

УДК 621.891+539.375.6

Ю.А. МАЛИНОВСКИЙ, Г.В. ДАНИЛИНА, кандидаты техн. наук, доц.,  
Д.Н. ДВОРЕЦКИЙ, преподаватель, Криворожский колледж НАУ  
С.И. МАЛИНОВСКАЯ, канд. техн. наук, доц., Криворожский национальный университет

## НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ДЕФОРМАЦИОННО ВОЛНОВОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ПРИРОДЕ ТРЕНИЯ И ИЗНОСА

Для оценки условий трения и износостойкости деталей обычно рассматриваются следующие теории: геометрические, молекулярные, деформационные, комбинированные. Все указанные теории рассматривают процессы, происходящие на контакте взаимодействующих деталей. Однако при взаимодействии деталей также имеют место деформационные процессы на полупространстве, которые происходят в зоне перед движущейся деталью (по неподвижному полупространству). Эти исследования касаются вопросов волнообразования на обкатываемых поверхностях цилиндрических деталей, а также на колесах и железнодорожных рельсах, указанный деформационный эффект объясняется местной потерей устойчивости тонкого поверхностного слоя обкатываемых деталей. Опираясь на результаты рассмотренных работ, нами сделан вывод о том, что задача о трении и изнашивании двух шероховатых поверхностей состоит из двух задач - одна из которых это задача о движении плоского штампа по шероховатой поверхности (или качении цилиндра по шероховатой поверхности), а вторая - это сопряженная с ней задача о нагружении упругого полупространства касательным усилием, определяемым при решении первой задачи.

Для упрощения сопряженной задачи нами использована приближенная модель, в которой тонкий поверхностный слой каждой из взаимодействующих деталей представлен в виде стержня на упругом основании, нагруженном касательной нагрузкой. При такой постановке задачи поверхностный слой полупространства либо теряет устойчивость, и получает волнообразные деформации, либо поверхностный слой полупространства находится под воздействием циклических нагрузений. В том и другом случаях происходит износ и выкрашивание соприкасающихся поверхностей. В целом с учетом указанных особенностей процессов трения и изнашивания может существенно измениться площадь всех выступов на каждом из контактирующих тел, а также может измениться высота наибольших микронеровностей. Для правильного расчета износа рассматриваемых поверхностей необходимо скорректировать данные по площади выступов контактирующих тел, а также по высоте наибольших микронеровностей.

**Ключевые слова:** трение, износ, микронеровность, упрочненный слой, штамп, полупространство.

**Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.** Непрерывное повышение требований к надежности и долговечности точных машин и механизмов требуют совершенствования методик расчетов на трение и износ. Изменяющиеся в процессе взаимодействия деталей зазоры, могут существенно отразиться на бесперебойной работе двигателей, энергетических машин, редукторов и т.д.

**Анализ исследований.** Несмотря на значительное количество теорий трения и изнашивания, изложенных в многочисленных источниках, вопросы волнообразования на контактирующих поверхностях и деформационно – волновой подход в вопросах трения и изнашивания пока не получили достаточного развития. Поэтому нами сделана попытка объяснить природу трения и изнашивания с позиций возникновения деформационных волн на контактирующих поверхностях.

Долговечность и надежность машин и механизмов во многих случаях связаны с износостойкостью их узлов. Изменение зазоров в трущихся соединениях на десятые или сотые доли миллиметра часто приводит к нарушению работы точных механизмов. Не меньшее влияние оказывает износ на работоспособность крупных машин.

Для оценки трения и износостойкости контактирующих деталей (прямоугольной, цилиндрической и других форм) принято рассматривать следующие группы теорий:

- 1 - геометрические;
- 2 - молекулярные (адгезионные);
- 3 - деформационные;
- 4 - комбинированные [1].

*Первая группа* теорий объясняет трение как результат подъема по микронеровностям при взаимодействии двух шероховатых твердых тел (Паран).

