

На рис. 2 показано, що об'єм експорту металопродукції з імовірністю 90,88 % коливатись від 425,9 до 573,8 млн грн. Найбільш ймовірне значення показника, яке було отримано при прогонах імітаційних сценаріїв складає 490,8 млн грн

На об'єм експорту впливають всі фактори без винятку, але роблять вони це з різним ступенем чутливості. Графік відносного впливу незалежних факторів на об'єм експорту продукції представлений на рис. 3.

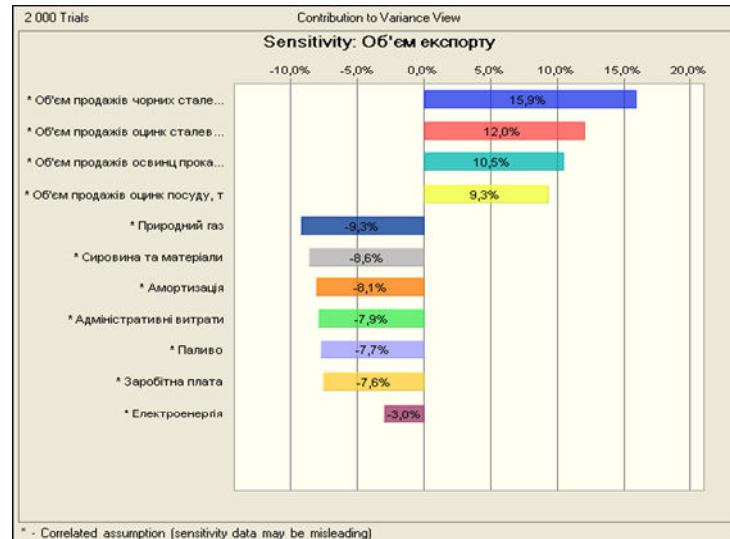


Рис. 3. Кількісний вплив факторів на об'єм експорту

Найбільш позитивний вплив на об'єми експорту продукції робить об'єм продажів чорних сталевих труб (16,3%), оскільки це провідна продукція підприємства і вона складає найбільшу питому вагу в загальному об'ємі експорту.

У бік зниження експорту всі витрати впливають майже однаково, та найбільший вплив має ціна природного газу. Це пов'язано насамперед з напруженою ситуацією щодо виконання умов з розрахунками за газ Укранафтогазу з Російською Федерацією.

Ризик збільшення ціни на цей ресурс все ще залишається досить високим.

Список літератури

1. **Голенко Д.И.** Статистические методы сетевого планирования и управления / **Голенко Д.И.** – М. : Наука, 1968. – 400с.
2. **ДеМарко Т.** Вальсируя с медведями: управление рисками в проектах по разработке программного обеспечения / **ДеМарко Т., Листер Т.** – М.: Компания р.п. Office. М., 2005. – 190 с.
3. **Максимов В.И.** Моделирование риска и рискованных ситуаций: учебное пособие / **Максимов В.И., Никонов О.И.** – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ – УПИ, 2004. – 82 с.
4. **Липаев В.В.** Анализ и сокращение рисков проектов сложных программных средств / **Липаев В.В.** – М.: Синтег, 2005. – 208 с.

Рукопис подано до редакції 09.04.12

УДК 502.7 : 658.5

А.О. ФЕДОРЧЕНКО, асистент ДВНЗ «Криворізький національний університет»

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ОЦІНКИ ПРОЦЕСІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО РОЗВИТКУ ГІРНИЧОРУДНИХ ПІДПРИЄМСТВ

Представлено економіко-математичну модель застосування двох видів технологій виробництва концентрату: використання мінеральної сировини та відходів збагачення. Використано степеневі виробничі функції, що дало змогу довести ефективність виробництва концентрату шляхом використання відходів збагачення на гірничорудних підприємствах.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними дослідженнями. Застосування математичних методів у будь-яких сферах людської діяльності вимагає, як правило, вирішення трьох типів питань. По-перше, необхідно здійснити формально-математичний опис об'єкта, що

вивчається тобто скласти його математичну модель. По-друге, розробити математичні методи для розв'язання одержаних задач або вибрати ці методи серед відомих. І, нарешті, пристосувати математичні моделі і методи, які вибрані для їх аналізу, до тих обчислювальних засобів, які будуть застосовані для одержання чисельних результатів.

