

талевої робочої арматури 3Æ12 А400С контрольної серії БМ-1 на 2,78%, показали підвищення межі міцності балок на 3,51%;

при гібридному армуванні розтягнутої зони згинальних бетонних елементів робочою склопластиковою арматурою 2Æ14 АКС 800 і металевую 1Æ12 А400С (серія БМС-7), з загальною площею, що перевищує площу металеві робочої арматури 3Æ12 А400С контрольної серії БМ-1 на 10,85%, можна досягти підвищення межі міцності балок на 11,23%.

В подальшому планується порівняти отримані експериментальні результати показників міцності дослідних балок з розрахунковими значеннями визначеними за діючою нормативною методикою.

### Список літератури

1. **Валовой О.І.** Виготовлення будівельних конструкцій армованих металевую і склопластиковою арматурою з бетонів на відходах гірничо-збагачувальних комбінатів / О. І. Валовой, Д.В. Попруга, Є.В. Люльченко, К.В. Чорна // Гірничий Вісник. Збірник наукових праць. - Кривий Ріг: КНУ, 2018. - Випуск 104. - С. 130-135.
2. **Валовой О.І.** Визначення прогинів згинальних елементів армованих склопластиковою і металевую арматурою / О. І. Валовой, Д.В. Попруга, Є.В. Люльченко, К.В. Чорна // Гірничий Вісник. Збірник наукових праць. - Кривий Ріг: КНУ, 2018. - Випуск 103. - С. 7-11.
3. **Валовой О.І.** Математичне моделювання згинальних елементів армованих склопластиковою і металевую арматурою з визначенням деформацій прогинів / **О.І. Валовой, Д.В. Попруга, Є.В. Люльченко, К.В. Чорна** // International Multidisciplinary Conference "Science and technology of the present time: priority development directions of Ukraine and Poland". - Wolomin: Z. Gloger Wolomin International and Regional Cooperation University, 2018. - С. 91-94.
4. **Валовой О.І.** Особливості анкерування композитної арматури в бетоні / **О.І. Валовой, Д.В. Попруга, К.В. Чорна** // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції "Розвиток промисловості та суспільства". - Кривий Ріг: КНУ, 2018. - Том 1. - С. 213.
5. **Попруга Д. В.** Використання склопластикової композитної арматури в згинальних елементах виготовлених з бетонів на відходах гірничо-збагачувальних комбінатів / **Д.В. Попруга, О.І. Валовой** // Вісник Криворізького національного університету. – Кривий Ріг: КНУ, 2017. – Випуск 44. – С. 147-150.
6. **Валовой О. І.** Особливості використання композитної арматури в згинальних бетонних елементах / **О.І. Валовой, Д.В. Попруга, К.В. Чорна** // Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. - Луцьк: ЛНТУ, 2017. - Випуск 8. - С. 58-64.
7. **Valovoi O.** Application of the non-metallic composite armature / **O. Valovoi, D. Popruga, K. Chorna** // International scientific – practical conference of young scientists «Build-Master-Class-2017». - Kyiv: Kyiv National University of Construction and Architecture, 2017. – P. 196.
8. **Попруга Д. В.** Технологія виготовлення та підсилення залізобетонних згинальних елементів на відходах гірничо-збагачувальних комбінатів / **Д.В. Попруга, О.І. Валовой** // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Збірник наукових праць. - Рівне: НУВГП, 2011. - Випуск 22. - С. 833-840.
9. Протокол № 221-323/153/14 випробування зразків композитної арматури. - Київ: ДП НДІБК, 2015. - 7 с.
10. Настанова з проєктування та виготовлення бетонних конструкцій з неметалевою композитною арматурою на основі базальто- і склоровінгу : ДСТУ-Н В.2.6-185:2012. - [Чинний від 2013-04-01]. - Київ: Мінрегіон України, 2012. - 28 с. - (Нац. стандарт України).
11. Конструкции и изделия бетонные и железобетонные, сборные. Методы испытания нагружением и оценки прочности, жесткости и трещиностойкости: ГОСТ 8829-94 (ДСТУ БВ.2.6-7-95). – [Действует от 1986-01-01].