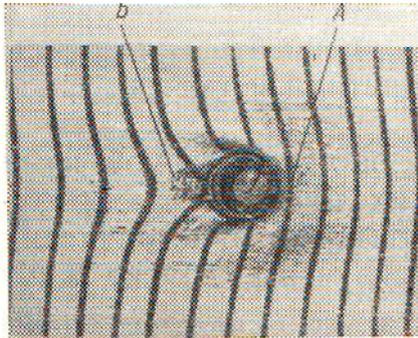
*Вторая группа* теорий - это физические теории которые объясняют трение как результат преодоления сил молекулярного взаимодействия между двумя твердыми телами (к этой группе теорий следует отнести работы И. Дезагюлье, В. Гарди, Б.В. Дерягина [2], Г. Томлинсона [3], Ф.Р. Боудена и Ф. Линга [4]).

*Третья группа* теорий - объясняет трение за счет работы, затраченной на деформирование объема, связанного с взаимным внедрением выступов контактирующих тел. Развитие этих воз-

зрений совпадает с эпохой разработки теорий упругости и пластичности. Некоторые ученые, например, Л.Гюмбель, считали, что трение это результат пластического оттеснения материала. Наиболее широкое применение нашла точка зрения, при которой трение обусловлено пластическим оттеснением материала и разрушением мостиков сварки - Ф.Р. Боуден и Д. Тейбор [5]. Аналогично теории Ф. Р. Боудена звучит гипотеза Эрнста и Мерчента, где трение обусловлено адгезией и шероховатостью поверхности [6]. Эта гипотеза пока не получила экспериментального подтверждения. Вместе с тем, экспериментальные результаты, полученные в [5], позволили сделать вывод, что трение (сила и коэффициент трения) будет зависеть как от сил адгезии, так и от деформирования материала в тонком поверхностном слое в результате внедрения выступающих микронеровностей одного контактирующего тела в другое.

Независимо от принимаемой гипотезы при исследовании трения и изнашивания все эффекты, проявляющиеся в процессе контакта двух тел, рассматриваются как результат взаимодействия выступающих микронеровностей (под действием нормальной и сдвигающих сил с деформируемым полупространством). При этом жесткая микронеровность внедряется в более податливый материал полупространства. В результате такого взаимодействия микронеровность оставляет на гладкой поверхности полупространства царапину позади движущегося выступа. В результате оттеснения материал обтекает движущийся выступ, который затем восстанавливает первоначальную форму (при упругом взаимодействии) (рис. 1). В случае рассмотрения такой модели взаимодействия микронеровностей может произойти упругое оттеснение материала, пластическое оттеснение, микрорезание, адгезионный отрыв, когезионный отрыв [7].

**Постановка задачи.** При рассмотрении классической задачи о трении и износе двух деталей, как правило, рассматривается взаимодействие этих деталей в области под одной из них (штамп). Для достоверного описания явлений между взаимодействующими деталями, с нашей точки зрения, необходимо рассмотреть еще и зону впереди от одной из движущихся деталей.



**Рис. 1.** Твердый индентор взаимодействует с упругим полупространством: А - зона сжатия; В - зона растяжения

Рассматривая две сопряженные детали, их можно схематизировать в виде двух взаимодействующих полупространств, при этом контакт происходит по плоским поверхностям. Плоскости контактирующих полупространств являются двумя скользящими поверхностями, на которых находятся тонкие упрочненные слои определенной толщины.

Эти слои упруго связаны с основным металлом. Под тонким упрочненным слоем, в большинстве случаев, понимают либо накатанную поверхность, либо покрытие в виде цементируемого, азотированного, борированного слоя или хромистого покрытия.

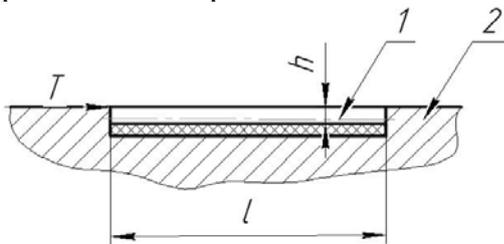
Расчетную схему двух деталей, взаимодействующих по плоскости, можно представить в виде двух контактирующих полупространств, к плоским поверхностям которых «прикреплены» тонкие пластины, механические свойства этих пластин отличаются от соответствующих свойств «сердцевин» полупространств. К каждой детали на ее рабочей поверхности приложены нормальные усилия, которые приводят к образованию пятен контакта на шероховатых поверхностях и местному внедрению микронеровностей, а касательные усилия, приложенные к отдельным микронеровностям, приводят к оттеснению материала (упругому, пластическому, микрорезанию и др.). При таком рассмотрении процесса взаимодействия деталей не учитывается влияние рабочих касательных усилий на деформированное состояние соприкасающихся поверхностей (плоскостей) в области опережающей движущуюся деталь (штамп). Под действием касательных усилий эти поверхности попеременно нагружаются сжимающимися или растягивающимися усилиями. В зависимости от величины действующих усилий и механических свойств материалов, из которых изготовлены эти полупространства при сжимающих касательных нагрузках, на поверхности контактирующих тел появляются волны сжатия [1], т.е. предварительно описана задача о трении и изнашивании в классической постановке без учета волнообразования в области, опережающей движущуюся деталь [1], [8]. Совершенно независимо от задачи о движущемся плоском штампе по упругому полупространству, авторами работ [1], [9] была рассмотрена задача о качении цилиндра по полупространству, которые изготовлены из

