

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА ОСНОВЕ ФИЗИКИ ЕГО РАЗРУШЕНИЯ

к.т.н., доц. Шишкина А.А., д.т.н., проф. Шишкин А.А.
Криворожский национальный университет, г. Кривой Рог

Бетон является наиболее широко распространенным строительным материалом. Его свойства, в первую очередь прочность, определяют свойства, надежность и экономичность строительных конструкций, зданий и сооружений. Надежное прогнозирование прочности бетона является важной проблемой получения строительных изделий и конструкций с заданными свойствами.

Так как бетон является твердым телом, то его прочность может быть объяснена на основе физики разрушения твердого тела. Первую попытку связать прочность твердого кристаллического материала с его кристаллическим строением сделал Гриффитс [1]. При малых перемещениях получено [1] уравнение теоретической прочности материала

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\frac{E \cdot \sigma_p}{a}} \quad (1)$$

где E - начальный модуль упругости материала; O_p - удельная поверхностная энергия; a - межатомное расстояние.

Все химические реакции, к которым относятся и реакции гидратации, формирующие прочность цементного камня и, как следствие, бетона, начинаются на поверхности реагирующих веществ, химическая активность которых зависит от химико-минералогического состава и величины поверхностной энергии [1,2]. Величина этой энергии, в свою очередь зависит от величины энергии затраченной на создание данной поверхности [3,4].

В действительности же работа, затрачиваемая на разрушение твердого тела, расходуется как на объемную деформацию, так и на создание новых поверхностей. Учитывая это, П.А.Ребиндер [5] обобщил указанные известные гипотезы, установив, что «... полная работа измельчения равна сумме работы деформаций в деформированном объеме разрушаемого куска и работы образования новых поверхностей», $A = A_p + A_d = 2 \cdot O^* \cdot V / (2 \cdot E + K \cdot dF)$, где O - предел прочности материала, dF - прирост поверхности при разрушении (измельчении), V - объем разрушаемого материала, E - модуль упругости материала. Таким образом, энергию разрушения твердого тела можно описать уравнением: $A = Ad + Ap + Aa$, где Aa - энергия аморфизации поверхности, которая может быть определена по формуле, предложенной в работе [6], $Aa = B \cdot f \cdot D_2 \cdot \gamma$, где D_2 - поверхность частицы, f - коэффициент, учитывающий отклонение формы частиц от идеальной, γ - толщина аморфизированного слоя, B - эмпирический коэффициент.

Рассмотрим процесс разрушения бетона, как твердого тела, содержащего относительно крупные включения (заполнитель), а, следовательно, имеющего ослабленные участки структуры по границе раздела матрицы (цементного камня) и включения. Для этого используем, предпосылки принятые для вывода теории прочности твердого тела [3]: 1) бетон состоит из трех структурных составляющих, отличающихся по своим физико-механическим свойствам: заполнителя, цементного камня и контактного слоя на границе цементный камень - заполнитель; 2) прочность материала заполнителей бетона и их начальную модуль упругости выше, чем прочность и начальный модуль упругости камня связующего, примененного для получения бетона; 3) пластические деформации заполнителя незначительны и не учитываются.

На основании принятых предпосылок, в процессе разрушения бетона образуются новые поверхности равные суммарной поверхности заполнителя - S . Следовательно, работа разрушения бетона подчиняется закону Риттингера и определяется из уравнения

$A_n = A_y * F = A_y * K * D2c$, где A_y - энергия, затрачиваемая на образование единицы новой поверхности, $D2c$ - размер получаемой частицы; K - эмпирический коэффициент.

