ється до очікуваної величини

$$\vartheta\_\_{}_{“} = (N_1 + N_2 + N_3)\Delta\alpha_1 + N_n \Delta\alpha_n = 0.6\,. \quad (9)$$

Отже, за рахунок зменшення динамічних навантажень на став конвеєра знизилася сумарна міра пошкодження за базовий термін служби, що рівнозначно збільшенню терміну служби конструкції. Зниження швидкості транспортування веде до зменшення динамічної взаємодії шматка з роликоопорой без зміни гранулометричного складу, при цьому пропорційно зміні швидкості міняється міра пошкодження від кожної одиничної дії, так при зменшенні швидкості на 25% від номінальної коефіцієнт пропорційності рівний: *К*=0,56, на 50% *К*=0,44, на75% - К=0,25.

Довговічність опорних конструкцій конвеєра також збільшиться на величину, яка визначається з виразу

$$\Delta t = \frac{\vartheta\_\_{}_{“} - \vartheta\_\_{}_{“1}}{\vartheta\_\_{}_{“}} \cdot T_{‡}\,, \quad (10)$$

де $T_{‡}$ - період часу за базовий термін служби, в який експлуатують конвеєр із зниженою швидкістю (приймемо 30% від загального часу тобто $T_{‡}$ =15×0,3 = 4.5 роки).

Висновки та напрямок подальших досліджень. Отже, видно, що міра пошкодження опорних конвеєрних металоконструкцій знаходиться в прямій залежності від частоти проходження крупних шматків, їх маси, швидкості транспортування і, кінець кінцем, від сили дії шматка вантажу на опори. Сумарну міру втомних пошкоджень конвеєрного ставу можна виразити як суму заходів пошкодження від ряду ушкоджувальних чинників, а саме, від крупних шматків, зміни швидкості транспортування при регулюванні, від пускових навантажень. При цьому частість дії того або іншого ушкоджувального чинника і міра пошкодження ним що наноситься різні.

Для зменшення міри пошкодження необхідно зменшити пошкодження дії кожного пошкодженого чинника. Одним із способів зменшення міри пошкодження конвеєрних металоконструкцій, і отже, збільшення довговічності є управління режимами роботи стрічкового конвеєра, а саме, регулювання швидкості транспортування гірської маси по вантажопотоку, регулювання тягового зусилля приводу під час пуску.

Зниження швидкості транспортування веде до зменшення динамічної взаємодії шматка з роликоопорой без зміни гранулометричного складу, при цьому пропорційно зміні швидкості міняється міра пошкодження від кожної одиничної дії, так при зменшенні швидкості на 25% від номінальної коефіцієнт пропорційності рівний: К=0.56, на 50% К=0.44, на75% - К=0.25.

Алгоритми формування навантажень на опорні конструкції стрічкового конвеєра, розроблені для режимів транспортування, що викликають максимальні дії на став стаціонарних і пересувних конвеєрів.

Список літератури

1. **Болотин В.В.** Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1991 - 351 с.

2. **Назаренко В.М., Ефименко Л.И**. Оценка усилий на став ленточного конвейера при регулировании скорости транспортирования. -Изв. вузов. - Горн.журн, 1985 - С.60 - 62.

3. Энергоемкость транспортирования ленточными конвейерами крупнокусковых грузов. **Н.С.Поляков, В.К.Смиров, В.Ф.Монастырский и др.**-М.,1987 -8 с.

Рукопис подано до редакції 21.03.13

УДК 681.5

А.А. ЖОСАН, канд. техн. наук, доц., Є.С. КІРСАНЬ, аспірант
ДВНЗ «Криворізький національний університет»

АНАЛІЗ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Математичний опис теплових об'єктів з розподіленими параметрами є одним із важливих процесів, що покладені в основу моделювання та створення систем автоматичного керування процесами нагріву. У статті наведено основні прийоми математичного моделювання теплових об'єктів як об'єктів керування, їх недоліки та вказано напрямок покращання моделей.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. Технічні системи керування звичайно є досить складними пристроями, динаміка яких описується різними функціональними рівняннями. У кожному конкретному випадку при використанні тих або інших математичних методів необхідно скласти математичну модель об'єкта. На практиці переважна більшість об'єктів - це об'єкти з розподіленими параметрами.

Аналіз досліджень та публікацій. На даний час існує досить велика кількість праць, у яких надані математичні моделі теплотехнологічних об'єктів з розподіленими параметрами. Моделювання теплотехнологічних об'єктів з розподіленими параметрами зумовлені масштабами їх використання, великим промисловим значенням, широким колом задач моделювання.

