Рис. 3. Схема функционирования системы

Предлагаемый подход позволяет решить следующие задачи:

Организация и контроль наличия единиц транспортных средств на маршрутах в режиме OnLine.

Организация и контроль времени и ритмичности движения транспорта на маршрутах.

Организация и контроль выполнения лицензионных условий договоров с перевозчиками.

Оптимизация транспортного обеспечения на маршрутах движения.

Сбор и передача на Сервер информации с датчиков контроля экологических параметров;

Анализ данных на соответствие допустимым пределам;

Оповещение в реальном времени ответственных органов, о превышении уровня выбросов в определенном регионе и необходимости принятия необходимых действий;

Прогнозирование распространения вредных веществ по территории с учетом текущих природных условий;

Расчет площадей поражений по времени и концентрации вредных веществ;

Архивирование данных для последующего доступа и анализа.

Расчет влияния экологических параметров на каждом участке дороги на основании показаний датчиков и систем контроля.

Перерасчет транспортной сети по управляющим сигналам экологического модуля контроля.

Формирование управляющих сигналов для оповещения соответствующих инстанций при возникновении критических ситуаций.

Выводы. Предложено корректировать алгоритмы расчета оптимальных путей в системах контроля и управления транспортом с учетом текущих параметров экологической обстановки.

Показана необходимость фактического контроля в реальном времени экологических параметров с помощью распределенной информационной системы.

Список литературы

1. **Barcelo J.** Modelling Advanced Transport Telematic Application with Microscopic Simulators / J. Barcelo, J. Casas, J. Ferrer, D. Garcia // Traffic and Mobility. -Springer. - 1999. - Vol. 17. - P. 205-221.

2. Del Castilio J.M. On the functional form of the speed-density relationship **/ J.M. Del Castilio, F.G. Benitez** // General theory. Tramp Res. - 1995. - Vol. 29B. - P. 373389.

3. **Степанчук О.В.** Методи створення і ведення транспортно-екологічного моніторингу в крупних і найкрупніших містах на прикладі: Автореф. дис. канд. техн. наук. 05.23.20 / КНУБА. - К., 2004. - 16 с.

4. **Бакулич Е.А.** Усовершенствование методов разработки схем организации дорожного движения с учетом уровня экологических характеристик: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.01. - К.: КАДИ, 1994. - 20 с.

5. **Гудман С., Хидетниеми С.** Введение в разработку и анализ алгоритмов.- М.:Мир, 1981. 368 с.

6. интернет ресурс: http://www.menr.gov.ua/

7. интернет ресурс: http://www.umt.ua/monitoring-transporta/

8. интернет ресурс: http:// ru.wikipedia.org/ wiki/%C0%EB% E3%EE% F0% E8%F2%EC_%C4% E5% E9%EA% F1%F2%F0%FB

УДК 519.857.6

В.В. КОНОНЕНКО, канд. техн. наук, доц.,
А.В. КОНОНЕНКО, студентка, ДВНЗ «Криворізький національний університет»

РІШЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ У ГІРНИЧИЙ ПРОМИСЛОВОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ СПЛАЙН-МЕТОДІВ

Показано метод рішення нелінійних задач з апроксимацією системою кусочно-лінійних функцій. Завдяки зазначеним властивостям сплайнів встановлено, що вони непогано описують функції, які представлені невеликим числом вузлових точок. Рішення з використанням сплайн-наближенням виявилося близьким до точного.

Вступ. Нестабільність світового фондового ринку та постійний попит з боку промислових споживачів привели в останні роки до значного зростання ціни на корисні копалини. Ці фактори оживили інтерес інвесторів до підприємств гірничої галузі. Зокрема, активно розвиваються раніше неосвоєні родовища, підвищується інтерес до розвідки нових площ, спостерігається пожвавлення ринку злиттів / поглинань серед видобувних підприємств, зростання вартості придбаних ділянок надр. В результаті намітилося кілька тенденцій на ринку добичи.