Питання вдосконалення економічної оцінки показників процесів технологічного розвитку гірничорудних підприємств є порівняно нові і, у той же час, складні для їх чисельного розв'язання. З усією гостротою, яка відповідає сучасним вимогам до функціонування гірничорудних підприємств, ці питання потребують вирішень, що неможливо без застосування економіко-математичного моделювання на базі сучасних засобів комп'ютерної техніки.

Аналіз досліджень і публікацій. Як відомо [1-3], термін "модель" використовується досить часто, як у науковій, так і у загальноживаній мові, при цьому в нього у різних ситуаціях вкладається різний зміст. За останні десятиріччя розроблені математичні моделі розв'язування складних економічних задач, пов'язаних із технологічним розвитком, які дозволяють шляхом відповідних математичних операцій знаходити кращий варіант з можливих, що враховує всі фактори впливу на економічний результат [1-3].

Постановка завдання. Необхідно побудувати виробничу функцію, яка б найбільш точно відображала властивості процесів технологічного розвитку гірничорудних підприємств.

Викладення матеріалу та результати. Особливістю математичного моделювання економічних явищ є те, що воно набагато складніше моделювання фізичних явищ [4,5]. У першу чергу, це зв'язано з тим, що економіка охоплює не тільки виробничі процеси, але й виробничі відношення. Моделювання виробничих процесів не викликає принципових труднощів і не більш складніше, ніж моделювання фізичних процесів. Але моделювання виробничих процесів неможливо без врахування поведінки людей, їх інтересів та індивідуально прийнятих рішень. Отже, аналізуючи економічні процеси, можливо виділити два головних рівня. Перший рівень є виробничо-технологічний. До нього відноситься опис виробничих можливостей економічних систем, що вивчаються. У цьому випадку при математичному моделюванні проводиться розбиття економічної системи на окремі простіші виробничі одиниці. Потім моделюються виробничі можливості кожної з одиниць, а також, можливості обміну ресурсами виробництва і продукцією між ними. Виробничі можливості описуються за допомогою виробничих функцій, а при опису можливостей обміну головну роль відіграють балансові співвідношення.

На другому рівні, соціально-економічних процесів - визначається, як реалізуються виробничі можливості, моделюванні на першому рівні. Справа в тому, що, як правило, технологічні обмеження самі по собі не визначають повністю розвиток економічної системи. Існує величезна кількість варіантів розвитку цієї системи, які укладаються у технологічні обмеження її виробничих можливостей. У математичних моделях економічних систем виділяють спеціальні змінні, значення яких визначають єдиний варіант розвитку цих систем. Ці змінні називають управляючими змінними, або управліннями. На рівні соціально-економічних процесів визначається механізм вибору управляючих дій.

У дисертаційній роботі поставлена задача оцінки економічних показників гірничорудних підприємств при застосуванні двох видів технологій видобутку концентрату: за основною технологією та шляхом переробки відходів збагачення, які знаходяться в хвостосховищах. Нехай x_1 - обсяг концентрату, виробленого за основною технологією, а x_2 - обсяг концентрату, виробленого шляхом переробки відходів збагачення. Отже, вхідна інформація задається двомірним вектором

$$\vec{x} = (x_1, x_2). \quad (1)$$

Виробнича функція, яка характеризує економічні здобутки, пов'язані із застосування двох видів технологій видобутку концентрату, запишеться у вигляді

$$Y = f(\vec{x}, \vec{c}) \quad (2)$$

Математичне формулювання задачі розподілу обсягу виробництва концентрату за двома видами технологій запишеться так

$$Y = f(\vec{x}, \vec{c}) \rightarrow \max_{x_1, x_2}, \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 = x_0, \quad (4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \quad (5)$$

де x_0 – загальний обсяг виробництва концентрату, m .