Постановка завдання Метою даної статті є огляд та аналіз основних існуючих методів одержання математичних моделей теплотехнологічних об'єктів з розподіленими параметрами як об'єктів керування.

Викладення матеріалу та результати. Незважаючи на велику кількість задач моделювання теплотехнологічних об'єктів з розподіленими параметрами (ТОРП), що розглядаються в роботах [1-4], їх можна умовно поділити на такі:

Задача моделювання одновимірного температурного розподілу, що виникає при нагріванні, варіюванні значень температурного поля для отримання необхідного розподілу. Прикладом цього класу задач, розглянутих у роботах [1,3,5] є моделювання розподілу температурного поля пластини шириною $2S$, що описується функцією $Q(x,t)$ у часі t ($0\leq t<T$) та за товщиною x ($-S\leq x\leq S$). У середині відрізка $[-S,S]$ при $t>0$ цей розподіл описується лінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних іншого порядку

$$\frac{dQ}{dt}=a\frac{d^2Q}{dx^2} \tag{1}$$

де a - коефіцієнт температуропровідності.

Задача моделювання нагріву в загальному випадку, розглянута в роботах [2,6,7,8], коли тіло має кінцеві розміри у всіх трьох просторових вимірах. Якщо позначити деяку область тривимірного простору, тіло, що нагрівається, через D, а через G - поверхню, що обмежує D , то функція $Q(x,y,z,t)$ буде визначати розподіл температури в однорідному тілі D та описуватися рівнянням теплопровідності

$$\dot{Q}=\Delta Q,(x,y,z)\in D,\quad t>0 \tag{2}$$

з початковою умовою $Q(x, y, z,0) = Q_0\,(x, y, z)$ (3)

де Δ - оператор Лапласа в прямокутній системі координат.

Прикладом цього класу задач є задача моделювання управляючих впливів вздовж деякого напрямку всередині області D . Наприклад, нагрів тіла D відбувається за допомогою тепла, яка виділяється електричним струмом, що проходити по провіднику всередині тіла D .

Задача моделювання заданого розподілу температурного поля, як зазначено в [1,5,9,10], фактично є задачею оптимізації функціонування теплотехнологічних ОРП. У цьому випадку математична модель враховує обмеження, пов'язані з технологічними особливостями функціонування теплових агрегатів (температура та розміри робочого простору, калорійність палива тощо)

$$Q(x,T)=Q^*(x),-S\leq x\leq S\ , \tag{4}$$

де T - деякий момент години; $Q^*(x)$ - завдань або бажаний розподіл температури.

У [2,3,4,11] залежно від виду математичного опису ТОРП розглядаються такі групи задач:

математична модель ТОРП задана лінійним рівнянням виду (1);

математична модель ТОРП задана нелінійним або неоднорідним рівнянням з коефіцієнтами, що залежати від просторових координат або години, виду

$$c\rho\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda\frac{\partial Q}{\partial x}\right] \tag{5}$$

де c - теплоємність; ρ - щільність; λ - теплопровідність, які можуть бути задані функціями x,t,Q.

У [3,7,9] розглядаються задачі моделювання теплового розподілу, у яких основна увага приділена хіміко-фізичним властивостям матеріалу, що нагрівається. У цьому випадку до основного рівняння моделі, що описує тепловий розподіл, додається додаткове рівняння, яку описує відповідний хімічний процес.

У [1,5,9] розглядаються задачі моделювання просторового переміщення оброблюваних виробів або нагріваючих агентів. Якщо позначити розподіл температур агента, що нагріває, через $Q_1(x,t)$, а розподіл температур агента, що нагрівається, – $Q_2(x, t)$, тоді рівняння, що описує зміну Q1(x, t) у вибраній системі координат, буде мати вигляд:

$$\frac{\partial Q_1(x,t)}{\partial t}+v_1(x)\frac{\partial Q_1(x,t)}{\partial t}+\alpha_1(x)Q_1(x,t)=f_1(x,t),\quad 0<x<1,\quad t>0 \tag{6}$$

де $v_1(x)$ – швидкість рухові агента, що нагріває, у додатному напрямку x ; $\alpha_1(x)$ – коефіцієнт теплообміну агента, що нагріває, з зовнішнім середовищем; $f1(x,t)$ – загальний потік тепла, що надходити до агента, що нагріває.