Рукопис подано до редакції 20.03.2020

УДК 691.3

С.І. САХНО, Є.В. ЛЮЛЬЧЕНКО, кандидати техн. наук, доценти,  
К.С. БЛАШЕНКО, А.О. ДОМНІЧЕВ, студенти  
Криворізький національний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСТОСОВНОСТІ НЕЛІНІЙНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ МІЦНОСТІ БЕТОНУ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РУЙНУВАННЯ БЕТОННИХ ПРИЗМ

**Мета.** Виявлення математичної моделі нелінійної поведінки бетону, що в найбільшій мірі відтворює поведінку лабораторних зразків призм при руйнуванні.

**Методи досліджень.** Дослідження є порівнянням результатів експериментальної частини, що проводилась в лабораторії Криворізького національного університету та результатів математичного моделювання руйнування бетону. Математичне моделювання деформацій та руйнування бетонних призм виконувалось в програмній системі Discovery AIM for student.

---

© Сахно С.І., Люльченко Є.В., Білашенко К.С., Домнічев А.О., 2020

**Наукова новизна.** В результаті досліджень отримав подальший розвиток метод математичного моделювання нелінійного руйнування бетону. Виявлені закономірності розподілення еластичних та пластичних деформацій в бетонних призмах. Отримано дослідницький матеріал для корегування особливих параметрів моделей Друккера-Прагера та Менетрея-Вілема

**Практичне значення.** Визначення класів бетону згідно державних будівельних норм виконується шляхом випробувань бетонних призм. Той факт, що математичні моделі Друккера-Прагера та Менетрея-Вілема досить точно відтворюють поведінку реального бетону лабораторних зразків призм, дозволяє застосовувати дані моделі для розрахунків та досліджень складних бетонних та залізобетонних конструкцій. Лінійні математичні моделі бетону можуть бути застосовані лише для розрахунку конструкцій, напруження в яких не перевищує межі пружності.

**Результати.** Виявлено та проаналізовано залежності розподілення напружень та деформацій від навантажень для лінійної та нелінійних моделей руйнування бетону Друккера-Прагера та Менетрея-Вілема. Проведено порівняння отриманих результатів з результатами лабораторних випробувань. Показано, що обидві нелінійні моделі досить точно описують процес деформацій та руйнування бетонної призми, але модель Друккера-Прагера має більший рівень відповідності. Модель Менетрея-Вілема моделює більш жорстку та крихку поведінку бетону. Деформації моделі Менетрея-Вілема нижчі ніж в моделі Друккера-Прагера. В моделі Друккера-Прагера розташування ізоліній пластичних деформацій перед руйнуванням бетону більше відповідають характеру руйнування лабораторних моделей.

**Ключові слова:** бетон, метод скінчених елементів, деформації, міцність, руйнування бетону, модель Менетрея-Вілема, модель Друккера-Прагера.

doi: 10.31721/2306-5435-2020-1-107-68-73

**Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями.** Комп'ютерне моделювання міцності і динаміки будівельних конструкцій засновано на методі скінчених елементів (МСЕ), реалізованому в програмних комплексах. У промисловому, цивільному і транспортному будівництві розрахунки, як правило, проводяться спеціалізованими пакетами «Ліра» і SCAD, що розробляються в Україні. Перевагами цих пакетів є широка практика застосування, наявність сертифікатів, що підтверджують врахування методик ДБН і СНіП і помірна ціна. Можливостей даних пакетів досить для вирішення типових практичних завдань, їх алгоритми пройшли випробування часом.

У той же час широке поширення нетипового будівництва і точкової забудови, підвищення висотності будівель і будівництво ряду великопрольотних споруд унікальної архітектури привело до ускладнення вирішуваних завдань. З'явилася необхідність врахування ряду параметрів, які не отримали належного вирішення в спеціалізованих пакетах.

Для задач, що не вирішуються спеціалізованими пакетами найбільш ефективним є застосування програмної системи ANSYS. ANSYS дозволяє виконувати розрахунки конструкцій практично будь-якої складності в умовах, наближених до реальних умов експлуатації, що не враховуються при розрахунках за існуючими методиками, які впливають на напружено-деформований стан конструкційних елементів і надійність конструкції в цілому.