материала, обладающего несовершенной упругостью. Здесь также, как и в задаче о движении плоского штампа или как в задаче о качении цилиндра (колеса) по полупространству, перемещающемуся объекту, предшествует волна сжатия, которая приводит к волнообразованию на плоской поверхности полупространства и штампе (плоском или круглом). Таким образом, сложная задача нагружения полупространства касательными усилиями, возникающими перед плоским штампом или катящимся цилиндром, может быть описана с одних и тех же позиций, т.е. модель волнообразования и последующего износа полупространства (и детали) в обоих случаях будет одинаковой.

**Изложение основного материала.** Следует высказать общие соображения о том, что данная задача в представленной постановке является задачей о нагружении упругого полупространства (с тонким покрытием) через «штамп» касательными усилиями [10]. Точное решение такой задачи методами теории упругости сопряжено со значительными математическими трудностями.

Для описания качественной стороны задачи обратимся к идее о представлении тонкого поверхностного слоя при обкатывании цилиндрических деталей в виде балки - полоски на упругом основании, нагруженной касательными усилиями [11] (рис. 2).

Обоснуем правомерность применения данной расчетной схемы в нашем расчетном случае. Указанная схематизация была применена одним из авторов работы [9] при контактировании колеса и рельса. При качении колеса (цилиндра) по рельсу возникает сила сопротивления перекачиванию, обусловленная относительным скольжением и несовершенной упругостью материалов колеса и рельса.



**Рис. 2.** К расчету балки на упругом основании свободно лежащей на полупространстве: 1 - гипотетическая балка; 2 - полупространство;  $l$  - длина балки;  $h$  - толщина балки

Другими словами, перед катящимся колесом возникает валик на деформируемом рельсе (полупространстве), к которому и приложена сила сопротивления перекачиванию  $T$  (или момент сопротивления качению).

Схематично это значит, что существует задача о качении вязкоупругого цилиндра по вязкоупругому полупространству [8], [9] и связанная с ней задача о нагружении рассматриваемой плоской поверхности полупространства касательным усилием  $T$ , приложенным к гребню, формирующемуся перед катящимся колесом (цилиндром). Помимо того, рассмотрим скольжение жесткого (или упругого) штампа по плоской поверхности полупространства. Под действием вертикальной нагрузки штамп вдавливаются в полупространство и перед движущимся штампом возникает деформационный валик, к которому и будет приложена сдвигающая сила  $T$ . Таким образом, и в случае качения цилиндра по плоской поверхности полупространства и в случае скольжения плоского штампа по плоской поверхности полупространства, возникает, помимо одной из основных задач (качения цилиндра и движения штампа), задача о нагружении плоской поверхности полупространства сдвигающим усилием  $T(T)$ . Теперь сделаем важный вывод о том, что любая контактная задача (задача о качении цилиндра по плоскости, задача о вдавливании и движении жесткого штампа по полупространству и другие аналогичные задачи), представляет собой две сопряженные задачи, одна из которых является классической контактной задачей о взаимодействии плоского штампа с полупространством при наличии трения [8] и вторая задача о нагружении плоской поверхности полупространства касательными усилиями.

При этом вид контакта при износе (упругий, пластический или микрорезание) зависит от физических свойств материалов, а также от усилий, действующих на плоской поверхности полупространства.

Изложенные соображения дают достаточно оснований полагать, что задача о трении и износе двух контртел при их взаимном перемещении может быть решена путем последовательного решения контактной задачи (одной из упомянутых задач) и сопряженной задачи о нагружении касательным усилием балки - полоски на упругом основании, условно вырезанной из упругого полупространства [12].

