

проведением качественного и количественного анализа эффективности функционирования систем, прогноза трудозатрат, времени разработки и стоимости программирования. При построении моделей объединены несколько методов моделирования и опыт ведущих отечественных и зарубежных программистов. Модели требуют доработки с учетом тех закономерностей, которые были отмечены в статье, но не учтены в моделях, а так же иных положений не учтенных в ней. В перспективе возможны построения элементов моделей сложности программных систем, моделей расчета количества возможных ошибок (отличной от модели Холстеда) и т.п.

Список литературы

1. **Фредерик Брукс.** Как создаются программные системы. – Санкт-Петербург, Симбо, 2001. – 298с.
2. **Вдовиченко И.Н.** Построение математической модели программных систем. Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної конференції «Сталій розвиток промисловості та суспільства». Кривий Ріг, КНУ, 2016.
3. **Соммервилл Иан.** Инженерия программного обеспечения. – М.: Изд. дом Вильямс, 2002. – 624 с.
4. **Роберт Т. Фатрелл.** Управление программными проектами. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 1125 с.
5. **Лешек Мацяшек.** Анализ требований и проектирование систем. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 651с.
6. **Орлов С.А.** Технологии разработки программного обеспечения: Разработка сложных программных систем Изд. 3-е, 2004.
7. **Липаев В.В.** Программная инженерия. Методологические основы : Учеб. / В. В. Липаев ; Гос. ун-т — Высшая школа экономики. — М. : ТЕИС, 2006. — 608 с.
8. **Бабенко Л.П., Лаврищева К.М.** Основы програмної інженерії. Навчальний посібник. – К.: Знання, 2001. – 415 с.
9. **Лингер Р., Миллс Х., Уитт Б.** Теория и практика структурного программирования. – М.: Мир, 1982.
10. **Салливан Э.** Время – деньги. – М.:Microsoft Press, Русская редакция, 2002.
11. **Вендров А.М.** Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем.–М. : Финансы и статистика, 2007.
12. Материалы сайта <http://www.uml.ru>
13. Материалы сайта <http://www.omg.org/technology/documents/formal/uml.htm>
14. Материалы сайта <http://www.citforum.ru>
15. Материалы сайта <http://sorlik.blogspot.com>

Рукопись поступила в редакцию 02.03.17

УДК 622.14

П.И. ФЕДОРЕНКО, д-р техн. наук, проф., А.В. ПЕРЕМЕТЧИК, канд. техн. наук, доц.,
Т.А. ПОДОЙНИЦЫНА, старший преподаватель, Криворожский национальный университет

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И МНОГОФАКТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЖЕЛЕЗОРУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Цель. Целью настоящей работы является совершенствование методики геометризации качественных показателей железорудных месторождений для построения такой горно-геометрической модели месторождения, которая давала бы возможность описать закономерности размещения важнейших качественных показателей в пространстве с тем, чтобы спрогнозировать их изменение в процессе развития горных работ. Особенно важным аспектом применения геометризации месторождений железорудных полезных ископаемых является горно-геометрическое прогнозирование их качественных показателей для решения заданий перспективного и текущего планирования с тем, чтобы наладить с максимальной эффективностью работу горнодобывающего предприятия в режиме усреднения качества руды и повысить рационализацию освоения месторождения.

Методы исследования. Задача работы определила применение комплексного метода исследований, включающего проведение теоретических исследований, лабораторные и промышленные эксперименты. При проведении отдельных исследований были использованы геостатистические методы и методы программирования для ЭВМ.

Научная новизна. Описан многомерный эвристический алгоритм прогнозирования, эффективно реализующий уравнения математической модели многомерного случайного геохимического поля, путем использования предложенного полинома произвольной степени. Показано, что в качестве математического описания элементов прогнозируемого горного массива целесообразно принимать систему уравнений многомерного случайного геохимического поля. Установлено, что в качестве метода обработки маркшейдерско-геологической информации, полученной по

нерегулярной разведывательной сети целесообразно использовать метод крайгинга.

Практическое значение. Практическое значение работы заключается в разработке горно-геометрического метода прогнозирования качественных показателей железорудных залежей, позволяющего определять перспективные направления развития горных работ и решать задачи перспективного и текущего планирования по результатам, полученным при геометризации.

