11. Экономико-математические методы и модели: практика применения в курсовых и дипломных работах: учебное пособие / В.В. Христиановский, Т.В. Нескородева, Ю.Н. Полшков; **под ред. В.В. Христиановского** – Донецк: ДонНУ, 2012. – 324 с

12. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / **За ред. О. Т. Іващука**. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.

13. **Єжова Л. Ф.** Інформаційний маркетинг: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2002. – 560 с.

14. **Окландер М. А., Хромов О. П**. Промислова логістика [Текст] .-К.:ЦНЛ,2004 .-222 с

15. **Тридід О. М., Азаренкова Г. М., Мішина С. В., Борисенко І. І.** Логістика .-К.:Знання,2008 .-566 с.

16**. Темченко А. А., Луценко Н. И.** Прогнозирование объемов продаж в системах массового обслуживания //Вісник КТУ, 2003, №2.-С. 147-149.

17. Обґрунтування економіко-математичної моделі оптимізації планування збуту продукції / **Завсєгдашня І.В., Завсєгдашня О.О.**// Materiały IX międzynarodowej naukowi-praktycznej konferencji «Strategiczne pytania swiatowej nauki – 2014» - Volume 5. Ekonomiczne nauki,: Pzemysl: Nauka I studia 2014 – P.80-84

Рукопис подано до редакції 20.10.2020

УДК 622.765

А.Ю. КРИВЕНКО*, канд. техн. наук, ст. викл.,
Ю.Ю. КРИВЕНКО, канд. техн. наук., ст. наук. співроб.
Криворізький національний університет

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОДІЛУ ЗАЛІЗОРУДНОЇ СИРОВИНИ У ВАННІ ДЕШЛАМАТОРА

Мета. Дослідження питань пов'язаних із гравітаційним гідравлічним збагаченням залізорудної сировини в дешламаторах і вирішення їх методами математичного і імітаційного моделювання шляхом застосування теорії подоби і розмірностей.

Методи досліджень. Використання загальнонаукових методів дослідження: теорії ймовірності, теорії інформації, методів математичного моделювання, законів гідравліки і гідродинаміки.

Наукова новизна. Виконано прогнозування поводження вихідного потоку пульпи з живильного пристрою апарата, як компактного затопленого повного віялового струменю, що дозволило досліджувати залежності швидкості руху пульпи і змісту твердої фази від параметрів пристрою живлення. Отримані залежності дають можливість зменшити негативний вплив затопленого струменю на гравітаційне збагачення залізорудної сировини шляхом накладення обмежень на конструктивні особливості живильного пристрою. На основі застосування відомих законів гідродинаміки була побудована математична модель гравітаційного гідравлічного поділу залізорудної сировини у ванні дешламатора після виходу пульпи з живильного пристрою, відповідно до якої при виборі структури моделі використовуються теоретичні передумови, а параметри, що входять у модель, встановлюють експериментально. Отримана залежність швидкості нагромадження згущеного продукту, як функція гідравлічної крупності часток, що осаджуються, розмірів ванни апарата і пристрою подачі вихідного живлення. Представлена залежність дозволяє вибирати необхідні параметри гідравлічного апарата і пристрою подачі вихідного живлення з метою досягнення необхідної якості загущеного продукту.

Практична значимість. Полягає в удосконаленні технології збагачення залізних руд за рахунок підвищення ефективності гідравлічного збагачення у дешламаторах, а також у розробці нового способу формування вихідного живлення в прийомну ємність апарата, визначенні конструктивних і технологічних параметрів процесу.

Результати. Проведення імітаційного моделювання шляхом застосування теорії подібності і математичної моделі гравітаційного поділу залізорудної сировини у дешламаторі представлена в безрозмірному вигляді. Це дозволяє істотно скоротити число параметрів, що впливають на протікання досліджуваного процесу. Проведення обчислювального експерименту за результатами математичного моделювання процесу гравітаційного поділу залізорудної сировини у дешламаторі дозволило вивчити поводження відповідних залежностей. Разом з тим, на практиці виникають питання про знаходження кількісних співвідношень. Для рішення цих питань необхідне проведення експериментів на реальних об'єктах, тобто на функціонуючих дешламаторах, з метою збору статистичного матеріалу для оцінки величин параметрів, які входять у синтезовані математичні моделі.

