

12. Холодняков Д.Г. Метод определения равномерного режима горных работ с помощью графика минимальных текущих объемов вскрыши / Д.Г.Холодняков // Горный информационно-аналитический бюллетень : Научно-технический журнал. – Москва. – 2011. – № 2. – С.212-217.

13. Ракишев Б.Р. Определение производительности группы карьеров при многих критериях / Б.Р.Ракишев, К.И.Есенберлин // Горный журнал. – М. 1989. – № 8. – С.18-20.

14. Полищук А.К., Полищук Г.К., Михайлов А.М. Разработка месторождений группой карьеров в системе комбината. – Москва.: Недра. – 1975. – 200 с.

Рукопис подано до редакції 19.03.2020

УДК 532.3:622.765.061

В.С. МОРКУН, д-р техн. наук, проф., А.В. ПІКІЛЬНЯК, канд. техн. наук
Криворізький національний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ГАЗОВИХ БУЛЬБАШОК У ПРОЦЕСІ ФЛОТАЦІЇ РУДНОЇ ПУЛЬПИ

Мета. Метою роботи є встановлення залежності зміни форми та граничної швидкості впливання бульбашки в залежності від чисел Рейнольдса, Мортоні та Бонда, від його початкової форми, співвідношення коефіцієнтів густини та в'язкості, залежності коефіцієнта опору від числа Рейнольдса.

Методи дослідження. У роботі використані: аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду, систематизація існуючих підходів і методів оптимізації управління процесом флотації залізної руди.

Наукова новизна. Установлено залежності зміни розмірів газової бульбашки з урахуванням зміни його форми, швидкості потоку, сили поверхневого натягу, густини й в'язкості середовища і фізичних властивостей його оболонки, що дозволяє з більшою точністю управляти газовою фазою у процесі флотації.

Практична значимість. Результати роботи використані при проектуванні та освоєнні технічного та алгоритмічного забезпечення систем автоматичного управління технологічним процесом флотації на гірничих підприємствах.

Результати. В результаті досліджень встановлено залежність швидкості впливання бульбашки від її діаметра для розчинів з різною в'язкістю, залежність швидкості впливання від часу для різних діаметрів бульбашок, побудовано карту режимів зміни форми бульбашки, залежність зміни граничної швидкості бульбашки від співвідношення коефіцієнтів густини рідини й бульбашки та в'язкості рідини. Основний вплив на зміну форми газової бульбашки здійснюють числа Рейнольдса і Бонда. Високі числа Рейнольдса можуть посилити деформацію форми бульбашки в вертикально-му напрямку за рахунок утворення мікропотоків рідини під бульбашкою. З іншого боку, число Бонда управляє деформацією бульбашки і його відхиленням від сферичної форми. Співвідношення коефіцієнтів густини впливає на зміну форми тільки при низьких значеннях і більш істотно впливає на швидкість спливання. Форма бульбашки і кінцева швидкість спливання в більшій мірі залежить від співвідношення коефіцієнтів в'язкості між бульбашкою і рідиною в режимі з низькою в'язкістю.

Ключові слова: флотація, діаметр газової бульбашки, газова фаза пульпи, зміна форми, розподіл за розміром.

doi: 10.31721/2306-5435-2020-1-107-48-54

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними задачами. Одним з найбільш поширених процесів поділу в збагачувальній промисловості і найбільш повною та універсальною операцією переробки мінеральної сировини є флотація. Кількість подрібненої руди, яка переробляється за допомогою флотації, становить близько 9 млрд т на рік, тому важливість флотаційної технології в глобальній економіці дуже велика. Оптимальна ступінь поділу мінералів в процесі флотації при зміні характеристик мінеральної сировини досягається шляхом управління кількістю повітря, що подається у флотаційну камеру, товщиною пінного шару і рівнем пульпи, а також продуктивністю мішалки. Для розуміння фізичних процесів, що визначають флотацію необхідні точні дані про параметри газової фази, з яких найбільш важливими є розмір і розподіл газових бульбашок за розміром. Ефективність процесу прямо пов'язаний із числом зіткнень між частками й бульбашками, які залежать від співвідношення їх розмірів. Розмір бульбашки газу визначає площа поверхні на якій взаємодіють тверді частки й бульбашки, яка вносить істотний вклад у гідродинаміку системи й загальну продуктивність флотації. Розмір одиничної бульбашки газу й розподіл газових бульбашок за розміром у камері сильно залежить від різних експлуатаційних, технічних і хімічних факторів, вплив яких слід ураховувати при проектуванні або моделюванні процесу флотації.