Компанія ANSYS пропонує в освітніх цілях студентську академічну версію з обмеженням по кількості скінчених елементів. Завантажити студентську версію можна за наведеним нижче адресом в інтернеті: <http://www.ansys.com/products/academic/ansys-student>.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Моделювання поведінки бетону присвячено значну кількість робіт, як в нашій країні [1-3], так і за кордоном [4-12]. Автори наголошують на важливості застосування нелінійного аналізу конструкцій, що працюють в складних, нестандартних умовах. В статтях розглядаються різні варіанти застосування методу скінчених елементів, як для проектування нових складних конструкцій, так і розрахунку відновлення конструкцій, що мають пошкодження. У статті [1], наприклад, показано досвід застосування методу скінчених елементів і програмного комплексу ANSYS для вибору оптимальної схеми відновлення пошкодженої конструкції пролітної будови моста. Але ми не знайшли досліджень, в яких порівнюються результати математичного моделювання з результатами лабораторних випробувань стандартних бетонних призм. В зв'язку з цим було прийнято рішення провести випробування стандартних бетонних призм і потім порівняти отримані дані з результатами математичного моделювання.

**Постановка задачі.** Враховуючи результати аналізу досліджень і публікацій була поставлена задача виявлення математичної моделі нелінійної поведінки бетону, що в найбільшій мірі відтворює поведінку лабораторних зразків при руйнуванні. Рішення задач нелінійного поводження бетонних і залізобетонних конструкцій може проводитися із застосуванням різних методик. Для розрахунку нелінійного поводження бетону в ANSYS можуть бути використані мо-

делі Друккера — Прагера і Менетрея — Вілема. Метою даної статті є перевірка збіжності результатів реальних випробувань бетонних зразків та їх математичних моделей в програмній системі ANSYS.

**Викладення матеріалу та результати.** Для перевірки різних моделей руйнування бетону нами була проведена серія лабораторних випробувань бетонних призм  $150 \times 150 \times 600$  мм (рис. 1). Зразки випробовувалися після досягнення марочної міцності, відповідно до методик ГОСТ 24452-80. Нелінійний аналіз методом скінчених елементів проводився в ANSYS Discovery AIM for student. Для виявлення найбільш близької до реальних результатів моделі руйнування бетону, параметри поведінки бетонних призм і залізобетонних балок розраховувалися із застосуванням трьох математичних моделей руйнування бетону:

- модель лінійної поведінки бетону з лінійними параметрами модуля Юнга (ЛМ)
- модель Друккера — Прагера (МДП)
- модель Менетрея – Вілема (ММВ).

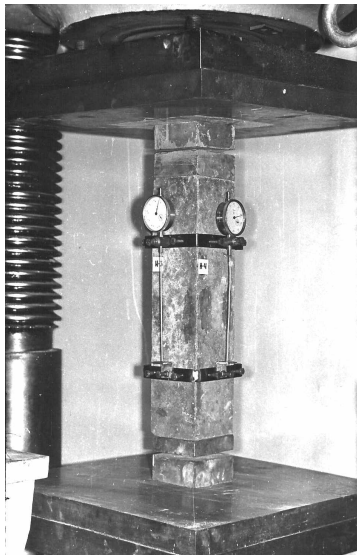


Рис. 1. Підготовлена до випробувань призма

Геометрична 3D модель для випробувань бетонних призм включає безпосередньо бетонну призму, якій на різних стадіях аналізу задавалися різні моделі поведінки бетону і два силових елемента. Силкові елементи задаються як сталеві плоскі пластини розміром  $200 \times 200 \times 50$  мм.

Нижній елемент має тип кріплення Fixed Support з нульовими ступенями свободи. Верхній силовий елемент має кріплення Displacement з вільним переміщенням уздовж осі Y глобальної системи координат. Навантаження прикладається через верхній силовий елемент. Для підвищення збігу результатів навантаження прикладається в два кроки. Перший крок - до величини 40 кН, другий - до 51 кН.

Кількість підкроків ітерацій для кожного кроку програма вибирала автоматично. Параметри напружень і відносних деформацій досліджувались в системі Static Structural, параметри абсолютних деформацій в системі Transient Structural.

