

Рис. 5. Епюра переміщень при мінімально допустимому зусиллі затяжних різьбових з'єднань

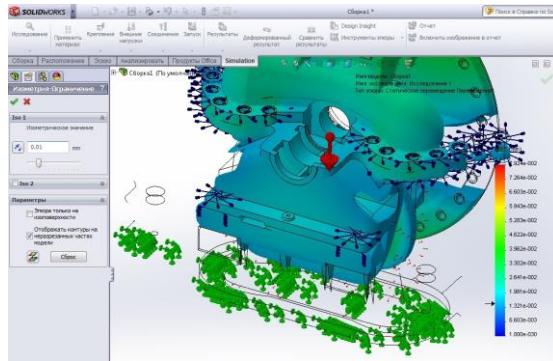


Рис. 6. Епюра переміщень при ослабленні різьбових з'єднань

**Висновки та напрямок подальших досліджень.** Отже, при дослідженні впливу ослаблення різьбового з'єднання на працездатність СРМ встановлено, що для забезпечення належного стану болтових з'єднань необхідний комплексний підхід: від своєчасного огляду та підтягування з'єднання до закладення необхідних параметрів елементів з'єднання на конструкторському рівні. Використання сучасних методів моделювання та аналізу стану СРМ дозволить спростити та прискорити процес розрахунку величини додаткових навантажень, що виникли, наочно відобразити зміну стану механізму в залежності від дії неконтрольованих експлуатаційних факторів та встановити граничні значення можливих навантажень. При застосуванні комплексного підходу вирішення даної задачі дозволить знизити інтенсивність відмов, підвищити ресурсні характеристик машини, знизити експлуатаційні та капітальні витрати.

#### Список літератури

1. Кіянвський М.В., Бондар О.В. Дослідження впливу експлуатаційних факторів на працездатність гірничого обладнання // Вісник КТУ – Кривий Ріг, 2010р.
2. Електронний ресурс: <http://ru.wikisource.org/wiki/Акттехническогоисследованияпричинавариина> Саяно-Шушенской ГЭС 17 августа 2009 года.
3. Іванов М.Н. Деталі машин: підручник для машиноб. спец. вузів видав. перероб. – М.: Вища школа 1984. – 336 с., іл..

Рукопись поступила в редакцию 23.03.12

УДК 621.318.13

С.Т. ТОЛМАЧЕВ, д-р техн. наук, проф., А.В. ИЛЬЧЕНКО, канд. техн. наук, доц., В.А. ВЛАСЕНКО, ассистент, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В МАГНИТНОПРОВОДЯЩЕМ КРУГОВОМ ЦИЛИНДРЕ

Приведен расчет электромагнитного поля при возмущении однородного гармонического поля, направленного перпендикулярно оси бесконечно протяженного магнитнопроводящего цилиндра. Получены аналитические выражения для расчета напряженностей электрического и магнитного полей, плотности вихревых токов, а также распределения пондеромоторных сил вне цилиндра. Ключевые слова: магнитнопроводящий цилиндр, гармоническое поле, вихревые токи, пондеромоторные силы.

Рассмотрим в однородном внешнем поле  $\dot{\mathbf{H}}_o = \dot{\mathbf{H}}_o e^{j\omega t}$ , изменяющемся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega$ , круговой цилиндр радиуса  $a$  с относительной магнитной проницаемостью  $\mu$  и удельной проводимостью  $\gamma$ . Относительная магнитная проницаемость вне цилиндра  $\mu_e=1$ .

Для немагнитного цилиндра ( $\mu=1$ ) задача рассмотрена в [1]. Ниже проведено обобщение полученных в [1] результатов на случай линейного магнитнопроводящего цилиндра. Получены также аналитические выражения для пондеромоторных сил в пространстве вне цилиндра. Практическая ценность такой постановки обусловлена широким использованием аналогичной

магнитостатической задачи как модельной при исследовании вопросов магнитной сепарации и других приложений [2].