Однако так как бетон неоднородное тело и его состав входит камень связующего менее прочный и более деформативный по сравнению с материаль-лом заполнителя, следовательно, работа разрушения бетона будет несколько ниже, определенной по уравнению Бонда [3], работа, затрачиваемая на измельчение (разрушение) $A_b = K_b \sqrt{V} \cdot F$, где A_b - энергия, затрачиваемая на образование единицы новой поверхности, V - объем получаемой частицы; F - площадь поверхности получаемой частицы; K_b - эмпирический коэффициент. В связи с тем, что камень связующего достаточно деформативный материал, работа по его разрушению, в основном, будет расходоваться на его пластическое деформирование. Следовательно, общая работа, расходуемая на разрушение бетона, уменьшится на определенное количество работы, которая расходуется на пластическое деформирование камня связующего. Доля этой работы может быть определена использованием уравнения Кирпичева-Кика, представленного в виде $Wm = Ko * m$, где m - объем деформируемого материала (или относительный объем цементного камня в бетоне); Ko - коэффициент пропорциональности. Разрушение третьего структурного компонента бетона - контактной зоны «цементный камень – заполнитель» происходит несколько иначе, чем разрушение непосредственно цементного камня и заполнителя. В этом структурном компоненте в первую очередь образуются трещины, поэтому его разрушение будет идти по схеме предложенной Бондом [3]. Т.е. энергия, передаваемая контактному слою при нагружении бетона, распределяется вначале по его массе и поэтому пропорциональна его объему - m , а затем, после образования на поверхности раздела трещин, концентрируется у их краев и становится пропорциональной поверхности контактного слоя, т.е. поверхности заполнителя - S . Следовательно, энергия разрушения

контактного слоя пропорциональна доле снижения общей энергии разрушения бетона. Кроме того, контактный слой воспринимает распор от расширения заполнителя в процессе его деформирования, пропорциональный поверхности заполнителя и энергия, идущая на разрушение контактного слоя в бетоне, в общем виде, находится в зависимости от объема камня связующего - m и суммарной

поверхности заполнителей - S в бетоне $W_k = K_k \cdot S \sqrt{m \cdot S^{1.5}}$, где K_k - коэффициент пропорциональности. Тогда уравнение, определяющее величину энергии разрушения бетона имеет вид

$$W = K_s \cdot S + K_m \cdot m + K_k \sqrt{m \cdot S^{1.5}} \quad (2)$$

Используя предпосылки, принятые в [6],: $dW=dQ$, $dS = K \cdot dW$, $dS=dVds$, где W - внутренняя энергия системы, Q - количество тепла переданного системе, S - энтропия системы, Vds - относительный объем дисперсной фазы и, получим уравнение прочности бетона в общем виде [6]

$$R_{\sigma} = R_u \cdot \exp(A_i W_i), \quad (3)$$

где R_{σ} - прочность бетона при сжатии, R_u - прочность цементного камня при сжатии, W_i - энергия разрушения бетона, A_i - коэффициент пропорциональности. Образование прочного материала связано с образованием зародышей новой фазы. Их размеры и скорость роста кристаллов обусловлены величиной пересыщения дисперсной системы при растворении цементных минералов. Вероятность образования зародышей кристаллических веществ в системе твердеющего цемента, по мнению [7], может быть определена по формуле предложенной М. Фольмером

$$P_w = q \cdot \exp\left(-\frac{A_r}{K \cdot T}\right) \quad (4)$$

где q - коэффициент пропорциональности, K - константа Больцмана, T - температура, A_r - работа образования зародыша. По мере прохождения процессов взаимодействия минералов гидравлического вяжущего с водой в твердеющей системе происходят следующие изменения: 1) увеличивается масса дисперсной фазы; 2) уменьшается количество дисперсионной среды; 3) изменяются размеры частиц дисперсной фазы. Таким образом, в процессе гидратации гидравлического вяжущего, в общем случае происходит изменение соотношения между количеством дисперсной фазы и дисперсионной среды. Если в момент затворения вяжущего водой соотношение массы дисперсной фазы к массе дисперсионной среды составляло $W_0 = W/V$, то, по окончании процесса гидратации, оно будет составлять $W_k = P_n/V_n$, где P_n - масса новообразований, V_k - масса несвязанной воды. Этот процесс можно описать и в объемных

показателях, тогда $Bo = Vc/Vw$, $Bk = Vg/Vw$, где Vc - объем цемента, Vw - объем системы, Vg - объем геля.

Известно, что прочность цементного камня находится в зависимости от величины Vk и связана с ней уравнением $R = Anp \cdot Vk^s$, где Anp - коэффициент пропорциональности, s - показатель степени. Это согласуется с теорией твердения цемента, разработанной П. А. Ребиндером. Вероятность образования зародыша кристаллизации пропорциональна скорости его возникновения и может быть описана уравнением

$$P(A) = \left[\frac{-B \cdot S_m \cdot V_k^2}{(R \cdot T)^3 \cdot h (C/Co)} \right] \quad (5)$$

