

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВІТРООБМІНУ В ПІДЗЕМНИХ КАМЕРАХ
АВАРІЙНОГО ПОВІТРОПОСТАЧАННЯ**

Метою дослідження є розробка та впровадження математичної моделі процесу повітрообміну для забезпечення відповідних умов життєдіяльності в підземних камерах аварійного повітропостачання, які відповідають санітарно-гігієнічним умовам праці.

Метод дослідження. При створенні математичної моделі застосовується комплексний метод, що передбачає структурний синтез, критичний аналіз і узагальнення літературних джерел, аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду, а також метод Бернуллі та застосовується задача Коші.

Наукова новизна. Запропонована математична модель дозволяє реалізувати процес управління аеродинамічними параметрами повітрообміну, а саме визначити кратність повітрообміну в камері аварійного повітропостачання в залежності від концентрації шкідливих газів, які надходять в КАПП. Математичне моделювання підтвердило основні показники здійснення повітрообміну в підземних камерах аварійного повітропостачання в певний час, та при певній концентрації. Створена математична модель повітрообміну в підземних камерах аварійного повітропостачання, яка дозволить не тільки спрогнозувати стан повітрообміну, але й розрахувати його ефективність.

Практична значимість. Впровадження математичного моделювання надасть можливість реалізувати ефективний повітрообмін як одну із головних складових мікроклімату в камерах аварійного повітропостачання, а також дозволяє спрогнозувати належні умови праці при повітрообміні.

Результати. Розроблена математична модель надає можливість швидкого та точного розрахунку процесів повітрообміну і нормалізації мікроклімату для підземних камер аварійного повітропостачання, що дозволить підвищити рівень безпеки та нормалізації умов життєдіяльності робітників, які знаходяться в камері. Математично сформульовані і розроблені алгоритми структурної і параметричної ідентифікації повітрообміну в підземній КАПП шляхом обґрунтованого вибору структури повітряних потоків у вигляді моделей ідеального перемішування з їх корекцією по статистичним даним. Отримано аналітичні формули, які дозволяють реалізувати синтез систем управління повітрообміном підземної камери аварійного повітропостачання в такі властивості, які є обов'язковими для систем управління, як спостережливість, керованість і досяжність.

Ключові слова: математичне моделювання, повітрообмін, камера аварійного повітропостачання, мікроклімат, параметризація, концентрація, кратність, ефективність.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. При загорянні вибухових речовин у зоні гірничих робіт або при підготовці масового вибуху можливе поширення газоподібних продуктів горіння у робочі забої очисних блоків [1]. У цьому випадку аварійний режим провітрювання не забезпечує швидкого винесення газоподібних продуктів горіння, що може призвести до отруєння гірників [2]. Тому й виникла проблема вдосконалення системи протиаварійного захисту гірників від раптового загазування рудникового повітря за рахунок використання камери аварійного повітропостачання (КАПП). Аналіз функціонування КАПП дає можливість зробити висновок, що вони відносяться до складних об'єктів управління [3,4]. Для цього розглянемо деякі основні риси складної системи. По-перше, треба виділити відсутність математичного описання і необхідність в ньому. Під математичним описанням мається на увазі наявність алгоритму обчислення стану об'єкту управління по спостереженням його входних змінних. Для управління складною системою за допомогою формальних методів, то доведеться створити її математичну модель [5]. Важливою є стохастичність поведінки складних об'єктів управління, що характеризує трудність аналізу і керування ними.

Згідно з призначенням КАПП питання управління повітрообміном є вкрай важливим [6]. Дійсно в аварійній ситуації в підземних виробках необхідно досить швидко реалізувати ефективний повітрообмін як одну із головних складових клімату в КАПП.

