупностей - метод, що дозволяє безпосередньо виходячи з аналізу постановки завдань, знайти зв'язок між окремими групами величин і з'єднати в комплекси певного виду. Ці комплекси мають ясний фізичний зміст. Будучи стійкими комбінаціями з величин, суттєвих для досліджуваних процесів, вони набувають значення особливого роду змінних, характерних для цих процесів. Перехід від звичайних фізичних величин до величин комплексного типу, які складені з тих самих величин, але у певних поєднаннях, що залежать від природи процесу, створює важливі переваги. Насамперед, досягається зменшення кількості змінних. Разом з тим, при дослідженні завдання в цих величинах, що відображають вплив факторів не окремо, а в сукупності, більш чітко виступають внутрішні зв'язки, що характеризують процес, і вся кількісна картина в цілому стає більш ясною. Нарешті, нові змінні мають ще одну важливу особливість. Очевидно, задане значення комплексу може бути отримано як результат нескінченої множини різних комбінацій складових його величин. Отже, фіксованим значенням нових змінних відповідає не одна певна сукупність початкових величин, а безліч таких сукупностей. Це означає, що при розгляді завдання в нових змінних досліджується не одиничний окремий випадок, а безліч різних випадків, об'єднаних деякою спільністю властивостей. Таким чином, нові змінні по суті є узагальненими. Заміщення звичайних змінних узагальненими є основною рисою системи, що розглядається. Цю систему прийнято називати теорією подібності та аналізу розмірностей [75]. Насамперед, в теорії подібності стверджується, що нові змінні повинні вводиться як степеневі комплекси, тобто у мультиплікативної формі. З іншого боку, згідно з теорією розмірностей узагальнені

змінні мають бути безрозмірними величинами, що вказує на необхідність застосування відношення величин. Головне, що найважливішою є π-теорема, яка стверджує, що число безрозмірних комплексів дорівнює числу всіх величин, суттєвих для процесу, за вирахуванням числа первинних величин. З використанням теорії подібності і аналізу розмірностей введемо безрозмірні просторову координату X й часову змінну T, за формулами

$$X = \frac{x}{l},\ T = \omega \cdot t, \tag{4.94}$$

Далі, у нестаціонарних задачах, а особливо пов`язаних з коливальними процесами, визначним критерієм подібності є число Струхаля

$$St = \frac{\omega \cdot l}{a}, \tag{4.95}$$

що є мірою відношення швидкості коливань до швидкості розповсюдження малих збурень в мінеральній флокулі. І, наостанок, визначимо безрозмірну шукану функцію, тобто зміщення перерізів стрижня відносно положень рівноваги. Для цього розділимо зміщення перерізів стрижня на амплітуду вібрації

$$U = \frac{u}{A}, \tag{4.96}$$

Отже, користуючись (4.94), (4.95) і (4.96) , можемо записати (4.35) в безрозмірній формі

$$U(X,T) = \frac{cos\left(\frac{2X-1}{2} \cdot St\right)}{cos\left(\frac{1}{2} \cdot St\right)} sin\, T, \tag{4.97}$$

Як бачимо, кількість параметрів зменшилася від чотирьох до одного – числа Струхаля St.

Тепер можна побудувати графік залежності амплітуди безрозмірного зміщення перерізу стрижня (флокули, агрегату)

$$U_A = \frac{cos\left(\frac{2X-1}{2}\cdot St\right)}{cos\left(\frac{1}{2}\cdot St\right)}, \tag{4.98}$$

від безрозмірної повздовжньої координати X для різних значень критерія Струхаля St (рис.4.1)

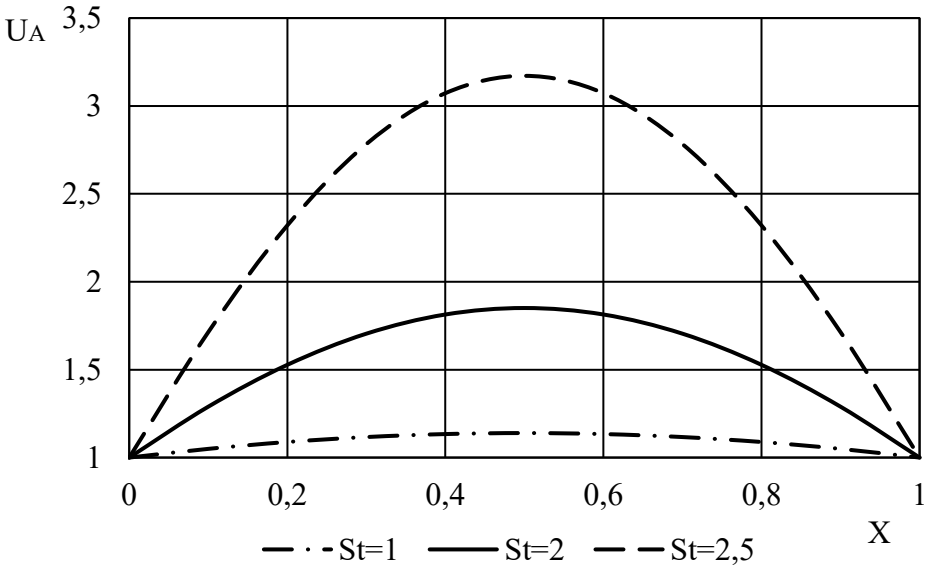


Рис. 4.1. Амплітуда (4.98) повздовжнього зміщення перерізу стрижня

Аналіз графіків на рис.4.1 показує, що максимальне зміщення відбувається посередині стрижня (подібно до коливань струни). До того ж розмах цих коливань зростає зі збільшенням критерія Струхаля, тобто частоти вібрації.

Але для питань міцності мінеральних агрегатів та флокул головну роль відіграє не стільки зміщення перерізу, скільки повздовжня відносна деформація $\hat{\varepsilon}$. Вона, як відомо [76], представляє собою частинну похідну від зміщення перерізу стрижня

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\partial U}{\partial X}, \tag{4.99}$$

Тоді відносна деформація (4.99) з урахуванням (4.97) має вигляд

$$\hat{\varepsilon} = -St \cdot \frac{sin\left(\frac{2X-1}{2} \cdot St\right)}{cos\left(\frac{1}{2} \cdot St\right)} \cdot sin\, T, \tag{4.100}$$

Амплітуда відносної деформації, згідно (4.98), має вигляд

$$\hat{\varepsilon}_A = -St \cdot \frac{sin\left(\frac{2X-1}{2} \cdot St\right)}{cos\left(\frac{1}{2} \cdot St\right)}, \tag{4.101}$$

На рис.4.2 надано графіки (4.101) для різних величин критерія Струхаля.

Аналіз графіків, приведених на рис.4.2, свідчить про наявність деформацій обох знаків, тобто як стиску, так і розтягнення. Подібно зміщенням, розмах коливань зростає зі збільшенням числа Струхаля. Також слід зазначити, що максимальні значення амплітуди відносних деформацій мінеральних агрегатів та флокул спостерігається на кінцях стрижня.

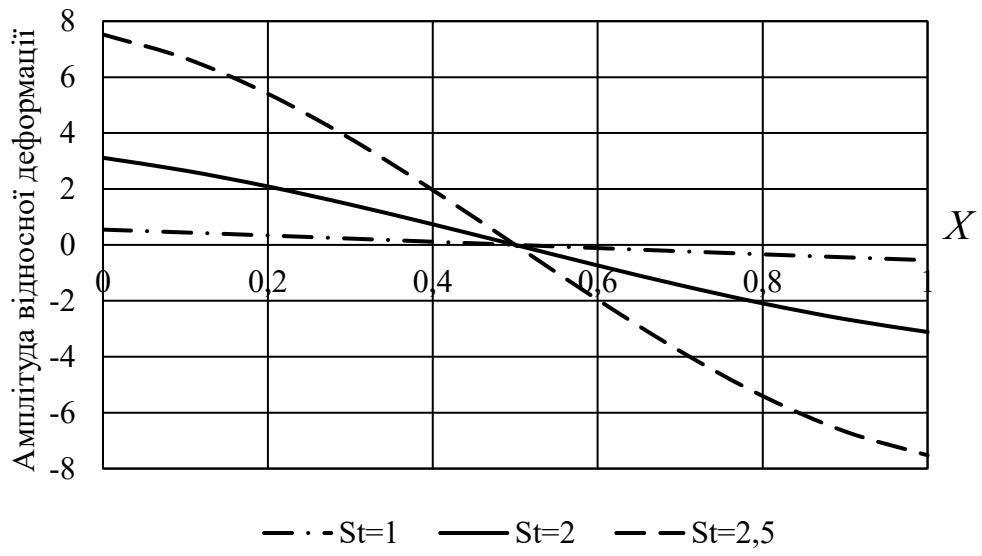


Рис. 4.2. Амплітуди (4.85) відносної деформації частинки

Скористаємося першою теорією міцності для з`ясування умов руйнування мінеральних агрегатів та флокул. Згідно цієї теорії, міцність матеріалу обумовлена найбільшим нормальним напруженням. Закон Гука виражається за допомогою формули

$$\sigma_{гр} = E \cdot \varepsilon_{max}, \tag{4.102}$$

де $\sigma_{гр}$ – статична границя міцності матеріалу флокули, Па,

E – модуль Юнга, Па,

$\varepsilon_{\max}$ – максимальна відносна деформація частинки.

Проаналізуємо формулу (4.99). Нестаціонарна гармонічна частина, що залежить від безрозмірного часу T, нас не інтересує тому, що розглядається міцність частинки при статичному навантаженні.

Розглянемо саме амплітудну частину (4.101). Для нас цікавий не розподіл амплітуди відносної деформації частинки в залежності від X, а тільки найбільша

амплітуда відносної деформації. Вона досягається при $X = 0$, як видно на рис. 2. Тому знаходимо

$$\hat{\varepsilon}_{Amax} = \hat{\varepsilon}_A(X = 0) = St \cdot \frac{\sin(\frac{1}{2}\cdot St)}{\cos(\frac{1}{2}\cdot St)}, \tag{4.103}$$

Або

$$\hat{\varepsilon}\left(\frac{1}{2}\cdot St\right)_{Amax}, \tag{4.104}$$

Метою є знаходження залежності амплітуди вібрації піни A від її частоти ω, при якій відбувається руйнування мінеральних флокул. Ці величини розмірні, тому потрібно повернутися в подальших побудовах до розмірних змінних. З використанням співвідношень (4.94) і (4.96), послідовно будемо мати

$$\varepsilon_{max} = \hat{\varepsilon}_{max} = \frac{A}{l}, \varepsilon\frac{A}{l}\left(\frac{1}{2}\cdot St\right)_{max}, \varepsilon\frac{A}{l}\frac{\omega\cdot l}{a}\left(\frac{\omega\cdot l}{2a}\right)_{max}, \varepsilon\frac{A\cdot\omega}{a}\left(\frac{\omega\cdot l}{2a}\right)_{max}, \tag{4.105}$$

Враховуючи (4.103) і користуючись (4.105), маємо рівність

$$\frac{\sigma_{гр}}{E} = \frac{A\cdot\omega}{a}\cdot tg\left(\frac{\omega\cdot l}{2a}\right), \tag{4.106}$$

З рівняння (4.106) знаходимо шукану величину амплітуди

$$A = \frac{\sigma_{гр}\cdot a}{E\cdot\omega} ctg\left(\frac{\omega\cdot l}{2a}\right), \tag{4.107}$$

Здобуту формулу (4.107) можна представити у безрозмірному вигляді

$$\hat{A} = \frac{\varepsilon_{max}}{St\left(\frac{1}{2}St\right)}, \tag{4.108}$$

де $\hat{A} = \frac{A}{l}$.

Аналіз формули (4.107), як і формули (4.108), показує, що зі збільшенням частоти коливань амплітуда необхідна для руйнування частинки зменшується.

Вимірюючи спектр коливань для даної мінеральної флокули і пов'язуючи його з параметрами h і k, які визначають спектр коливань моделі, можна провести аналіз мінерального агрегату і флокули, які утворилися у результаті магнітної та флотаційної коагуляції з метою встановлення можливості їх руйнації.

З метою перевірки адекватності запропонованої математичної моделі були проведені технологічні дослідження. Об’єктом дослідження є пінний продукт флотації магнетитових концентратів, отриманих з руди ПРАТ «ІНГЗК». Тому спочатку проводилися експерименти з флотації, а далі – дослідження роботи грохоту, де встановлювався вплив частоти та амплітуда коливань, на процес руйнації мінеральних флокул.

4.2. Флотація технологічних різновидів

У лабораторних умовах проведено магнітно-флотаційне доведення мінералого-технологічних різновидів магнетитових кварцитів ПРАТ «ІНГЗК», різноманітних за мінеральним складом. Далі із скомпонованих рудних потоків проведені промислові випробування.

В кар’єрі ПРАТ «ІНГЗК» виділені сім технологічних різновидів. Для проведення випробувань відібрано дев’ять проб. дані наведені в таблиці 4.1.

Згідно з методикою на забагучанність проб в лабораторних умовах на пробах наведених у таблиці 4.1 отримані результаті наведені у таблиці 4.2 та прогноз на промислові умови.

Вміст заліза загального в концентратах магнітного збагачення у промислових умовах розрахований з урахуванням перехідного коефіцієнту 0,972 (коефіцієнт переходу від лабораторних умов на промислові) [71].

Таблиця 4.1

Характеристика технологічних різновидів

Технологічний різновид	Стратиграфічний горизонт	Різновиди кварцитів
1	5 з.г.	Гематитвміщуючі магнетитові
2	5 з.г.	Магнетитові
3	5 с.г.	Силікат-магнетитові
4	4 з.г.	Магнетитові
5	3 з.г. і 2з.г.(висяча пачка)	Магнетит-силікатні і силікат-магнетитові
6	2 з.г.	Магнетитові і карбонат-магнетитові
7	2 з.г 3 з.г	Силікат-магнетитові і магнетит-силікатні

Таблиця 4.2

Результати магнітного збагачення магнетитових кварцитів за різновидами

Технологічний різновид	Вміст заліза загального в концентратах магнітного збагачення, %	
	у лабораторних умовах	у промислових умовах
1	64,05	62,3
2	60,0	58,3
3	62,3	60,6
4	64,45	62,6
5 (3 з.г.) 5 (2 з.г.)	67,4	65,5
6	65,0	63,2
7(2 з.г.) 7 (3 з.г.)	67,7 68,8	65,8 66,9

Отримані концентрати магнітного збагачення далі направлялися на флотацію . Флотаційні дослідження проводилися за методикою, яка наведена у розділі 2 (див. р.2).