Рассмотрим две взаимодействующие детали, которые можно уподобить двум полупространствам, при этом контакт происходит по плоским поверхностям (при наличии соответ-

вующих выступов и впадин - шероховатостей). Ограничиваясь в первом приближении взаимодействием двух геометрически правильных полуплоскостей или «жесткого» штампа и упругого полупространства. В нашем примере штамп движется под действием сдвигающего усилия  $fP$ , которое приложено к плоской поверхности упругого полупространства и вызовет сжатие слоев материала лежащих перед передней гранью движущегося штампа. Граничные условия на плоскости под штампом и полупространством будут иметь вид

$$f\sigma_y + \tau_{yx} = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_y$  и  $\tau_{yx}$  - нормальное и касательное напряжения под штампом, в области впереди штампа  $\sigma_y = 0$ ;  $f$  - коэффициент трения между контактирующими телами;  $P$  - нормальное усилие.

Таким образом, сопряженная задача о взаимодействии движущегося штампа с полупространством, ограниченным плоской поверхностью, сводится к задаче нагружения плоской части полупространства касательным усилием, полученным при взаимодействии «жесткого» штампа (хотя может быть и штамп конечной жесткости) и полупространства.

При нагружении полупространства касательным усилием  $T$  на плоской поверхности возникают продольные волны сжатия, которые выравниваются, если деформация поверхностного слоя была упругой и сжимающее усилие не достигло своего критического значения. Если же потеря устойчивости поверхностного слоя полупространства произошла за пределами упругости, то деформация слоя является пластической, и при этом взаимодействие штампа и полупространства было однократным и деформационная картина останется неизменной. В том случае, когда штамп будет совершать многократные возвратно-поступательные движения, то деформационные гребни на плоскости будут существенно сглажены. И поэтому эффект появления деформационной волнистости может быть не замечен исследователями. Рассматриваемая нами задача отличается от классической контактной задачи [7] и поэтому из решения задачи, представленной в [8], воспользуемся касательным усилием, которым нагружается рассматриваемое нами упругое полупространство перед штампом. Полученные в результате деформирования наружного слоя амплитудные значения волн могут быть соизмеримы со значениями микровыступов на шероховатой поверхности. Волны деформации при возвратно-поступательном перемещении системы циклически меняют знаки, поэтому поверхностный слой материала полупространства подвергается циклическому нагружению и последующему разрушению пары при ее трении и износе.

По аналогии с работой [8] сформулируем предпосылки для описания задачи по волнообразованию на поверхности полупространства при его взаимодействии с движущимся штампом (плоский в плане или катящийся цилиндр). Рассмотрим более подробно сопряженную задачу с движущимся штампом при наличии внешней нагрузки и трения, то есть задачу о передаче касательной нагрузки перед штампом на полуплоскость. Для ее качественного рассмотрения обратимся к балке, нагруженной по продольной оси сжимающей нагрузкой, лежащей на упругом основании и свободно опертой на ней. Будем полагать, что жесткий штамп взаимодействуя с полупространством вызывает его просадку на величину  $y_0$  [8]. Так как штамп совершает перемещение, вызванное усилием  $fP$ , то указанное усилие будет приложено к полупространству на расстоянии  $y_0$  от продольной оси гипотетической балки (рис.3). Обращаясь к изогнутой оси балки достаточно предположить, что начальный прогиб балки равен  $A = y_0$ .

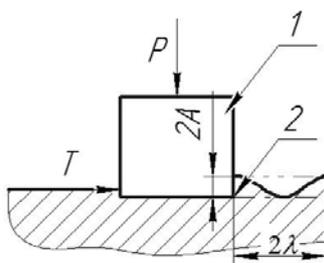


Рис. 3. Расчетная схема к контактной задаче с трением: 1 - штамп; 2 - полупространство;  $2A$  - высота волны;  $\lambda$  - длина полуволны

Запишем дифференциальное уравнение изогнутой оси гипотетической балки без учета перемещения балки по полупространству со скоростью  $w_0$ , а также без учета инерционных процессов при движении штампа по полупространству

$$y^{IV} + \frac{T}{E_c I} y'' + \frac{ky}{E_c I} = 0. \quad (2)$$

Решение данного уравнения представим в виде  $y = A \cos \alpha x$ , указанная функция удовлетворяет уравнению (2).