Для напряженности магнитного поля в магнитнопроводящей среде  $\dot{\mathbf{H}}$  справедливо уравнение [1,3]

$$\nabla^2 \dot{\mathbf{H}} + k^2 \dot{\mathbf{H}} = 0, \quad (1)$$

где  $k = \sqrt{\gamma\omega\mu_0} e^{-j45^\circ}$ .

Полученные в [1] аналитические решения для поля внутри и вне кругового цилиндра с точностью до некоторых постоянных  $\alpha$  и  $\beta$  справедливы и в рассматриваемом случае (сохранены обозначения из [1])

$$\mathbf{H}_i = \beta \left( \frac{f'}{r} + k^2 f \right) \mathbf{H}_o - \beta \left( \frac{2f'}{r} + k^2 f \right) \mathbf{n}(\mathbf{nH}_o), \quad (2)$$

$$\mathbf{H}_e = \frac{2\alpha\pi^2}{r^2} [2\mathbf{n}(\mathbf{nH}_o) - \mathbf{H}_o] + \mathbf{H}_o, \quad (3)$$

где  $f=J_0(kr)$  – симметричное решение двумерного уравнения  $\Delta f + k^2 f = 0$ , конечное при  $r=0$ ,  $f'=J'_0(kr) = -kJ_1(kr)$ ;  $J_0(kr)$  и  $J_1(kr)$  – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно.

В дальнейшем обозначим единичные орты радиального и тангенциального направлений через  $\mathbf{i}_r$  и  $\mathbf{i}_\varphi$ , т.е.  $\mathbf{H}_i = \mathbf{i}_r H_{ir} + \mathbf{i}_\varphi H_{i\varphi}$ ,  $\mathbf{H}_e = \mathbf{i}_r H_{er} + \mathbf{i}_\varphi H_{e\varphi}$ . Учитывая, что  $\mathbf{H}_o = \mathbf{i}_r H_o \cos\varphi - \mathbf{i}_\varphi H_o \sin\varphi$  (обход контура – против часовой стрелки), преобразуем уравнения (2), (3) к виду

$$\mathbf{H}_i = -\beta H_o \left[ \mathbf{i}_r \frac{f'}{r} \cos\varphi + \mathbf{i}_\varphi \left( \frac{f'}{r} + k^2 f \right) \sin\varphi \right], \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{i}_r H_o \cos\varphi \left( 1 + \frac{2\alpha\pi^2}{r^2} \right) - \mathbf{i}_\varphi H_o \sin\varphi \left( 1 - \frac{2\alpha\pi^2}{r^2} \right), \quad (5)$$

т.е.

$$H_{ir} = -\beta H_o \frac{f'(kr)}{r} \cos\varphi, \quad H_{i\varphi} = -\beta H_o \left( \frac{f'(kr)}{r} + k^2 f(kr) \right) \sin\varphi, \quad (6)$$

$$H_{er} = H_j \left( 1 + \frac{2\alpha\pi^2}{r^2} \right) \cos\varphi, \quad H_{e\varphi} = -H_j \left( 1 - \frac{2\alpha\pi^2}{r^2} \right) \sin\varphi. \quad (7)$$

Для определения коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  используем граничные условия при  $r=a$ , а именно:  $H_{i\varphi} = H_{e\varphi}$ ,  $\mu H_{ir} = H_{er}$ . Из выражений (6), (7) легко получить систему уравнений

$$\begin{cases} -\mu\beta \frac{f'(ka)}{a} = 1 + 2\alpha\pi \\ \beta \left( \frac{f'(ka)}{a} + k^2 f(ka) \right) = 1 - 2\alpha\pi \end{cases}, \quad (8)$$

из которой находим

$$\beta = \frac{2a}{f'(ka) \cdot (1-\mu) + ak^2 f(ka)} = \frac{2a^2}{kaJ_1(ka) \cdot (\mu-1) + (ka)^2 J_j(ka)}, \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(\mu+1)J_1(ka) - kaJ_0(ka)}{(\mu-1)J_1(ka) + kaJ_0(ka)}. \quad (10)$$

В частном случае  $\mu=1$  выражение для  $\alpha$  совпадает с приведенным в [1]

$$\alpha = -\frac{1}{2\pi} \left[ 1 - \frac{2}{ka} \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} \right]. \quad (11)$$