Результати флотаційних досліджень наведено на рис. 4.3 та 4.4

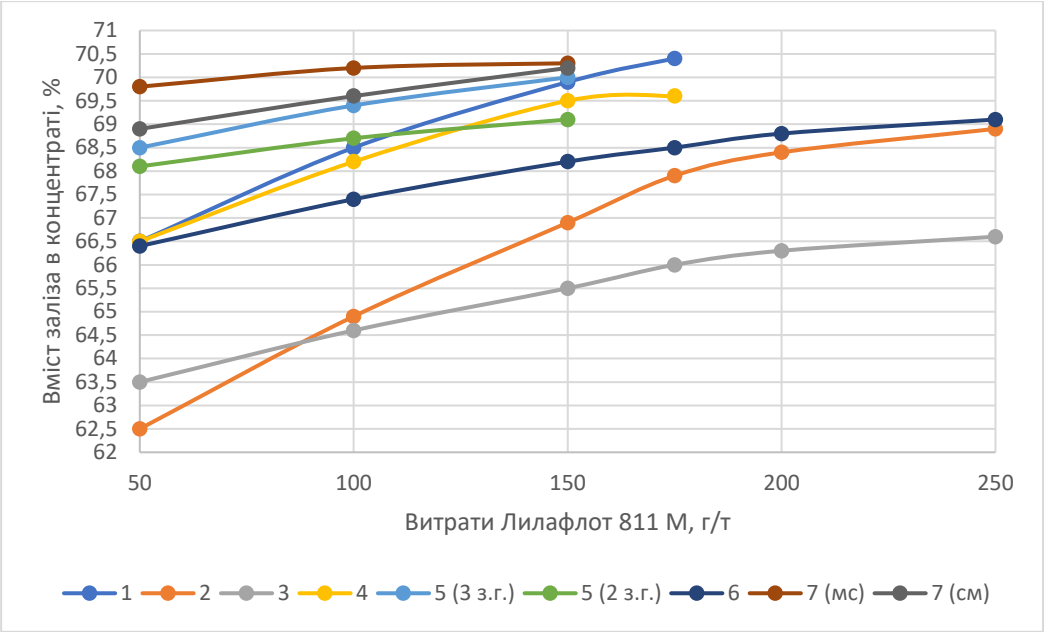


Рис. 4.3. Залежність вмісту заліза у флотаційному концентраті від витрат колектора з урахуванням технологічних різновидів

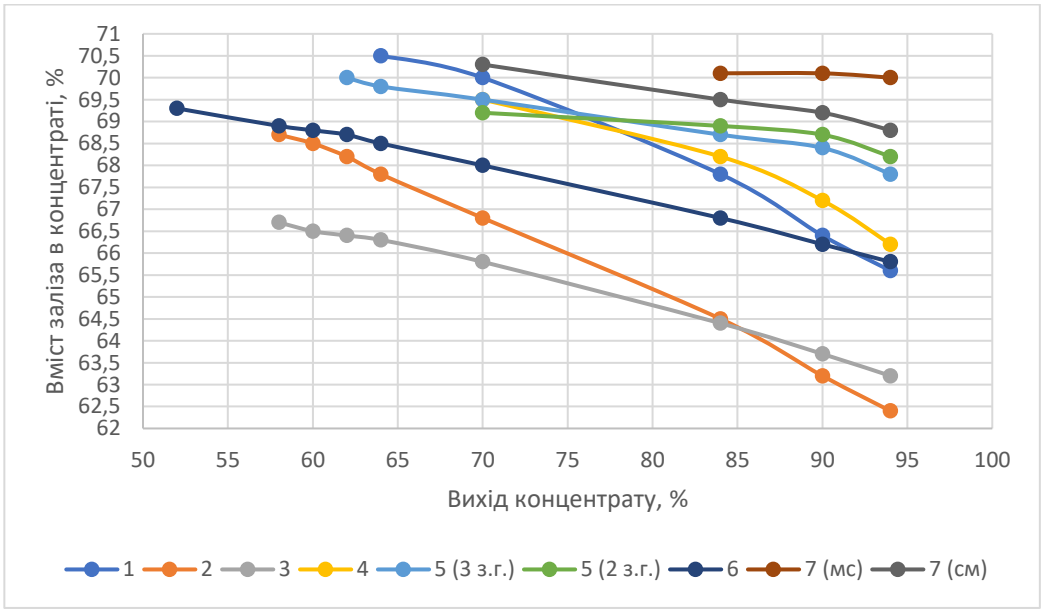


Рисунок 4.4. Залежність вмісту заліза у флотаційному концентраті та виходу концентрату з урахуванням технологічних різновидів

Аналіз даних експериментів показує можливість отримання концентратів з масовою часткою заліза загального 69,0-70,0 %, у лабораторних умовах, крім технологічного різновиду 3.

У промислових умовах зазвичай використовується шихта із технологічні різновидів. З урахуванням того, що на РЗФ-2 застосовується технологія самоподрібнення найбільший відсоток у шихті складає важкозагачувальний технологічний різновид 2.

Промислові випробування в умовах флотаційного відділення проводили на промпродукті магнітної сепарації технологічних секцій РЗФ-2, на яку подавали рудний потік із масовою часткою $Fe_{заг.}$ 34,81%-37,70% і $Fe_{магн.}$ 26,4%-31,2%.

Результати технологічних показників генеральних випробувань технологічних секцій РЗФ-1 наведено на рис. 4.5.

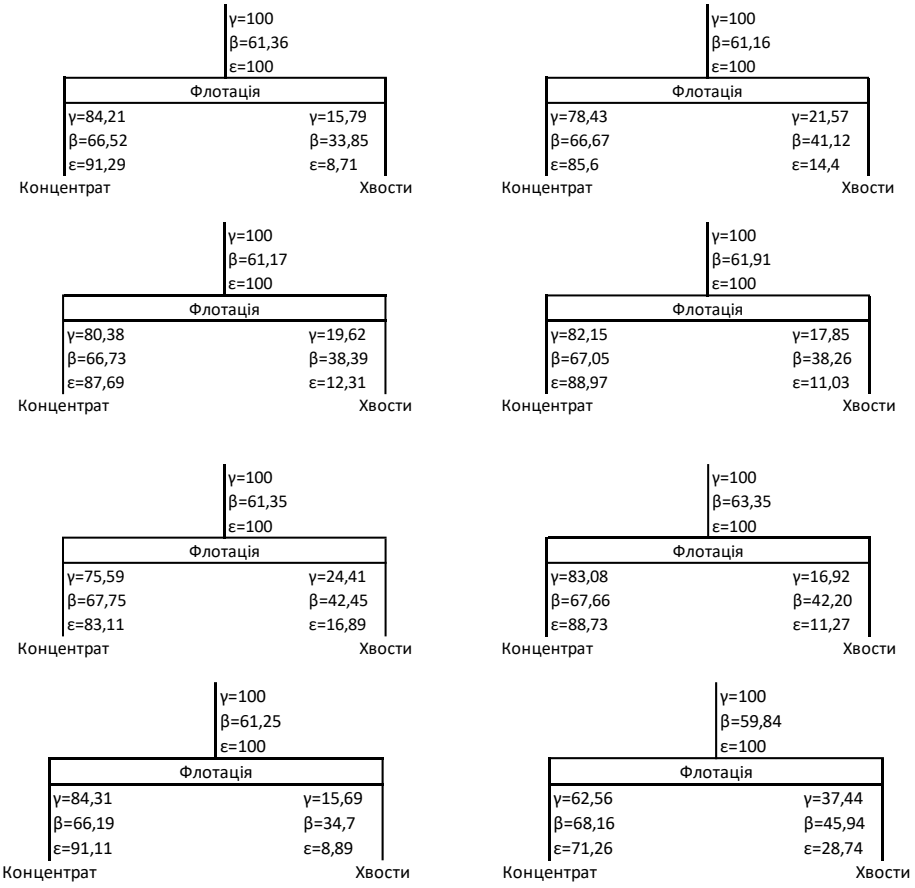


Рисунок 4.5. Технологічні показники генеральних випробувань

Склад шихти, що подавався на технологічні секції РЗФ-2 і флотаційне відділення у процесі проведення генеральних випробувань, за даними геологічних служб наведено в табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Склад шихти

№ генерального опробування	Технологічні різновиди, %						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
1	14,6	52,6	1,3	17,6	7,4	6,4	0
2	0	52,9	4,5	21,9	0	2,9	17,8
3	0	41,7	7,6	9,2	0,4	25,8	15,4
4	0	72,1	4,6	1,5	4,7	0,5	16,5
5	40,8	22,5	3,3	6,5	0	15,5	11,4
6	29,5	27,6	0	0	0	33,4	9,5
7	8,5	59,5	0	0	0	25,4	6,7
8	0	79,1	0	0	0	19,5	1,4

Промислові випробування в умовах флотаційного відділення ПРАТ «ІНГЗК» показали:

- можливість отримання концентрату з масовою часткою заліза 66,19% - 68,16% і виходом від операції 62,56%-84,31%;

- широкий діапазон коливань якісних показників пов'язаний з коливаннями складу шихти рудних потоків, що подаються на РЗФ-2 (табл. 4.3).

Шихту для роботи флотаційного відділення необхідно формувати в залежності від потреб виробництва та ринків збуту.

4.3. Результати експериментів з тонкого грохочення пінного продукту флотації

Перед початком експериментів була виконаний оцінка гранулометричного складу, розподілення заліза загального в класах крупності живлення та пінного продуктів флотації (див. Розділ 2).

По результатам виконаної оцінки гранулометричного складу та розподілу заліза у класах крупності живлення флотації, можливо виділити класи, що крупніше +0,04 мм де вміст заліза складає 34,55% - для живлення, та 18,44% - для пінного продукту.

Тому технологічно вірним кроком було б вилучення цих класів, що дозволить підвищити однорідність продуктів за крупністю, та підвищити вміст заліза у живленні, а для пінного продукту відокремити матеріал з низьким вмістом заліза та направити його на пряму у відходи. Тим самим це знизить циркуляційне навантаження на вузол флотації.

Це рішення також позитивно вплине на витрати реагентів.

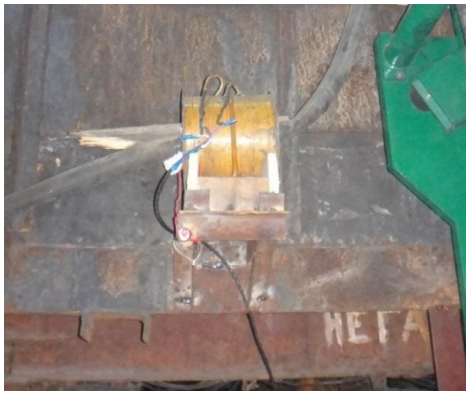
Враховуючи, що з двох проаналізованих продуктів, пінний продукт є досить складним, то для подальших експериментів був вибраний цей продукт.

В рамках даного дисертаційного дослідження доцільність застосування грохоту оцінюється на підставі даних експерименту (рис.4.6). Для експериментів використовувався грохіт "Derrick" моделі 2SG48-60W-1STK з сіткою 0,053 мм. Частота коливань деки грохоту змінювалася в межах від 30 до 55 Гц. Змінення частоти коливань деки грохоту регулювалась шляхом змінення частоти струму за допомогою частотного перетворювача. Амплітуда коливань грохоту дорівнює 0,7 мм, та вона не регулюється. Однак за рахунок зміни частоти коливань грохоту, математично доведено присутність амплітуди коливань матеріалу.

Слід зазначити, що одночасне змінення більше однієї технічної характеристики роботи грохоту не можна, тому що це унеможливлює виконати достовірний аналіз впливу того чи іншого фактору на результати поділу на грохоті.

Тому, в залежності від діапазону зміни крупності продукту, що розділяється, слід номінальну амплітуду коливань прийняти, як постійну величину, а частоту коливань деки грохоту зробити основним фактором, що регулює процес поділу.

Фото установки для проведення промислових експериментів наведено на рисунку 4.6.



а котушка для розмагнічування

б подача живлення на грохіт із пульрозподілювач

в подача живлення на грохіт із пульподільника

г живлення грохоту

Рисунок 4.6. Подача живлення на грохіт

В рамках експерименту відстежувалися наступні параметри: навантаження на деку грохоту, вміст заліза загального у живленні пульпи, надрешітному та підрешітному продуктах, щільність пульпи, % відсоток твердого у живленні.

Дані експерименту наведені в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4

Дані експерименту

Навантаження, т/год	% тв.	Частота, Гц	Живлення					Надрешітний продукт						Підрешітний продукт					
			+0,05	-0,05 +0,04	-0,04 +0,02	-0,02 +0	Fe, %	+0,05	-0,05 +0,04	-0,04 +0,02	-0,02 +0	Fe, %	+0,05	+0,05	-0,05 +0,04	-0,04 +0,02	-0,02 +0	Fe, %	+0,05
6,6	42,3	55	5,4	6,3	18,3	70	40,7	24,3	1,7	36,6	37,4	22	31,5	0,1	7,6	13,2	79,2	78	43,3
		50						20,5	1,6	32,1	45,8	26	33,9	0,1	7,9	13,5	78,4	74	43,1
		40						17,8	1,3	27,6	53,4	30	35,9	0,2	8,4	14,3	77,1	70	42,7
		30						16,2	1,3	26,7	55,8	33	36,7	0,1	8,8	14,2	76,9	67	42,7

В лабораторних умовах були виконано 10 експериментів, метою яких було визначити вплив амплітуди коливань на процес руйнування флокул.

Під час кожного експерименту амплітуда змінювалась 0,5 до 2мм. Частота коливань не змінювалась під час регулювання амплітуди коливань. Руйнування флокул оцінювалось по вмісту заліза в підрешітному продукті. Узагальнені результати отриманих даних викладені в таблиці 4.5, та на рисунках 4.7-4.10.