В приведенных выражениях:

$A$  - высота «наибольшего» гофра при сжатии стержня на упругом основании;  $\alpha$  - число полуволн косинусоиды на участке длиной  $\pi$ ;  $T$  - касательное усилие, приложенное к движущемуся

штампу и сжимающему «стержень», лежащий на упругом основании;  $y$  - прогиб гипотетической балки (принимается в виде функции  $y=A\cos\alpha x$ );  $E_c$  - модуль продольной упругости материала стержня, то есть модуль упругости поверхностного (упрочненного) слоя (или тонкого покрытия) детали с плоской поверхностью;  $I=(h^3/12)$  - момент инерции гипотетической балки - полоски шириной  $b=1$  см;  $k$  - коэффициент жесткости «постели» (упругого полупространства, его внутренних слоев);  $E$  - модуль упругости полупространства, без учета модуля упругости гипотетической балки  $E_c$ .

Под усилием  $T$  понимаем усилие  $T=fP$ , которое передается стержню на упругом основании со стороны штампа. Если усилие  $T$  не превышает своего критического значения, т.е.

$$T \leq T_{кр}, \quad (3)$$

то поверхностные слои балки просто воспринимают знакопеременную нагрузку, которая при достижении числа циклов нагрузки порядка  $10^7$  разрушаются, поскольку число циклов нагружения достигает своего базового значения. При этом величины полуамплитуд упругих колебаний балки  $\max y=A$  могут быть соизмеримы с высотой микронеровностей на обработанной плоской поверхности полупространства (где  $h_{\max}$  - высота максимального выступа), а также с высотой волн на «плоской» поверхности полупространства при технологической, эксплуатационной (термической) волнистости  $R_\epsilon$ . Если же усилие  $T$  превысит свое критическое значение

$$T \geq T_{кр}, \quad (4)$$

то произойдет либо хрупкая форма потери устойчивости с отрывом и последующим разрушением внутренних слоев материала (выкрашиванием), либо пластическая форма потери устойчивости (за пределами упругости), которая проявится в виде гофрообразования на плоской поверхности. При этом, шаг гофров будет отличаться от шага волн при технологической или эксплуатационной волнистости.

В этой связи рассмотрим уравнение (2) после подстановки в него выражения  $y=A\cos\alpha x$

$$E_c I \alpha^4 - T \alpha^2 + k = 0. \quad (5)$$

Разрешив (5) с учетом  $k=(E\alpha/2)$ , получим

$$T = E_c I \alpha^2 + \frac{E}{\alpha}. \quad (6)$$

Вычислим

$$(dT/d\alpha) = 2E_c I \alpha - (E/2\alpha^2) = 0, \quad (7)$$

откуда

$$\alpha = \sqrt[3]{E/4E_c I}. \quad (8)$$

Выражение (8) определяет минимальное значение  $\alpha$ , тогда

$$\lambda = (\pi/\alpha) = \pi \sqrt[3]{4E_c I/E} \quad (9)$$

определяет длину полуволны стержня, потерявшего устойчивость.

Исходя из выражений (6), (9) можно определить величину критической силы для сжатого стержня на упругом основании в виде

$$T_{кр} = 3E_c I \sqrt[3]{E^2/16E_c^2 I^2} \quad (10)$$

или в виде

$$T_{кр} \approx 0,562 E h \sqrt[3]{E_c/E}. \quad (11)$$

Тогда выражение для критического напряжения имеет вид

$$\sigma_{кр} = \frac{T_{кр}}{h} \approx 0,562 E \sqrt[3]{E_c/E}. \quad (12)$$

Помимо критического напряжения  $\sigma_{кр}$ , целесообразно вычислить в гипотетической балке нормальные напряжения, которые не должны превышать предела выносливости

$$\sigma_{\max} = \frac{\max T}{F} + \frac{\max T \cdot (A + h/2)}{W} \leq \sigma_{-1}. \quad (13)$$

В выражении (13)  $\max T$  - наибольшее значение касательного усилия, которое не превосходит  $T_{кр}$ ;  $F=h$ ,  $W=(p^2/6)$  - соответственно площадь поперечного сечения и момент сопротивления

балки-полоски при  $b=1$ ;  $\sigma_1$  - предел выносливости материала балки;  $A$  - высота полуволны деформации.