Аналіз досліджень і публікацій. Стационарна КАПП – це тупикова виробка перерізом $2,5 \times 3$ м, довжиною 5 м, яка з боку обладнана перемичкою з дощечок з дверним отвором перерізом $2 \times 1,2$ м і шторою з прогумованої стрічки, навішеною з внутрішнього боку перемички на весь переріз отвору. Для запобігання проникненню продуктів горіння у КАПП від магістралі стисненого повітря підводять трубопровід з діаметром не менше 50 мм для живлення камери повітрям. Він необхідний для створення експлуатаційного підпору, рівного не менше 10 Па, а

також нормальних параметрів мікроклімату, на період знаходження робітників у камері. Витрату стисненого повітря регулюють запірним вентилям, установленим на ділянці трубопроводу стисненого повітря. Кількість стисненого повітря, що подають по трубопроводу в КАПП, треба розраховувати за допустимим умістом кисню, вуглекислого газу, за тепловими умовами, а також перевіряти за умовами створення підпору в камері. Вихідний переріз трубопроводу стисненого повітря повинен бути розташований на відстані 1-1,5м від тупика камери. На кінці трубопроводу встановлюють перфоровану ємність об'ємом 1-2 л для сферичного витоку повітря й унеможливлення циркуляції потоків у самій камері [7].

Недоліком відомої камери є те, що вона не виключає потрапляння отруйних газів в середину при пошкодженні магістралі стиснутого повітря в результаті аварії, оскільки буде відсутня подача стиснутого повітря, в результаті чого не буде утворюватись надлишковий тиск. Конструкція камери є нерухомою спорудою, а також відсутнє математичне моделювання повітрообміну при перебуванні робітників в камері під час аварійних ситуацій. Такі недоліки у цілому, не дозволяють ефективно застосовувати її під час аварій в гірничих виробках.

Постановка завдання. Враховуючи, що КАПП є складним об'єктом, для виконання задачі управління процесом повітрообміну треба побудувати математичну модель повітрообміну в камері, яка дозволить не тільки спрогнозувати наступний стан повітрообміну, але й розрахувати ефективний повітрообмін в ній. Без моделі повітрообміну в КАПП процес управління можна реалізувати лише методом проб і помилок, що неприпустимо при управлінні цим об'єктом.

Викладення матеріалу та результати. Згідно з досліджуваними питаннями повітрообміну в КАПП особливу увагу треба приділити такої структурної категорії як динамічність, оскільки ця структура дозволяє дослідити швидкість повітропостачання в КАПП. Аналіз процесу повітрообміну, який відбувається в камері, дозволяє припустити, що при попаданні потоку газів в КАПП ця субстанція рівномірно розподіляється по всій камері, тобто має місце «ідеальне перемішування» [8]. Треба відзначити, що під субстанцією маються на увазі різні речовини (кисень, окис вуглецю, двоокис вуглецю тощо), які знаходяться в повітрі.

Тоді кількість шкідливих домішок (субстанції) можна представити як добуток витрати субстанції на концентрацію

$$Q = v \cdot C, \quad (1)$$

де Q – потік шкідливих домішок, кг/сек.

Для досліджуємої КАПП вхідний і вихідний потоки будуть

$$Q_0 = v \cdot C_0, \quad (2)$$

$$Q_1 = v \cdot C_1. \quad (3)$$

У сталому режимі, коли $C_0 = \text{const}$, справедлива рівність

$$Q_0 = Q_1,$$

тобто накоплення шкідливих домішок в КАПП не відбувається, скільки шкідливих домішок надходить в камеру аварійного повітропостачання, стільки із неї і йде в будь-який момент часу. Але в загальному випадку можуть відбуватися змінення за кількістю шкідливих домішок на вході. Нехай в якийсь момент часу вхідна концентрація шкідливих домішок збільшилася. При цьому сталий режим порушується і рівність вхідного і вихідного потоків не виконується

$$Q_0(t) \neq Q_1(t).$$

В результаті в камері буде накопичуватися кілька субстанції шкідливих домішок Δm , яке можна записати в інтегральній формі рівності.

$$\Delta m = \int_0^t [Q_0(x) - Q_1(x)] dx. \quad (4)$$

Для перетворення рівняння (4) розділимо обидві його частини на обсяг камери аварійного повітропостачання і підставимо (2) і (3) рівняння

$$\frac{\Delta m}{v} = \frac{v}{v} \int_0^t [C_0(x) - C_1(x)] dx. \quad (5)$$

Ліва частина рівності (5) - це зміна кількості субстанції, віднесена до одиниці об'єму, тобто зміна концентрації, яку можна записати так

$$\frac{\Delta m}{v} = \Delta C = C(t) - C(0), \quad (6)$$

де $C(t)$ – концентрація субстанції в будь-який момент часу, $C(0)$ – концентрація субстанції до початку дії збурювання.