Таблиця 4.5

Аналіз впливу амплітуди

Амплітуда, мм	Fe, %	Надрешітний продукт		Підрешітний продукт	
		вихід	Fe, %	вихід	Fe, %
0,5	40,7	42	38	58	42,66
1		33	36,2	67	42,92
1,5		22,6	32,7	77,4	43,04
2		25	33,9	75	42,97

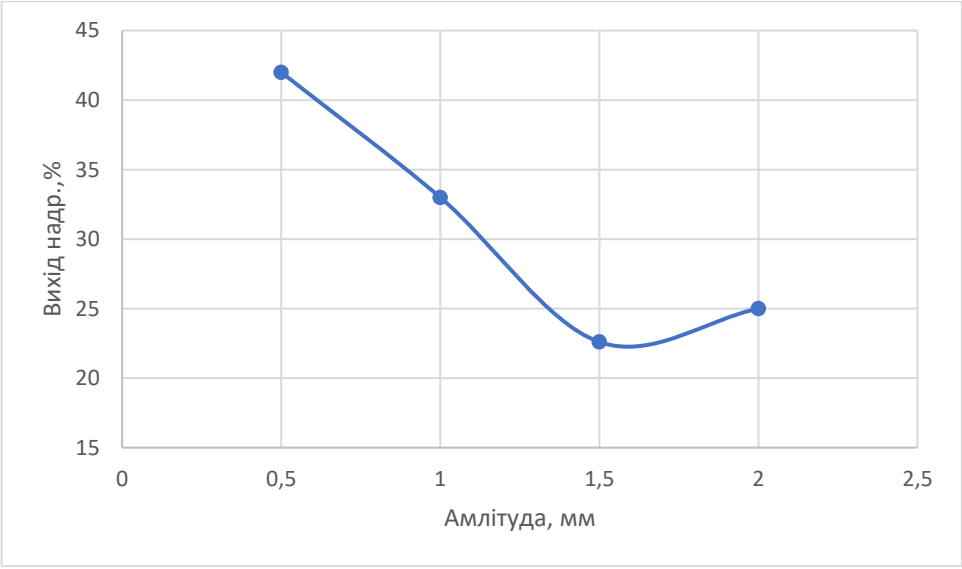


Рисунок 4.7. Залежність виходу надрешітного продукту від амплітуди коливань

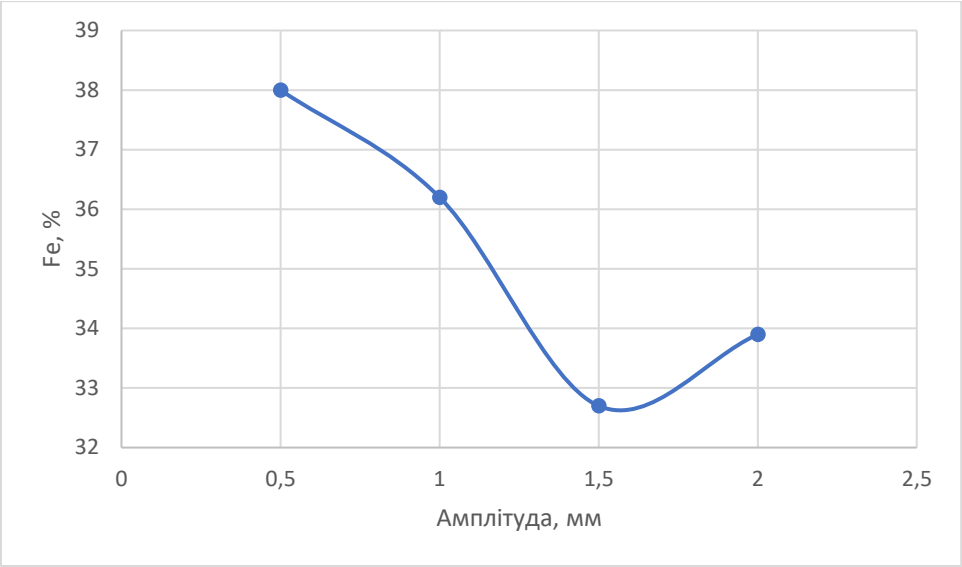


Рисунок 4.8. Вміст заліза в надрешітному продукті при зміні амплітуди коливань

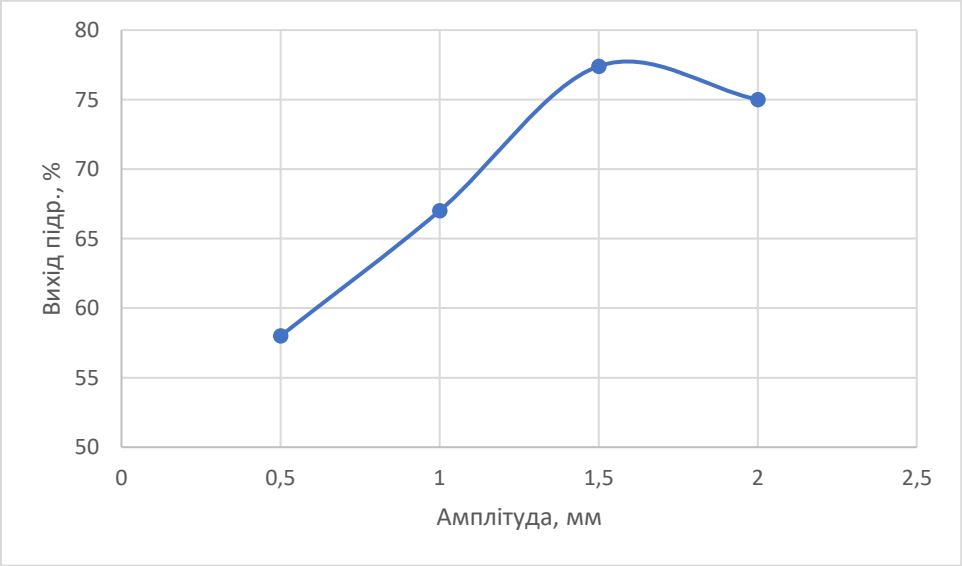


Рисунок 4.9. Залежність виходу підрешітного продукту від амплітуди коливань

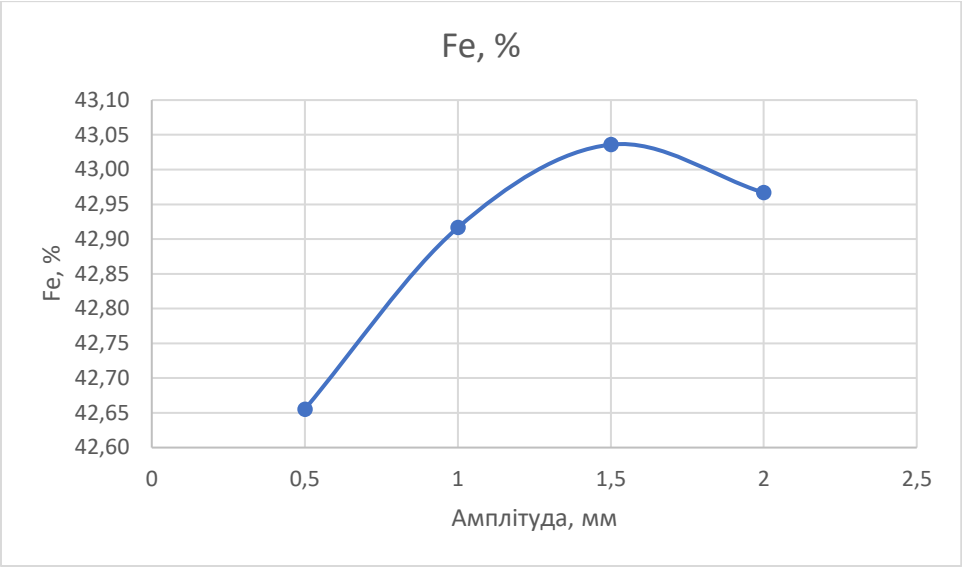
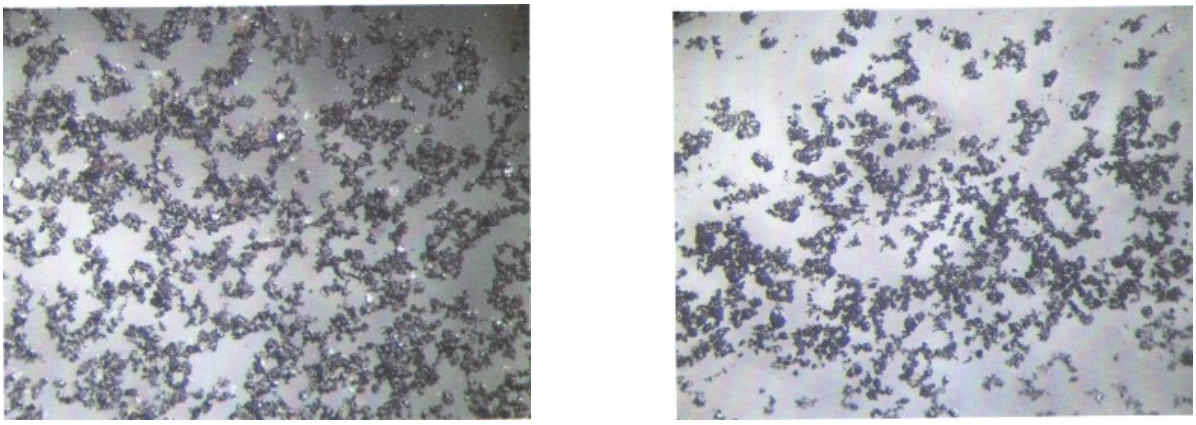


Рисунок 4.10. Вміст заліза в надрешітному продукті при зміні амплітуди коливань

Оцінка зниження явища флокулоутворення проводилася за масовою часткою заліза загального у підрешітному продукті грохоту та візуально при мінералогічному аналізі продуктів (рис.4.11).



а) живлення грохоту до розмагнічування

б) живлення грохоту після розмагнічування

Рисунок 4.11. Оцінка операції розмагнічування під бінокулярним мікроскопом

На рисунку 4.11 а) надано живлення грохоту до розмагнічування. Проба характеризується великою кількістю магнітних флокул, а також зростків магнетиту з кварцем. Після розмагнічування матеріалу проба яка надана на рисунку 4.7б)

характеризується більшою роз'єднаністю магнетит-кварцових агрегатів – матеріал більш однорідний та мілкий. Тобто застосування розмагнічування позитивно впливає на зниження магнітної коагуляції живлення грохоту. Слід відзначити що «міцні» флокули залишилися – величина сили розмагнічування була недостатньою.

У технологічних дослідженнях визначалися оптимальні величин частот коливань, коли при відповідних умовах будуть найбільші амплітуди коливань піни, що призводить до руйнування мінеральних флокул.

На підставі виконаних експериментів визначені залежності:

- виходу надрешітного продукта від частоти коливань;
- виходу підрешітного продукта від частоти коливань.

Слід зазначити, що зі збільшенням частоти коливань деки грохота, прямо пропорційно збільшується вихід підрешітного продукту, та обернено пропорційно зменшується вихід надрешітного продукту. При цьому спостерігається аналогічна ситуація з вмістом заліза в продуктах грохочення. Ці залежності представлені на рисунках 4.12-4.13

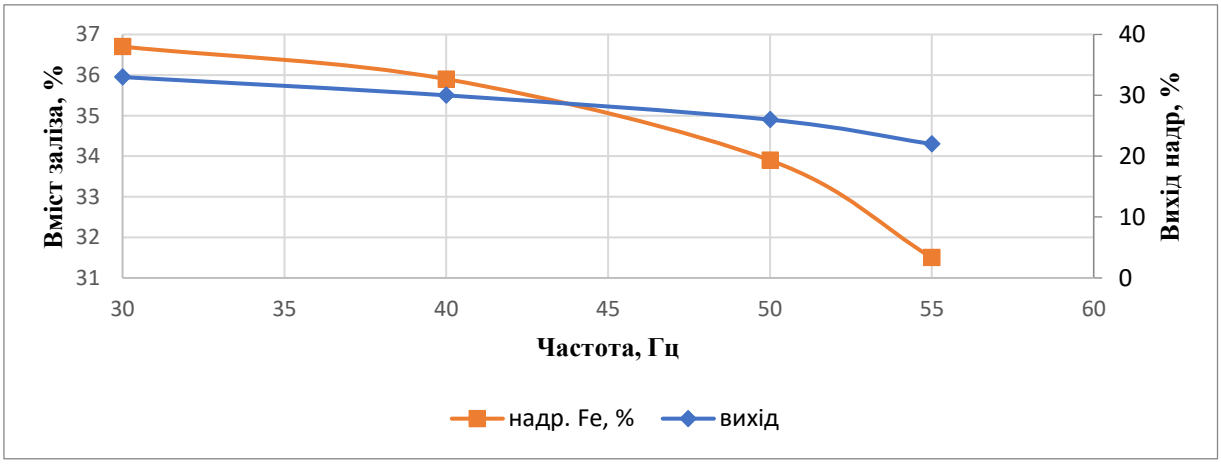


Рисунок 4.12. Залежність виходу надрешітного продукту від частоти коливань деки грохоту

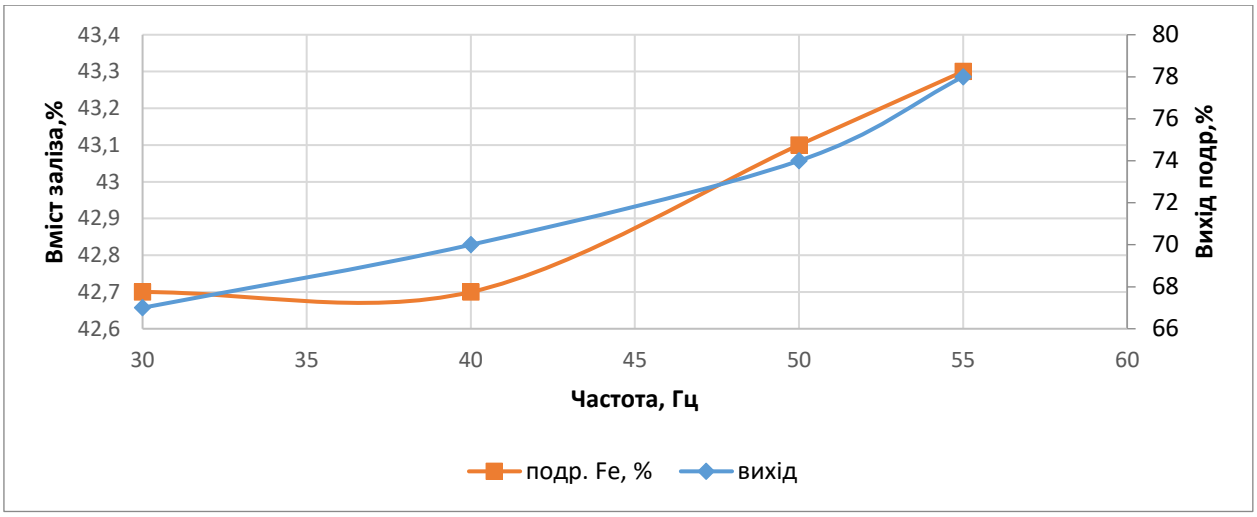


Рисунок 4.13. Залежність виходу підрешітного продукту від частоти коливань деки грохоту

Аналіз даних промислового експерименту показав існування залежності між частотою коливань та амплітудою. При збільшенні частоти коливань амплітуда необхідна для руйнування мінеральних агрегатів та флокул, утворених в результаті магнітної коагуляції зменшується.