Результаты. Предложено решение актуальной научной задачи, имеющей важное народнохозяйственное значение, заключающейся в разработке горно-геометрического метода прогнозирования качественных показателей железорудных месторождений, реализованного в математической модели многомерного случайного геохимического поля. Для реализации этой модели описан новый математический метод, являющийся многомерным эвристическим алгоритмом прогнозирования. Ввиду того, что на месторождениях Кривбасса детальная геологическая разведка ведется, как правило, с помощью нерегулярной сети скважин, метод крайгинга является наиболее приемлемым для оценки и повышения достоверности исходной геологической информации. Фактически получены результаты, позволяющие описывать случайные функции с несколькими компонентами, имеющими стационарные приращения. Каждая последующая гипотеза обобщает предшествующие. Точно так же и сама теория пространственных переменных включает все ранее перечисленные случаи. По сути, гипотеза универсального крайгинга характеризует распределение пространственных переменных месторождения, описываемого случайным многомерным геохимическим полем.

Ключевые слова: геометризация, горно-геометрические методы прогнозирования, вариограмма, крайгинг, многомерное случайное геохимическое поле, эвристические алгоритмы прогнозирования.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. В связи с исчерпанием минеральных ресурсов, в том числе и железных руд, возникает проблема, связанная с повышением стоимости их отработки. Усугубляется она, кроме всего прочего, отсутствием в настоящее время достаточно надежных способов прогнозирования качественных показателей добываемых железных руд. Таким образом, разработка подобных способов является первоочередной задачей геометризации месторождений полезных ископаемых как отрасли маркшейдерии. Должны быть учтены все параметры, влияющие на функцию размещения качественных показателей.

Геометрические графики, отображающие качественные показатели месторождений, дают возможность установить определенную зависимость между компонентами, которые входят в состав полезного ископаемого, и, тем самым, обнаружить характер размещения этих компонентов. Последнее имеет существенное значение при проектировании разработки месторождения и его эксплуатации. Имея такие графики, можно планировать добычу полезной ископаемые с определенным составом, необходимым для технологического процесса его переработки.

Особенно важным аспектом применения геометризации месторождений железорудных полезных ископаемых является горно-геометрическое прогнозирование их качественных показателей для решения заданий перспективного и текущего планирования с тем, чтобы наладить с максимальной эффективностью работу горнодобывающего предприятия в режиме усреднения качества руды и повысить рационализацию освоения месторождения.

Анализ исследований и публикаций. Детальный анализ современных представлений о геометризации месторождений твердых полезных ископаемых показал, что прогнозные горно-геометрические планы и разрезы, изображающие пространственное размещение различных показателей месторождения и использующихся для перспективного и текущего планирования горных работ, строятся с использованием количественных геологических методов прогнозирования. Общим недостатком прогнозирования с помощью градиента поля, прогнозно-динамического метода построения функций, методов аналитического и цифрового моделирования функции размещения показателей является тот факт, что на месторождениях с высокой изменчивостью характера залегания полезной ископаемые эти методы не дают ожидаемых от них высоких результатов, не удовлетворяют требованиям точность прогноза и не дают возможности учесть влияния на прогноз «ураганных» значений проб. Все эти методы являются одномерными или двумерными, что не дает возможности в полном объеме раскрыть закономерность размещения полезного ископаемого. Использование для построения моделей месторождения принципов эвристической самоорганизации математических моделей сложных систем исключает ряд вышеперечисленных недостатков. Одному из наиболее точных из этих методов, методу группового учета аргументов, свойствен такой недостаток, как большой объем подготовительных работ. Этим методам также свойственны недостатки вышеописанных методов, поскольку за исходную принимается функция, уже имеющая начальный вид (полином, ряд Фу-

рье). Но сам принцип эвристической самоорганизации представляется наиболее приемлемым для прогнозирования качественных показателей железорудных месторождений.

Постановка задачи. Задачей геометризации, на современном этапе развития горной науки, является построение такой горно-геометрической модели месторождения, которая давала бы возможность описать закономерности размещения важнейших качественных показателей в пространстве с тем, чтобы спрогнозировать их изменение в процессе развития горных работ.