где B - постоянный коэффициент, R - газовая постоянная, T - температура, S_m - удельная межфазная энергия, C/Co - степень пересыщения жидкой фазы, V_k - молекулярный объем образующейся фазы. В конкретной дисперсной системе – смеси конкретного вяжущего с водой, твердеющую при постоянной температуре и имеющую определенное соотношение между массой воды и вяжущего на момент смешивания, величина $\ln(C/Co)$ будет постоянной и равной границе насыщения. Далее, при полной гидратации вяжущего, минералы, образующиеся в рассматриваемой системе, свяжут определенное количество воды, которая входит в состав дисперсной фазы системы. Таким образом, очевидно, что в уравнении (5) под объемом образующейся фазы следует понимать объем системы новообразований совместно со связанной водой. Очевидно, что в таком случае, при постоянном расходе вяжущего, с увеличением расхода воды затверения (увеличении разжижения цементного теста водой - Z) будет увеличиваться и объем образующейся фазы, тогда $Vk = K \cdot Z$. Исходя из этих предположений, имеем, что в любой конкретный бесконечно малый промежуток времени dt в рассматриваемой конкретной системе: $Vk = Vki = K \cdot Zi$; $R \cdot T = Const$; $\ln(C/Co) = Const$; $S^i = Si$ и, следовательно, скорость образования кристаллических зародышей, а также пропорциональная ей вероятность их образования равны

$$P(A) = K \cdot \exp \left[\frac{-S_m \cdot D \cdot Z_i^2}{(R \cdot T)^3 \cdot h} \right] \quad (6)$$

Так как разрушение конкретного цементного камня происходит при определенной температуре - T , в определенное время (в возрасте) t , при которых величина удельной межфазовой энергии – S_m имеет определенное (конкретное) значение, то для данного цементного камня на основании (6)

$$R_u = Ra \cdot \exp(-N \cdot Z^2), \quad (7)$$

где N - коэффициент, учитывающие свойства используемого вяжущего, Ra - активность цемента. Тогда прочность бетона, с учетом изложенного будет определяться выражением

$$R_{\sigma} = K_1 \cdot R_a \cdot \exp\left(K_2 \cdot S + K_3 \cdot Z^2 + K_4 \cdot m + K_5 \sqrt{m \cdot S^{1.5}}\right) \quad (8)$$

где K_i - коэффициенты пропорциональности; R_a - активность цемента.

Достоверность принятых предпосылок и полученных результатов подтверждается анализом результатов исследований различных авторов [8-11] и данных строительных лабораторий Кривого Рога. Как показал анализ, уравнение (8) обеспечивает наибольшую точность расчетов и, как следствие, подтверждает достоверность принятых предпосылок и расчетов.

Таким образом, проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что на основе законов физики разрушения твердых тел для бетона получена надежная математическая зависимость «структура – прочность». Это зависимость позволяет прогнозировать прочность бетона и, как следствие, получать бетоны с заранее заданной ее величиной.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Процессы и аппараты в технологии строительных материалов / Рук. авт. кол. И.М. Борщ. - Киев: Вища школа, 1981. - 296 с.
2. Журавлев В., Ф. Химия вяжущих веществ. — М.: Госстройиздат, 1951. — 194 с.
3. Давыдов А.С. Теория твердого тела. - М.: Наука, 1976. - 639 с.
4. Вяжущие материалы /А.А.Пашенко, В.П. Сербин, Е.А.Старчевская - М.: Высш. шк.,1975.-444 с.
5. Ребиндер П.А. Физико-химическая механика дисперсных структур // Физико-химическая механика дисперсных структур. - М.: Наука, 1966. - С. 3-16.
6. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. - М.: Стройиздат, 1981. - 464с.
7. Кузнецова Т.В., Кудряшов И.В., Тимашев В.В. Физическая химия вяжущих материалов. - М.: Высш.шк., 1989. - 384 с.
8. Баженов Ю.М. Технология бетона. - М.: Высш. шк., 1978. - 449 с.
9. Кириенко И.А. Расчет составов высокопрочных и обычных бетонов и растворов. - Киев: Госстройиздат Украины, 1961. - 77 с.
10. Гершберг О.А., Левин Л.И. Уточнение формулы прочности тяжелого бетона на основе физической интерпретации закона водоцементного отношения // Бетон и железобетон. - 1974. – N 7. - С. 5 - 7.
11. Шишкин А.А. Специальные бетоны для усиления строительных конструкций, эксплуатирующихся в условиях действия агрессивных сред: Дис.... докт. техн. наук: Кривой Рог, 2003. - 336 с.