Ключові слова: дешламатор, знешламлення, радіальний згущувач.

doi: 10.31721/2306-5451-2020-1-51-69-75

Проблема та її зв'язок з науковими і практичними завданнями. Можливість підвищення якості магнетитових концентратів гірничо-збагачувальних комбінатів забезпечує їхню значну конкурентоздатність як на внутрішньому, так і на зовнішньому ринках. Це досягається за рахунок реалізації розділових характеристик процесу гідравлічного знешламлення на різних етапах процесу збагачення руди.

Процес збагачення в існуючих конструкціях радіальних згущувачів ініціюється потоком вихідного живлення. Застосовуваний спадний потік вихідного живлення обмежує приріст якісних показників пісків через збіг двох векторів:вектора напрямку руху часток твердої фази і вектора напрямку гравітаційної складової. Таке формування вихідного потоку визначало неповний винос дрібних породних часток з нижніх шарів збагачувального апарата.

Аналіз досліджень і публікацій. Рішення проблеми підвищення якості збагачуваного продукту при гідравлічному гравітаційному збагаченні в основному було зв'язано модернізацією самого збагачувального апарата або зміни температури, щільності живильної рідини. Уваги до гідравлічних процесів усередині чана апарата, зокрема руху часток у живильному потоці пульпи, приділялося недостатньо [1, 2].

Постановка завдання. Розділова характеристика магнітного дешламатора перебуває у прямій залежності від факторів, що визначають характер масопереносу часток твердої фази. Цими факторами є конструктивні параметри дешламатора, швидкість і напрямок вихідного потоку, глибина його розвантаження, швидкості висхідних потоків. У зв'язку із цим, завданням досліджень є встановлення динаміки просторового переміщення часток твердої фази з урахуванням впливу зазначених факторів, а також проведення імітаційного моделювання шляхом застосування теорії подібності і розмірності математичної моделі гравітаційного поділу залізорудної сировини у ванні магнітного дешламатора.

Виклад матеріалу і результати. При досягненні границі мінімальної швидкості пульпи в живильному струмені, починає відчуватися дія на частки сил гравітації, що приводить до розділення потоку на складові. Частки, які залишають струмінь пульпи і виявляються нижче цього струменя, можуть тільки осаджуватися. Частки, що покинули живильний струмінь і опинилися вище, можуть тільки підніматися нагору. Інакше, частки знову попадають у струмінь пульпи, де відбувається їхнє перемішування. За межами далекобійності потоку живлення спостерігається звичайний гравітаційний гідравлічний поділ залізорудної сировини у ванні магнітного дешламатора.

Швидкість приросту маси часток, що осаджуюся, під дією гравітаційних сил можливо записати у вигляді

$$\frac{dM}{dt} = 2\pi \cdot \delta \cdot \int_{R}^{R_0} v(x) x dx, \qquad (1)$$

де $\delta -$ щільність часток, кг/м^3; R_0, R – розміри апарата, м; $v(x) -$ швидкість осадження часток у ванні дешламатора, м/с.

Швидкість осадження часток у ванні дешламатора описується диференціальним рівнянням

$$m\frac{dv(x)}{dt} = m\left(1 - c_н(x)\right)\left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right) \cdot g - F(x), \qquad (2)$$

де $m -$ маса частки, кг; $c_н(x)$ –початковий вміст твердого в пульпі, частки, од.; $\Delta -$ густина рідини, кг/м^3; $g -$ прискорення вільного падіння, м/с^2; $F(x) -$ сила опору середовища, у яке осаджується частка, н.

Осадження часток у ванні дешламатора відбувається досить повільно, сила опору середовища визначається законом Стокса при вимозі, що частка має округлу форму [3]

$$F(x) = 3\pi \cdot \mu \cdot d_0 \cdot v(x), \qquad (3)$$

де $\mu -$ динамічна в'язкість, Па·с; $d_0 -$ діаметр частки, м.