Отже, ускладнюються завдання управлінців, пов'язані з підтриманням економічної ефективності виробництва при обмежених ресурсах. Потрібена система підтримки прийняття управлінських рішень. Крім того, у світлі більш складних умов ведення робіт, дефіциту запасів потрібна підтримка рівня кваліфікації персоналу для вирішення завдань геології, гірничої справи, логістики, металургії та отримання від цих процесів економічного ефекту. Іншими словами, розвиток нематеріальних ресурсів дозволяє більш ефективно використовувати матеріальні блага (запаси руди, потужність обладнання Управління сучасним високотехнологічним гірничорудним виробництвом перевершило той рівень, коли рішення приймалися на підставі інтуїтивних оцінок або елементарних розрахунків. Високі вимоги до якості управлінських рішень, вимагають створення робочих методик, механізмів і процедур, які реалізують формалізовані методи оцінки управлінських і проектних рішень. Одним з найважливіших напрямів тут є впровадження в системи управління сучасних експертних, аналітичних і дослідницьких комплексів, заснованих на інформаційних технологіях.

За останні десятиліття умови господарювання вітчизняних гірничорудних підприємств в корені змінилися. Зовнішнє середовище характеризується загостренням конкурентної боротьби на ринках сировини. Свідоцтвом тому являються періодичні обвальні зниження цін. У цій ситуації утримання досягнутих позицій - запорука виживання і успішного розвитку неможливо без активних зусиль, спрямованих на комплексне перетворення систем управління підприємствами відповідно до міжнародних стандартів, і створення на цій основі гнучкого високорентабельного виробництва.

Програмні пакети, які вживають зараз на вітчизняних гірничорудних підприємствах, використовують в основі своїй статичні математичні моделі, які неефективні при описі динамічних процесів, моделюванні багато варіантності умов залягання та розробки, великій кількості чинників різної природи, що важко формалізуються.

До наближених методів відносять методи рішення нелінійних задач з сепарабельними функціями, які апроксимуються системою кусочно-лінійних функцій або сплайнами.

Сплайн порядку m - це функція S(t) визначена і неперервна на відрізку $[a,b]$з вузлами $x_j \in (a \le x_0 < ... < x_n \le b)$, якщо на кожному з відрізків $[x_{j-1}, x_j]$, $j = \overline{1,n}$, $S(t)$ є алгебраїчним поліномом степені, що не перевищує m, а в кожній з точок x_j деяка похідна $S^{(V)}(t)\ (1 \le V \le m)$ може мати розрив. Якщо в точці x_j неперервні функції $S(t), S^{(i)}(t),...S^{(m-k_i)}(t)$, а похідна $S^{(m-k_i)}(t)$ в точці x_j терпить розрив, число $k = \max(k_i)$ називають дефектом сплайна [8].

Множину $\{x_0, x_1,..., \mathrm{x_n}\}$ називають сіткою вузлів сплайна, а точки x_j вузлами або точками стикання чи склейки сплайна.

Завдяки зазначеним властивостям сплайнів вони непогано описують функції, представлені як невеликим числом вузлових точок (завдяки плавності сплайн-кривих), так і функції, що представляються набагато більшим числом вузлових точок (оскільки порядок поліномів від цього числа вже не залежить).

Постановка задачі. Нехай вимагається знайти шах функції

$$u = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \tag{1}$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^{n} g_{ij}(x_j) = b_i;\ x_j \ge 0\ (i \in 1:m,\ j \in 1:n). \tag{2}$$

У основу наближеного методу покладена кусочно-лінійно апроксимація функцій $f_j(x_j)$ і $g_{ij}(x_j)$. При цьому замість початкового нелінійного завдання формується наближене лінійне завдання, рішення якого може бути знайдене симплексним методом.

Слід зазначити, що при рішенні задачі визначається тільки локальний максимум наближеного завдання. Якщо безліч допустимих значень опукла, а $f_j(x_j)$ є увігнутими функціями, то локальний максимум одночасно є і глобальним. В цьому випадку може бути знайдений глобальний максимум наближенням завдання, який є наближенням для початкової (1). Нехай дана безперервна функція $y=f_j(x_j)$ однієї змінної x, розподілена на інтервалі $[0,a]$. Точками $x_0 = 0 < x_1 < x_2 < ... < x_r = a$ розіб'ємо цей інтервал на r відрізків (рис. 1).