Враховуючи вищевикладене, щоб забезпечити оптимальні умови флотації необхідно, щоб розподіл газових бульбашок за розміром і розподіл часток твердої фази пульпи за крупністю відповідали один одному. В іншому випадку, якщо розміри бульбашок будуть значно більше розмірів часток, гідродинамічні потоки поблизу поверхні бульбашки будуть зносити частки й тим самим перешкоджати їхньому приєднанню до бульбашки, бульбашки ж значно менших розмірів не зможуть підняти гідрофобні частки руди до поверхні пульпи. Для вирішення поставленого завдання необхідно досліджувати можливість управляти параметрами газової фази пульпи, а саме концентрацією й розподілом бульбашок за розміром.

Аналіз досліджень і публікацій. Одним із серйозних факторів, що стримують розвиток систем автоматичного керування процесом флотації, є відсутність простої й зручної моделі даного процесу, що дозволяє одержувати точні кількісні результати. Існуючі моделі, як правило, носять феноменологічний характер і не враховують багато важливих параметрів, що спричиняють істотний вплив на процес (зокрема, це концентрація й розподіл газових бульбашок за розміром). У результаті з їхньою допомогою неможливо одержувати кількісні дані про ступінь впливу параметрів газової фази на вихідні параметри збагачувального процесу у всьому просторі керуючих, та обурюючих впливів [1,2]. У якості основної вимоги до автоматизованого керування процесом флотації є одержання заданої якості продуктів збагачення й можливість оперативного централізованого керування основними й допоміжними процесами й комплексом устаткування, що входять у технологічну схему [3]. У роботі [4] була розроблена математична модель, що імітує процес флотації в камерних машинах механічного типу, які найчастіше використовуються на вітчизняних і закордонних збагачувальних фабриках. У роботі [5] розглянуті математична й алгоритмічна сторони питання. Модель відбиває не тільки основні закономірності процесу флотації, але й такі особливості, як поліпшення збагачення великих часток в останніх камерах флотаційної машини, а також зменшення виходу концентрату в міру просування від першої камери до останньої. Однак питання керування параметрами газової фази не було враховано у повній мірі. Тому для кожного технологічного різновиду мінеральної сировини в процесі його збагачення флотацією, для отримання високих показників вилучення корисного компонента, необхідно сформулювати певний розподіл бульбашок газової фази пульпи за розміром, який повинен підтримуватися в усіх режимах роботи технологічного обладнання.

Динаміка бульбашок у рідині відіграє важливу роль у процесі флотації. Поведінка газової бульбашки в рідині може бути різною: супроводжуватися чисто сферичними пульсаціями, виникненням коливальних поверхневих бульбашок й мікропотоків, бульбашки можуть взаємодіяти, з'єднуватися й дробитися на більш дрібні і т.д. Розглянемо рівняння для визначення динаміки сферичної бульбашки діаметром D у рідині під дією виштовхуючої сили, (залежність швидкості впливання бульбашки від часу $u(t)$) [6]

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (1)$$

де $m = (\pi D^3/6) \rho_g$ – маса бульбашки діаметром D і густиною газу ρ_g , \vec{u} – вектор швидкості бульбашки, \vec{F}_i – сили, що діють на бульбашку.

Діючі на бульбашку сили можна представити в наступному вигляді

$$F_g = - \rho D^3 r_g g / 6, \quad (2)$$

де F_g – сила ваги;

$$F_a = \rho D^3 r_p g / 6, \quad (3)$$

де F_a – сила Архімеда, ρ_p – густина рідини, V – об'єм бульбашки;

$$F_c = - C_D S \frac{\rho}{2} u^2, \quad (4)$$

де F_c – сила опору, $S = \pi D^2/4$ – площа міделевого перетину, C_D – безрозмірний коефіцієнт опору.