З огляду на те, що в початковий момент часу швидкість осадження часток була нульовою ($v(t=0)=0$), рішення диференціального рівняння (1), з урахуванням (2), буде мати вигляд

$$v(x) = \frac{m \cdot g}{3\pi \cdot \mu \cdot d_0}(1 - c_н(x)) \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{3\pi \cdot \mu \cdot d_0}{m} \cdot t}\right). \qquad (4)$$

У розглянутому випадку гідравлічна крупність частки обчислюється по формулі

$$\theta = \frac{1}{18}\frac{(\delta-\Delta)\cdot g\cdot d_0^2}{\mu}. \quad (5)$$

З урахуванням (3), швидкість (4) представиться так

$$v(x) = (1-c_н(x))\cdot\theta\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (6)$$

де $\tau = \frac{d_0^2\cdot\delta}{18\mu}$ – гідравлічна одиниця часу, с.

Тоді, з урахуванням (4), формула (5) приймає вигляд

$$\frac{dM}{dt} = 2\pi\cdot\delta\cdot\theta\cdot\int_R^{R_0}(1-c_н(x))(1-e^{-\frac{t(x)}{\tau}})xdx. \quad (7)$$

Беручи до уваги, що частка, яка осаджується, досягає дна, необхідно для використання (5) знайти час її осадження. Згідно (6), цей час може бути знайдено шляхом вирішення рівняння

$$(1-c_н(x))\cdot\theta\int_0^{t_0}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})dt = H-h_0-y_н(x)$$

або

$$(1-c_н(x))\cdot\theta\cdot(t_0-\tau\cdot(1-e^{-\frac{t_0}{\tau}})) = H-h_0-y_н(x). \quad (8)$$

Рівняння (8) є нелінійним і допускає тільки чисельне рішення.

З урахуванням знайденої величини часу осадження часток згідно формули (6), формула (7) визначає величину вагової витрати згущеного продукту

$$G_2 = 2\pi\cdot\delta\cdot\theta\cdot\int_R^{R_0}(1-c_н(x))(1-e^{-\frac{t_0(x)}{\tau}})xdx, \quad (9)$$

де G_2 – вагова витрата загущеного продукту, $кг/с$.

Отримане рішення (9) припускає безперервне розвантаження згущеного продукту. При такому розвантаженні згущеного продукту внаслідок досить швидкого осадження часток пульпи можлива ситуація, коли не буде досягнутий заданий вміст твердого. Отут природне застосування циклічного розвантаження згущеного продукту з ванни апарата. Із цією метою на дні ванни накопичується без розвантаження згущений продукт, вміст твердого в якому визначається особливостями осадження часток. Після досягнення певної маси пісків на дні ванни дешламатора, що визначається фіксацією висоти шару пісків, здійснюється вивантаження згущеного продукту дешламатора.

Маса пісків на дні ванни магнітного дешламатора перебуває шляхом рішення рівняння (7) при нульовій початковій умові ($M(t=0)=0$)

$$M = 2\pi\cdot\delta\cdot\theta\int_R^{R_0}(1-c_н(x))\cdot(t(x)-\tau\cdot(1-e^{-\frac{t(x)}{\tau}})xdx. \quad (10)$$

Висота шару пісків на дні ванни дешламатора визначається по формулі

$$h_2 = \theta\frac{\int_R^{R_0}(1-c_н(x))(t(x)-\tau\cdot(1-e^{-\frac{t(x)}{\tau}}))xdx}{\int_R^{R_0}(c_2-c_н(x))xdx}, \quad (11)$$

де c_2 – вміст твердого в загущеному продукті, кг/кг.

Для дешламатора мають місце наступні балансові співвідношення

$$Q_0 = Q_1 + Q_2, \quad (12)$$

$$\rho_0\cdot Q_0 = \rho_1\cdot Q_1 + G_2, \quad (13)$$

де ρ_0 – щільність пульпи на виході із РКУ, кг/м^3; ρ_1 – щільність проясненого продукту, кг/м^3.