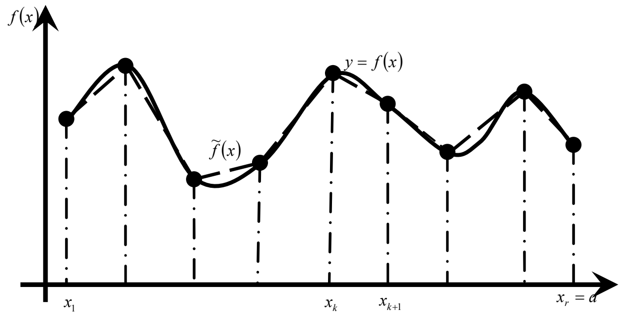

Рис. 1. Графік функції і її кусочно-лінійна апроксимація

Вичислимо я кожної точки x_k значення функції $y_k{=}_j(x_k)$. З'єднаємо попарно точки (x_k,y_k) і $(x_{k+1}+y_{k+1})$, $k\in 0{:}r\text{-}1$ відрізками прямих. У цьому випадку отримаємо кусочно-лінійно функцію, яка апроксимує $y=f(x)$ на інтервалі $[0,a]$. Позначимо кусочно-лінійно функцію через $\bar{f}(x)$. Знайдемо аналітичне вираження для кусочно-лінійно функції. Якщо точка x лежить на відрізку (x_k+x_{k+1}), то $f(x)$ апроксимується функцією

$$\tilde{f}(x) = y_k + \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k}(x - x_k). \tag{3}$$

Помітимо, що значення x, що лежать на відрізку (x_k,x_{k+1}) , можна представити у виді $x = \lambda x_{k+1} + (1-\lambda)x_k$ де $0 \le \lambda \le 1$. Тоді $x - x_k = \lambda(x_{k+1} - x_k)$. Вносячи останнє вираження у формулу (3), отримаємо

$$\tilde{f}(x) = \lambda y_{k+1} + (1-\lambda) y_k .$$

Позначимо $\lambda = \lambda_{k+1}$, $1-\lambda = \lambda_k$, тоді можна стверджувати, що при фіксованому $x \in [x_k, x_{k+1}]$ існують єдині значення), λ_k і λ_{k+1}

$$\begin{aligned} & x = \lambda_k x_k + \lambda_{k+1} x_{k+1} \\ & \tilde{f}(x) = \lambda y_{k+1} + (1-\lambda) y_k \\ & \lambda_k + \lambda_{k+1} = 1;\ \lambda_k \ge 0,\ \lambda_{k+1} \ge 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Тоді для будь-кого $x \in [0, a]$ можна записати

$$x = \sum_{k=0}^{r} \lambda_k x_k \tag{5}$$

$$\tilde{f}(x) = \sum_{k=0}^{r} \lambda_k y_k \tag{6}$$

$$\sum_{k=0}^{r} \lambda_k = 1;\ \lambda_k \ge 0. \tag{7}$$

При цьому вимагається, щоб одно або два сусідні значення λ_k були позитивними, тоді точки, визначувані виразами (5) і (6), лежать на ламаній.

Повернемося до початкового завдання (1) (2). Нехай з фізичних міркувань знайдено максимальне значення a_j, яке може приймати змінна x_j. Розіб'ємо відрізок $[0,a_j]$ на r_j інтервалів за допомогою r_{j+1} точок x_{kj} так, щоб $x_{0j} = 0$ і $x_{rjj} = a$ тоді функції $\tilde{f}_j(x_j)$ і $\tilde{g}_{ij}(x_j)$ можна записати

$$\tilde{f}_j(x_j) = \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} f_{Rj};\ f_{Rj} = f_j(x_{Rj}) \tag{8}$$

$$\tilde{g}_{ij}(x_j) = \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} g_{Rij};\ g_{Rij} = g_{ij}(x_R) \tag{9}$$