Для проведення ідентифікації параметрів виробничої функції (3) скористаємось її структурою, яка задана формулою (6), тобто у вигляді степеневих виробничих функцій

$$Y = Y_0 \cdot \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{a_1} \cdot \left(\frac{x_2}{x_{20}}\right)^{a_2}. \quad (6)$$

Визначимо деякі властивості цієї функції. По-перше, коли $x_1 = x_{10}$, $x_2 = x_{20}$, то $Y = Y_0$ що визначає опорну точку (x_{10}, x_{20}, Y_0) , від якої будуть проводитись подальші обчислення. Структура виробничої функції, яка задана у вигляді (9), дозволяє записати коефіцієнти еластичності виробництва. Так, коефіцієнт еластичності, який характеризує відносну зміну економічних здобутків на одиницю відносної зміни обсягу виробництва за основною технологією дорівнює

$$E_1 = \frac{\partial Y}{\partial x_1} \frac{x_1}{Y} = a_1. \quad (7)$$

У свою чергу, коефіцієнт еластичності, який характеризує відносну зміну економічних здобутків на одиницю відносної зміни обсягу виробництва шляхом переробки відходів збагачення, дорівнює

$$E_2 = \frac{\partial Y}{\partial x_2} \frac{x_2}{Y} = a_2. \quad (8)$$

Отже, для степеневі виробничої функції (9) коефіцієнти еластичності економічних здобутків по обсягам виробництва є постійні і дорівнюють показникам степенів при величинах обсягів виробництва.

Важливою характеристикою виробничих функцій є ізокванти, тобто геометричне місце точок, в яких виробничі функція є постійною. У даному випадку ізокванти – це криві рівних економічних здобутків при різних розподілах обсягів виробництва за основною технологією та шляхом переробки відходів збагачення. Рівняння ізоквант згідно формулі (9) мають вигляд

$$Y_o \cdot \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{a_1} \cdot \left(\frac{x_2}{x_{20}}\right)^{a_2} = Y_c, \quad (9)$$

де Y_c – постійне значення виробничої функції.

Згідно рівнянню (9) обсяг виробництва шляхом переробки відходів збагачення x_2 можна вважати функцією від обсягу виробництва за основною технологією x_1 , тобто

$$x_2 = x_{20} \left(\frac{Y_c}{Y_o}\right)^{\frac{1}{a_2}} \cdot \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-\frac{a_1}{a_2}}. \quad (10)$$

Тоді гранична норма заміщення, яка показує, наскільки треба збільшити відносний обсяг виробництва шляхом переробки відходів збагачення при збільшенні відносного обсягу виробництва за основною технологією, при умові збереження економічних здобутків, знаходиться за формулою

$$\gamma = \frac{dx_2(x_1)}{dx_1} = -\frac{a_1}{a_2} \frac{x_2}{x_1}. \quad (11)$$

Для проведення ідентифікації моделі виробничої функції з метою знаходження параметрів, які входять в рівняння (9), доцільно шляхом логарифмування перевести її до вигляду

$$\eta = a_1 \cdot \xi_1 + a_2 \cdot \xi_2, \quad (12)$$

де $\eta = \ln\left(\frac{Y}{Y_0}\right)$, $\xi_1 = \ln\left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)$, $\xi_2 = \ln\left(\frac{x_2}{x_{20}}\right)$.