Для стоксовського режиму руху бульбашки ($Re \leq 1$) коефіцієнт опору дорівнює

$$C_D = 24/Re, \quad (5)$$

де $Re = r_p u D / m$ – число Рейнольдса, m – динамічна в'язкість рідини.

Враховуючи (5) і (4), силу опору можна представити в наступному вигляді

$$F_c = -3\mu D \dot{m}_p. \quad (6)$$

Враховуючи (2), (3) і (6) для рівняння руху (1) можна одержати наступний вираз

$$\frac{\rho D^3}{6} r_p \times \frac{du}{dt} = -\frac{\rho D^3}{6} r_z g + \frac{\rho D^3}{6} r_p g - 3\mu D \dot{m}_p. \quad (7)$$

Після перетворення, рівняння (7), може бути представлене в наступному вигляді

$$\frac{du}{dt} = g \frac{\alpha_p}{\epsilon r_z} - \frac{\ddot{\sigma}}{\varnothing} \frac{18m}{r_z D^2} u. \quad (8)$$

Швидкість стаціонарного впливання бульбашки для випадку $du/dt=0$ може бути представлена наступною формулою

$$u_0 = \frac{(r_p/r_z - 1) D^2 r_z}{18m_p} g = \frac{(r_p - r_z) D^2}{18m_p} g. \quad (9)$$

З (9) видно, що швидкість стаціонарного впливання бульбашки пропорційна квадрату її діаметру. Знайдемо максимальний діаметр бульбашки D_{max} , для якого виконується умова стоксовського режиму ($Re \ll 1$). Враховуючи (9), вираз для числа Рейнольдса може бути представлено в наступному вигляді

$$Re = \frac{r_p u D}{m_p} = \frac{r_p D}{m_p} \times \frac{(r_p - r_z) D^2}{18m_p} g = \frac{(r_p - r_z) D^3}{18m_p^2} g. \quad (10)$$

З рівняння (10), при $Re = 1$, D_{max} може бути отримано з наступної формули

$$D_{max} = \sqrt[3]{\frac{18m_p^2}{r_p (r_p - r_z) g}}. \quad (11)$$

Визначимо залежність швидкості впливання бульбашки від часу з рівняння (8) (рис. 1)

$$\frac{du}{dt} = g \frac{\alpha_p}{\epsilon r_z} - \frac{\ddot{\sigma}}{\varnothing} \frac{18m_p}{r_z D^2} u. \quad (12)$$

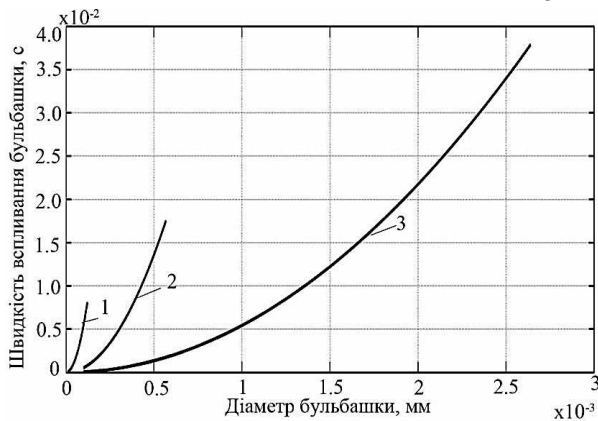


Рис. 1. Залежність швидкості впливання бульбашки u_0 від її діаметра D для розчинів з в'язкістю: 1 – $\mu = 10^{-3}$ Па·с; 2 – $\mu = 10^{-2}$ Па·с; 3 – $\mu = 10^{-1}$ Па·с