В основу моделювання теплових об'єктів покладено дослідження різних процесів перенесення тепла, що описуються відомими рівняннями математичної фізики. Такий підхід передбачає отримання математичних моделей об'єктів, у вигляді диференціальних рівнянь у частинних похідних, методи розв'язання яких вибираються з урахуванням специфіки конкретних задач, технологічних обмежень, цілей дослідження. Оскільки на сьогодні розроблено велику кількість математичних моделей ТОРП, те розглянемо лише деякі з їх, які побудовані для теплотехнологічних об'єктів нового покоління.

Прикладом моделі такого ТОРП є математична модель теплопереносу в печі з випромінювальними стінами, представлена в роботі [12], що має такий вигляд:

$$C(T)\rho(T)\frac{\partial T(K,\tau)}{\partial \tau}=div[\lambda(T)gradT(K,\tau)],K\in G,\tau\in(0,\tau_{\phi}) \tag{7}$$

$$T(K,\tau=0)=T_0(K),\quad K\in(S+G) \tag{8}$$

$$\begin{aligned}C_k(T)M_k\frac{\partial T_k(\tau)}{\partial \tau}&=\alpha_л f_k[T_k(\tau)-T_Г(\tau)]-\frac{\Phi_k}{10^8}[T_k^4(\tau)-\\&\sum_{i=1}^{m}b_{ki}T_i^4(K\in\Omega,t)]-a_1[T_k(\tau)-T_{oc}]+a_2+[a_3-a_4T_Г(\tau)]V(\tau);\end{aligned} \tag{9}$$

$$T_k(\tau=0)=T_{k0} \tag{10}$$

де G - область виробів; S – адіабатна межа області; Ω - теплосприймальна межа області; n - нормаль; C, λ і ρ - теплоємність, теплопровідність та щільність матеріалу виробів; α - коефіцієнт тепловіддачі; f - площа поверхні теплообміну; M - маса; Φ_i ,b_{ij} - оптикогеометричні коефіцієнти системи.

У результаті розв'язання математичної моделі (7)–(10) знаходиться функція управляючого впливу $V(\tau)$, що дає змогу більш економно витрачати теплову енергію при випалюванні кераміки. Проте, застосування цієї моделі на практиці є проблематичним через її складність та обмежене використання теплотехнологічних ОРП з випромінювальними стінами.

У роботі [13] розроблена математична модель температурно-часових режимів випалювання цегли в тунельних печах. Диференційне рівняння, що описує температурне поле, має вигляд

$$\frac{\partial\theta}{\partial F_0}=\Delta^2\theta \tag{11}$$

де $\theta=\frac{t-t_f}{t^1-t_f}$ - безрозмірна температура; $t=t(x,y,z,\tau)$ – температурне поле зразка, град; t^1-початкова температура зразка, град; t_f – температура газового потоку, град; x,y,z – координати, м; $\Delta^2=\frac{\partial^2}{\partial X^2}+\frac{\partial^2}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2}{\partial Z^2}$ - оператор Лапласа в квадраті; F_o- критерій Фур'є.

Ці умови можуть бути визначені безпосередньо з експерименту або задані у вигляді закономірностей, отриманих на підставі узагальнення експериментальних даних.

У роботі [14] надано математичну модель нагріву злитків у методичній печі. Вихідна величина - температура металу , вхідна величина - температура печі . Аналіз даних дозволяє визначити сукупність параметрів, що роблять найбільший вплив на вид температурного профілю зони методичної печі, це: G_T - витрата палива; C_O - співвідношення паливо-повітря; Q_H- теплота згоряння опалювального газу; М - продуктивність печі. Таким чином, моделювання температурного профілю печі зводиться до визначення функціональної залежності

$$T_{П}(y,\tau)=\Phi[G_{T}(\tau),C_{o}(\tau),Q_{H}(\tau),M(\tau),y] \qquad (12)$$

де $T_{П}(y,\tau)$ - температурний профіль зони печі; *y*-координата по довжині зони печі; τ - час.

У роботі [15] надано математичний опис розподілу температури в об'ємі камери такого складного технологічного об'єкта як нагрівальна піч періодичної дії, зв'язано зі значними труднощами при обчисленнях. У зв'язку із цим воно було умовно розділене на дві частини: перша, заснована на інженерній методиці розрахунку, характеризує фізичні процеси, що відбуваються в печі, а друга, заснована на чисельних методах обчислень, дозволяє розрахувати розподіл температури в об'ємі камери.