Результати лабораторних тестів підтвердили вплив амплітуди коливань деки грохоту на руйнування флокул

Це підтверджує викладки математичної моделі (формули (4.85), (4.86).

Висновки до розділу 4

1. При вирішенні задачі математичного моделювання технологічних параметрів вібраційного розділення мінералів при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів для руйнування мінеральних агрегатів та флокул в дисперсному середовищі, що утворилися внаслідок магнітної та флотаційної коагуляції було розглянуто три підходи, а саме: під дією резонансу з урахуванням випадковості зміни параметрів, статичного навантаження і при застосуванні білого шуму при математичному моделюванні мінеральної флокули як динамічної системи другого порядку.

2. Запропонована, теоретично обґрунтована та експериментально підтверджена нова модель вібраційної руйнації мінеральних агрегатів і флокул, утворених у результаті магнітної та флотаційної коагуляції, що ґрунтується на теорії подібності та аналізу розмірностей у вигляді диференціального рівняння у частинних похідних другого порядку гіперболічного типу без початкових умов з урахуванням випадковості зміни параметрів: швидкості розповсюдження вібрацій з визначеною частотою та амплітудою.

3. Вперше встановлено, що зі збільшенням частоти коливань декі грохоту амплітуда необхідна для руйнування мінеральних агрегатів та флокул у пінному продукті флотації магнетитових концентратів, утворених в результаті магнітної коагуляції зменшується.

4. Доведено, що у підрешітний продукт грохоту попадають магнітні флокули поздовжньої форми за розміром, що перевищує розмір комірки грохоту, внаслідок того що сил вібрації та коливань недостатньо для їх руйнації.

5. Встановлено, що технологічним завданням тонкого грохочення пінного продукту оберненої катіонної флотації магнетитових концентратів є не тільки руйнація мінеральних агрегатів і флокул, але й вилучення з бідного кварц-магнетитового продукту, після його подрібнення, товарного залізовмісного концентрату.

6. Результати тестів показала показали адекватність розробленої моделі.

РОЗДІЛ 5
РЕКОМЕНДОВАНА ТЕХНОЛОГІЧНА СХЕМА ЗБАГАЧЕННЯ МАГНЕТИТОВИХ КВАРЦИТІВ ПРАТ «ІНГЗК»

5.1 Обґрунтування технологічної схеми магнітно флотаційного збагачення магнетитових концентратів

Обґрунтування рекомендованої схеми магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів лежить у площині отриманих результатів аналізу стану існуючої схеми та проблем пов'язаних з виробництвом високоякісного концентрату. Якісні показники флотаційного концентрату коливаються від 66,0% до 68,0% та супроводжуються нестабільним виробничим процесом, який залежить від вихідної рудної сировини з кар'єра та стабільності самої технології рудопідготовки та магнітного збагачення на фабриці. Тим більш, що на флотаційну доводку концентрату подається магнетитовий концентрат з досить низькими якісними характеристиками, на рівні 61%. Однак на самій дільниці флотаційної доводки існують певні проблеми, пов'язані з циркулюючими навантаженнями, магнітною флокуляцією продуктів збагачення та вмістом пінного продукту. Основною проблемою флотаційного збагачення є магнітна флокуляція живлення флотації, за рахунок попередніх операцій магнітної дешламації та магнітної сепарації та додатково накладається ефект коагуляція за рахунок адсорбції флотаційних реагентів на поверхні та взаємодії частинок з бульбашками повітря.

Отже для розробки технологічних рішень, які вирішують існуючі проблеми були виконана низка різноманітних досліджень, що дозволяють підвищити кількісно-якісні показники флотаційного концентрату. Це в свою чергу вплинуло на зменшення утворення шламів.

Зміни до існуючої технологічної схеми стосуються вихідного живлення та пінного продукту флотації. Вихідне живлення в першу чергу піддається операції розмагнічування та подальшого грохочення для виділення проміжного продукта, з більш якісними характеристиками – для живлення флотації. Стосовно пінного

продукту, то він спрямовується до вертикальних млинів для доподрібнення з подальшим тонким грохочення. Отриманий надрешітний продукт операції тонкого грохочення пінного продукту, який вміщує залізо загальне 35,12 % відправляється у відходи. Таке технологічне рішення обумовлено тим, що зерна кварцу знаходяться в рубашці магнетиту, та є зернами, що важко відокремлюються. Тому їх подальша переробка буде недоцільної, тому що цей об'єм буде додатковим навантаження, як циркуляція і тим самим буде розубожувати й без того досить низьке за якістю живлення флотації.

Розмагнічування вихідного живлення:

- були виконанні досліди за результатами яких відбувалось зменшення явищ флокуляції за рахунок збільшення вилучення розкритого магнетиту у концентрат, що в свою чергу призвело до підвищення якісних характеристик в загальній товарній продукції на 1,5 % по залізу загальному, та зниженню вмісту кремнію на 1,0%.

Тонке грохочення вихідного живлення:

- на підставі виконаної оцінки характеристик живлення флотації вміщує в класі крупності -0,02 мм 64,6 % заліза загального та його виходу 83,22 %, який по існуючій схемі піддається подальшому флотаційному збагаченню у зфлокульованному стані, що негативно впливає на циркуляційне навантаження вузла флотації та кількісно-якісні показники товарного продукту.

Доподрібнення у вертикальних млинах:

- тут вирішуються дві цілі – це оновлення поверхні для зменшення коагуляції адсорбованих флотаційних реагентів на поверхні і підвищення адгезійних властивостей поверхонь та вилучення з піни проміжних продуктів, які можливо направити на окрему флотацію з виробництвом товарної продукції. Рекомендована технологічна схема наведена на рисунку 5.1.

Впровадження такої схеми дозволить отримати:

- підвищення виробництва високоякісного концентрату на 9,6%;
- збільшення якості концентрату на 0,5%;

- зменшення витрат на реагенти на 3,5%;

- зменшення витрат на гідротранспорт на 25% на рік.

5.2 Результати досліджень за новою схемою магнітно флотаційного збагачення магнетитових концентратів.

Виконано 9 тестів магнітно-флотаційного збагачення магнетитового концентрату за новою схемою, наведеною на рис. 5.1.

Тест 1 був проведений без розмагнічування живлення флотації. Останні (тести 2-9) з розмагнічуванням.

Проба концентрату масою 27 т була направлено на промислові випробування. З проби була відібрана проба для дослідження хімічного, гранулометричного та мінерального складів. Визначення виконували за стандартними методиками.

В результаті напівпромислових випробувань магнітно – флотаційного збагачення пінного продукту основної флотації отримано товарний рядовий концентрат 27,33% за виходом від вихідного магнетитового концентрату (75 % від операції) з масовою часткою заліза 66,2% при його вилученні в концентрат 29,66% (84,4 % від операції). Розрахунок технологічної схеми (див. рис. 5.1) виконано за усередненими даними.

За даними хімічного аналізу вміст заліза загального у вихідній пробі становила 61.0% (табл.5.1). Мінеральний склад магнетитового концентрату наведено у табл.5.2.

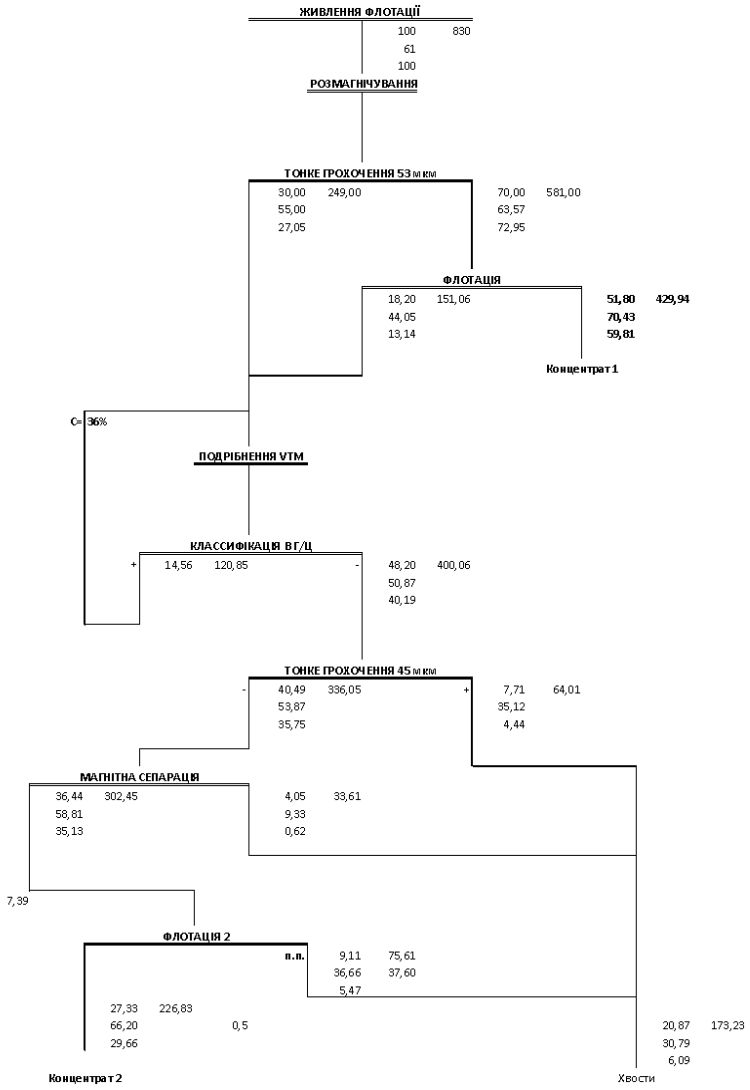


Рис. 5.1. Нова технологічна схема магнітно-флотаційного збагачення магнетитових концентратів

Гранулометричний склад, розподіл заліза за класами крупності та розкриття мінеральних зерен наведено в таблиці 5.3.

У результаті досліджень отримано два товарних концентрати.

Хімічний аналіз і мінеральний склад концентратів основної флотації наведена у таблиці 5.4, 5.5.

Аналіз мінералогічних досліджень за тестами №1, 2, 4 показав, що концентрат в основному представлено рудним мінералом: магнетитом 91,6-94,8%. В пробах також присутні рудні гідроокисли заліза, силікати та карбонати (в сумі 2,73-3,73%). Нерудний компонент концентрату – це кварц, вміст якого складає 0,5-1,3 %. До

шкідливих домішок відносяться сульфіди та апатит, вміст яких коливається в межах 0,07 % у кожній пробі (див. табл. 5.5)

Аналіз хімічного складу концентратів флотації в середньому за тестами №1, №2 та №4 показав (табл.5.4), що вміст заліза загального складає 69,9-70,6%, заліза магнетитового 66,3-68,6%, оксиду заліза – 29,5-30,0%, гематиту – 67,1-67,6%; шкідливі домішки діоксиду кремнію – 1,5-2,35%, діоксид титану – 0,028-0,030%; діоксид алюмінію – 0,18-0,23%, оксид марганцю – 0,03-0,035%, оксид кальцію – 0,04-0,05%, оксид магнію – 0,2-0,23%, оксид фосфору – 0,013-0,015%, сірка – 0,030-0,033%, діоксид вуглецю – 0,09 – 0,10%, оксид калію – 0,030 – 0,033%, оксид натрію – 0,065-0,068%, в.п.в. – 0,34-0,52%.

На рис. 5.2 наведено залежність масової частки кремнезему в концентратах флотації від масової частки заліза в них.

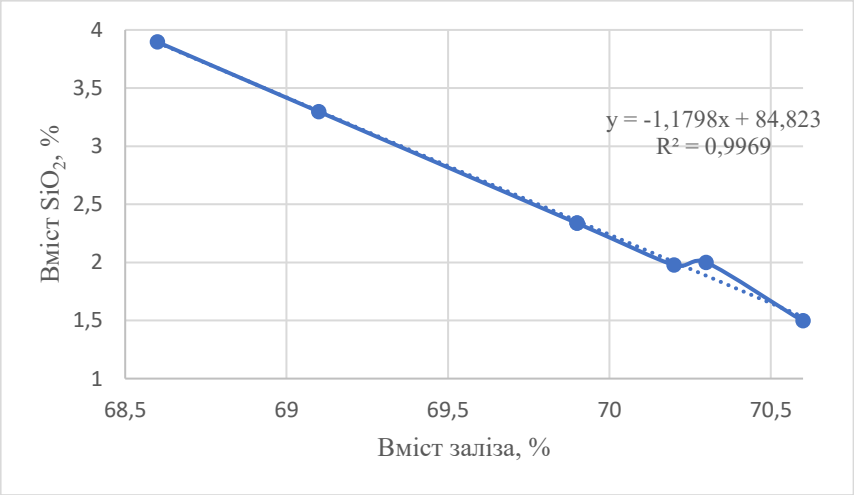


Рис. 5.2 Залежність масової частки кремнезему в концентратах флотації від масової частки заліза в них

Таблиця 5.1

Хімічний аналіз проби вихідного живлення

Вміст заліза, %																
$Fe_{заг}$	$Fe_{розч.}$	FeO	$Fe_{магн.}$	Fe^{2+}	Fe^{3+}	Fe_2O_3	SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	P	P_2O_5	MnO	S	CO_2	п.п.п.
61,0	60,9	56,7	2,9	1,40	1,77	58,20	13,00	0,34	0,75	0,28	0,016	0,017	0,026	0,163	0,67	0,73

Таблиця 5.2

Мінеральний склад магнетитового концентрату за даними перерахунку хімічного аналізу

Вміст мінералів і пов'язаного з ним заліза загального, %																	
Магнетит		Гематит, мартит		Гідрооксиди заліза		Карбонати		Силікати		Сульфіди		Кварц		Апатит		Всього	
M	Fe	M	Fe	M	Fe	M	Fe	M	Fe	M	Fe	M	Fe	M	Fe	M	Fe
82,6	59,8	5,6	3,9	1,0	0,6	0,44	0,18	2,7	0,4	0,06	0,02	7,5	-	0,1	-	100	64,9

Таблиця 5.3.