Изложение материала и результаты. В качестве примера рассмотрим Скелеватское месторождение железистых кварцитов. На этом месторождении разрабатывается железистый горизонт - PR_{1sx}^{4f} . К нему относятся семь геологических подгоризонтов, из которых в продуктивную толщу входят пять - PR_{1sx}^{4f2} , PR_{1sx}^{4f3} , PR_{1sx}^{4f4} , PR_{1sx}^{4f5} , PR_{1sx}^{4f6} . Также выделяются два подгоризонта - PR_{1sx}^{4f1} и PR_{1sx}^{4f7} , которые в разработке участка не принимают из-за высокой неоднородности пород в них.

На месторождении железистых кварцитов существует тесная связь между содержанием в руде железа магнетитового и выхода концентрата из руды. В свою очередь содержание железа общего связано с содержанием железа магнетитового. Пробы, в большинстве случаев, берутся по содержанию железа общего и железа магнетитового. Поэтому нужно найти зависимости между содержанием этих компонентов, и технологическими показателями добываемых руд.

Перед статистической обработкой геологические данные нужно привести к одинаковому уровню точности, так как они определяются в целом по взрывным блокам разной площади, и к окну сглаживания, размеры которого определяются в пределах месторождения, или его участка. Размеры окна сглаживания должны учитывать изменчивость и радиусы корреляции за направлениями.

Выделяются участки, на которых изменчивость средних содержаний показателей имеет закономерный характер.

Часто имеют место нерегулярные буровые сети, имеющие, однако, «равномерную плотность» – внутри каждой ячейки случайно размещена скважина. В этом случае по определению дисперсия оценивания содержаний в ячейках сети по содержаниям в случайных скважинах внутри ячеек есть величина, которую мы называем «дисперсией точки в ячейке» и обозначаем как $\sigma^2(0|B)$, где B – ячейка. Для быстрой прикидки без сложных вычислений будем иметь в виду, что эта дисперсия является $F(B)$ – функцией и что линейный эквивалент l ячейки сети представляет собой ее диагональ. Тогда $F(B) = F(l) = Al/3$, если A – угол наклона вариограммы. При общем оценивании рудного тела в качестве оценки среднего содержания используем среднее арифметическое по N имеющимся пробам. Тогда дисперсия оценивания равна $\sigma^2(0|B)/N$.

Когда невозможно построить сеть, на каждую ячейку которой приходится одна скважина, возникает задача подбора весовых коэффициентов для содержаний в каждой скважине. Чаще всего наиболее высокая плотность бурения характерна для площадей с повышенными содержаниями полезных компонентов. Если просто осреднять содержания по всем скважинам, то это приведет к систематическому завышению запасов. Простой путь для получения несмещенных оценок среднего содержания по месторождению заключается в рассмотрении только тех проб, которые образуют сеть с равномерной плотностью. Разрежение сети не позволяет, однако, полностью использовать имеющуюся информацию. Таким образом, получение наилучшей оценки среднего содержания упирается в проблему оптимального взвешивания имеющихся данных. Эта проблема называется проблемой крайгинга и состоит в следующем.

Рассматривая блок V , имеющий точное неизвестное содержание $Z(V)$, и множество проб с известными содержаниями $Z(x_i)$, $i = 1, \dots, n$, необходимо найти такое множество весовых коэффициентов a_i , $i = 1, \dots, n$, благодаря которым среднее взвешенное

$$Z^* = \sum_{i=1}^n a_i Z(x_i) \quad (1)$$

является наилучшей оценкой содержания $Z(V)$. «Наилучшее» может быть определено многими путями. Естественный путь определения качества оценочной процедуры заключается в нахождении дисперсии ошибок, которые при этом совершаются. Дисперсия оценивания содержания $Z(V)$ посредством Z^* равна

$$\sigma_e^2 = \sigma_V^2 - 2 \sum_{i=1}^n a_i \sigma_{VX_i} + \sum_{i,j} a_i a_j x_i x_j, \quad (2)$$

где σ_V^2 обозначает $\text{var}[Z(V)]$ – дисперсию содержаний в блоках, подобных изучаемому блоку V ; обозначает $\text{cov}[Z(V), Z(X_i)]$ – ковариацию содержаний в блоке V и пробе X_i , $\sigma_{X_i X_j}$ обозначает $\text{cov}[Z(X_i), Z(X_j)]$ – ковариацию содержаний в пробах X_i и X_j .