Із графіка видно, що зі збільшенням діаметра, швидкість впливання бульбашки збільшується квадратично, тому що графік являє собою гілку параболи спрямовану вгору. Приймемо $B = (r_p/r_z - 1)g$ і $A = 18m_p/r_z D^2$ й запишемо рівняння в наступному вигляді

$$\frac{du}{dt} = B - Au; Au - B = z;$$

$$dz = Adu; \frac{1}{A} \frac{dz}{dt} = -z; \frac{dz}{z} = -A dt. \quad (13)$$

Проінтегруємо обидві частини в межах від z до z_0 й за часом від 0 до t

$$\ln z \Big|_{z_0}^z = -At \Big|_0^t; \quad (14)$$

$$\ln z - \ln z_0 = -At. \quad (15)$$

Після перетворення, одержимо рівняння в наступному вигляді

$$\ln(z/z_0) = -At; \quad (16)$$

$$z/z_0 = \exp(-At). \quad (17)$$

У результаті перетворення одержимо рівняння залежності $z(t)$

$$z = z_0 = \exp(-At). \quad (18)$$

З початкових умов при $t=0$, $u=0$, знайдемо значення z_0 .

$$\frac{du}{dt} = Au - B = -z; z_0 = 0. \quad (19)$$

Повернемося до заміни й підставимо значення z

$$Au - B = -B \times \exp(-At); \quad (20)$$

$$u = \frac{B}{A} (1 - \exp(-At)). \quad (21)$$

З урахуванням значень A і B рівняння (19) може бути представлене в наступному вигляді

$$u = \frac{(r_p/r_z - 1)g}{18m_p/r_z D^2} \exp\left(-\frac{18m_p}{r_z D^2} t\right). \quad (22)$$

Приймемо $t \rightarrow \infty$, $u = u_0$. При $t \rightarrow \infty$, $\exp \rightarrow 0$, значить $u = B/A$. Перетворимо B/A

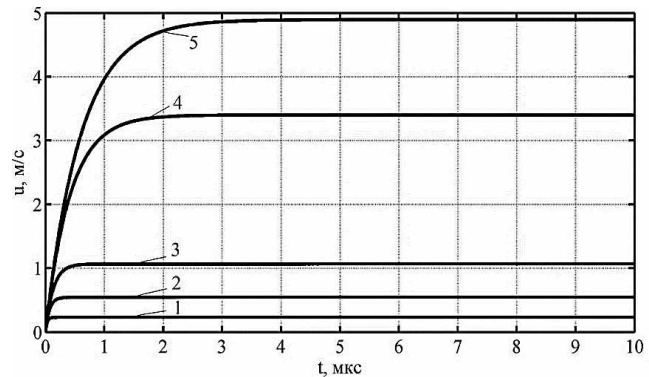
$$\frac{B}{A} = \frac{(r_p/r_z - 1)g}{18m_p/r_z} = \frac{(r_p - r_z)gD^2}{18m_p}; \quad (23)$$

$$u_0 = (r_p - r_z)gD^2/18m_p. \quad (24)$$

Враховуючи (22), (24) формулу (20) представимо в наступному вигляді (рис.2)

$$u = u_0 (1 - \exp\left(-\frac{18m_p}{r_z D^2} t\right)). \quad (25)$$

Рис. 2. Залежність швидкості вспливання u від часу t для різних діаметрів бульбашок: 1 – 0,65 мм; 2 – 1 мм; 3 – 1,4 мм; 4 – 2,0 мм; 5 – 2,5 мм для розчину з в'язкістю $\mu = 10^{-3}$ Па·с



Постановка задачі. За результатами аналізу наукових досліджень і публікацій встановлено, що чим більше радіус бульбашки, тим більше час досягнення граничної швидкості вспливання. У процесі вспливання в рідині під дією гравітаційної сили газова бульбашка може змінювати свою форму залежно від режиму в якому вона перебуває. У зв'язку з цим метою роботи є встановлення залежності зміни форми та граничної швидкості вспливання бульбашки в залежності від чисел Рейнольдса, Мортоні і Бонда, від його початкової форми, співвідношення коефіцієнтів густини та в'язкості, залежності коефіцієнта опору від числа Рейнольдса.