Розкриття мінеральних зерен у гранулометричних фракціях

Класи Крупності, мм	Вихід, %	Вміст мінеральних зерен, %											
		Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
		Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,071	0,7	6,9	0,05	4,7	0,03	21,6	0,15	63,6	0,45	3,2	0,02	100,0	0,7
-0,071+0,05	1,1	10,8	0,12	6,0	0,07	15,1	0,17	51,5	0,56	16,6	0,18	100,0	1,1
-0,05+0,045	2,4	26,6	0,64	9,1	0,22	7,2	0,17	39,1	0,94	18,0	0,43	100,0	2,4
-0,045+0,02	36,5	78,1	58,51	4,8	1,75	4,1	1,50	8,5	3,10	4,5	1,64	100,0	36,5
-0,020+0	59,3	93,4	55,39	0,2	0,12	0,9	0,53	3,2	1,90	2,3	1,36	100,0	59,3
Всього	100,0		84,71		2,19		2,52		6,95		3,63		100,0

Таблиця 5.4.

Хімічний склад концентратів основної флотації магнетитового концентрату

№ тесту (дослідження)	Вміст компонентів, %																
	$Fe_{заг}$	$Fe_{магн}$	FeO	Fe_2O_3	SiO_2	TiO_2	Al_2O_3	MnO	CaO	MgO	P_2O_5	$S_{заг}$	CO_2	K_2O	Na_2O	n.n.n.	Всього
1	69,9	66,3	29,5	67,1	2,35	0,028	0,23	0,030	0,05	0,23	0,015	0,033	0,10	0,033	0,068	0,52	100,15
2	70,2	68,0	29,8	67,2	1,9	0,030	0,19	0,032	0,04	0,22	0,015	0,032	0,10	0,032	0,067	0,50	100,03
4	70,6	68,6	30,0	67,6	1,5	0,030	0,18	0,035	0,04	0,20	0,013	0,030	0,09	0,030	0,065	0,34	100,03

Таблиця 5.5

Мінеральний склад концентратів основної флотації магнетитового концентрату

№ тесту	Вміст мінералів (М) і пов'язаного з ним заліза загального (Fe), %															
	Магнетит		Гематит, мартит		Гідрооксиди заліза		Карбонати		Сульфіди		Силікати		Кварц	Апатит	Всього	
	М	Fe	М	Fe	М	Fe	М	Fe	М	Fe	М	Fe	М	М	М	Fe
1	91,6	66,3	3,3	2,3	1	0,6	0,23	0,09	0,03	0,01	2,5	0,6	1,3	0,04	100	69,9
2	93,9	68,0	1,9	1,3	0,6	0,4	0,23	0,09	0,03	0,01	2,3	0,4	1,0	0,04	100	70,2
4	94,8	68,6	1,9	1,3	0,5	0,3	0,23	0,09	0,04	0,01	2,0	0,3	0,5	0,03	100	70,6

Гранулометричний склад концентратів основної флотації наведено у табл. 5.6.

Таблиця 5.6

Гранулометричний склад концентрату основної флотації за тестами №1-5.2

№ тесту	Клас крупності, мм	Концентрат флотації
1	+0,071	-
	-0,071+0,05	-
	-0,05+0,045	0,5
	-0,045+0,02	27,8
	-0,02	71,7
	Всього	100
2	+0,071	0,5
	-0,071+0,05	0,9
	-0,05+0,045	3,5
	-0,045+0,02	34,2
	-0,02	60,9
	Всього	100
3	+0,071	-
	-0,071+0,05	-
	-0,05+0,045	0,7
	-0,045+0,02	35,4
	-0,02	63,9
	Всього	100
4	+0,071	-
	-0,071+0,05	0,7
	-0,05+0,045	5,2
	-0,045+0,02	22,4
	-0,02	71,7
	Всього	100
5	+0,071	-
	-0,071+0,05	-
	-0,05+0,045	2,0

	Продовження таблиці 5.6	
	-0,045+0,02	23,0
	-0,02	75,0
	Всього	100
6	+0,071	-
	-0,071+0,05	-
	-0,05+0,045	1,2
	-0,045+0,02	27,0
	-0,02	71,8
	Всього	100
7	+0,071	-
	-0,071+0,05	-
	-0,05+0,045	0,3
	-0,045+0,02	27,0
	-0,02	72,7
	Всього	100
8	+0,071	-
	-0,071+0,05	0,4
	-0,05+0,045	0,6
	-0,045+0,02	22,3
	-0,02	76,7
	Всього	100
9	+0,071	-
	-0,071+0,05	0,6
	-0,05+0,045	0,9
	-0,045+0,02	22,0
	-0,02	76,5
	Всього	100

Розкриття мінералів у результаті тонкого подрібнення показано у табл. 5.7-5.15.

Результати збагачення пінного продукту основної флотації за магнітно-флотаційною схемою наведено у таблиці 5.16. Характеристика продуктів наведена у таблиці .5.17

Питома поверхня флотаційного концентрату, отриманого в напівпромислових умовах, склала 2330см^2/г. Згідно з лабораторними флотаційними дослідженнями, значення питомої поверхні концентрату досягло 2485 см^2/г. Аналіз розкриття зерен мінералів показав, що флотаційний концентрат на 86,9% складається чистих магнетитових зерен, також присутні багаті зростки у кількості 1,9%, зростки з в м.р.ф. у кількості 2,8%, бідні зростки складають 7,1%, нерудні – 2,1%. У таблиці. 5.17 надані дані щодо розкриття мінеральних зерен у продуктах збагачення.

Таблиця 5.7

Розкриття мінеральних зерен. Тест №1

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з в м.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
-0,05+0,045	0,5	31,1	20,1	0,10	8,5	0,04	12,4	0,06	47,0	0,24	12,0	0,06	100	0,5
-0,045+0,02	27,8	68,5	92,7	25,77	1,9	0,53	1,2	0,33	1,7	0,47	2,5	0,70	100	27,8
-0,020+0	71,7	71,1	97,0	69,55	0,8	0,57	0,5	0,36	0,9	0,65	0,8	0,57	100	71,7
Всього	100	70,2		95,42		1,14		0,75		1,36		1,33		100

Таблиця 5.8

Розкриття мінеральних зерен. Тест №2

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,071	0,5	27,2	13,8	0,07	5,5	0,03	7,0	0,04	59,0	0,29	14,7	0,07	100	0,5
-0,071+0,05	0,9	29,9	16,9	0,15	11,6	0,10	14,4	0,13	48,5	0,44	8,6	0,08	100	0,9
-0,05+0,045	3,5	44,2	45,3	1,59	8,4	0,29	12,3,	0,43	16,5	0,58	17,5	0,61	100	3,5
-0,045+0,02	34,2	68,8	93,1	31,84	2,1	0,72	1,3	0,45	1,5	0,51	2,0	0,68	100	34,2
-0,020+0	60,9	70,8	91,7	59,13	0,7	0,43	0,4	0,24	1,0	0,61	0,8	0,49	100	60,9
Всього	100	68,6		92,78		1,57		1,29		2,43		1,93		100

Таблиця 5.9

Розкриття мінеральних зерен. Тест №3

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
-0,05+0,045	0,7	40,2	31,6	0,22	12,2	0,09	14,9	0,10	30,9	0,22	10,04	0,07	100	0,74
-0,045+0,02	35,4	70,0	94,9	33,59	2,0	0,71	0,9	0,32	0,7	0,25	1,5	0,53	100	35,4
-0,020+0	63,9	71,3	97,9	62,56	0,4	0,26	0,3	0,19	0,9	0,57	0,5	0,32	100	63,9
Всього	100	70,6		96,37		1,06		0,61		1,04		0,92		100

Таблиця 5.10

Розкриття мінеральних зерен. Тест №4

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,05	0,7	31,9	25,5	0,18	8,5	0,06	9,3	0,06	51,7	0,36	5,0	0,04	100	0,7
-0,05+0,045	5,2	62,6	82,7	4,3	1,6	0,08	3,0	0,16	5,9	0,31	6,8	0,35	100	5,2
-0,045+0,02	22,4	69,5	90,7	20,33	5,2	1,16	1,0	0,22	1,3	0,29	1,8	0,40	100	22,4
-0,020+0	71,7	71,3	98,30	70,48	0,2	0,14	0,3	0,22	0,5	0,36	0,7	0,50	100	71,7
Всього	100	70,2		95,29		1,44		0,66		1,32		1,29		100

Таблиця 5.11

Розкриття мінеральних зерен. Тест №5

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального ,%	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,045	2,0	57,5	70,0	1,4	5,4	0,11	5,1	0,10	11,3	0,23	8,2	0,16	100	2,0
-0,045+0,02	23,0	70,1	95,7	22,01	1,0	0,23	1,1	0,25	1,0	0,23	1,2	0,28	100	23,0
-0,020+0	75,0	71,3	97,5	73,12	0,5	0,38	0,4	0,30	0,7	0,53	0,9	0,67	100	75,0
Всього	100	70,7		96,53		0,72		0,65		0,99		1,11		100

Таблиця 5.12

Розкриття мінеральних зерен. Тест №6

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,045	1,2	45,9	55,4	0,66	4,0	0,05	6,3	0,08	16,6	0,20	17,7	0,21	100	1,2
-0,045+0,02	27,0	69,9	94,1	25,41	0,8	0,22	2,9	0,78	0,9	0,24	1,3	0,35	100	27,0
-0,020+0	71,8	71,3	97,8	70,22	0,2	0,14	0,5	0,36	0,6	0,43	0,9	0,65	100	71,8
Всього	100	70,6		96,29		0,41		1,22		0,87		1,21		100

Таблиця 5.13

Розкриття мінеральних зерен. Тест №7

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас. частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,045	0,3	30,0	20,4	0,06	5,9	0,02	6,4	0,02	32,6	0,10	34,7	0,10	100	0,3
-0,045+0,02	27,0	69,0	92,6	25,0	2,1	0,57	1,4	0,38	1,4	0,38	2,5	0,67	100	27,0
-0,020+0	72,7	71,0	98,0	71,25	0,1	0,07	0,3	0,22	0,5	0,36	1,1	0,80	100	72,7
Всього	100	70,3		96,31		0,66		0,62		0,84		1,57		100

Таблиця 5.14

Розкриття мінеральних зерен. Тест №8

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
+0,05	0,4	28,0	16,4	0,07	12,5	0,05	12,3	0,05	37,8	0,15	21,0	0,08	100	0,4
-0,05+0,045	0,6	36,6	37,0	0,22	6,1	0,04	10,2	0,06	24,3	0,15	22,4	0,13	100	0,6
-0,045+0,02	22,3	67,6	88,8	19,8	3,0	0,67	2,5	0,56	2,6	0,58	3,1	0,69	100	22,3
-0,020+0	76,7	71,1	97,7	74,93	0,3	0,23	0,4	0,31	0,6	0,46	1,0	0,77	100	76,7
Всього	100	69,9		95,02		0,99		0,98		1,34		1,67		100

Таблиця 5.15

Розкриття мінеральних зерен. Тест №9

Класи крупності, мм	Вихід, %	Мас.частка заліза загального, %	Вміст мінеральних зерен, %											
			Рудні		Багаті зростки		Зростки з вм.р.ф. ≈ 50%		Бідні зростки		Нерудні		Сума	
			Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих	Від класу	Від вих
-0,071+0,05	0,6	26,0	13,7	0,08	11,8	0,07	13,0	0,08	36,5	0,22	25,0	0,15	100	0,6
-0,05+0,045	0,9	35,4	33,3	0,30	8,3	0,07	9,0	0,08	28,7	0,26	20,7	0,19	100	0,9
-0,045+0,02	22,0	66,6	88,5	19,47	2,5	0,55	2,2	0,48	3,8	0,84	3,0	0,66	100	22,0
-0,020+0	76,5	70,6	96,8	74,05	0,3	0,23	0,6	0,46	1,0	0,77	1,3	0,99	100	76,5
Всього	100	69,1		93,9		0,92		1,1		2,09		1,99		100

Таблиця 5.16

Результати флотаційного збагачення магнітного продукту з масовою часткою заліза 58,81%

Продукт	Вихід, %	Вміст заліза, %	Вилучення заліза, %	Витрати реагенту, г/т
пінний	25	39,05	16,6	180
камерний	75	66,18	84,4	
вихідний	100	58,81	100	
пінний	26,2	40,4	18,0	200
камерний	73,8	65,34	82,0	
вихідний	100	58,81	100	
пінний	27,1	48,0	19,5	220
камерний	72,6	65,21	80,5	
вихідний	100	58,81	100	

Таблиця 5.17

Розкриття мінеральних зерен в продуктах збагачення

Найменування продукту	Вміст заліза заг., %	Мінеральні зерна та агрегати, %					
		рудні	Багаті зростки	Зростки з вм.р.ф. ≈50%	бідні	нерудні	всього
Магнітний продукт	61,0	65,6	1,9	9,2	17,2	6,1	100
Флотаційний концентрат	70,43	91,6	2,0	2,9	1,2	2,2	100
Флотаційний концентрат	66,3	86,1	1,9	2,8	7,1	2,1	100
Хвости магнітного збагачення	9,33	18,4	4,5	14,8	34,0	28,3	100
Хвости флотації	36,66	34,0	5,4	17,0	25,1	18,5	100

На підставі аналізу й синтезу результатів проведених теоретичних та практичних досліджень розроблено нову технологію вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів ПрАТ «Інгулецький ГЗК» що дозволяє отримати два типи товарної продукції: перший високоякісний концентрат з масовою часткою заліза загального 70,43 % та масовою часткою діоксиду кремнію 1,83 % і другий - рядовий концентрат з масовою часткою заліза загального 66,2 % та діоксиду кремнію 7,52 %.