Тоді, враховуючи (5) і (6) рівняння, маємо

$$C(t) - C(0) = \frac{v}{V} \int_0^t [C_0(x) - C_1(x)] dx . \quad (7)$$

В результаті диференціювання рівняння (7) отримуємо математичний опис моделі ідеального перемішування шкідливих домішок у диференціальній формі

$$\frac{dC}{dt} = \frac{v}{V} (C_0 - C) . \quad (8)$$

Підкреслимо, що відношення $\frac{v}{V}$ характеризує інтенсивність повітрообміну в КАПП. Разом з цим це відношення, як було відзначено вище характеризує «ідеальність» перемішування в камері аварійного повітропостачання. Щоб згладити таке припущення, вважається доцільним ввести безрозмірний параметр α , який буде характеризувати відхилення перемішування в КАПП від «ідеальності», тобто від рівномірності. Тоді рівняння (8) прийме вигляд

$$\frac{dC}{dt} = \alpha \cdot \frac{v}{V} (C_0 - C) . \quad (9)$$

Оскільки структура моделі визначена у вигляді звичайного диференціального рівняння першого порядку, то треба задати також початкову умову

$$C(t = 0) = C_{II} , \quad (10)$$

де C_{II} – концентрація шкідливих домішок в камері в початковий момент часу, г/м³.

Рівняння (9) і початкова умова (10) рівняння являють собою задачу Коші [9].

Розглянемо розв'язання задачі Коші (9), (10) в загальному вигляді, тобто, коли об'ємна швидкість потоку повітря і концентрація субстанції в потоці повітря будуть залежать від час $v = v(t)$,

$$C_0 = C_0(t) . \quad (11)$$

Тоді рівняння (9) з урахуванням (11) запишеться у вигляді

$$\frac{dC}{dt} = \alpha \frac{v(t)}{V} (C_0(t) - C) . \quad (12)$$

Враховуючи, що диференціальне рівняння (9) є звичайним лінійним диференціальним рівнянням першого порядку, для його розв'язання скористаємось методом Бернуллі [10]. Для цього рівняння (11) представимо у вигляді

$$\frac{dC}{dt} + \alpha \frac{v(t)}{V} C = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) . \quad (13)$$

Рішення будемо шукати у вигляді добутку двох невідомих функцій

$$C(t) = u(t) \cdot w(t) . \quad (14)$$

Підставляємо (14) в рівняння (13)

$$\frac{d[u(t) \cdot w(t)]}{dt} + \alpha \frac{v(t)}{V} u(t) \cdot w(t) = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) . \quad (15)$$

Проводячи диференціювання в (14) рівнянні, отримуємо

$$u'(t) \cdot w(t) + u(t) \cdot w'(t) + \alpha \frac{v(t)}{V} u(t) \cdot w(t) = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) . \quad (16)$$

Далі групуємо змінні в лівій частині рівняння (16)

$$u'(t) \cdot w(t) + u(t) \left[w'(t) + \alpha \frac{v(t)}{V} w(t) \right] = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) . \quad (17)$$

Прирівнюємо нулю вираз в квадратних дужках, в результаті чого отримуємо систему двох диференціальних рівнянь першого порядку з відокремленими змінними

$$\begin{cases} w'(t) + \alpha \frac{v(t)}{V} w(t) = 0 \\ u'(t) \cdot w(t) = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) . \end{cases} \quad (18)$$