Так как все эти величины σ могут быть найдены на основе вариограммы, становится возможным минимизировать σ_e^2 , варьируя значения коэффициентов a_i , чтобы найти то взвешенное среднее, которое имеет наименьшую дисперсию погрешностей. Это составляет основу развиваемых представлений.

Итак, определим в качестве лучшей такую линейную оценку, которая имеет наименьшую дисперсию. Этого, однако, недостаточно. Требуется также, чтобы в среднем значения, которые надо найти, были равны реальному значению, т. е. не приводили к систематическому его завышению или занижению. Это – условие несмещенности. Несмещенность означает, что должно иметь место соотношение $E(Z^*) = m$, а это в свою очередь требует, чтобы $E[\sum_i a_i Z(x_i)] = m$ или $a_i E[\sum_i a_i Z(X_i)] = m$. Так как $E[Z(X_i)] = m$, то должно быть $\sum_i a_i = 1$. Оба условия и определяют лучшую линейную несмещенную оценку.

Этот метод дает возможность оценки исходной маркшейдерско-геологической информации с минимальными ее потерями и искажениями. Метод крайгинга решает основные задачи: определение оценки запасов руды и определение точности этой оценки при использовании нерегулярных геологоразведочных сетей низкой плотности.

Метод крайгинга позволяет получать несмещенные оценки, имеющие минимальные дисперсии погрешностей и дает результаты наиболее близкие к условному математическому ожиданию, в силу чего является наиболее точным из известных способов интерполяции и оценки исходной маркшейдерско-геологической информации.

Горно-геометрические графики размещения параметров месторождения нашли широкое применение при решении большого круга практических задач разведки, проектирования и эксплуатации месторождения, однако в ряде случаев они не удовлетворяют требованиям практики как по своей точности, так и по эффективности использования для своего построения геолого-маркшейдерской информации. Основная причина такого положения заключается в том, что основная масса методов геометризации основаны на упрощенном представлении математической модели размещения параметра как геохимического поля и случайного геохимического поля.

Закономерность размещения параметра P в зависимости от координат пространства x, y, z и времени t может быть описана функцией общего вида (геохимическое поле П.К. Соболевского)

$$P = f(x, y, z, t), \quad (3)$$

При наличии случайности в размещении параметра $\varphi(P)$ математическую модель его размещения можно записать так (случайное геохимическое поле)

$$P = f(x, y, z, t) + \bar{\varphi}(p), \quad (4)$$

где $\bar{\varphi}(p) \{ \delta_x(p); \delta_y(p); \delta_z(p); \delta_i(p) \}$; $\delta_x(p), \delta_y(p), \delta_z(p), \delta_i(p)$ – дисперсии параметра по координатам пространства и времени i .

Эти модели, с помощью которых был решен ряд крупных теоретических и практических задач, на современном этапе уже нельзя считать адекватными по сложности исследуемым объектам. Поэтому и существующие методы геометризации имеют ряд серьезных ограничений, которые либо не могут быть устранены принципиально в рамках применяемых математических моделей, либо вызывают при этом большие трудности теоретического и практического характера.

Кроме того, применяемая при построении горно-геометрических графиков главным образом линейная интерполяция может приводить к значительным ошибкам определения параметра в межскважинном пространстве. Использование для этих целей других степеней интерполяции (квадратичной, кубической и т.д.) тоже не всегда дает хороший результат, так как отсутствуют надежные приемы установления степени интерполяции, соответствующей сложности изображаемой поверхности. К тому же построение графических моделей с нелинейной интерполяцией весьма трудоемко.

Вышеизложенное заставляет искать более совершенную и сложную модель размещения па-

раметра и основанные на ней новые методы решения большого круга горно-геометрических задач. Такой моделью является многомерное случайное геохимическое поле. Эта модель преемственна, она является логическим развитием и усложнением уже существующих математических моделей размещения.