5.3 Техніко-економічний аналіз ефективності розробки

Для оцінки техніко-економічної ефективності рекомендованої схеми збагачення враховувалися аналіз стану існуючої схеми, проблеми пов’язані з виробництвом високоякісного концентрату та низка проведених досліджень і тестів.

Очікуваний економічний ефект від запропонованих технологічних рішень полягає у підвищенні якісних характеристик товарної продукції, зниження втрат корисного компонента у відходах збагачення та зменшення операційних витрат.

Для комплектації рекомендованої схеми додатково потрібне обладнання (таблиця 5.18).

Таблиця 5.18

Додаткове обладнання для дільниці флотаційного збагачення магнетитового концентрату

Найменування	Од. вим.	Існуюча схема	Рекомендована схема		
			Усього	Fe заг. 66,2%	Fe заг. 70,43%
		Кількість			
Грохіт з 8-струменевим пульпорозподілювачем	шт	0	13	5	8
Первинні пульпорозподілювач	шт	0	2	1	1
Вертикальний млин	шт	0	2	2	0
Розмагнічуюча котушка	шт	0	2	0	2
Насос АНГЦУ	шт	0	2	2	0

Вартість обладнання необхідного для придбання наведена в таблиці 5.19.

Таблиця 5.19

Вартість обладнання

Найменування	Од. вим.	Вартість одиниці
Грохіт з 8-струменевим пульпорозподілювачем	US$	544 851,70
Первинний пульпорозподілювач	US$	75 000,00
Вертикальний млин	€	2 490 000,00
Розмагнічуюча котушка	€	7 800,00
АНГЦУ	€	545 500,00

Додаткові електричні потужності нового обладнання наведені в таблиці 5.20.

Таблиця 5.20

Споживання електроенергії основним технологічним обладнанням

Обладнання	Од. вим.	Установче споживання електроенергії
Вертикальний млин	кВт/ч	2 000
Грохот	кВт/ч	7,40
АНГЦУ	кВт/ч	200

Додаткових витрат на придбання флотомашин для оновленого пінного продукту не передбачається, за рахунок вивільнення існуючих флотомашин.

Слід зазначити, що суттєвих змін торкнеться використання реагентів. Дані по витратам реагентів в існуючий та рекомендованій схемі наведені в таблиці 5.21.

Таблиця 5.21

Дані по витратам реагентів

Реагент	Од. вим.	Існуюча схема	Рекомендована схема		
Якість концентрату	%	68,5	Усього	Fe заг. 66,2%	Fe заг. 70,43%
Питомі витрати					
Лілафлот	г/т	145	138	160	126
Ферравет	г/т	144	144		
Оцтова кислота	г/т	8,7	8,26		

В рамках розділу рекомендована технологічна схема збагачення магнетитових кварцитів ПРАТ «ІНГЗК» та маркетингової оцінки перспективності впровадження запропонованих змін до технології ПрАТ « ІНГЗК» покладено такі положення:

1. Технологія призначена для прибуткової та стійкої сировинної галузі, що розвивається [77].

Довідково: Виробництво чавуну та сталі в Україні у 2023 році було на 71% менше порівняно з 2021 роком. Але, незважаючи на це, металургійний сектор залишається базовим для української економіки, чий внесок у ВВП у 2023 році становив 5,7%, включаючи ланцюги поставок. До війни вклад металургії у ВВП України становив 10,3%.

2. Технологія, що пропонується до впровадження та галузь де це пропонується реалізувати відноситься до індустріальної сфери з досить високим рівнем фондовіддачі.

3. Реалізація запропонованих технологічних рішень вимагає інвестиційних заходів, але економічні показники є досить привабливими для інвесторів.

Оцінюючи економічну привабливість проєкту у межах цієї роботи приймаються такі положення, що дозволяють проводити загальну кількісну оцінку:

1. Прибутковість виробництва залізорудного концентрату використовувалась з відкритих даних (фінансових звітів) передових підприємств галузі, що публікуються у відкритому друку та в Інтернеті.

2. Темпи знецінення коштів (коефіцієнт дисконтування) при розрахунку брався з урахуванням війни станом на 2024 рік та дорівнює 0,186.

3. Розрахунок чистої поточної вартості та норми прибутку розглядався за варіантом терміну життя проєкту 10 років.

4. Ринок збуту – Китай

5. Розрахунок амортизаційних відрахувань виконується за прямолінійним методом амортизації, за яким річна сума амортизації визначається розподілом вартості, що амортизується, на строк корисного використання об'єкта основних засобів.

Цей метод відрізняється легкістю розрахунку - вартість об'єкта основних засобів списується рівними частинами протягом усього терміну його експлуатації.

6. За інтервал укрупненого інвестиційного планування брався рік.

a. Період впровадження проєкту до моменту введення в експлуатація приймається безприбутковим;
b. Перший інтервал («перший» рік) планування. В цей період планується виконати розробку та оплату за проєкт (100%), заключення договорів з постачальниками обладнання, яке має довгий термін виготовлення та попередня оплата за нього (10%);
c. Другий рік реалізації проєкту передбачає поставку на площадку обладнання та початок будівельно-монтажних робіт з завершенням оплати за поставлене обладнання (65%) та виконані будівельно-монтажні роботи у цьому періоді (40%);
d. Третій рік проєкту включає в себе поставку на площадку обладнання та початок будівельно-монтажних робіт з оплатою (25%) та продовження будівельно-монтажних робіт та їх оплату (45%);
e. Четвертий рік реалізації проєкту включає перехід до виконання пусконалагоджувальні роботи з їх оплатою (100%), та введення в експлуатацію.

Данні по інвестиціям наведені у таблиці 5.22

Таблиця 5.22

Данні по інвестиціям

Роботи	Од. вим.	% від ОТО	Період (роки)					Усього
			0	1	2	3	4	
Проєкт	$тис.	15	2079,2	2186,8				2187
ОТО	$тис.	0	13861,6	1386,6	9206,9	3613,9		14207
БМР	$тис.	300	41584,8		17401,9	20232,4	6977,4	44612
ПНР	$тис.	10	1386,2				1723,5	1724
Усього			58911,8	3573,3	26608,8	23846,3	8701,0	62729

Техніко-економічна оцінка комерційної привабливості проєкту виконана із застосуванням методу варіантного дисконтного аналізу, з урахуванням знецінення вкладених коштів та надходжень протягом терміну життя проєкту.

Найбільш поширеними серед методів дисконтування є два методи:

- визначення чистої поточної вартості (NPV);
- розрахунок внутрішньої норми прибутку (IRR).

Обидва ці методи були застосовані при аналізі цієї розробки.

Любий інвестор при розгляді можливості інвестування коштів в будь-який проєкт, ключовою оцінює його економічну доцільність. Інвестор, звичайно, прагне не лише повернути свої кошти, але й отримати додатковий прибуток від вкладення. Крім того, важливою метою для інвестора є пошук альтернативних варіантів інвестування, які, при подібних рівнях ризику та інших умовах, забезпечать більший прибуток. Для цього використовують метод визначення чистої поточної вартості проєкту.

Очевидно, що на етапі будівництва (монтажу) чистий потік коштів завжди буде негативним. Для визначення «чистої поточної вартості проєкту» – net present value (NPV) – треба значення чистих потоків по всіх інтервалах планування дисконтувати, тобто перерахувати на поточний момент, як якого приймається "нульовий" інтервал планування.

Чиста поточна вартість (NPV, Net Present Value) – це показник економічної ефективності інвестиційного проєкту, який розраховується шляхом дисконтування (приведення до поточної вартості, тобто на момент інвестування) очікуваних грошових потоків (як доходів, так і витрат).

Для розрахунку NPV були складені прогнозні показники за інвестиційним проєктом у періоді (таблиця №5.24). Грошові потоки включають як надходження коштів так і їх видатки (інвестиції та інші видатки з реалізації проєкту).

Ставка дисконтування була прийнята на рівні 18,6%. Ставка дисконтування відбиває граничну норму вартості капіталу інвестора. Тобто, якщо для інвестування будуть використовуватись позикові кошти банку, то ставкою дисконтування буде ефективна ставка відсотка за кредитом. Якщо ж буде

використано власні кошти інвестора, то за ставку дисконтування може бути взята ставка відсотка за банківським депозитом, ставка прибутковості за державними облігаціями тощо. Тому прийнята ставка дисконтування, яка враховує облікову ставку НБУ станом на 2024 рік, ризики по довгостроковому кредиту та стан війну у державі.

Чинник дисконтування першого періоду приймається рівним одиниці. Фактор дисконтування розраховується за формулою:

$$Dn = 1/(1 + i)n \tag{5.1}$$

де,

i – ставка

n – період

Дисконтування грошових потоків – це метод оцінки вартості майбутніх грошей. Методом дисконтування грошових потоків інвестори оцінюють майбутні очікувані грошові потоки та дисконтують їх за ставкою дохідності, яка враховує тимчасову вартість грошей та відносні ризики інвестицій. Можна уявити метод дисконтування грошових потоків такою формулою [78].

$$DCF = CF1 / (1 + k) + CF2 / (1 + k)2 + CFn / (1 + k)n \tag{5.2}$$

де

к-ставка дисконтування

CF1, CF2, CFn - грошові потоки за періодами;

Чиста поточна вартість (NPV) розраховується за формулою

$$NPV = \sum_{i=0}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)} \tag{5.3}$$

де,

NPV (Net Present Value) – чиста поточна вартість інвестиційного проєкту;

CF (Cash Flow) – грошовий потік;

r – ставка дисконтирования;

n – загальна кількість періодів (інтервалів, кроків) i = 0, 1, 2, …, n за весь термін інвестування.

У цій формулі CF 0 відповідає обсягу початкових інвестицій IC (Invested Capital), тобто. CF 0 = IC . У цьому випадку грошовий потік CF 0 має від'ємне значення.

Тому вищенаведену формулу можна модифікувати [79].:

$$NPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i} - IC \quad (5.4)$$

Якщо інвестиції у проєкт здійснюються не одномоментно, а протягом низки періодів, то інвестиційні вкладення також мають бути продисконтовані. У такому разі формула NPV проєкту набуде наступного вигляду:

$$NPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i} - \sum_{i=0}^{n} \frac{IC_i}{(1+r)^i} \quad (5.5)$$

Розрахунок NPV дозволяє оцінити доцільність інвестування коштів. Можливі три варіанти значення NPV:

- NPV > 0. Якщо чиста поточна вартість має позитивне значення, це свідчить про повної окупності інвестицій, а значення NPV показує підсумковий обсяг прибутку інвестора. Інвестиції є доцільними через їх економічну ефективність.

- NPV = 0. Якщо чиста поточна вартість має нульове значення, це свідчить про окупності інвестицій, але інвестор у своїй не отримує прибуток. Наприклад, якщо були використані позикові кошти, то грошові потоки від інвестиційних

вкладень дозволять у повному обсязі розрахуватися з кредитором, у тому числі виплатити належні йому відсотки, але фінансове становище інвестора при цьому не зміниться. Тому слід пошукати альтернативні варіанти вкладення коштів, які мали позитивний економічний ефект.

- NPV < 0. Якщо чиста поточна вартість має негативне значення, то інвестиція не окупається, а інвестор у разі отримує збиток. Від вкладення коштів у такий проєкт слід відмовитись.

Якщо чиста поточна вартість проєкту набуває позитивного чи нульового значення, то даний проєкт можна вважати прийнятним при даному розрахунковому періоді. Це означає, що інвестор не тільки поверне вкладені кошти, а й може розраховувати і прибуток. З кількох варіантів слід набувати значення, NPV якого більше.

Внутрішня норма прибутку (IRR) — це показник, який використовується у фінансовому аналізі для оцінки прибутковості потенційних інвестицій. IRR — це ставка дисконтування, яка робить чисту приведену вартість (NPV) усіх грошових потоків рівною нулю в аналізі дисконтованих грошових потоків.

Розрахунок IRR базується на тій же формі, що й NPV (NPV = (Сьогоднішня вартість очікуваних майбутніх грошових потоків) — (Сьогоднішня вартість інвестованих грошових коштів). Майте на увазі, що IRR не є фактичною вартістю проєкту в грошовій валюті. Саме річна прибутковість робить NPV рівною нулю.

Отже, чим вища внутрішня норма прибутку, тим більш бажаними є інвестиції або тим привабливішим є бізнес для інвестора. IRR є однорідною для інвестицій різних типів і, як така, може використовуватися для ранжування кількох перспективних інвестицій або проєктів на відносно рівномірній основі. Загалом при порівнянні варіантів інвестування з іншими подібними характеристиками, інвестиції з найвищою IRR, ймовірно, будуть вважатися найкращими.

Формула та розрахунок, які використовуються для визначення цього показника, такі:

$$0 = NPV = \sum_{i=1}^{T} \frac{C_t}{(1+IRR)^t} - C_o \quad (5.6)$$

де,

Ct — чистий приплив грошових коштів за період t

C0 — загальна вартість початкових інвестицій

IRR — внутрішня норма прибутку

t — кількість часових періодів.

5.4 Розрахунок інвестиційної привабливості проєкту.

Назва розробки: Підвищення ефективності магнітно-флотаційного збагачення

Вихідні дані для розрахунку інвестиційної привабливості розробки представлені в таблиці 5.23.