Знаходимо частинний розв'язок першого рівняння з системи (18) методом розділення змінних, послідовно записуємо

$$\frac{dw(t)}{dt} + \alpha \frac{v(t)}{V} w(t) = 0 , \quad \frac{dw(t)}{dt} = -\alpha \frac{v(t)}{V} w(t) , \quad \frac{dw}{w} = -\alpha \frac{v(t)}{V} dt , \quad \int \frac{dw}{w} = -\frac{\alpha}{V} \int v(t) dt , \\ \ln w = -\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx , \quad w = e^{-\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx} . \quad (19)$$

Далі користуємось другим рівнянням із системи (18). Підставляємо в рівняння (19) і послідовно розв'язуємо як рівняння з відокремленими змінними

$$\frac{du}{dt} \cdot w(t) = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) , \quad \frac{du}{dt} \cdot e^{-\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx} = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) , \quad du = \alpha \frac{v(t)}{V} C_0(t) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx} dt , \\ \int du = \frac{\alpha}{V} \int v(t) C_0(t) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx} dt , \quad u = \frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) C_0(x) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^x v(y) dy} dx + A \quad (20)$$

де A – довільна стала.

Користуючись формулами (19) і (20) і маючи на увазі формулу (14), знаходимо загальний розв'язок рівняння (13)

$$C(t) = \left[\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) C_0(x) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^x v(y) dy} dx + A \right] \cdot e^{-\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx} \quad (21)$$

Для розв'язання задачі Коші формули (9) та (10), скористаємось початковою умовою (10), яку підставляємо в рівняння (21)

$$C(0) = \left[\frac{\alpha}{V} \int_0^0 v(x) C_0(x) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^x v(y) dy} dx + A \right] \cdot e^{-\frac{\alpha}{V} \int_0^0 v(x) dx}, \quad A = C_{II} \quad (22)$$

Згідно рівняння (22), розв'язок задачі Коші (9) і (10) запишеться у вигляді

$$C(t) = \left[\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) C_0(x) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^x v(y) dy} dx + C_{II} \right] \cdot e^{-\frac{\alpha}{V} \int_0^t v(x) dx} \quad (23)$$

Треба підкреслити, якщо параметр $\alpha = 1$, то формула (23) описує модель «ідеального» перемішування.

Важливим є розгляд рішення (23) при спеціальних збурення вхідних змінних. Розглянемо випадок, коли об'ємна швидкість потоку повітря є постійною, а концентрація субстанції в потоці повітря задається ступінчатою функцією, відповідно,

$$v(t) = v = const, \quad C_0(t) = C_0 \cdot \eta(t), \quad (24)$$

де $\eta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$ - одинична функція (функція Хевісайда) [11].

Підставляючи (24) в формулу (23), послідовно знаходимо

$$C(t) = \left[\frac{\alpha}{V} \int_0^t v \cdot C_0 \eta(x) \cdot e^{\frac{\alpha}{V} \int_0^x v dy} dx + C_{II} \right] \cdot e^{-\frac{\alpha}{V} \int_0^t v dx}, \quad C(t) = \left[C_0 \frac{\alpha v}{V} \int_0^t e^{\frac{\alpha v}{V} x} dx + C_{II} \right] \cdot e^{-\frac{\alpha v}{V} t},$$

$$C(t) = \left[C_0 \frac{\alpha v}{V} \frac{V}{\alpha v} (e^{\frac{\alpha v}{V} t} - 1) + C_{II} \right] \cdot e^{-\frac{\alpha v}{V} t}, \quad C(t) = C_0 \left(1 - e^{-\frac{\alpha v}{V} t} \right) + C_{II} e^{-\frac{\alpha v}{V} t} \quad (25)$$

Формула (25) дозволяє дослідити залежність концентрації субстанції в основній камері КАПП від часу. Разом з цим, ця формула містить ще декілька змінних, які ускладнюють її застосування. З цієї причини виникає питання про зменшення змінних, залежність від яких треба вивчати. Для вирішення цього питання доречно застосувати методи теорії подібності і розмірності [12], згідно якої із змінних можна створити безрозмірні мультиплікативні комплекси, кількість яких менше, ніж початкова кількість змінних. Для цього формулу (24) представимо у безрозмірній формі, поділив обидві частини рівняння на концентрація субстанції в потоці повітря, яке подається в камеру аварійного повітропостачання. Тоді ця формула прийме вигляд