Криворожские месторождения железных руд имеют весьма неоднородное геологическое строение. Закономерности размещения показателей имеют многофакторный характер. Поэтому для их описания в качестве математической модели принимается многомерное случайное геохимическое поле

$$P = f(\bar{p}) + \bar{\varphi}(p), \tag{5}$$

где $\bar{p} = \{x, y, z, t, p_1, p_2, \dots, p_m\}$ и $\bar{\varphi}(p) = \{\delta_x(p); \delta_y(p); \delta_z(p); \delta_t(p); \delta_{p_1}; \delta_{p_2}; \dots, \delta_{p_m}\}$.

Из уравнения (3) следует, что значение геологического параметра P складывается из многомерного вектора $f(\bar{p})$, описывающего закономерность размещения параметра в зависимости от входящих в $f(\bar{p})$ пространственно-временных координат x, y, z, t и других геологических параметров $p_1; p_2; p_3; \dots; p_m$, а также многомерной дисперсии размещения $\bar{\varphi}(p)$.

Практическое построение модели (5) возможно с использованием принципов эвристической самоорганизации математических моделей сложных систем. В качестве примера рассмотрим метод группового учета аргументов (МГУА).

Идея метода заключается в том, что математическая модель сложной системы строится постепенно, в процессе так называемой многорядной селекции. Перед построением модели задается список возможных аргументов уравнения и элементов будущего уравнения (опорная функция). В соответствии с алгоритмом по предложенным критериям селекции путем многократных переборov конструируется такой вид уравнений (подбираются его переменные и коэффициенты), которые оптимальным образом отвечают сложности (изменчивости) и изученности моделируемого объекта.

В процедуре МГУА вся исходная информация

$$\{P_i\}_{i=1}^n; \{\bar{x}_j\}_{j=1}^n,$$

где P – прогнозируемый показатель; $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ – возможные аргументы прогнозных уравнений; $i = 1, 2, \dots, n$ – точки наблюдения показателей P и \bar{x} , разбиваются на две совокупности: Обучающую $\{P_i\}_{i=1}^r; \{\bar{x}_j\}_{j=1}^r$ и контрольную $\{P_i\}_{i=1}^k; \{\bar{x}_j\}_{j=1}^k$, причем $r+k=n$.

На первой совокупности точек уравнение строится (модель обучается), на второй, являющейся внешним дополнением, контролируется качество получаемого уравнения, его прогнозистические свойства.

Важной особенностью МГУА является то, что полное многомерное описание природного объекта заменяется несколькими рядами специально выбранных частных описаний (опорных функций), составленных для пар входных аргументов

$$\begin{aligned} P &= a_0 + a_1 x_g + a_2 x_c; \\ P &= a_0 + a_1 x_g + a_2 x_c + a_3 x_g x_c; \\ P &= a_0 + a_1 x_g + a_2 x_c + a_3 x_g x_c + a_4 x_g^2 + a_5 x_c^2. \end{aligned} \tag{6}$$

Построение математической модели начинается с вычисления по методу наименьших квадратов (МНК) коэффициентов любого из частных описаний на точках обучающей совокупности:

$$P_1 = f_1^{(1)}(x_1, x_2); P_2 = f_2^{(1)}(x_1, x_2), P_s = f_s^{(1)}(x_{m-1}, x_m), \tag{7}$$

где $s = c^2 m$; (1) – номер ряда селекции.

На контролирующих точках, не участвующих в вычислении коэффициентов этих моделей, проверяется их качество по критерию среднего квадратического отклонения измеренных P_i от вычисленных P_i^B , по уравнениям (7) значений прогнозируемого показателя

$$\bar{\delta}_k^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \delta_i^2}; \delta_i = P_i - P_i^B. \tag{8}$$

Далее все уравнения (7) ранжируются по критерию (8) и лучшие из них (по минимальным