Беручи до уваги, що

$$Q_2 = \frac{G_2}{\rho_2}, \tag{14}$$

де ρ_2 – щільність загущеного продукту, кг/м^3,

$$\rho_2 = \frac{1}{\frac{1}{\rho_1} - \frac{Q_0}{G_2}\left(\frac{\Delta}{\rho_1} - 1\right)}. \tag{15}$$

Так як

$$c_2 = \frac{\rho_2 - \Delta}{\delta - \Delta},$$

то, з урахуванням (15), одержуємо

$$c_2 = \frac{1}{\delta - \Delta}\left(\frac{1}{\frac{1}{\rho_1} - \frac{Q_0}{G_2}\left(\frac{\rho_0}{\rho_1} - 1\right)} - \Delta\right). \tag{16}$$

Задаючи густину зливу, наприклад, у межі, рівній щільності води, можна по формулі (16) розрахувати максимально можливий вміст твердого в згущеному продукті. Якщо обчислений вміст твердого виявиться менше заданої величини, то необхідно перейти від безперервної роботи дешламатора до циклічної. Таким способом буде забезпечений заданий вміст твердого у згущеному продукті магнітного дешламатора.

З рівняння (12), з урахуванням (13), знаходимо витрату зливу

$$Q_1 = Q_0 - Q_2. \tag{17}$$

У свою чергу, користуючись (15), знаходимо щільність зливу

$$\rho_1 = \frac{\rho_0 \cdot Q_0 - G_2}{Q_1}. \tag{18}$$

Математичне моделювання гравітаційного поділу залізорудної сировини у ванні магнітного дешламатора дало можливість одержати аналітичні формули, які дозволяють розрахувати поле швидкостей потоку пульпи і також вміст твердого. Аналіз отриманих формул вказує на їхню складність для практичного застосування. Це пов'язано з тим, що при побудові математичних моделей формалізація приводить до точної постановки завдання - і в цьому її позитивна роль. Але, з іншої сторони, математичне рішення приводить до втрати наочності, що в першу чергу відноситься до складності отриманих розрахункових формул. Тому виникає завдання практичної реалізації отриманих формул при збереженні вимог по точності обчислень і адекватності моделювання. Один з можливих шляхів рішення цього завдання є імітаційне моделювання гравітаційного розділення залізорудної сировини у ванні магнітного дешламатора [4, 5]. Зміст імітаційного моделювання складається в розробці програм і алгоритмів, що реалізують за допомогою комп'ютерів отримані математичні моделі гравітаційного поділу залізорудної сировини у ванні дешламатора.

Реалізація результатів математичного моделювання гравітаційного поділу залізорудної сировини у ванні дешламатора припускає застосування імітаційного моделювання. Природний підхід до рішення цього завдання ґрунтується на теорії подібності і розмірностей [6, 7]. Особливістю цієї теорії є застосування узагальнених змінних. Зміст цих змінних полягає в тому, що вони складені зі звичайних фізичних величин, характерних для досліджуваного процесу, але в певних сполученнях, що залежать від природи цього процесу. Це створює важливі переваги, які зв'язано, насамперед, зі зменшенням числа змінних. Це приводить до того, що більш чітко виступають внутрішні зв'язки, що характеризують процес, а вся кількісна картина стає в цілому більше ясною. Особливо важливим є те, що фіксованим значенням узагальнених змінних відповідає не один певний набір первісних змінних, а безліч цих наборів. Тому можна зробити висновок, що при рішенні завдання у узагальненому вигляді досліджується не одиничний випадок, а багато випадків, об'єднаних спільними властивостями.

Застосування теорії подібності і розмірності ґрунтується на подібності розглянутих явищ, зміст яких полягає в тому, що по характеристиках одного можна одержати характеристики іншого. Критеріями подібності двох явищ є рівності безрозмірних параметрів. Необхідно підкреслити, що знаходження чисел подібності для досліджуваних процесів вимагає глибокого знання механізму цих процесів і є складним завданням. При вирішенні цього завдання необхідно виділити два випадки. До першого випадку ставляться процеси, які можна представити у вигляді математичних моделей, тобто описати рівняннями. У другому випадку, коли процеси не мають математичного опису, єдиною теорією, що дозволяє знайти числа подібності. Якщо має місце математичний опис у вигляді рівнянь, то числа подібності визначаються як безрозмірні коефіцієнти рівнянь.