Критерій, який дозволяє провести ідентифікацію параметрів моделі, запишеться згідно вигляду формули (16)

$$E(a_1, a_2) = \sum_{j=1}^L (\hat{\eta}_j - a_1 \cdot \xi_{1j} - a_2 \cdot \xi_{2j})^2 \rightarrow \min_{a_1, a_2}. \quad (13)$$

Умовою мінімуму критерія (13) є рівність нулю частинних похідних

$$\begin{cases} \frac{\partial E(a_1, a_2)}{\partial a_1} = 0; \\ \frac{\partial E(a_1, a_2)}{\partial a_2} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Параметри a_1, a_2 знаходяться шляхом розв'язання системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь, здобутих згідно умови

$$\begin{cases} a_1 \cdot \sum_{j=1}^L \xi_{1j}^2 + a_2 \cdot \sum_{j=1}^L \xi_{1j} \cdot \xi_{2j} = \sum_{j=1}^L \eta_j \cdot \xi_{1j} \\ a_1 \cdot \sum_{j=1}^L \xi_{1j} \cdot \xi_{2j} + a_2 \cdot \sum_{j=1}^L \xi_{2j}^2 = \sum_{j=1}^L \eta_j \cdot \xi_{2j} \end{cases}. \quad (15)$$

Зрозуміло, що розв'язання системи алгебраїчних рівнянь не викликає труднощів. Разом з цим, для подальшого аналізу результатів моделювання доцільно виразити параметри a_1, a_2 через статистичні числові характеристики. Тоді маємо

$$\eta - \bar{\eta} = a_1 \cdot (\xi_1 - \bar{\xi}_1) + a_2 \cdot (\xi_2 - \bar{\xi}_2), \quad (16)$$

де

$$a_1 = \frac{s_\eta}{s_{\xi_1}} \frac{r_{\eta\xi_1} - r_{\eta\xi_2} \cdot r_{\xi_1\xi_2}}{1 - r_{\xi_1\xi_2}^2}, \quad a_2 = \frac{s_\eta}{s_{\xi_2}} \frac{r_{\eta\xi_2} - r_{\eta\xi_1} \cdot r_{\xi_1\xi_2}}{1 - r_{\xi_1\xi_2}^2}. \quad (17)$$

У свою чергу, користуючись статистичними числовими характеристиками, можливо обчислити середнє квадратичне відхилення залежної змінної η_i від поверхні регресії

$$s_{\eta \xi_1 \xi_2} = s_\eta \sqrt{1 - r_{\eta \xi_1 \xi_2}^2}, \quad (18)$$

де $r_{\eta \xi_1 \xi_2}^2 = \frac{r_{\eta \xi_1}^2 + r_{\eta \xi_2}^2 - 2 \cdot r_{\eta \xi_1} \cdot r_{\eta \xi_2} \cdot r_{\xi_1 \xi_2}}{1 - r_{\xi_1 \xi_2}^2}$ - квадрат коефіцієнта множинної кореляції.

Перевірку значимості коефіцієнта множинної кореляції проводимо згідно критерію Фішера, який в даному випадку має вигляд

$$F = \frac{L-3}{2} \cdot \frac{r_{\eta \xi_1 \xi_2}^2}{1 - r_{\eta \xi_1 \xi_2}^2}. \quad (19)$$

Надані результати математичного моделювання виробничих функцій дають можливість визначити оптимальні величини розподілу обсягів виробництва концентрату за основною технологією та шляхом переробки відходів збагачення з метою досягнення максимального економічного здобутку при заданому об'єму загального виробництва концентрату.