Викладення матеріалу та результати. Розглянемо основні режими зміни форми бульбашки: сферична, еліптична і сферична ковпакоподібна. Ці режими можуть бути досягнуті залежно від значень важливих безрозмірних величин: числа Бонда Bo , числа Мортоні Mo й числа Рейнольдса Re , які можуть бути представлені в наступному вигляді [7]

$$Bo = (r_p - r_z)gd_0^2/\sigma; \quad (26)$$

$$Mo = (r_p - r_z)g\mu_p^4/(\sigma^3 r_p^2); \quad (27)$$

$$Re = r_p U_{zp} d_0/\mu_p, \quad (28)$$

де d_0 – діаметр газової бульбашки, ρ_p – густина рідини, μ_p – в'язкість рідини, ρ_z – щільність газу, g – прискорення вільного падіння, σ – поверхневий натяг, U_{zp} – гранична швидкість бульбашки.

Число Бонда Bo виражає відношення об'ємних сил (ефективних гравітаційних сил) і поверхневого натягу, але також може розглядатися, як безрозмірна величина об'єму бульбашки [8]. Число Мортоні Mo описує властивості навколишньої рідини з основним акцентом на в'язкості й поверхневому натязі. Опишемо кожний із трьох основних режимів.

Сферичний режим. У цьому режимі переважають поверхневий натяг і сила в'язкого опору.

Як правило, початковий розмір бульбашки $\leq 1,3$ мм, форма – сферична, відношення малої осі до головної становить менш 10 %. У цьому режимі гранична швидкість впливання пропорційна розміру бульбашки й може бути представлена наступним виразом [9]

$$U_{\text{гр}} = \frac{gd_0^2 Dr (1 + m_p/m)}{6m_p (2 + 3m_p/m)} \quad (29)$$

Еліпсоїдальний режим. У цьому режимі переважає поверхневий натяг. Розмір бульбашки варіюється від 1,3 до 6 мм, а число Бонда перебуває в діапазоні $0,25 < Bo < 40$. Остаточна форма, як правило, сплюснена з опуклою поверхнею, без поздовжньої симетрії. Гранична швидкість може бути представлена наступним виразом [10]

$$U_{\text{гр}} = \sqrt{\frac{2.14s}{r_p d_0} + 0.505gd_0} \quad (30)$$

Сферичний ковпакоподібний режим: Цей режим регулюється силою інерції. Бульбашка має великий розмір ≥ 6 мм. $Bo > 40$, а $Re > 1,2$. У цьому режимі гранична швидкість впливання бульбашки пропорційна її розміру. Більша сила інерції створює більш високу деформацію шляхом створення високого тиску на передній і задній стінках бульбашки, у той час як низького на бічних стінках. Гранична швидкість може бути представлена наступним виразом [11]

$$U_{\text{гр}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{gd}{2} \frac{Dr}{r_p}} \quad (31)$$

Спрогнозовані форми бульбашок у широкому діапазоні чисел Рейнольдса й Бонда представлені на рис. 3 [7]. У режимах з низькими числами Рейнольдса або Бонда ($Re < 1$ або $Bo < 1$) бульбашки зберігають сферичну форму в процесі впливання в рідині. При невеликому збільшенні числа Рейнольдса ($Re = 5$) форма бульбашки як і раніше залишається сферичною для низького числа Бонда, при якому поверхневий натяг вище. При більших числах Бонда нижня частина бульбашки стає плоскою або злегка з ямочками, зі збільшенням числа Рейнольдса ($5 < Re < 20$) або числа Бонда ($0,5 < Bo < 20$) бульбашки приймають еліптичну форму або форму сплюсненого еліпсоїда. При подальшому збільшенні числа Рейнольдса ($50 < Re < 100$) і числа Бонда ($20 < Bo < 100$) форма бульбашки змінюється від сильно деформованої еліптичної ковпакоподібної при низьких числах Рейнольдса до сферичної ковпакоподібної при більш високих числах Рейнольдса ($Re > 100$). Ковпакоподібні бульбашки утворюються при ($100 < Bo < 200$) і ($50 < Re < 200$). При збільшенні чисел Бонда й Рейнольдса в діапазоні $100 < Bo < 200$ і $100 < Re < 200$ спостерігається поява бульбашок тороїдальної форми. Розглянемо залежність зміни граничної швидкості впливання й форми бульбашки від співвідношення коефіцієнтів густини. Зміна граничної швидкості впливання бульбашки залежно від співвідношення густин показано на рис. 4а. З рисунка видно, що співвідношення