значениям $\bar{\delta}_k$) принимаются в качестве аргументов в уравнение (6) на втором ряду селекции модели, после чего на точках обучающей совокупности вычисляются коэффициенты новых зависимостей

$$y_1 = f_1^{(2)}(P_1, P_2); y_2 = f_2^{(2)}(P_1, P_3), \dots, y_V = f_V^{(2)}(P_{T-1}, P_T). \quad (9)$$

На точках контролирующей совокупности вновь вычисляется для каждого уравнения (9) критерий $\bar{\delta}_k^{(2)}$ (8), по нему ранжируются и отбираются T лучших уравнений. Если $\bar{\delta}_{k_{\min}}^{(1)} > \bar{\delta}_{k_{\min}}^{(2)}$, то необходимо перейти к третьему ряду селекции, на котором все описанные процедуры повторяются. Построение модели ведется до тех пор, пока не выполняется неравенство $\bar{\delta}_{k_{\min}}^{(j-1)} > \bar{\delta}_{k_{\min}}^{(j)}$.

Сложность конструируемого уравнения увеличивается от ряда к ряду селекции – растет число входных переменных и их степень. При применении первого описания из (6) возрастает только число учитываемых аргументов, второго и третьего – еще и степень.

Каждое частное описание (6) является функцией двух переменных, что позволяет строить надежные зависимости по малому числу экспериментальных точек (7–10 точек). Полученные описанным способом математические модели типа (5) являются оптимальными как по сложности, так и по изученности прогнозируемого показателя и связанных с ним аргументов. Метод позволяет выбрать из большого числа аргументов системы «месторождение» только те, которые действительно связаны с прогнозируемым показателем, и установить вид и силу этой связи. Найденным уравнением описывается закономерность размещения прогнозируемого показателя. Величина (8) оценивает ошибку прогноза по этому уравнению и является многомерной дисперсией модели.

Подготовительные операции включают в себя выделение для прогноза геологически однородных районов, выбор пространства переменных, необходимых для составления прогнозного уравнения, и выбор точек обучающей и контролирующей совокупностей.

Этап выделения однородных геологических районов необходим для повышения точности прогнозных уравнений. Районы следует выделять по категориям разведанности, по крупным тектоническим нарушениям, по линии выклинивания пласта, геологическим типам руд и т. п. Следует иметь в виду, что с уменьшением величины района (числа разведочных скважин) уравнение будет точнее описывать локальную закономерность на прогнозируемом участке, но будет малоприспособлено для выделения более общих закономерностей по всему добычному полю. Обратная картина будет наблюдаться при увеличении прогнозируемой площади (числа разведочных скважин). Метод позволяет находить коэффициенты уравнения даже по 8 – 10 точкам замера показателя. Однако из опыта оптимальное число разведочных точек в однородном районе лежит в пределах 20 – 40 скважин.

Пространство переменных, необходимое для составления прогнозного уравнения, выбирается из соображений возможных генетических взаимосвязей с прогнозируемым показателем. В нашем случае в соответствии с геологическими концепциями генетического единства пород, участвующих в формировании Скелеватского месторождения железистых кварцитов, а также исходя из необходимости спрогнозировать технологические параметры добываемых руд, в качестве возможных аргументов прогнозных уравнений принимаются такие показатели, как содержание общего железа в рудах ($Fe_{\text{общ}}$), железа магнетитового ($Fe_{\text{ми}}$) и выход концентрата (γ). Это обосновано тем, что показатели имеют закономерный характер размещения, подтвержденный данными статистической обработки.

Исходя из вышеизложенного, метод группового учета аргументов представляется весьма перспективным. Основным его недостатком является весьма большой объем подготовительных работ.

Многомерный эвристический метод прогнозирования (МЭАП), с максимальной эффективностью реализующий уравнения математической модели многомерного случайного геохимического поля в меньшей мере подвержен недостаткам известных количественных методов прогнозирования.