Математично постановка такої задачі має вигляд

$$Y = Y_0 \cdot \left(\frac{x_1}{x_{10}} \right)^{a_1} \cdot \left(\frac{x_2}{x_{20}} \right)^{a_2} \rightarrow \max_{x_1, x_2} \quad (20)$$

$$x_1 + x_2 = x_0; \quad (21)$$

$$x_1 > 0, \quad x_2 > 0. \quad (22)$$

Умова (20) визначає критерій розв'язуваної задачі, а (4) і (5) – її обмеження. Для розв'язання цієї задачі доцільно звести її до однієї змінної, скориставшись умовою (4).

$$Y = Y_0 \cdot \left(\frac{x_1}{x_{10}} \right)^{a_1} \cdot \left(\frac{x_0 - x_1}{x_{20}} \right)^{a_2} \rightarrow \max_{x_1}. \quad (23)$$

Згідно необхідної умові існування екстремуму маємо

$$\frac{dY}{dx_1} = 0$$

Тоді, користуючись (23), знаходимо

$$\frac{dY}{dx_1} = Y_0 \left(\frac{a_1}{x_{10}} \left(\frac{x_1}{x_{10}} \right)^{a_1-1} \left(\frac{x_0 - x_1}{x_2} \right)^{a_1} - \frac{a_2}{x_{20}} \left(\frac{x_1}{x_{10}} \right)^{a_1} \left(\frac{x_0 - x_1}{x_{20}} \right)^{a_2-1} \right) = 0. \quad (24)$$

Розв'язуючі рівняння (24) відносно x_1 , знаходимо

$$x_{1opt} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \cdot x_0. \quad (25)$$

Користуючись умовою (4) знаходимо оптимальну величину x_2

$$x_{2opt} = x_0 - x_{1opt},$$

або, з урахуванням (25),

$$x_{2opt} = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \cdot x_0. \quad (26)$$

Тоді максимальна величина економічного здобутку при оптимальному розподілі заданого обсягу концентрату, виробленого за загальною технологією та шляхом переробки відходів збагачення визначиться підстановкою (25) та (26) в формулу (20)

$$Y_{max} = Y_0 \left(\frac{a_1}{a_1 + a_2} \frac{x_0}{x_{10}} \right)^{a_1} \cdot \left(\frac{a_2}{a_1 + a_2} \frac{x_0}{x_{20}} \right)^{a_2}. \quad (27)$$

В свою чергу, величина коефіцієнта оптимальних витрат, пов'язаного із застосуванням двох видів технологій вироблення концентрату, визначається згідно формули

$$K_{opt} = \frac{x_{2opt}}{x_{1opt} + x_{2opt}} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}. \quad (28)$$

Висновки та напрямок подальших досліджень. Економіко-математична модель застосування двох видів технологій виробництва концентрату: за основною технологією та шляхом переробки відходів збагачення, яка побудована за допомогою статистичного матеріалу на основі використання степеневих виробничих функцій, дозволила довести ефективність такого способу виробництва концентрату на гірничорудних підприємствах.

Статистичний аналіз економічних витрат, пов'язаних з негативним впливом на екологічний стан зовнішнього середовища завдяки діяльності гірничорудних підприємств, зокрема, при зростанні обсягів виробництва концентрату, підтвердив нелінійне зростання цих витрат. Внаслідок цього, природно зробити висновок про необхідність пошуків зменшення цих економічних витрат, наприклад, шляхом впровадження нових видів технологій виробництва концентрату, зокрема, застосуванням двох видів технологій видобутку концентрату: за основною технологією та переробленням відходів збагачення.

Список літератури

1. Математичне програмування / [Максимов О.В., Афанасьєва М.Г., Липовик В.В., Щербак А.Ф.]. Кривий Ріг.: Видавничий Дім, 2003. – 274с.
2. Методы решения проектных задач / [Задорожний А.М., Сахно О.Г., Липовик В.В., Максимов А.В.]. – К.: УМК ВО, 1991. – 282с
3. Красс М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании / М.С. Красс, Б.П. Умнов. – М.: Дело, 2000. – 688с.
4. Пак В.В. Носенко Ю.Л. Вища математика. Київ. Либідь, 1996
5. Высшая математика для экономистов / Под ред. Кремера Н.Ш. – М.: ЮНИТИ, 1997

Рукопис подано до редакції 12.03.12