де

$$x = \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} x_{Rj};\ \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} = 1;\ \lambda_{Rj} \ge 0. \tag{10}$$

Вносячи в (1), (2) вказані вище вирази, знайдемо

$$\widetilde{u} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} f_{Rj} \to \max \tag{11}$$

при

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} g_{Rij} = b_j ; \ \sum_{R=0}^{r_j} \lambda_{Rj} = 1; \left(i \in 1:m, \ j \in 1:n\right). \tag{12}$$

При цьому необхідно, щоб одно або два сусідніх λ_k були позитивними. Якщо ця вимога не виконується, то точки, визначувані (5) і (6), не обов'язково лежатимуть на ламаній.

Помітимо, що наближений метод навіть для завдання (4) з невеликою розмірністю може привести до завдання з великою розмірністю. Якщо деяка змінна x_j входить в умову завдання лінійно, тобто $g_{ij}\left(x_j\right) = a_{ij} x_j$, $i \in 1:m$ і $f_j\left(x_j\right) = c_j x_j$, то немає необхідності виражати x_j через λ_{ki}. У цьому випадку x_j можна просто використовувати як змінну, що при великому числі лінійних змінних значно зменшить розмірність наближеного завдання.

Описаний спосіб рішення задачі приводить в загальному випадку тільки до локального максимуму наближеного завдання. При цьому часто важко визначити, наскільки ми наблизилися до глобального максимуму. Може статися, що точка, що визначає оптимальне рішення наближеної задачі, не є допустимим рішенням початкової задачі. Ця обставина пояснюється погрішністю апроксимації обмежень завдання (1) (2).

Рішення задачі. Проілюструємо наближений метод рішення нелінійних завдань за допомогою наступного прикладу. Методами математичної статистики встановлена наступна залежність річного прибутку Π млн грн., гірничого підприємства від змісту в руді корисної копалини x_1 і x_2 (у %)

$$\Pi = \frac{x_1}{10} - \frac{x_1^2}{100} + \frac{x_2}{10}$$

За допомогою даних геологічної розвідки вдалося встановити, що зміст компонентів x_1 і x_2 в руді задовольняє умовам

$$4x_1^2 + 3x_2^2 \le 300, x_1 \ge 0, \ x_2 \ge 0.$$

Вимагається знайти оптимальний зміст компонентів, при якому прибуток максимальний.

Використовуючи наведені вище позначення, запишемо

$$g_1\left(x_1\right) = 4x_1^2; \ g_2\left(x_2\right) = 3x_2^2;$$

$$f_1\left(x_1\right) = \frac{x_1}{10} - \frac{x_1^2}{100}; \ f_2\left(x_2\right) = \frac{x_2}{10}$$

Слід відмітити, що через опуклість функцій $g_1\left(x_1\right)$ і $g_2\left(x_2\right)$ безліч допустимих рішень опукла, а $f_1\left(x_1\right)$ і $f_2\left(x_2\right)$ - увігнуті функції. Отже, будь-який локальний максимум в нашому завданні є глобальним.

Перейдемо до складання наближеної задачи. З обмежень виходить, що значення x_1 і x_2 не повинні перевищувати 10 %. Виберемо точки x_{kj} так, щоб інтервал між ними дорівнював 2. Тоді для кожного j=1,2 отримаємо по шість значень λ_{kj} .

Запишемо наближене завдання в наступному виді: знайти максимум функції

$$\widetilde{u} = 0\lambda_{01} + 0{,}16\lambda_{11} - 0{,}24\lambda_{21} + 0{,}24\lambda_{31} - 0{,}16\lambda_{41} +$$

$$+ 0\lambda_{51} - 0\lambda_{02} + 0{,}2\lambda_{12} + 0{,}4\lambda_{22} + 0{,}6\lambda_{32} + 0{,}8\lambda_{42} + \lambda_{52}$$