$$\hat{C} = 1 - (1 - \hat{C}_{II}) e^{-\theta}, \quad (26)$$

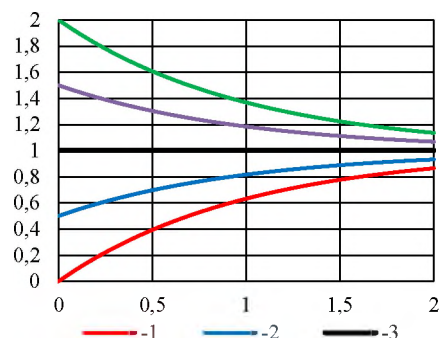
де $\hat{C} = \frac{C}{C_0}$, $\hat{C}_{II} = \frac{C_{II}}{C_0}$, $\theta = \frac{\alpha v}{V} t$.

Таким чином, в формулі (26) замість сімох змінних ($C, C_0, C_{II}, V, \alpha, v, t$) застосовуються три змінні ($\hat{C}, \hat{C}_{II}, \theta$), що дозволяє істотно спростити дослідження отриманої залежності. Більш того, в формулі (26) одному значенню безрозмірної змінної, записаної в мультиплікативній формі, відповідає безліч значень змінних, які є співмножниками в цієї змінній. Аналізуючи безрозмірні змінні можна сказати, що безрозмірні комплекси, які пов'язані з концентрацією, визначають відносну концентрацію субстанції відносно концентрації субстанції в потоці повітря, яке подається в КАПП. В свою чергу безрозмірний комплекс θ характеризує безрозмірний час, вимірюючи час в одиницях числа обміну повітря в камері.

На (рис. 1) представлений графік функції (26).

Рис. 1. Залежність відносної концентрації шкідливих домішок від безрозмірного часу: 1 - $\hat{C}_{II} = 0$; 2 - $\hat{C}_{II} = 0.5$; 3 - $\hat{C}_{II} = 1$; 4 - $\hat{C}_{II} = 1.5$; 5 - $\hat{C}_{II} = 2$

Аналіз графіків, приведених на (рис. 1) показує, що їх поведінка залежить від початкової концентрації субстанції в камері аварійного повітропостачання. Якщо початкова концентрація субстанції менша вхідної концентрації субстанції, то концентрація субстанції в КАПП з часом зростає, прагнучи до величини вхідної концентрації. В іншому ви-



падку, коли початкова концентрація субстанції більше вхідної концентрації субстанції, то концентрація субстанції в КАПП з часом зменшується, теж прагнучи до величини вхідної концентрації. Зрозуміло, якщо початкова і вхідна концентрації рівні, то концентрація субстанції в камері залишається постійною.

Треба підкреслити, що підтвердження правильності вибору структури математичної моделі процесу перемішування в камері аварійного повітропостачання можливо шляхом реалізації подачі речовини (індикатора) на вхід в КАПП у вигляді ступеневої або імпульсного збурення. Далі проводиться порівняння статистичної функції розподілу з прийнятою при моделюванні. Якщо на вхід в КАПП подається імпульсне збурення індикатора, то її концентрація в камері є статистичною функцією, теоретичне значення якої знаходиться шляхом диференціювання функції розподілу при ступеневому збуренні (25)

$$\dot{C}(t) = \frac{av}{V} (C_0 - C_n) e^{-\frac{av}{V}t}. \quad (27)$$

Формулу (26) теж доцільно представити у безрозмірному вигляді. Для цього розділимо обидві частини рівняння (26) на вхідну концентрацію субстанції

$$\hat{C}(\theta) = (1 - \hat{C}_n) e^{-\theta}, \quad \text{де } \hat{C}(\theta) = \frac{d\hat{C}}{d\theta}. \quad (28)$$

На (рис. 2) представлений графік функції (28). Аналіз графіків, приведених на (рис. 2), показує, що їх поведінка залежить від початкової концентрації субстанції в КАПП. Якщо початкова концентрація субстанції менша вхідної концентрації субстанції, то швидкість зміни концентрації субстанції в КАПП є додатною і з часом спадає, прагнучи до нульової величини швидкості зміни вхідної концентрації. В іншому випадку, коли початкова концентрація субстанції більше вхідної концентрації субстанції, то швидкість зміни концентрації субстанції в камері є від'ємна і з часом по модулю зменшується, теж прагнучи до нульової величини швидкості зміни вхідної концентрації. Зрозуміло, якщо початкова і вхідна концентрації рівні, то швидкість зміни концентрації субстанції в камері аварійного повітропостачання є нульовою.