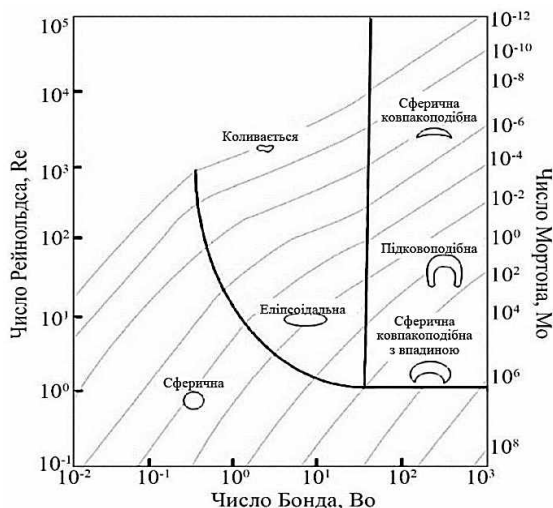


Рис. 3. Карта режимів зміни форми бульбашки

коефіцієнтів густини впливає на зміну форми тільки при низьких значеннях, при значенні > 50 воно чинить лише незначний вплив на остаточну форму й граничну швидкість впливання бульбашки, а вплив співвідношення коефіцієнтів густини на швидкість впливання більш суттєвий, ніж на зміну форми бульбашки.

Розглянемо залежність зміни граничної швидкості впливання й форми бульбашки від співвідношення коефіцієнтів в'язкості (рис. 4б). Відзначимо, що форма бульбашки й кінцева швидкість впливання більшою мірою залежить від співвідношення коефіцієнтів в'язкості між бульбашкою і рідиною в режимі з низькою в'язкістю. Вплив співвідношення коефіцієнтів в'яз-

кості на форму бульбашки більш значний, ніж на швидкість її вспливання. При зміні співвідношення коефіцієнтів в'язкості від 2 до 500 зміна швидкості вспливання бульбашки становить менш 10 %.

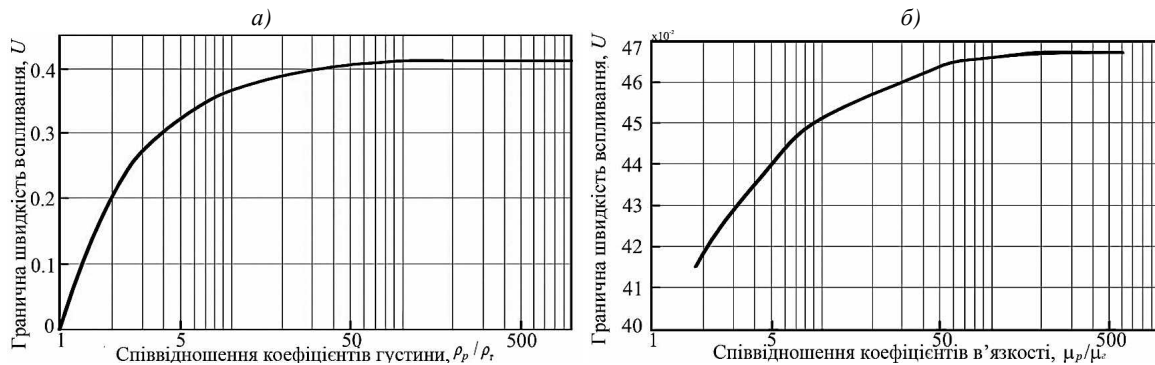


Рис. 4. Зміна граничної швидкості бульбашки від співвідношення коефіцієнтів: *a* – густини рідини й бульбашки: 1 – $\rho_p/\rho_r = 2$; 2 – $\rho_p/\rho_r = 5$; 3 – $\rho_p/\rho_r = 50$; 4 – $\rho_p/\rho_r = 100$ при $Bo = 120$; $Re = 14,6$; *б* – в'язкості: 1 – $\mu_p/\mu_r = 2$; 2 – $\mu_p/\mu_r = 5$; 3 – $\mu_p/\mu_r = 50$; 4 – $\mu_p/\mu_r = 100$ при $Bo = 116$; $Re = 8,75$; $\rho_p/\rho_r = 1000$