при обмеженнях

$$\begin{aligned}&0\lambda_{01}+16\lambda_{11}+64\lambda_{21}+144\lambda_{31}-256\lambda_{41}+400\lambda_{51}+0\lambda_{02}+\\&+12\lambda_{12}+48\lambda_{22}+108\lambda_{32}+192\lambda_{42}+300\lambda_{52}+\lambda_3=300;\\&\lambda_{01}+\lambda_{11}+\lambda_{21}+\lambda_{31}+\lambda_{41}+\lambda_{51}=1;\\&\lambda_{02}+\lambda_{12}+\lambda_{22}+\lambda_{32}+\lambda_{42}+\lambda_{52}=1;\\&\lambda_{kj}>0\,(k\in 0:5;\ j\in 1:2).\end{aligned}$$

Уперше обмеження введена додаткова змінна x_3. Для застосування симплекс-методу введемо $\widetilde{v}=-\widetilde{u}$ і знайдемо мінімум функції $\widetilde{v}$ при згаданих обмеженнях. В якості базисних невідомих можна розглядати λ_{ki} Помітимо, що симплекс-метод змінений для обліку того, щоб одно або два сусідні значення λ_{ki} були позитивними.

У результаті рішення отримаємо

$$\lambda_{11}=1;\ \lambda_{42}=\frac{4}{27};\ \lambda_{52}=\frac{23}{27}.$$

По формулі (10) маємо

$$x_1=2;\ x_2=\lambda_{42}x_{42}+\lambda_{52}x_{52}=9{,}703.$$

Мінімум v=-1,1303, тоді максимум функції u=-1,1303 млн грн. Дане завдання містить дві змінні, тому її рішення може бути знайдене графічно. Область допустимих рішень приведена на рис. 2. Глобальний максимум досягається в точці (x_1,x_2), в якій обмеження має вигляд рівності, і дотична до кривої $4x_1^2+3x_2^2=300$ співпадає з дотичною до кривої $\frac{x_1}{10}-\frac{x_1^2}{100}+\frac{x_2}{10}=const$.

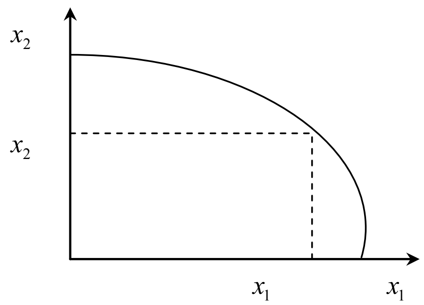

Рис. 2. Область допустимих рішень

Координати точок глобального максимуму знаходяться в результаті рішення системи

$$4x_1^2+3x_2^2=300,\ \frac{1}{5}x_{1-1}=-\frac{4}{3}\cdot\frac{x_1}{x_2}$$

Її рішення має вигляд

$$x_1=2{,}927;\ x_2=9{,}413.$$

Висновки. Значення цільової функції в цій точці дорівнює u=1,1483 млн грн. Із зіставлення результатів обчислень виходить, що наближене рішення x_1=2; x_1=9,0703 відрізняється від точного з найбільшою погрішністю, 32 %, що не перевищує. Проте наближене значення u виявилося близьким до точного, отриманого графічним методом, погрішність його складає 1,59%.

Можна показати, що якщо $f_j(x_j)$ - увігнуті функції мають властивості опуклості, то, вирішуючи наближену задачу як завдання лінійного програмування, отримаємо оптимальне рішення початкової задачі.

Список літератури

1. Математические методы и модели в планировании и управлении горным производством/**А.Г. Протосеня, С.А.**
2. **Кулиш, Е.И.** Азбель и др. – М.: «Недра», 1985. –288 с.
3. **Квасов Б.И., Мирошниченко В.П.** Методы сплайн функций.- М.: Наука, 1980. - 352 с.
4. **Попов Б.А.** Равномерное приближение сплайнами.- Киев: Наук.думка, 1989. - 372 с.
5. **Шелевицький І.В.** Методи та засоби сплайн-технології обробки сигналів складної форми./Під ред.. **Шутка М.О.** – Кривий Ріг: Європейський університет, 2002р. – 304с.

Рукопис подано до редакції 22.02.13

УДК 622.27.002.5