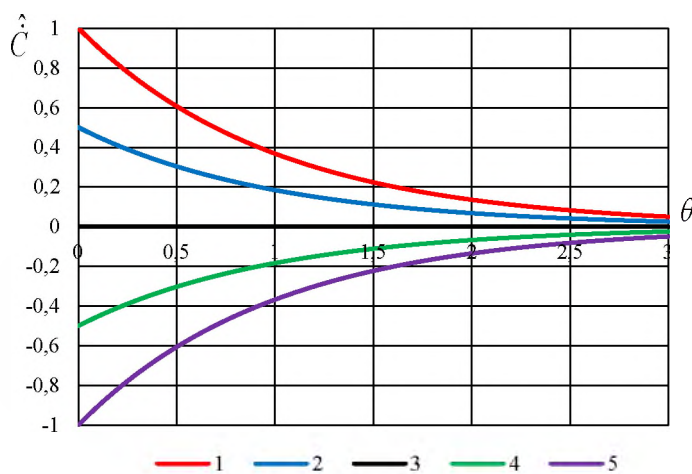


Рис. 2. Залежність швидкості зміни відносної концентрації субстанції від безрозмірного часу: 1 - $\hat{C}_n = 0$; 2 - $\hat{C}_n = 0.5$; 3 - $\hat{C}_n = 1$; 4 - $\hat{C}_n = 1.5$; 5 - $\hat{C}_n = 2$.

Побудова математичної моделі повітрообміну в підземній камері аварійного повітропостачання дає можливість синтезувати алгоритм управління повітрообміном в КАПП. Дійсно, нехай ціль управління задається концентрацією субстанції, яка повинна бути в КАПП, C_3 . Тоді, згідно представленню моделі в безрозмірному вигляді (26), буде мати місце

рівняння

$$\hat{C}_3 = 1 - (1 - \hat{C}_n) e^{-\theta_3}, \quad (29)$$

де $\hat{C}_3 = \frac{C_3}{C_0}$, $\theta_3 = \frac{\alpha_0}{V} v_3 t_3$, v_3 - величина керуючого впливу по витраті повітря, t_3 - час досягнення цілі управління.

Для знаходження величина керуючого впливу по витраті повітря послідовно розв'язуємо рівняння (29)

$$(1 - \hat{C}_n) e^{-\theta_3} = 1 - \hat{C}_3, \quad e^{\theta_3} = \frac{1 - \hat{C}_n}{1 - \hat{C}_3}, \quad \theta_3 = \ln \left(\frac{1 - \hat{C}_n}{1 - \hat{C}_3} \right), \quad \frac{\alpha_0}{V} v_3 t_3 = \ln \left(\frac{1 - \hat{C}_n}{1 - \hat{C}_3} \right), \quad v_3 = \frac{V}{\alpha_0 t_3} \ln \left(\frac{1 - \hat{C}_n}{1 - \hat{C}_3} \right).$$

Переходячи до розмірних величин, маємо необхідну величину по витраті повітря для досягнення цілі управління - заданої концентрації субстанції в камері аварійного повітропостачання C_3 , за заданий час досягнення t_3

$$v_3 = \frac{V}{\alpha_0 t_3} \ln \left(\frac{C_0 - C_n}{C_0 - C_3} \right). \quad (30)$$

Разом з цим, треба підкреслити, що при розрахунку величини керуючого впливу по витраті повітря, згідно формули (30), необхідно брати до уваги обмеження по її величині, тобто

$$\underline{v} \leq v_3 \leq \bar{v}, \quad (31)$$

де \underline{v} , \bar{v} – нижня і верхня межі по величині витрати повітря.