Из (9) следует, что при этом

$$\beta = \frac{2}{k^2 J_0(ka)}. \quad (12)$$

Для магнитостатического поля ( $\omega \rightarrow 0, k \rightarrow 0$ ) воспользуемся асимптотическими выражениями для  $J_0(z)$  и  $J_1(z)$  при  $|z| \ll 1$  [5]

$$J_0(z) \approx 1/\Gamma(1), \quad J_1(z) \approx z/2\Gamma(2),$$

где  $\Gamma(1)=\Gamma(2)=1$  - гамма-функции. С учетом этих соотношений для поля внутри цилиндра при  $k \rightarrow 0$  получим классический результат [4]

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_i &= -\beta H_o \left[ \mathbf{i}_r \frac{f'}{r} \cos \varphi + \mathbf{i}_\varphi \left( \frac{f'}{r} + k^2 f \right) \sin \varphi \right] = -\beta H_o \frac{f'}{r} [\mathbf{i}_r \cos \varphi - \mathbf{i}_\varphi \sin \varphi] = \\ &= \frac{\beta k J_1(kr)}{r} \mathbf{H}_0 = \frac{\mathbf{H}_0}{r} \cdot \frac{2a J_1(kr)}{J_1(ka) \cdot (\mu - 1) + ka J_0(ka)} \rightarrow \frac{2}{\mu + 1} \mathbf{H}_0 \end{aligned} \quad (13)$$

Из общего выражения (10) для  $\alpha$  при  $k \rightarrow 0$  легко получить

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(\mu - 1)}{(\mu + 1)}, \quad (14)$$

что при подстановке в (5) дает известный [4] результат для магнитостатического поля.

Вектор плотности вихревых токов имеет только осевую составляющую

$$\delta = \mathbf{i}_z \delta_z = \mathbf{i}_z \operatorname{rot} \mathbf{H}_i = \mathbf{i}_z \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r H_{e\varphi})}{\partial r} - \frac{\partial H_{er}}{\partial \varphi} \right], \quad (15)$$

или после упрощений

$$\delta = -\beta H_o (k^2 f') \sin \varphi = \beta H_o k^3 J_1(kr) \sin \varphi. \quad (16)$$

В заключение рассмотрим поле пондеромоторных сил вне цилиндра

$$\mathbf{F} = H_e \operatorname{grad} H_e = \frac{1}{2} \operatorname{grad} H_e^2 = \frac{1}{2} \nabla H_e^2. \quad (17)$$

С учетом (7)

$$H_{e\varphi} = H_o (A - 1) \sin \varphi, \quad H_{er} = H_o (A + 1) \cos \varphi, \quad (18)$$

$$H_e^2 = H_{e\varphi}^2 + H_{er}^2 = H_o^2 [(A^2 + 1) + 2A \cos 2\varphi], \quad (19)$$

где

$$A = 2\alpha \pi^2 / r^2. \quad (20)$$

В цилиндрических координатах

$$\nabla = \mathbf{i}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{i}_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (21)$$

поэтому

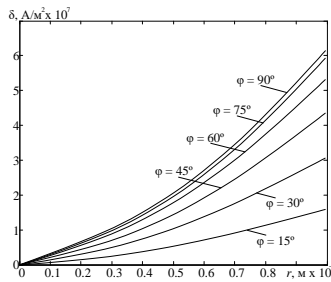
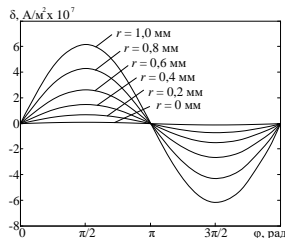
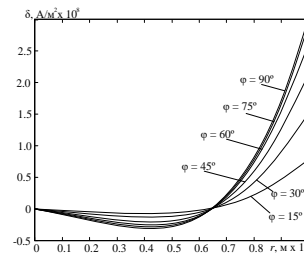
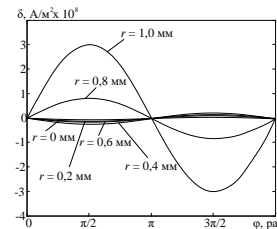
$$F_r = -\frac{4\alpha \pi^2 H_o^2}{r^3} \left( \frac{2\alpha \pi^2}{r^2} + \cos 2\varphi \right), \quad (22)$$