З огляду на те, що досліджується рух потоку пульпи у ванні дешламатора, природно розглянути гідродинамічну подібність, тобто з'ясувати умови, при яких формули, що описують цей рух, будуть подібні. Для цього необхідно записати формулу (18) у безрозмірному вигляді. У якості масштабу довжин і швидкостей природно вибрати їхні характерні розміри. У результаті одержуємо заміни

$$x = l \cdot \tilde{x},\ R = \rho \cdot \tilde{R},\ d = \psi \cdot \tilde{d},\ v_m = V \cdot \tilde{v}_m,\ \ v_0 = V \cdot \tilde{v}_0, \tag{19}$$

де l, ρ, ψ – характерні розміри довжин струменя, радіуса й відстані між дисками пристрою живлення, відповідно, м; V – характерна величина швидкості струменя пульпи, м/с; $\tilde{x}$, $\tilde{R}$, $\tilde{d}$, $\tilde{v}_m$, $\tilde{v}_0$ – безрозмірний вид величин x, R, d, v_m, v_0, відповідно.

Після підстановки замін (19) у формулу (7) одержуємо з допущенням про поширення струменя в горизонтальному напрямку формулу для розрахунку швидкості струменя в безрозмірному вигляді

$$\tilde{v}_m = a \cdot A \cdot \frac{\tilde{v}_0}{\tilde{x}} \sqrt{\tilde{R} \cdot \tilde{d}}\ , \tag{20}$$

де $a = \sqrt{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \varphi \cdot b}$, $A = \frac{1}{l}\sqrt{\rho \cdot \psi}$.

З формули (20) слідує, що має місце гідродинамічна подібність по швидкостям, що розраховуються , якщо буде однаковим безрозмірний параметр *A*.

Разом з тим, необхідно підкреслити, що формулу (20) можна представити у вигляді

$$\tilde{v}_m = a_1 \cdot A \cdot \frac{\tilde{v}_0}{\tilde{x}} \sqrt{\tilde{S}}\ , \tag{21}$$

де $\tilde{S} = 2\pi \cdot \tilde{R} \cdot \tilde{d}$, $a_1 = \sqrt{\frac{\varphi \cdot b}{\pi\sqrt{2\pi}}}$.

Аналіз формули (21) показує, що вплив пристрою живлення на швидкість струменя характеризується узагальненою змінною $\tilde{S}$, котра визначає в безрозмірному виді площу бічної поверхні пристрою живлення, через яку проходить струмінь пульпи. Ця узагальнена змінна $\tilde{S}$ дозволяє врахувати безліч сукупностей змінних $\tilde{R}$ й $\tilde{d}$.

У свою чергу, швидкість пульпи в будь-якій точці струменя в безрозмірному виді розраховується згідно (6) і (21) по формулі

$$\tilde{v} = a_1 \cdot A \cdot \frac{\tilde{v}_0}{\tilde{x}} \sqrt{\tilde{S}} \cdot e^{-b^2 \cdot \tilde{y}^2}\ , \tag{22}$$

де $\tilde{y} = \frac{y}{l}$, $\tilde{v} = \frac{v}{V}$.

Для розрахунку вмісту твердого в струмені пульпи на її осі в безрозмірному вигляді необхідно ввести заміну

$$c_m = \varepsilon \cdot \tilde{c}_m,\ c_0 = \varepsilon \cdot \tilde{c}_0, \tag{23}$$

де ε – характерний вміст твердого в струмені пульпи, кг/кг; $\tilde{c}_m$, $\tilde{c}_0$ – безрозмірний вміст твердого на осі струменя і на виході із пристрою живлення, відповідно.

З урахуванням (23) формула (17) прийме вигляд

$$\tilde{c}_m = a_2 \cdot A \cdot \frac{\tilde{c}_0}{\tilde{x}} \sqrt{\tilde{S}} \;, \tag{24}$$

де $a_2 = \sqrt{\dfrac{(b^2 + k^2) \cdot \varphi}{b \cdot \pi \sqrt{2\pi}}}$.