**Выводы.** Если условие (13) выполняется, то после достижения определенного базового количества циклов нагружения произойдет усталостное выкрашивание внутренних слоев материала для работы в упругом диапазоне диаграммы нагружения материала полупространства.

Если же условие (13) не выполняется, то усталостное разрушение произойдет до наступления базового числа циклов. Другими словами, износ контактирующих деталей носит усталостный характер [6] в результате разрыва упругих связей (межмолекулярных) между поверхностным упрочненным слоем детали и ее глубинными слоями.

Таким образом, наибольшая касательная сила может не достигать своего критического значения, но при этом усталостная прочность детали не будет обеспечена.

В случае, когда условие (13) не выполняется и при этом сила достигнет своего критического значения  $T=T_{кр}$ , то для упругих деформаций «стержень» потеряет устойчивость, то есть изменит свою форму по косинусоидальному закону, которая является необратимой (волнообразной) деформацией, как показано в [12].

Остаточные волны деформации фактически представляют складчатые микронеровности с высотой, равной высоте полуволны  $A$  и длиной примерно равной длине движущегося штампа.

Отметим, что высота полуволны может быть соизмерима с абсолютными деформациями под штампом и высотой технологических микронеровностей, образованных в процессе механической обработки взаимодействующих деталей.

При этом технологические микронеровности могут накладываться на деформационные, а могут попадать и во впадины между гофрами.

Поэтому, фактическая площадь контакта выступов (микронеровностей) после потери устойчивости поверхностного слоя полупространства (как в случае упругой, так и в случае пластической формы потери устойчивости)  $A_r$  может быть существенно увеличена, так штамп попадает на рядом расположенный участок полуплоскости, на котором уже образовалась деформационная волнистость.

Поэтому формулы, которые используются при расчете износа [7] контактирующих поверхностей могут быть использованы с учетом корректировки максимальной высоты выступов  $h_{max}$  и площади фактического касания поверхностей  $A_r$  в связи с изложенными соображениями.

#### Список литературы

1. Крагельский И.В. Трение и износ / И.В.Крагельский // М.: Машиностроение, 1968. – 480 с.
2. Дерягин Б.В. Применение обобщенного закона трения к граничной смазке и механическим свойствам смазочного слоя / Б.В.Дерягин, В.П.Лазарев // Труды II Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах. Т. III. М.-Л., изд-во АН СССР. 1949. – С. 106-124.
3. Tomlinson J. A molecular Theory of Friction/ Phic. Mag., Vol 7, 1929. P.905-939.
4. Ling F.F., Saibel K. On kinetic friction between unlubricated metallic surfaces. "Wear", 1957, №3. vol.1, p. 167-172.
5. Боуден Ф.П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел. Перевод с англ. М.: Машиностроение, 1968. – 540 с.
6. Крагельский И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В.Крагельский, М.Н.Добычин, В.С.Комбалов. – М.: Машиностроение, 1972. – 526 с.
7. Крагельский И.В. Расчетные зависимости и методы экспериментального определения износа при трении / И.В.Крагельский, М.Н.Добычин // М.: Машиностроение, 1968. – 52 с.
8. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л.А.Галин. – М.: Наука, 1980. – 394 с.
9. Эрлих Л.Б. Волнообразование на обкатываемых поверхностях / Л.Б.Эрлих, В.А.Кособудский, Л.И.Вершин. – М.: Наука, 1973. – 52 с.
10. Александров В.М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками / В.М.Александров, С.М.Мхитарян. – М.: Наука, 1983. – 488 с.
11. Нудельман Я.Л. Волнообразование на поверхностях некоторых деталей машин / Я.Л.Нудельман, Л.Б.Эрлих. – Докл. АН СССР. Т. 85. №5. 1952.
12. Малиновский Ю.А. О механизме разрушения поверхностных слоев банджа и опорных роликов барабанных машин при их взаимном обкатывании / Ю.А.Малиновский, С.И.Малиновская // Вісник Криворізького технічного університету. – Кривий Ріг, 2007. – Вип. 19. – С. 96-99.

Рукопись поступила в редакцию 19.03.16