Вихідними даними математичної моделі є: режими термообробки в камерній печі з вихідним подом (випалення, відпустка й загартування); розміри заготівель металу, що нагріває, (довжина, ширина й товщина); маса і якість металу; вид палива - природний газ із теплотою згоряння. Розрахунок розподілу температури виконували з використанням чисельного методу й відомої інженерної методики [16], що дозволила враховувати різні варіанти способів опалення й зміна аеродинамічних параметрів печі (розмірів і місця розташування в ній витяжних вікон).

Прогнозовану температуру *Тп* у точці із заданими координатами визначають із використанням дискретного рівняння, що відображає інтенсивність переносу теплоти через поверхню контрольного об'єму

$$T_{A}=\frac{a_{x3}\cdot T_{x3}+a_{x4}\cdot T_{x4}+a_{y3}\cdot T_{y3}+a_{y4}\cdot T_{y4}+a_{z3}\cdot T_{z3}+a_{z4}\cdot T_{z4}}{a_{A}} \qquad (13)$$

де $a_{x3},a_{x4},a_{y3},a_{y4},a_{z3},a_{z4}$ - коефіцієнти провідності між A и сусідніми точками в трьохвимірному просторі (x,y,z); $T_{x3},T_{x4},T_{y3},T_{y4},T_{z3},T_{z4}$ - значення розрахованої температури печі між тими ж точками, C°; a_{A} - коефіцієнт точки завдання A, який представляє собою суму всіх сусідніх коефіцієнтів провідності

$$T_{Г}=100\cdot\sqrt{\frac{\left(\frac{T_{M}+273}{100}\right)^{4}+\left[\left(\frac{T_{КЛ}+273}{100}\right)^{4}-\left(\frac{T_{M}+273}{100}\right)^{4}\right]}{\left[1+\varphi_{кл.м}\frac{\varepsilon_{м}}{\varepsilon_{г}}\cdot\frac{\varepsilon_{M}\cdot(1-\varepsilon_{г})}{1+\varphi_{кл.м}\cdot(1-\varepsilon_{г})(1-\varepsilon_{м})}\right]^{-1}}}-273 \qquad (14)$$

$$T_{КЛ}=100\cdot\sqrt{\frac{\left(\frac{T_{M}+273}{100}\right)^{4}+\left[\left(\frac{T_{г}+273}{100}\right)^{4}-\left(\frac{T_{M}+273}{100}\right)^{4}\right]}{\left[1+\varphi_{кл.м}\frac{\varepsilon_{м}}{\varepsilon_{г}}\cdot\frac{\varepsilon_{M}\cdot(1-\varepsilon_{г})}{1+\varphi_{кл.м}\cdot(1-\varepsilon_{г})(1-\varepsilon_{м})}\right]^{-1}}}-273 \qquad (15)$$

де T_{M} - температура металу, °C; $T_{кл}$- температура кладки печі, °C; $\varphi_{кл.м}$ - кутовий коефіцієнт випромінення кладки на метал; $\varepsilon_{M},\varepsilon_{г}$ - ступінь чорноти металу та продуктів згорання відповідно.

Висновки та напрямок подальших досліджень. Математична модель, орієнтована на використання для розробки й настроювання керування нагріванням, повинна враховувати: нагрівання партій заготівель металу, причому кожна із заготівель повинна при необхідності розглядатися як масивне тіло в теплотехнічному змісті; окислювання поверхні металу; витрата палива по зонах у стаціонарних режимах печі.

Якщо розглядати просторово-багатомірні об'єкти зі складною формою границі області зміни просторових координат, а також ураховувати принципово нелінійні ефекти, одержати аналітичне рішення рівняння об'єкта важко. Даний аспект привів до широкого поширення на практиці наближених моделей об'єктів з розподіленими параметрами спрощеного виду, що описують їхнє поводження з необхідною точністю. В інженерній практиці одержали широке поширення різницеві методи наближеного опису об'єктів з розподіленими параметрами, що використають різні способи просторового, тимчасового або просторово-тимчасового квантування в області зміни аргументів входу й виходу розглянутого розподіленого блоку.

Врахування зміни параметрів матеріалу, що нагрівається у печі, та його конфігурацію, що змінюється під час обробки та для різних партій матеріалу практично неможливо з достатньою точністю.

Вказані зміни параметрів матеріалу та печі впливають на значення температури у різних точках простору печі. Враховуючи теорему Такенса [17] про реконструкцію динамічних систем у тому числі атракторів, достатньо використати вхідні та вихідні дані об'єкта керування на деякому часовому відрізку, можна у деяких випадках обійтися без фізичних рівнянь процесу та визначення граничних умов, пов'язаних з конфігурацією матеріалу, розміщеного у печі.