Таблиця 5.23

Вихідні дані для розрахунку інвестиційної привабливості розробки

	Показники	Од. вим.	Існуюча схема	Рекомендована схема		
				Усього	Fe заг. 66,2%	Fe заг. 70,43%
Виробництво	Концентрат ММС, 61,0%	т/год	830,0	830,0		
	Концентрат товарний, 66,2%	т/год			226,83	
	Концентрат товарний, 68,5%	т/год	599,4			
	Концентрат товарний, 70,43%	т/год				429,93
	Концентрат товарний усього,%	т/год	599,4	656,76		
	Відходи	т/год	230,6	173,2		
Технологічні показники	Вміст заліза в товарному концентраті	%	68,5	68,97	66,2	70,43
	Вихід концентрату	%	72,22	79,13		
	Вилучення залізу в конц.	%	81,1	89,47		

Таблиця 5.24

Основні показники техніко-економічного розрахунку

№ з/п	Показник	Од. вим.	Період (рік)													
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Інвестиційний грошовий потік	тис. US$	3 573,30	26 608,80	23 846,30	8 701,00										
2	Операційні прибутки	тис. US$														
3	Амортизація	тис. US$					98 878,00	99 260,90	99 652,00	100 051,40	100 459,40	100 876,00	101 301,60	101 736,20	102 180,00	102 633,40
4	Вільний грошовий потік CF	тис. US$					3 763,80	3 763,80	3 763,80	3 763,80	3 952,00	3 952,00	3 952,00	3 952,00	3 952,00	4 140,10
5	Ставка дисконтування	%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%	18,6%
6	Фактор дисконтування		1,0000	0,8432	0,7109	0,5994	0,5054	0,4262	0,3593	0,3030	0,2555	0,2154	0,1816	0,1531	0,1291	0,1089
7	Дисконтований вільний грошовий потік (DCF)	тис. US$	(3 573,3)	(22 435,8)	(16 953,2)	(5 215,7)	41 322,7	34 975,9	29 605,8	25 062,0	21 225,7	17 970,4	15 215,5	12 883,8	10 910,3	9 243,4
8	(DCF) з накопиченим підсумком	тис. US$	(3 573,3)	(26 009,1)	(42 962,2)	(48 178,0)	(6 855,3)	28 120,5	57 726,4	82 788,4	104 014,0	121 984,5	137 200,0	150 083,8	160 994,1	170 237,5

Таблиця 5.25

Показники економічної ефективності

Показник	Од. вим.	Сума
NPV без урахування вартості	$тис.	170 237,5
Залишкова вартість	$тис.	521 702,9
Дисконтована залишкова вартість	$тис.	56 796,6
NPV з урахуванням вартості	$тис.	227 034,1
Показники економічної ефективності		
Дисконтований інвестиційні видатки (PVI)	$тис.	48 178,0
Індекс прибутковості (PI)	-	5,7
Внутрішня норма рентабельності	%	62,7
Дисконтований період окупності (DPP)	міс	63
Ставка дисконтування,%	%	18,6

Таблиця 5.26

Розрахунок залишкової вартості на кінець 10 року експлуатації

Показник	Величина
Максимальний період експлуатації, роки	15
Загальна вартість об'єкта тис. US$	69 002,40
Ринкова залишкова вартість об’єкта, тис.US$	23 000,80
Бухгалтерська залишкова вартість об’єкта, тис.US$	30 047,40

Отже, сумарний дисконтований економічний ефект для гірничо-збагачувального підприємства середньої потужності близько 227 034,1 US$. Для досягнення терміну окупності проєкту 5 років внутрішню норму прибутку IRR можна підтримувати близько 62,7 % річних.

Висновки до розділу 5

1. На підставі аналізу й синтезу результатів проведених теоретичних та практичних досліджень розроблено нову технологію вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів ПрАТ «Інгулецький ГЗК» що дозволяє отримати два типи товарної продукції: перший високоякісний концентрат з масовою часткою заліза загального 70,43 % та масовою часткою діоксиду кремнію 1,83 % і другий - рядовий концентрат з масовою часткою заліза загального 66,2 % та діоксиду кремнію 7,52 %.

2. Рекомендовано до впровадження нову технологічну схему вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових концентратів, яка включає розмагнічування вихідного магнітного продукту третьої стадії магнітної сепарації рудо-збагачувальної фабрики, тонке грохочення розмагніченого продукту, основну флотацію підрешітного продукту, подрібнення надрешітного та пінного продукту основної флотації у вертикальних млинах, який працює у замкненому циклі з гідроциклонами; тонке грохочення зливу гідроциклону, магнітне збагачення підрешітного продукту (перечищення пінного продукту) і контрольна флотація магнітного продукту. У результаті отримуємо два товарних концентрати і відходи (надрешітний продукт другої стадії грохочення, немагнітний продукт магнітного перечищення, пінний продукт контрольної флотації). Впровадження такої схеми дозволить отримати підвищення виробництва концентрату на 9,6%; збільшення масової частки заліза загального у концентраті на 0,5% і зменшення масової частки кремнезему до 2,46 % зменшення витрат на реагенти на 3,5%; зменшення витрат на гідротранспорт на 25% на рік. Технологія перевірена у промислових умовах. Виконано 9 тестів магнітно-флотаційного збагачення магнетитового концентрату за новою схемою.

3. Техніко-економічним розрахунком визначено позитивні результати запропонованих нововведень, а саме: розрахунок чистої поточної вартості NPV є позитивним. Встановлено, що термін окупності за коефіцієнта дисконтування 0,426 становить близько п’яти років. Сумарний дисконтований економічний ефект для

гірничо-збагачувального підприємства середньої потужності близько 227 034,1 US$. Для досягнення терміну окупності проєкту 5 років внутрішню норму прибутку IRR можна підтримувати близько 62,7 % річних.

ВИСНОВОК

Дисертація є закінченою науково-дослідною роботою, у якій розв’язано актуальне науково-практичне завдання, що полягає у обґрунтуванні та розробці технологічних рекомендацій щодо впровадження у гірничо-збагачувальне виробництво технології вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів на підставі встановлення закономірностей магнітної коагуляції мінеральних частинок, умов руйнування неселективних флокул для розробки технології підготовки оптимального живлення для основної флотації магнетитових концентратів та перечищення пінного продукту.

1. На підставі виконаного аналізу технологій підвищення якості магнетитових концентратів показано, що в них основний приріст масової частки заліза можливий за рахунок уведення в технологію таких операцій, як тонке грохочення; тонке подрібнення у вертикальних млинах; автоматизована класифікація пульпи за рахунок встановлення установок насос-гідроциклон для ефективного виділення розкритих мінеральних зерен; обернена катіонна флотація. У результаті детального аналізу причин зниження якості магнетитових концентратів встановлено основну причину складнощів та технічних проблем при магнітно-флотаційному збагаченні магнетитових кварцитів, а саме: контрастність технологічних властивостей мінералів знижується за рахунок магнітної коагуляції, флокуляції та гетерокоагуляції мінеральних частинок.

2. На підставі результаті детального вивчення хімічного та мінералогічного складу живлення основної флотації магнетитового концентрату, камерного (товарного концентрату) та пінного продукту основної флотації визначена технологічна доцільність для зменшення явищ магнітної флокуляції доцільно застосовувати операцію розмагнічування, а для руйнування скоагульованих частинок, утворених на підставі дії реагентів та поверхневих явищ – операції вібраційного розділення. Для пінного продукту з метою оновлення поверхні раціонально використовувати доподрібнення у вертикальних млинах з додаванням

операцій класифікації в гідроциклонах або тонкого грохочення чи поєднання цих операцій для досягнення оптимального ефекту. Результати експериментів є підставою для розробки моделювання розділення магнетитової суспензії при флотації, на підставі якого після перевірки його адекватності будуть розроблені практичні рекомендації з удосконалення технологічної схеми флотаційного збагачення магнетитових кварцитів з отриманням товарної продукції високої якості.

3. Вперше доведено, що взаємодія між магнетитовими частинками має анізотропний характер взаємодії, обумовлений подовжніми силами тяжіння і взаємно відштовхуючими поперечними силами щодо магнітних ліній зовнішнього поля, що дозволило розкрити фізичну причину механізму вилучення магнетиту у зовнішньому магнітному полі сепаратора у вигляді стійких ниткоподібних утворень при бінарному злитті магнетитових частинок, які практично не руйнуються при подальшому вібраційно-флотаційному збагаченні.

4. Обґрунтовано новий підхід математичного моделювання магнітної коагуляції. Для визначення стохастичних характеристик коагуляції замість диференційного рівняння М. Смолуховського в основі методології моделювання закладено математичну операцію згортки імовірнісних функцій, на базі якої вперше реалізовано універсальний оператор перетворення ймовірнісних характеристик розподілу дисперсного складу магнетитових частинок при магнітній коагуляції.

5. В основу розробки математичної моделі процесу магнітної коагуляції та критеріальних умов осадження магнетитових частинок на барабані магнітного сепаратора покладено характер впливу змінної додаткової сили на динаміку магнетитових частинок у робочій області магнітного сепаратора, яка умовно поділяється на три характерні зони. У першій зоні траєкторії аперіодичні, у другій і третій зонах додаються сідлоподібні траєкторії. У моделі доведено послідовність протікання комбінації процесів коагуляції і сепарації в магнітних сепараторах з якої випливає, що частина магнетитових частинок, що увійшла в магнітний сепаратор дисперсного ансамблю, осаджується на магнітах до процесу коагуляції.

6. На підставі розроблених математичних моделей розкрито характерні особливості процесу магнітної коагуляції у магнітних сепараторах:

- магнітна коагуляція з'являється при певних, критичних значеннях масової концентрації магнетитових частинок у суспензії, при перевищенні яких коефіцієнт глибини коагуляції починає зростати зі збільшенням їх концентрації:

- зі збільшенням швидкості потоку пульпи у живленні магнітного сепаратору збільшується критичне значення масової концентрації магнетитових частинок, при якій з'являється процес магнітної коагуляції;

- зі зменшенням середнього розміру магнетитових частинок у пульпі зростає критичне значення їх масової концентрації, при якій починається магнітна коагуляція, а також збільшується коефіцієнт глибини коагуляції, у якому досягається певний рівень немагнітних домішок. Для зниження цих параметрів потрібно зменшувати швидкість потоку пульпи. за якої збільшується глибина магнітної коагуляції.

7. Доведено, що коефіцієнт глибини коагуляції пропорційний масовій концентрації магнетитових частинок у пульпі й магнітна коагуляція з'являється за певних, критичних значень масової концентрації магнетитових частинок у суспензії, при перевищенні яких коефіцієнт глибини коагуляції зростає, а саме збільшення критичного значення масової концентрації магнетитових частинок з 1,53 до 3,55 кг/м3 відбувається зі зменшенням середнього розміру магнетиту у пульпі з 0,16 мм до 0,01 мм і зі збільшенням швидкості потоку пульпи, що призводить до пришвидшення процесу магнітної коагуляції і до змінення розподілення дисперсного складу домішок в бік збільшення середньої маси знов утвореного агрегатів;

8. Запропонована, теоретично обґрунтована та експериментально підтверджена нова модель вібраційної руйнації мінеральних агрегатів і флокул, утворених у результаті магнітної та флотаційної коагуляції, що ґрунтується на теорії подібності та аналізу розмірностей у вигляді диференціального рівняння у частинних похідних другого порядку гіперболічного типу без початкових умов з урахуванням випадковості зміни параметрів: швидкості розповсюдження вібрацій з визначеною частотою 30-55 Гц та амплітудою 0,5-2 мм.

9. Вперше встановлено, що зі збільшенням частоти коливань декі грохоту від 30 до 55 Гц амплітуда необхідна для руйнування мінеральних агрегатів та флокул у пінному продукті флотації магнетитових концентратів, утворених в результаті магнітної

коагуляції зменшується з 2 до 0,5 мм. При цьому у підрешітний продукт грохоту попадають магнітні флокули поздовжньої форми за розміром, що перевищує розмір комірки грохоту в 1,3-2 рази, внаслідок того що сил вібрації та коливань недостатньо для їх руйнації.

10. Адекватність побудованих моделей та методик розрахунку характеристик магнітної коагуляції підтверджено експериментальними даними. Розроблені математичні моделі магнітної коагуляції адекватно моделюють розподіл дисперсного складу нерудних домішок та магнетиту за критерієм Фішера зі ступенем ризику не більше 5%.

11. На підставі аналізу й синтезу результатів проведених теоретичних та практичних досліджень розроблено нову технологію вібраційно-магнітно-флотаційного збагачення магнетитових кварцитів ПрАТ «Інгулецький ГЗК» що дозволяє отримати два типи товарної продукції: перший високоякісний концентрат з масовою часткою заліза загального 70,43 % та масовою часткою діоксиду кремнію 1,83% і другий - рядовий концентрат з масовою часткою заліза загального 66,2 % та діоксиду кремнію 7,52%.

12. Техніко-економічним розрахунком визначено позитивні результати запропонованих нововведень, а саме: розрахунок чистої поточної вартості NPV є позитивним. Встановлено, що термін окупності за коефіцієнта дисконтування 0,426 становить близько п’яти років. Сумарний дисконтований економічний ефект для гірничо-збагачувального підприємства середньої потужності близько 227 034,1 US$. Для досягнення терміну окупності проєкту 5 років внутрішню норму прибутку IRR можна підтримувати близько 62,7 % річних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Олійник Т.А. Перспективи розвитку технологій збагачення залізних руд / Т.А. Олійник // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2018. – Вип. 69(110). – С. 32-44.

2. Бачева Е.Д. Виробництво товарної залізної руди в Північній Америці в 2005 г. // Новини чорно металургії за кордоном, 2006. – №4. – С. 9–14.

3. Півень В.А., Дендюк Т.В., Калініченко А.Ф. Застосування оберненої катіонної флотації для доведення концентратів магнітного збагачення кварцитів Інгулецького ГЗК // Гірничий журнал, 2003. – Спецвипуск.

4. Іванова Н. И., Коагуляція, 2009, // Велика енциклопедія. – С. 357.

5. Пилипенко О. І. Поверхневі явища та дисперсні системи: Конспект лекцій. – Харьків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2024. – 278 с.

6. Єльцов С.В., Водолазкая Н.О. Фізична та колоїдна хімія: Учбовий посібник. Ч. І. – Харьків: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2005. – 239 с.

7. Уров Н.Б., Физико-хімічні основи технології дисперсних систем і матеріалів.- Київ: Хімія, 1988.