Для розрахунку вмісту твердого в будь-якій точці струменя в безрозмірному вигляді формула запишеться у вигляді

$$\tilde{c} = a_2 \cdot A \cdot \frac{\tilde{c}_0}{\tilde{x}} \sqrt{\tilde{S}} \cdot e^{-k^2 \cdot \tilde{y}^2} \;, \tag{25}$$

де $\tilde{c} = \dfrac{c}{\varepsilon}$.

Для приведення рівняння (18), що описує осадження частки у ванні дешламатора, до безрозмірного вигляду необхідно зробити заміну змінних

$$v = \theta_0 \cdot \tilde{v} \;, \quad t = \tau \cdot \tilde{t} \;, \tag{26}$$

де $\theta_0 = \theta \cdot (1 - c_н(x))$; $\tilde{v}$, $\tilde{t}$ – безрозмірні величини швидкості й часу, відповідно.

З урахуванням позначень (24) рівняння (25) прийме вигляд

$$\frac{d\tilde{v}}{d\tilde{t}} + \tilde{v} = 1 . \tag{27}$$

Характерною рисою отриманого рівняння є те, що замість п'яти окремих параметрів ($c_н(x), \Delta, \delta, \mu, d_0$), застосовуються тільки два комплекси (θ_0, τ), які представлені як результат алгебраїчних операцій над вищезгаданими параметрами. Окремим величинам цих комплексів відповідає безліч значень параметрів. Відповідно до структури диференціального рівняння (29) можна зробити висновок, що при обраних безрозмірних величинах швидкості й часу (28) досліджувані процеси осадження часток пульпи у ваннах дешламаторов будуть подібні, тому що можна шляхом простого перерахування одержати характеристики одного процесу осадження по характеристиках іншого.

Також можна вирішити диференціального рівняння (27) при нульовій початковій умові ($\tilde{v}(\tilde{t} = 0) = 0$) воно має вигляд

$$\tilde{v} = 1 - e^{-\tilde{t}} . \tag{28}$$

Виводи і напрямок подальших досліджень. Розрахунками отримана залежність швидкості нагромадження згущеного продукту як функція гідравлічної крупності часток, що осаджують, розмірів ванни дешламатора і живильного пристрою. Представлена залежність дозволяє вибирати необхідні параметри дешламатора і живильного пристрою з метою досягнення необхідної якості згущеного продукту. З метою проведення імітаційного моделювання шляхом застосування теорії подібності і розмірностей математична модель гравітаційного поділу залізорудної сировини у ванні дешламатора представлена в безрозмірному вигляді, що дозволило істотно скоротити число параметрів, що впливають на протікання досліджуваного процесу.

Список літератури

1. **Козин В. З.** Експериментальне моделювання й оптимізація процесів збагачення корисних копалин / **В. З. Козин**. – М. : Надра, 1984. – 112 с.
2. **Панський Л. А.** Системний аналіз у збагаченні корисних копалин / **Л. А. Панський, В. З. Козин**. – М. : Надра, 1978. – 486 с.
3. **Шохін В. Н.** Гравітаційні методи збагачення / **В. Н. Шохін, А. Г. Лопатин**. – М. : Надра, 1980. – 400 с.
4. **Смирнов Н. В.** Курс теорії ймовірностей і математичної статистики / **Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский**. – М. : Наука, 1965. – 511 с.
5. **Максимей И. В.** Імітаційне моделювання на ЕОМ / **И. В. Максимей.** – М. : Радіо й зв'язок, 1988. – 231 с.
6. **Коваль В. П.** Введення в аеродинаміку багатофазного середовища : учеб. посібник / **В. П. Коваль.** – Дніпропетровськ : ДГУ, 1975. – 89 с.
7. **Лойцянский Л. Г.** Механіка рідини й газу / **Л. Г. Лойцянский**. – М. : Наука, 1970. – 904 с.

Рукопис подано до редакції 15.10.2020