Розглянуті у роботі методи та моделі об'єктів з розподіленими параметрами характеризуються тим, що потребують визначення коефіцієнтів моделей та їх рівнянь, які залежать від вдалого підбору коефіцієнтів.

У подальшому планується використання дуального підходу, засновником якого є Фельдбаум О.А. Раніше у роботі [18] запропоновано приклад реалізації концепції дуального керування за допомогою алгоритму обробки даних, минаючи етап визначення коефіцієнтів моделі.

Список літератури

1. **Булавацький В. М.** Некласичні математичні моделі процесів тепло- та масопереносу / В. М. Булавацький, Ю. Г. Кривонос, В. В. Скопецький. – К. : Наукова думка, 2005. – 284 с.

2. **Бутковский А. Г**. Характеристика систем с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1979. – 224 с.

3. **Грубов В. И.** Математическое моделирование непрерывных технологических процессов / В. И. Грубов. – К. : Изд-во Киев. ун-та,1971. – 174 с.

4. **Лисиенко В. Г**. Моделирование объектов с распределенными параметрами на примере трехуровневых АСУ нагревом материала : учеб. пособие для вузов / В. Г. Лисиенко, З. Г. Салихов, О. А. Гусев. – Екатеринбург : Урал. гос. техн. ун-т–УПИ, 2004. – 254 с.

5. **Лемешко Б. Ю.** Сравнительный анализ критериев проверки отклонения распределения от нормального закона / Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко // Метрология. – 2005. – № 2. – С. 3–23.

6. **Бондарь А. Г**. Математическое моделирование в химической технологи / А. Г. Бондарь. – К. : Вища школа, 1973. – 280 с.

7. **Демиденко Н. Д.** Моделирование и оптимизация систем с распределенными параметрами / Н. Д . Демиденко, В. И. Потапов, Ю. И. Шокин. – Новосибирск : Наука, 2006. – 551 с.

8. **Иваненко В. И.** Вариационные методы в задачах управления для систем с распределенными параметрами / В. И. Иваненко, В. С. Мельник. – К : Наук. думка, 1988. – 288 с.

9. **Голінко І. М.**, Моделювання динамічного режиму підзони випалювання / І. М. Голінко, Ю. О. Остапенко // Автоматизація виробничих процесів. – 1999. – № 1/2. – С. 40–44.

10. **Иваненко В. И.** Вариационные методы в задачах управления для систем с распределенными параметрами / В. И. Иваненко, В. С. Мельник. – К : Наук. думка, 1988. – 288 с.

11. **Лук'яненко С. О.** Адаптивний метод розв'язування двовимірних рівнянь теплопровідності / С.О. Лук'яненко // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці НАН України. – К. : 2003. – Вип. 21. – С. 126–135.

12. **Карауш С. А.** Управление тепловыми режимами обжига в печах с излучающими стенами / С. А. Карауш, Е. Г. Боберь // Стекло и керамика. – 1998. – № 11. – С. 20–22.

13. **Шлегель И. Ф.** Скоростной обжиг кирпича – миф или реальность? / И. Ф. Шлегель // Строительные материалы. – 2004. –№ 4. – С. 23–26.

14. **Федюн Р.В., Федотов Е.С.** Математична модель процесу нагрівання заготівель в методичній нагрівальній печі. Донецький національний технічний університет, м. Донецьк, кафедра автоматики й телекомунікацій, 2010.

15**. Качан Ю. Г., Степкин В. В., Спекторова Ю. Б.** Аналіз адекватності математичної моделі камерної печі з вихідним подом // Енергетика : економіка, технології, екологія. -2011.

16. **Качан Ю. Г.** Математична модель камерної нагрівальної печі / Ю. Г. Качан, В. В. Степкин, Ю. Б. Спекторова // Енергетика : економіка, технології, екологія. - 2011. - № 4. - С. 54-61.

17. http://uk.wikipedia.org/wiki/Теорема_Такенса

18. **Жосан А.А**. Разработка алгоритмов дуального управления центробежным дезинтегратором руд / Жосан А.А. // Дис. канд. техн. наук: 05.13.07 / Криворожский технический ун-т. - Кривой Рог, 1998. - 127л. - Бібліогр.: л. 104-110.

Рукопис подано до редакції 22.02.13