Механічні характеристики матеріалів, використовуваних в розрахунках бетонних призм і залізобетонних балок наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Механічні характеристики використовуваних в розрахунках матеріалів

Параметр	Значення
Загальні параметри лінійної та нелінійної моделі бетону	
Модуль Юнга	3E+10, Pa
Коефіцієнт Пуасона	0,18000
Модуль об'ємного стиску	1,5625E+10, Pa
Модуль зсуву	1,2712E+10, Pa
Гранична міцність на стиск	2,5E+07, Pa
Гранична міцність на розтяг	2,1E+06, Pa
Загальні параметри для нелінійних моделей бетону	
Одноосьова гранична міцність на стиск	2,5E+07, Pa
Одноосьова гранична міцність на розтяг	2,1E+06, Pa
Двоосьова міцність на стиск	3,0E+07, Pa
Пластична відносна деформація при одноосьовому стиску	0,0015000
Максимальна ефективна пластична відносна деформація при стиску	0,0035000
Відносне напруження на початку нелінійного зміцнення	0,90000
Залишкове відносне стискуєче напруження	0,20000
Гранична відносна пластична деформація при розтягу	0,00015000
Граничне відносне напруження при розтягу	0,100000
Особливі параметри моделі Друккера-Прагера	
Розтягнута і стисло-розтягнута ділатансія	0,25000
Ділатансія стиску	1,0000
Особливі параметри моделі Менетрея-Вілема	
Кут ділатансії	10 Градусів
Енергія утворення тріщин	100,00, Дж/м <sup>2</sup>

Лабораторні випробування бетонних призм проводилися відповідно до ГОСТ 24452-80. Результати випробувань наведені на рис. 2. Деформації бетону носять лінійний характер до навантаження 50 кН після чого приймають нелінійний характер. Руйнування призми відбулося при навантаженні 57 кН.

В результаті моделювання завантаження математичних моделей бетонних призм і залізобетонних балок отримані дані по напруженням і деформаціям. Розподіл еквівалентних еластичних (пружних) напружень в моделях наведено на рис. 5. З рисунку видно, що в нелінійних моделях бетону максимальні еквівалентні напруження безпосередньо перед руйнуванням не перевищують двохосової міцності на стиск і для МДП складають  $2,62 \times 10^7$  Па, для ММВ –  $2,89 \times 10^7$  Па. Для лінійної моделі відповідні напруження складають  $3,49 \times 10^7$  Па, що значно перевищує межу міцності бетону. В усіх трьох моделях максимальні пружні напруження знаходяться на ребрах, що стикуються з силовими елементами. В порівнянні з ММВ, МДП в перетині має більш виражені області формування стиснутого бетонного ядра в місцях примикання до силових елементів.

На рис. 3. наведено ізоповерхні розподілу пластичних деформацій в нелінійних моделях бетону. В МДП ізоповерхні мають хрестоподібну форму з каплеподібними відгалуженнями. В ММВ ізоповерхні мають кубовидну структуру. Форма ізоповерхні МДП більшою мірою відповідає характеру руйнування бетонних призм.

На рис. 4 наведено графік залежності максимальних еквівалентних напружень від навантаження для різних типів моделей бетону. Добре помітно різний характер зміни напружень в нелінійній зоні роботи бетону.

Порізно проявляються і відносні деформації моделей призм, рис. 5-7. В МДП чітко видно момент утворення тріщин, при якому спостерігається падіння напружень. У ММВ цей ефект більш змазаний і відбувається при більших навантаженнях. Також в ММВ значно нижчі пластичні деформації. Ці дані говорять про те, що ММВ моделює більш жорсткий і крихкий характер поведінки бетону.