Суть алгоритма заключается в нахождении оптимального вида функции размещения показателя, что дает минимальное отклонение суммы абсолютных величин вычисленных значений от фактических

$$f_i = [c_i^p (a_{i1}^p x_1^p + b_{i1}^p x_1^p)^p \cdot (a_{i2}^p x_2^p + b_{i2}^p x_2^p)^p \cdot \dots \cdot (a_{in}^p x_n^p + b_{in}^p x_n^p)^p \cdot (a_{i21}^p x_1^p + b_{i21}^p x_1^p)^p \cdot (a_{i22}^p x_2^p + b_{i22}^p x_2^p)^p \cdot \dots \cdot (a_{imn}^p x_n^p + b_{imn}^p x_n^p)^p], \quad (10)$$

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = d_i^p [f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \dots + f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^p + k^p, \quad (11)$$

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = g^p [F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \dots + F_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^p + h^p, \quad (12)$$

где a, b, c, d, k, h – числовые коэффициенты.

Коэффициенты и степени выражения (10)-(12) могут иметь как целочисленное, так и дробное или отрицательное значение. Степени, в свою очередь, могут быть функциями того же вида, что и все выражение. Повышение порядка степеней не ограничено, как не ограничено и количество переменных, которые добавляются в выражение.

Методика использования алгоритма заключается в следующем. На месторождении есть сеть скважин детальной разведки. Необходимо найти функциональную взаимосвязь между качественными показателями, которые определены по скважинам, и содержанием железа магнетитового во взорванной массе, а затем распространить ее на неразработанные участки месторождения. В межскважинном пространстве значения показателей, полученных по скважинам детальной разведки, интерполируются на точки с известным значением железа магнетитового во взорванной массе, и принимаются как аргументы. За аргументы выражения (10)-(12) в первую очередь целесообразно принимать те показатели, которые имеют с прогнозируемым показателем похожий закон распределения, как такие, которые с большей вероятностью имеют закономерность с размещением прогнозируемого показателя. В данном случае это содержание железа общего и железа магнетитового по скважинам детальной разведки. Обязательно следует принимать за аргументы расстояния от точки до ближайшей скважины детальной разведки, поскольку с отдалением от скважины точность интерполяции падает. Введение этих расстояний даст возможность уточнить закономерность изменения точности и определить поправки.

За критерий результативности работы алгоритма принимается сумма отклонений абсолютных величин вычисленных значений от фактических во всех точках месторождения, с известными качественными показателями. Отдельные отклонения вводятся в общую сумму с весом, обратным расстоянию от данной точки к ближайшей скважине. Таким образом, результаты построения функции, имеющие большую точность, имеют больший приоритет при оценивании качества построенной прогнозной функции.

Алгоритм состоит из нескольких основных составляющих алгоритмов, таких как алгоритм двойного увеличения (уменьшения) числового коэффициента, основанного на увеличении абсолютной величины коэффициента при аргументе до тех пор, пока соблюдается условие оптимума функции (10)-(12), и модифицированного алгоритма половинного деления, уточняющего результаты предыдущего алгоритма. Работа обоих алгоритмов, а также очередность их использования, регулируется системой условных переходов, что дает возможность при уменьшении результативности поиска числовых коэффициентов прогнозной функции переходить к добавлению новых коэффициентов, или к другой методике поиска оптимального вида уже имеющихся коэффициентов. Если предыдущая методика поиска не дает позитивных результатов, осуществляется переход к алгоритму поиска чувствительности числовых коэффициентов. В этом алгоритме по специальной методике изменяются числовые коэффициенты и фиксируются изменения значений прогнозной функции. С помощью вышеописанных алгоритмов проводится повторный поиск числовых коэффициентов, начиная с того, который дал наибольшее изменение прогнозной функции и показал наибольшую чувствительность. Потом рассматривается коэффициент, который дал наименьшее изменение и чувствительность и т.д. Если такая методика поиска не дает позитивных результатов, рассмотрение начинается с коэффициента, который дал наименьшее изменение при его исключении. Таким образом, определяется оптимальная методика и направление поиска вида прогнозной функции. Потом производится переход к алгоритму группировки данных по значениям отклонений и построения локальных прогнозных функций для отдельных участков месторождения по вышеописанной методике.

В алгоритме при делении на нуль или взятии корня четной степени из отрицательной вели-

чины, что может произойти на отдельных точках месторождения, условно принимается любое постоянное значение, наиболее удовлетворяющее критерию результативности. Это дает возможность описывать прерывистую функциональную зависимость.