Висновки та напрямок подальших досліджень. Розглянуто залежності зміни форми і граничної швидкості спливання бульбашки в залежності від чисел Рейнольдса, Мортон і Бонда, від його початкової форми, співвідношень коефіцієнтів густини і в'язкості, залежності коефіцієнта опору від числа Рейнольдса. Основний вплив на зміну форми газової бульбашки здійснюють числа Рейнольдса і Бонда. Високі числа Рейнольдса можуть посилити деформацію форми бульбашки в вертикальному напрямку за рахунок утворення мікропотоків рідини під бульбашкою. З іншого боку, число Бонда управляє деформацією бульбашки і його відхиленням від сферичної форми. Високі числа Бонда дозволяють використовувати великі деформації. Співвідношення коефіцієнтів густини впливає на зміну форми тільки при низьких значеннях і більш істотно впливає на швидкість спливання. Форма бульбашки і кінцева швидкість спливання в більшій мірі залежить від співвідношення коефіцієнтів в'язкості між бульбашкою і рідиною в режимі з низькою в'язкістю. Вплив співвідношення коефіцієнтів в'язкості на форму бульбашки більш значний, ніж на швидкість його спливання. При зміні співвідношення коефіцієнтів в'язкості від 2 до 500 зміна швидкості спливання бульбашки становить менше 10%.

Список літератури

1. Nelson M. Hydrodynamic design of self-aerating flotation machines / M. Nelson, D. Lelinski. // Minerals Engineering. – 2000. – №13. – С. 991-998.
2. Gregory T.A. An advanced control system for fine coal flotation / T.A. Gregory, H.L. Gerald // Fourth quarterly technical progress report: technical report. – July 1 – September 30 1996, 1996.
3. Кильмник О.В. Метод автоматизации процесса флотации [Електронний ресурс] / О.В. Кильмник // Вестник Восточ-ноукраинского национального университета имени Владимира Даля: науч. журнал. – 2011. – № 3. – С. 157. – Режим доступу до журн.: <http://dSPACE.snu.edu.ua:8080/jspui/handle/123456789/1571>.
4. Погорелов О.А. Результаты испытаний имитационной модели флотации. [Електронний ресурс] / О.А. Погорелов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2005. – Режим доступу до ресурсу: http://esteticamente.ru/portal/natural/vejpt/2005_2_2/EEJET_2_2_2005_88-91.pdf.
5. Погорелов О.А. Имитационная модель процесса фло-тации / О.А. Погорелов. // Математичне моделювання. – 2004. – №1. – С. 56-60.
6. Усанина А.С. Динамика и устойчивость формы капель и пузырьков при течении вязкой жидкости: дис. канд. физ.-мат. наук : 01.02.05 / А.С. Усанина ; Томский государственный уни-верситет. – Томск, 2011. – 158 с.
7. Clift R. Bubbles, drops, and particles / R. Clift, J. R. Grace, M. Weber. – New York: Academic Press, 1978. – 394 с.
8. Kurtoglu I.O. Lattice Boltzmann study of bubble dynamics. Numer Heat Transfer, Part B/ I.O. Kurtoglu, C-L Lin // An interna-tional journal of computation and methodology. – 2006. – vol.50(4):333–351.
9. Hadamard J.S. Mouvement permanent lent d'une sphre liquide et visqueuse dans une liquide visqueuse / J.S. Hadamard // Acad Sci. –1911. – vol.152. –№25. – P.1735-1738.
10. Mendelson H.D. The prediction of bubble terminal veloci-ties from wave theory // H.D. Mendelson // AIChE J. – 1967. – №13. – P. 250-252.
11. Davies R.M. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids in tube / R.M. Davies, G.I. Sir Taylor. // Proc. R. SOC. Lond. – 1950. – №200. – С. 375-390.

Рукопис подано до редакції 16.03.2020