$$F_\varphi = -\frac{4\alpha \pi^2 H_o^2}{r^3} \sin 2\varphi. \quad (23)$$

В заключение приведем некоторые результаты численного моделирования, полученные на основе приведенных выше выражений при следующих значениях параметров:  $a=1$  мм,  $\mu=100$ ,  $\gamma=10^7$  Ом<sup>-1</sup>м<sup>-1</sup>,  $\mu_0 H_o=0,5$  Тл,  $f_1=1$  кГц и  $f_2=5$  кГц.

На рис. 1-4 показано распределение плотности вихревых токов, построенных по соотношению (16) для момента прохождения напряженности внешнего поля через максимум ( $\omega t = \pi/2$ ).

Как видно из приведенных рисунков, не только количественное, но и качественное распределение плотности вихревых токов существенно зависит от частоты внешнего поля. При частоте 5 кГц на определенном удалении от центра  $r^*$  вихревой ток отсутствует.

Рис. 1. Зависимость  $\delta(r)$  при  $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$  и  $f=1$  кГцРис. 3. Зависимость  $\delta(\varphi)$  при  $0 \leq r \leq a$  и  $f=1$  кГцРис. 2. Зависимость  $\delta(r)$  при  $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$  и  $f=5$  кГцРис. 4. Зависимость  $\delta(\varphi)$  при  $0 \leq r \leq a$  и  $f=5$  кГц

Значение  $r^*$  определяется нулями функции  $J_1(kr)$  и для рассматриваемых числовых данных его можно найти из уравнения (см. выражение (16))

$$\text{Im}(\beta k^3 J_1(kr^*)) = 0. \quad (24)$$

Анализ распределения пондеромоторных сил и комплексное исследование их зависимости от частоты поля и других параметров будут предметом отдельного рассмотрения.

**Выводы.** Получены обобщающие аналитические выражения для электромагнитного поля внутри и вне магнитнопроводящего кругового цилиндра, из которых вытекают известные результаты для частных случаев (постоянное магнитное поле, электромагнитное поле в проводящей среде). Установлены также точные выражения для распределения векторов пондеромоторных сил вне цилиндра, что открывает новые возможности для решения ряда задач, например, связанных с магнитнофоретическим движением частиц.

#### Список литературы

1. Ландау Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. 620 с.
2. Кондратенко І.П., Волканін С.Є., Некрасов А.В., Хасцький І.К. Магнітогідродинамічний сепаратор наночастинок // Праці Луганського відділення Міжн. Академії інформації. – 2011. – №2(24). – с. 26-29.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для электротех., энерг., приборостроит., спец. вузов. – 8-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – 263 с.: ил.
4. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции (Формулы, графики, таблицы). – М.: Наука, 1964. – 344 с.

УДК 621.181.124

О.В. ЗАМИЦЬКИЙ, д-р техн. наук, доц., І. ЄФІМЕНКО, студент  
ДВНЗ «Криворізький національний університет»

#### АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ РЕЖИМІВ СПАЛЮВАННЯ ПРИРОДНОГО ГАЗУ

Розглянемо основні існуючі режими спалювання газів у топці котлоагрегата. Показано, що режими з помірним недопалом є найбільш виправданими як з погляду екологічної безпеки, так і з погляду ефективного спалювання природного газу.

**Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями.** Зниження забруднення довкілля токсичними продуктами згоряння органічних палив є однією з важливих проблем розвитку теплоенергетики. У цей час діють досить тверді нормативи, що регламентують викиди в атмосферу. Переважна більшість діючих котлів мають значно більш високі рівні викидів  $\text{NO}_x$ , ніж це регламентується. До теперішнього часу розроблена велика кількість методів зниження викидів оксидів азоту як на стадії спалювання палива (так звані технологічні або внут-