На рис. 8 показаний графік абсолютних поздовжніх деформа-

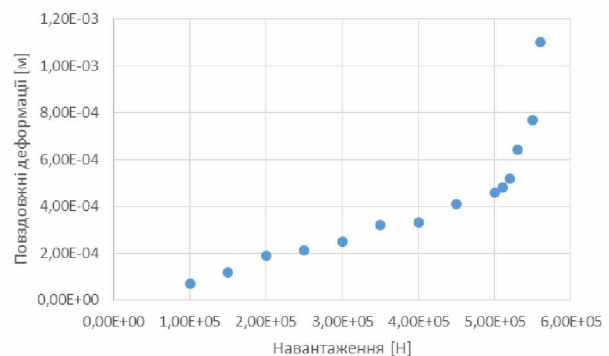


Рис. 2. Результати лабораторних випробувань бетонних призм

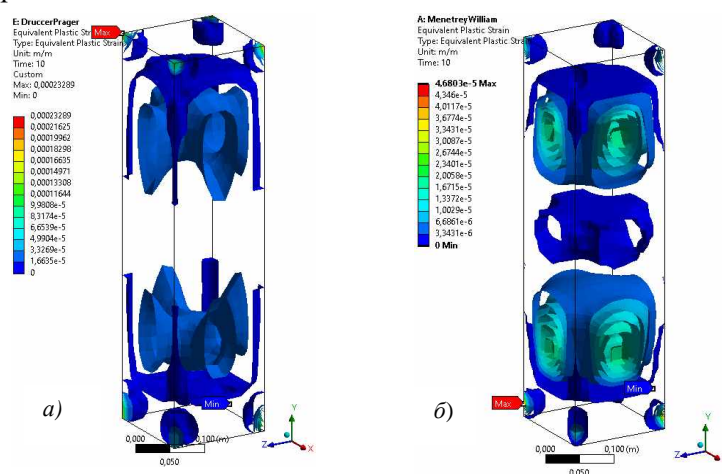


Рис. 3. Ізоповерхні пластичних деформацій математичних моделей призм: а – модель Друккера-Прагера; б – модель Менетрея-Вілема

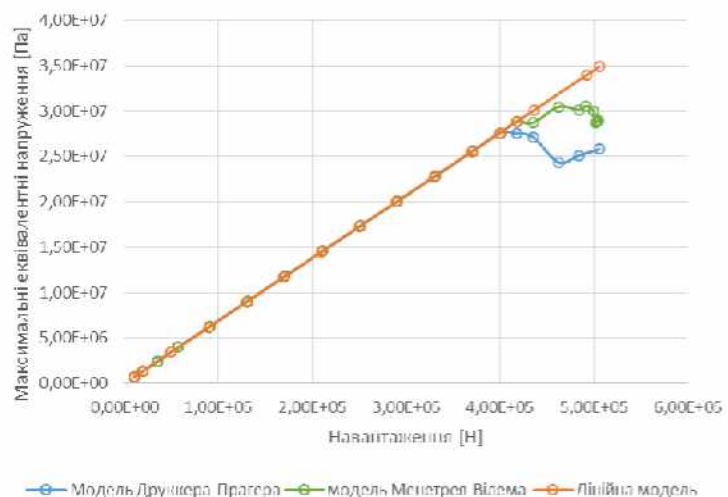


Рис. 4. Залежність максимальних еквівалентних напружень від навантаження в різних моделях бетону

цій призм збільшений в зоні переходу від лінійних деформацій до пластичних. При однаковому навантаженні, найбільші деформації має модель Друккера-Прагера. Ця модель також має найбільшу відповідність результатам лабораторних випробувань призм.

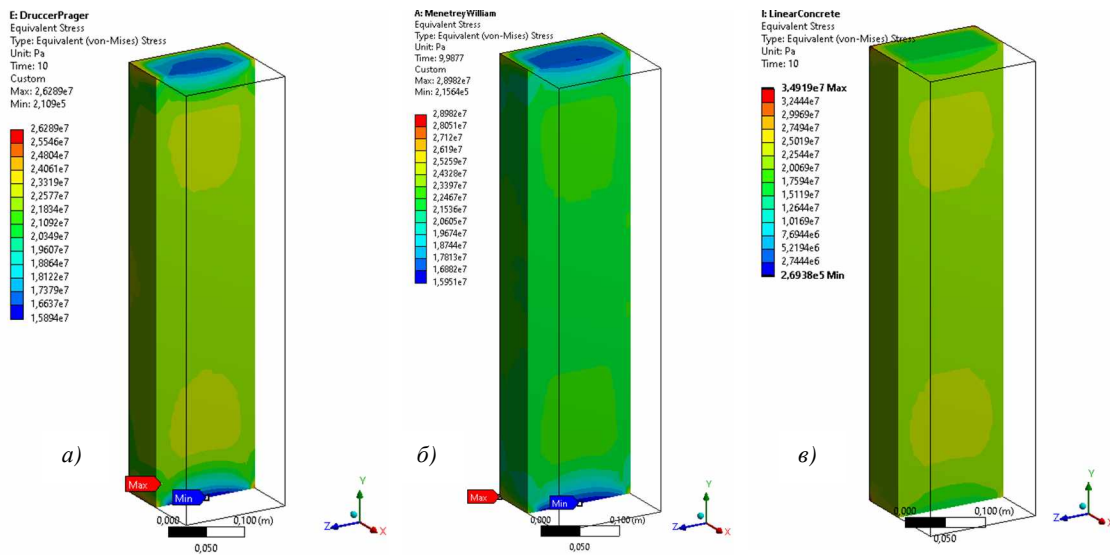


Рис. 5. Розподіл напружень в середньому перетині призм з різними моделями руйнування: а – модель Друккера-Прагера; б – модель Менетрея-Вілема; в – лінійна модель