Також треба враховувати обмеження по часу досягнення цілі управління, який витікає із реальних умов користування КАПП

$$\underline{t} \leq t_3 \leq \bar{t}, \quad (32)$$

де \underline{t} , \bar{t} – нижня і верхня межі по величині часу досягнення цілі управління.

Формула (30) з урахуванням обмежень (31) і (32) дає можливість стабілізувати задані концентрації субстанцій в камері аварійного повітропостачання, згідно умов користування КАПП.

Математичне моделювання підтвердило можливість здійснення повітрообміну в камері в певний час, та при певній концентрації.

Висновки та напрямок подальших досліджень. Аналіз процесів повітрообміну і теплообміну в підземних КАПП показав, що вирішення завдань, пов'язаних зі стабілізацією мікроклімату в цих камерах, що відповідає вимогам техніки безпеки, представляє значні труднощі, оскільки ці процеси є складними об'єктами управління, що характеризуються нестационарністю, стохастичністю, відсутністю математичного опису і необхідністю в ньому.

Створена математична модель повітрообміну в підземних камерах аварійного повітропостачання, яка дозволить не тільки спрогнозувати стан повітрообміну, але й розрахувати його ефективність.

Математичне моделювання повітрообміну дозволяє прогнозувати умови праці при надходженні шкідливих домішок в приміщення камери.

Математична модель дозволяє реалізувати процес управління аеродинамічними параметрами повітрообміну.

Список літератури

1. **Бизов В.Ф., Лапшин О.Є.** Охорона праці в гірництві: в 14 т.: підручник для вузів за напрямком "Гірництво". Т.7/ Бібліотека гірничого інженера. – Кривий Ріг: Мінерал, 2001. – 251 с.
2. Аерологія гірничих підприємств / **А.О. Гурін, П.В. Бересневич, А.А. Немченко, І.Б. Ошмянський.** – Кривий Ріг: Видавничий центр КТУ, 2007. – 461 с.
3. **Лапшин О.Є., Гацький А.К., Гацький І.А.** Розроблення заходів безпеки при виникненні аварій у гірничих виробках шахт на основі використання мобільної камери повітропостачання. Вісник Криворізького національного університету. Випуск 52. Кривий Ріг 2021. 44-49 с.
4. Об'єкт керування. Отримано з https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%27%D1%94%D0%BA%D1%82_%D0%BA%D0%B5%D1%80%D1%83%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F
5. Математичне моделювання новітніх технологічних систем.: Монографія / **Матвійчук В.А., Веселовська Н.Р., Шаргородський С.А.** – Вінниця: 2021. – 193 с.
6. Вентиляція й освітлення підземних гірничих виробок. Отримано з <http://www.studcon.org/ventylyaciya-y-osvitlennya-pidzemnyh-girnychuh-vyrobok>
7. НПАОП 0.00-1.77-16 «Правила безпеки під час розробки родовищ рудних та нерудних корисних копалин підземним способом». Наказ Міністерства соціальної політики України від 23.12.2016 № 1592.
8. Модель ідеального перемішування. Отримано з <https://helpiks.org/2-90040.html>
9. **Городецький В.В., О.В. Мартинюк, Р.І. Петришин.** Задача Коші для одного класу сингулярних еволюційних рівнянь. Доповіді НАУ України: наук.-теорет. журн. Президії НАН України / Президія Нац. Акад. Наук України. – Київ: 2013 р. вип. №1 с. 7-14
10. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Метод Бернуллі. Отримано з <https://vukhvm.com/uk/prikladi-diferentsialnikh-rivnyan/linijni-pershogo-porvadu-metod-bernulli.html>
11. Однична функція Хевісайда. Отримано з <https://jak.koshachek.com/articles/odinichna-funkcija-hevisajda-ce.html>
12. Основи теорії подібності процесів теплообміну. Отримано з <http://um.co.ua/9/9-6/9-62811.html>

Рукопис подано до редакції 14.04.2023