Исходя из характера выражения (10)-(12), можно описать любую функциональную зависимость. Предложенный по результатам исследований горно-геометрический метод прогнозирования качественных показателей железорудных месторождений был внедрен, с последующим его использованием, на карьерах ОАО «ЮГОК» и ОАО «ЦГОК».

Относительная погрешность прогноза значения содержания железа магнетитового во взорванной массе по разработанному способу для потребностей перспективного планирования не превышает 6,8 %.

Выводы и направление дальнейших исследований. Таким образом, предложено решение актуальной научной задачи, имеющей важное народнохозяйственное значение, заключающейся в разработке горно-геометрического метода прогнозирования качественных показателей железорудных месторождений, реализованного в математической модели многомерного случайного геохимического поля.

Для реализации этой модели описан новый математический метод, являющийся многомерным эвристическим алгоритмом прогнозирования.

Ввиду того, что на месторождениях Кривбасса детальная геологическая разведка ведется, как правило, с помощью нерегулярной сети скважин, метод крайгинга является наиболее приемлемым для оценки и повышения достоверности исходной геологической информации.

Фактически получены результаты, позволяющие описывать случайные функции с несколькими компонентами, имеющими стационарные приращения. Каждая последующая гипотеза обобщает предшествующие.

Точно так же и сама теория пространственных переменных включает все ранее перечисленные случаи.

По сути, гипотеза универсального крайгинга характеризует распределение пространственных переменных месторождения, описываемого случайным многомерным геохимическим полем.

Список литературы

1. **Букринский В.А.** Геометрия недр: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1985.
2. **Гудков В.М.** Сравнение распределения пространственных переменных. // Маркшейдерский вестник, 1997. – № 1. – С. 8-11.
3. **Давид М.** Геоэкономические методы при оценке запасов руд. – Л.: Недра, 1980.
4. **Де Гроот М.** Оптимальные статистические решения. – М.: – 1974. – 481 с.
5. **Девис Дж. С.** Статистический анализ данных в геологии. Книга 1. – М.: Недра. – 1990. – 246 с.
6. **Калинченко В.М.** Многомерная геометризация форм и качественных свойств месторождений // Маркшейдерское дело и геодезия. Межвузовский сборник. – 1979. – вып. 6. – с. 99-105.
7. **Крамбейн У., Грейбилл Ф.** Статистические модели в геологии. – М.: Мир. – 1969. – 400 с.
8. **Крамбейн У., Кауфман М., Мак-Кеммон Р.** Модели геологических процессов – М.: Мир. – 1973. – 150 с.
9. **Матерон Ж.** Основы прикладной геостатистики. – М.: Мир, 1982.
10. **Миллер Р.Л., Кан Дж. С.** Статистический анализ в геологических науках. – М.: Мир. – 1965. – 482 с.
11. **Низгурецкий З.Д.** К приложению теории нестационарных случайных функций для оценки результатов геометризации месторождений. – Л.: изд. ВНИМИ. – 1974. – Сб. № 93. – С. 99-113.
12. **Низгурецкий З.Д.** Использование элементов теории случайных функций для оценки точности определения содержания полезного компонента и мощности залежи при геометризации. – Тр. ВНИМИ. – Т. 40. – 1963. – С. 292-311.
13. **Переметчик А.В.** Разработка эвристического алгоритма прогнозирования геологических показателей месторождений полезных ископаемых // Разработка рудных месторождений: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Кривой Рог: КТУ. – 2004. – Вып. 85 – С. 194 – 200.
14. **Krige D.G.** A review of development of geostatistics in South Africa // In: Advanced Geostatistics in the Mining Industry. Reidel, Dordrecht, Netherlands. 1976. P. 279-294.
15. **Marechal A., Serra J.** Random kriging // In: D.F. Merriam (Editor), Geostatistics. A Colloquium. Plenum Press, New York. 1970. P. 91-112.
16. **Matheron G.** Kriging or polynomial interpolation procedures. – CIMM Trans., 70. 1967. P. 240-244.
17. **Matheron G.** The intrinsic random functions and their applications. – Adv. Appl. Prob., 5. 1973. P. 439-468.

Рукопись поступила в редакцию 10.04.17