8. Galkin V.A. Analysis of mathematical models: systems of conservation laws, Boltzmann and Smoluchowski equations / V.A. Galkin - Moscow: BINOM. Laboratory of Knowledge, 2009. 408 p.

9. Дубовський П. В. Ітераційний метод розв'язання рівняння коагуляції з просторово неоднорідними полями швидкостей / П. В. Дубовський // Журнал обчислювальної матем. і матем. Фізики. - 1990. - 30. - С. 1755-1757.

10. Дубовський П. В. Нова дискретна модель кінетики коагуляції та властивості її безперервного аналога/ П. В. Дубовський.//Математичне моделювання.- 2000. - № 9. - С. 3-15.

11. Rayner J. G. A mathematical model of concentrate solids content for the wet drum magnetic separator / J. G. Rayner, T. J. Napiermunn // International journal of mineral processing. – 2003. – Vol. 70. – № 1-4. – P. 53-56.

12. Великонська Н.М., Надточій А.А. Поверхневі явища та дисперсні системи: Навчальний посібник. – Дніпро: НМетАУ, 2018. – 78 с.

13. Круть О. А. Аналіз енергетичного стану твердої фази водо-вугільної суспензії з позицій теорії ДЛФО / О. А. Круть, В. С. Білецький, П. В. Сергєєв // Збагачення корисних копалин. — 2006. — № 24 (65). — С. 14—19.

14. Смирнов В.О., Білецький В.С. Переробка, збагачення і комплексне використання корисних копалин. – Донецьк: Східний видавничий дім, 2012. – 619 с.

15. Полулях О.Д., Берлін А.М., Корнєєва В.М. Узагальнення вихідних даних для розробки технології додаткового отримання товарної продукції від збагачення промпродукту// Загальні питання технології збагачення: Наук.-техн. зб. – 2014. – Вип. 57(98). – С. 32-44.

16. Ніколаєнко К.В., Прилипенко В.Д., Олійник Т.А. Магнітні та електричні методи збагачення корисних копалин.Підручник для студентів вищих навчальних закладів за напрямом «Переробка корисних копалин»//Київ:Фенікс,2011.- 3658с.

17. Eisenträger A. Particle capture efficiency in a multi-wire model for high gradient magnetic separation/ A. Eisenträger, D. Vella, I. M. Griffiths// Applied Physics Letters. – 2014. – Vol.105. – 10 p.

18. Lundt J. High gradient magnetic separation as a means of water purification [Електроний ресурс] / J. Lundt, B. A. Finlayson. – 2007. – 12 p. – Режим доступу: http://faculty.washington.edu/finlayso/che499/jonathan.pdf.

19. Scholden P. C. The origin of magnetic birefringence and dichroism in magnetic fluids/ P. C. Scholden // IEEE Trans. Magnetics. – 1990. Vol. 16, N 2. – P. 221-225.

20. Low-field magnetic separation of monodisperse Fe3O4 nanocrystals / C. T. Yavuz, J. T. Mayo, W. W. Yu, A. Prakash // Science. –2006. –Vol. 314. – P. 964-967.

21. Райхер Ю. Л. До теорії дисперсії магнітної сприйнятливості дрібних феромагнітних частинок / Ю. Л. Райхер, М. И. Шліомис // ЖЕТФ. – 1974. – Т.67.– №3(9). – С.1060-1073.

22. Олійник Т.А., Невзоров В.В. Тонке грохочення як спосіб вирішення технологічних питань при виробництві високоякісних залізорудних концентратів. Науковий вісник КНУ. – Кривий Ріг. – 2023.Вип.57, - С.80

23. Смирнов В. О., Білецький В. С. Підготовчі процеси збагачення корисних копалин. [навчальний посібник]. — Донецьк: Східний видавничий дім, Донецьке відділення НТШ, 2012. — 284 с.

24. Самилін В., Білецький В. Спеціальні методи збагачення корисних копалин. – Донецьк: Східний видавничий дім, 2003. – 116 с.

25. Булах О.В. Тонке грохочення як перспективний метод підвищення ефективності збагачення магнетитових кварцитів / Гірничий вісник– 2015 – Вип. 100. – С. 102-105.

26. Сафранов Т. А., Адаменко Я. О., Приходько В. Ю., Шаніна Т. П., Чугай А. В., Колісник А. В. Системний аналіз якості навколишнього середовища/Підручник/ - Одеса, 2015 - 244 с.

27. Білецький В.С., Олійник Т.А., Смирнов В.О., Скляр Л.В. Техніка та технологія збагачення корисних копалин. Частина 3. Заключні процеси. Видавець ФОП Чернявський Д.О: Кривий Ріг, 2019, 212с.

28. Ребот Д.П. Дослідження зміни амплітуди та частоти коливань сипкого матеріалу в процесі вібраційної сепарації/ Д.П. Ребот, В.Г. Топольницький, О.Т. Велика // Науковий вісник НЛТУ України. – 2020 – № 2 – С. 118-121.

29. Омельянов О.М. Дослідження впливу технологічного завантаження на параметри руху вібраційного сепаратора/ О.М. Омельянов // Вінницький національний аграрний університет. Вібрації в техніці та технологіях. – 2019 – № 4 – С. 89-94.

30. Губін Г.В. Аналітичний огляд напрямків випромінювання якості магнетитових концентратів / Л.В. Скляр, Т.П. Ярош, Г.Г. Губін// Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2016. – Вип. 64(105). – С. 42-59.].

31. Пілов П.І. Підвищення якості магнетитових концентратів шляхом їх механічної обробки / П. І. Пілов // Гірний журнал. – 1999. – №6. – С. 30–32.

32. ДСТУ 3195-95 Руди залізні і марганцеві. Методи відбору проб.

33. ДСТУ 4574:2006 Руди залізні. Методи відбирання та готування проб (ISO 3082:2000, MOD).

34. ДСТУ 3196:2015 Руди залізні та марганцеві. Методи готування проб.

35. ДСТУ 3196-95 Руди залізні і марганцеві. Методи підготовки проб.

36. ДСТУ 3210-95 Руди залізні і марганцеві, концентрати, агломерати і окатки. Визначення гранулометричного складу методом ситового аналізу.

37. ДСТУ 4577:2006 Руди залізні. Визначення гранулометричного складу методом розсіювання (ISO 4701:1999, MOD).

38. ДСТУ 23581.0:2008 Руди залізні, концентрати, агломерати й окатки. Загальні вимоги до методів хімічного аналізу.

39. ДСТУ 23581.18:2008 Руди залізні, концентрати, агломерати й окатки. Метод визначання заліза (загального).

40. ДСТУ 4573-1:2006 Руди залізні. Визначення кремнію. Частина 1. Гравіметричні методи (ISO 2598-1:1992, MOD).

41. Бекеша С., Сливко Є., Білик Н. Методи мінералогічних досліджень. Львів.: Міністерство освіти і науки України, ЛНУ імені Івана Франка, 2013.

42. Грицюк П.М. Основи теорії систем і управління/ П.М. Грицюк, О.І. Джоші, О.М. Гладка / навч. посіб. Рівне: НУВГП, 2021.– 272 с.

43. Николаєнко В. В., Олійник Т.А. Магнітні та електричні методи збагачення /Підручник для вузів. – Київ, 2022. – 304 с.

44. Кудрявцев Д. А. Моделювання процесу коагуляції у неоднорідному магнітному полі дефекту / Д. А. Кудрявцев // Контроль. Діагностика. – 2011. – №6. – С. 40-43.

45. Назаров Е. А. Розробка комп'ютерної технології моделювання процесу магнітної коагуляції / Е. А. Назаров // Контроль. Діагностика. – 2011. – №4. – С. 29-35.

46. Назаров Е. А. Розробка математичної моделі процесу магнітної коагуляції частинок суспензії / Е. А. Назаров // Прилади. – 2011. – №4. – С. 51-53.

47. Габрусєв Г.В., Самборська О.М. Звичайні диференціальні рівняння. Навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. – Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. – 172 с.

48. Булижев Е. М. Гранулометричний склад абразивного шламу, що утворюється при правці шліфувальних кіл / Е. М. Булижев, А. Ю. Богданов, М.Е. Краснова // Довідник Інженерний журнал. – 2008. – № 10. – С. 50–54.

49. Булижев Е. М. Критеріальна модель дисперсійного складу СОЖ / Е. М. Булижев, А. Ю. Богданов // Довідник Інженерний журнал. – 2008. –№10. – С. 43-45.

50. Булижев, А. Ю. Богданов, Е. Н. Мєньшов, М. Е. Краснова, Н. Н.Кондратьєва, Г. А. Джавахія, Е. П. Терешонок; під загальною редакцією Е. М. Булижева Нове покоління силових очисників водних технологічних рідин / Е. М.. –УлГТУ, 2010. – 419 с.

51. Верьовкіна Г.В. Ряди та інтеграли функцій комплексної змінної/ Навчальний посібник з дисципліни "Комплексний аналіз". – Київ, 2019. – 52 с.

52. Dekhtyarenko P.I. Determination of the characteristics of the links of automatic control systems / P.I. Dekhtyarenko, V.P. Kovalenko - Kyiv, 1973. - 120 p.

53. Korn G. Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers / G. Korn, T. Korn - Kiev, 1973. - 831 p.

54. V.P. Shipilo Operator-recursive analysis of electrical circuits and systems / - Energoatomizdat, 1991 - 312 p.

55. Коновалов Н. И., Мартинов С. И. Обтікання двох сфер нестаціонарним потоком в'язкої рідини // Вісник СамГУ. – Природничо-наукова 2008. – №3(62). – С. 246-259.

56. Березняк А.А., Березняк Е.А., Гумеров М.Э., Полига Д.А. Експериментальні результати розмагнічування магнетиту в імпульсному режимі. Збагачення корисних копалин. – Дніпро. – 2012.Вип. 50 (91).

57. Березняк А.А., Березняк Е.А., Гумеров М.Э. Розрахунок необхідні параметри процесу розмагнічування магнетиту. Збагачення корисних копалин. – Дніпро. – 2012.Вип. 48 (89).

58. Березняк А.А., Младецький И.К., Пайва Э. М. Розмагнічування феромагнітних частинок у пульпі. Збагачення корисних копалин. – Дніпро. – 2014.Вип. 57 (98).

59. Yakubaylik E.K., Kilin V., Chizhik M.V., Ganzhenko I.M., Kilin S.V. Study of strong-magnetic ores magnetization and demagnetization processes by the method of digital photography. Izvestiya. Ferrous Metallurgy. 2013; 56(2):5-11.

60. *URL:*: http://hdl.handle.net/2066/156225 Ultrafast Laser Induced Magnetization Dynamics in High Magnetic Fields (дата звернення 19.06.2024)

61. Лошкарєв Ю.В. До теорії процесу грохочення // Ефективність виробництва нерудних та неметалорудних матеріалів та якість продукції; / ВНДІнеруд.: - 1986. - С. 27-37.

62. Вайсберг Л.А., Рубісов Д.Б. Вібраційне грохочення сипких матеріалів: моделювання процесу та технологічний розрахунок грохотів. СПб.: Вид-во Механобр, 1994. 47 с.

63 Папушин Ю. Л., Смирнов В. О., Білецький В. С. Дослідження корисних копалин на збагачуваність (навчальний посібник). Донецьк: Східний видавничий дім, НТШ-Донецьк – 2006 - 344 с.

64. Білецький В.С., Олійник Т.А., Смирнов В.О., Скляр Л.В. Закономірності ефективного поділу мінералів у процесах збагачення корисних копалин// Київ, 2020 - 618 с.

65. Смирнов В.О., Білецький. В.С. Флотаційні методи збагачення корисних копалин. – Донецьк: Східний видавничий дім, 2010. – 492 с.

66. Сокур М.І., Білецький В.С., Єгурнов О. І., Воробйов О. М., Смирнов В.О., Божик Д.П. Підготовка корисних копалин до збагачення: Монографія. Кременчук ПП Щербатих О.В., 2017. 392 с.

67. Білецький В.С., Олійник Т.А., Смирнов В.О., Скляр Л.В. Техніка та технологія збагачення корисних копалин, Видавець ФОП Чернявський Д.О: Кривий Ріг, 2019, 230 с.

68. Кравець В.Г, Білецький В.С., Смирнов В.О. Техніка і технологія збагачення корисних копалин. КПІ ім. Ігоря Сікорського: Київ, 2019, 286 с.

69. Богомолов С.И., Журавлева А.М. Колебания сложных механических систем. – Харьков, 1979. – 136с.

70. Білецький В.С., Красуцький Ф.К., Олійник Т.А. Мала гірнича енциклопедія. т.ІІІ. Донецк: Донбасс, 2013- 652 с.

71. Писаренко Г.С. Опір матеріалів . Підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е. С. Уманський: за ред. Г.С. Писаренка. – 2-ге вид., доповн. і переробл.– К.: Вища шк. 2004. – 655с.: іл.

72. Бондаренко В.Г. Рівняння математичної фізики. Київ, КПІ ім.Ігоря Сікорського, 2018. – 100 с.

73. Петченко О.М., Сисоєв А.С., Є.І. Назаренко, А.В. Безуглий А.В. Навчальний посібник Загальні основи фізики. Харків – ХНАМГ – 2007, – 224 с.

74. Самойленко А.М. , Кирвошея С.А. Перестюк М.О. – Дифепенціальні рівняння у прикладах і задачах. К.: Вища школа,1994. – 456с

75. Найко Д.А., Шевчук О.Ф. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб./ Вінниця, 2020. – 383 с.

76. Випробування у напівпромислових умовах технології збагачення геолого-мінералогічних різновидів Інгулецького родовища у зв'язку з розвитком кар'єру: Звіт / Механобрчермет, т. 155-91, Рук. Т.Н.Гапіч, - 92 с. –Кривий Ріг, 1993.

77. *URL:* https://gmk.center/news/ Вклад ГМК у ВВП України склав 5,7% в 2023 році (дата звернення 19.06.2024)

78. *URL:* https://finacademy.net/materials/article/ Дисконтований спосіб визначення вартості для цілей МСФЗ (дата звернення 19.06.2024)

79. *URL*: Finances.in.ua Що таке чиста поточна вартість (NPV)? (дата звернення 19.06.2024)