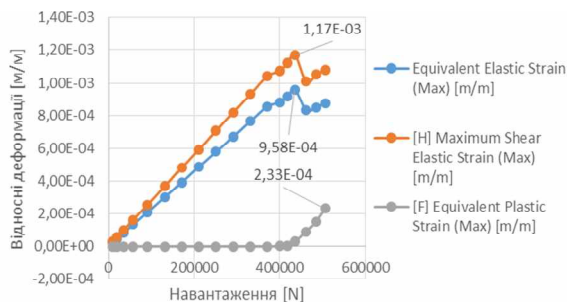


Рис. 6. Еквівалентні еластичні, пластичні і поперечні відносні деформації — модель Друккера-Прагера

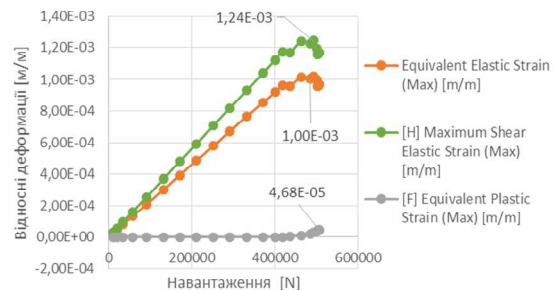


Рис. 7. Еквівалентні еластичні, пластичні і поперечні відносні деформації — модель Менетрея-Вілема

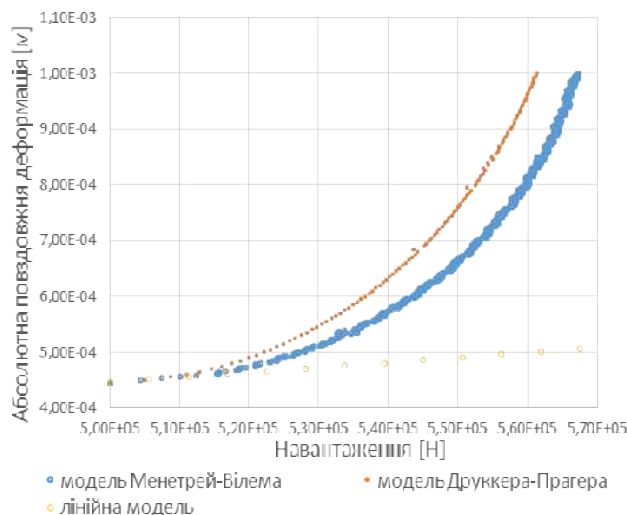


Рис. 8. Різниця в характері поздовжніх деформацій призм з трьома моделями поведінки бетону

Лінійна модель бетону, як і очікувалось дає достовірні результати лише в зоні лінійної поведінки бетону. Після того, як напруження перевищують граничні, лінійна модель починає давати хибні результати.

**Висновки та напрямок подальших досліджень.** Результати досліджень показують, що при вірно вибраних вихідних параметрах може бути досягнута висока ступінь відповідності між результатами лабораторних випробувань і результатами отриманими з математичних моделей. При випробуваннях бетонних призм найбільшу відповідність проявила модель Друккера – Прагера. В цій моделі при однакових напруженнях досягаються більш високі деформації, а процес тріщинотворення відбувається при менших



напруженнях. Лінійна модель бетону може бути застосована тільки для випадків пружної роботи бетону, але розрахунки для таких випадків простіше і скоріше виконувати в спеціалізованих пакетах «Ліра» і SCAD.

Подальші роботи необхідно проводити в напрямі досліджень спільної роботи бетону і арматури і перевірити відповідність роботи розглянутих моделей для бетону, що працює на розтяг.

#### Список літератури

1. Sakhno S., Liulchenko Y., Chyrva T., Pischikova O. Determination of bearing capacity and calculation of the gain of the damaged span of a railway overpass by the finite element method, Topical scientific researches into resource-saving technologies of mineral mining and processing. Multi-authored monograph. — Sofia: Publishing House “St.Ivan Rilski”, 2020. , p. 326 — 340.
2. Дьячкова, А. А. Расчет усиления железобетонных плит углеродными композиционными материалами / А. А. Дьячкова, В. Д. Кузнецов // Инженерно-строительный журнал. – 2009. – № 3. – С. 25 – 28.
3. Мурин, А. Я. Моделивання роботи залізобетонних балок, підсилених зовнішньою фібропластиковою арматурою, у програмному комплексі «Ліра» /А. Я. Мурин, М. М. Іванів // Вісник Львівського національного аграрного університету. –2012. – №13. – С. 94 – 98.
4. Antonio F. Barbosa and Gabriel O. Ribeiro Analysis of reinforced concrete structures using ansys nonlinear concrete model. [https://www.researchgate.net/publication/2584814\\_Analysis\\_Of\\_Reinforced\\_Concrete\\_Structures\\_Using\\_Ansys\\_Nonlinear\\_Concrete\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/2584814_Analysis_Of_Reinforced_Concrete_Structures_Using_Ansys_Nonlinear_Concrete_Model)
5. Diyyala N., Reshma V., P. Polu Raju Modelling and analysis of reinforced concrete beam under flexure using ANSYS, International Journal of Civil Engineering and Technology, Volume 8, Issue 3, March 2017, pp. 1103–1111 Article ID: IJCIET\_08\_03\_113
6. T. Subramani, R. Manivannan, M. Kavitha Crack Identification in Reinforced Concrete Beams Using ANSYS, T. Subramani et al Int. Journal of Engineering Research and Applications, Vol. 4, Issue 6( Version 6), June 2014, pp.133-141
7. Babu R.R., Benipal G.S. & Singh A.K.: “Constitutive modelling of concrete an overview”. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*. 6(4): 211-246, 2005.], [Camanho P.P, Davila C.G & Ambur D.R.: “Numerical simulation of delamination growth in composite material”. NASA-TP-211041, 2001.
8. Cruz J.S., Barros J. & Azevedo A.: “Elasto-plastic multi-fixed smeared crack model for concrete”. Report 2004.
9. Hsu T.T.C. & Zhu R.R.H.: “Softened membrane model for reinforced concrete elements in shear”. *ACI Structural Journal*. 99(4): 460-469, 2002.
10. Yang Z.J., Chen J.F. & Proverbs D.: “Finite Element Modelling of Concrete Cover Separation Failure in FRP Plated RC Beams”. *Construction and Building Materials*. 17(1): 3-13, 2003.
11. Chaudhari, S.V.; Chakrabarti, M.A. Modeling of concrete for nonlinear analysis using finite element code ABAQUS. *Int. J. Comput. Appl.* 2012, 44, 14–18.
12. Jirásek, M. Damage and Smeared Crack Models. In *Numerical Modeling of Concrete Cracking*; Hofstetter, G., Meschke, G., Eds.; CISM International Centre for Mechanical Sciences, Springer: Vienna, Austria, 2011; Volume 532.

Рукопис подано до редакції 16.03.2020

УДК [624.046.5:622.012]:536.75

Д.В. БРОВКО, д-р техн. наук, доц.,

В.В. ХВОРОСТ, В.В. КОНОНЕНКО, кандидати техн. наук, доценти

Криворожский национальный университет

## ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПОВЕРХНОСТНОГО КОМПЛЕКСА ШАХТ НА БАЗЕ ОЦЕНКИ ЭНТРОПИИ

**Цель.** Построение научно обоснованной методологии диагностики технического состояния, оценки надежности и степени физического износа для зданий и сооружений шахтного комплекса с использованием математического аппарата и вероятностно-статистических методов технической диагностики и методов теории информации.

**Методы.** Использование общенаучных методов исследования: статистических, теории вероятностей, теории информации, моделирования, формализации, анализа (в том числе ретроспективного) – при построении решения на уровне отдельных конструктивных элементов; основных принципов организации систем и системного анализа – при построении модели диагностирования.

**Научная новизна.** Научная новизна предложенного в работе метода – адекватное описание оценки и анализа надежности выполнения работ при обследовании и реконструкции промышленных объектов шахт с учетом представления результатов выполнения работ в виде статистических данных с учетом математического моделирования возможных дефектов.