

рстких і нежорстких обмежень на навчальний розклад, врахування ділення навчальних груп на підгрупи по профілю навчання за допомогою введення понять узагальнених викладачів, груп і аудиторій, а також врахування нечіткості у формулюванні побажань по складанню розкладу для викладачів і навчальних груп.

Крім обмежень, для математичного формулювання задачі оптимізації необхідно задати критерії оптимальності по врахуванню інтересів студентів і викладачів та розробити методи пом'якшення жорстких обмежень на навчальний розклад.

Список літератури

1. Галузін К.С. Математическая модель оптимального учебного расписания с учетом нечетких предпочтений. // Автореф. дисс. канд. физ. мат. наук: спец. 05.13.18 "" / К.С. Галузін. - Пермь: Перм. гос.техн. ун-т, 2004.
2. Ерунов В.П. Формирование оптимального расписания учебных занятий в вузе / Ерунов В.П., Морковин И.И. // Вестник ОГУ, 2001. - № 3. - С. 55-63.
3. Молибог А.Г. Методика составления расписания занятий на ЦВМ / Молибог А.Г., Медведский М.В., Неверов Г.С. -МВИРТУ, 1972.
4. Клеванский Н.Н. Разработка математической модели глобальной оптимизации расписания занятий / Клеванский Н.Н., Костин С.А., Пузанов А.А.// Сложные системы. Анализ, моделирование, управление - Саратов: ООО Издательство "Научная книга", 2005. - С. 39-42.
5. Касьянов В.Н. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение / В.Н. Касьянов, В.А. Евстигнеев. - Санкт-Петербург: "БХВ-Петербург", 2003. - 1086 с.
6. J. Landa Silva A tutorial on multiobjective metaheuristics for scheduling and timetabling / J. Landa Silva, E. Burke // University of Nottingham, 2002.
7. E.K. Burke. Algorithm for University Exam Timetabling, The Practice and Theory of Automated Timetabling (eds EK Burke and P Ross) / E.K. Burke, J. Newall and R.F. Weare. A Memetic // Lecture Notes in Computer Science Vol. 1153, Springer 1996, pp. 241-250.
8. Harald, Meyer. Nurse rostering as constraint satisfaction with Fuzzy Constraints and Inferred Control Strategies // DIMACS Series in Discret.

Рукопись поступила в редакцию 26.03.12

УДК 531.53 (076.5)

К.В. ГЕРАСИМОВА, канд. техн. наук, ДВНЗ «Криворізький національний університет»

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ З ОБОРОТНИМ ФІЗИЧНИМ МАЯТНИКОМ

Наведено методичні вказівки до постановки роботи з оборотним фізичним маятником. Виконуються відповідні розрахунки і даються рекомендації щодо підготовки маятника, які забезпечують виконання лабораторної роботи студентами за відведений для цього час.

Ключові слова: **оборотний фізичний маятник, методика роботи, прискорення вільного падіння, період коливань, зведена довжина маятника.**

Лабораторна робота під назвою «Визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного фізичного маятника» виконується за програмою навчальної дисципліни «Фізика» у багатьох вищих навчальних закладах. У цій роботі використовується оборотний фізичний маятник, що складається із однорідного циліндричного стержня та двох вантажів у формі чечевиць масою m_1 і m_2 , які можна переміщувати вздовж стержня. На невеликих відстанях від кінців стержня закріплено дві опорні призми P_1 і P_2 , за горизонтальні ребра яких маятник можна по чергово підвішувати на кронштейн K (рис.1).

Під дією сили тяжіння, при невеликих кутах відхилення, фізичний маятник здійснює гармонічні коливання. Якщо переміщувати один із вантажів, зафіксувавши перед цим інший, то можна досягти такого їх взаємного розташування, що періоди коливань маятника T_1 і T_2 , по чергово підвішеного за обидві призми, зрівнюються $T_1=T_2=T$. У цьому випадку зведена довжина маятника буде дорівнювати відстані між опорними ребрами призм: $\ell_{\text{зв}}=\ell$. Прискорення вільного падіння g обчислюється за формулою: $g=4\pi^2\ell/T^2$.

Складність даної роботи полягає у тому, що на практиці важко досягти точного співпадання періодів T_1 і T_2 . Технічна частина роботи полягає в умінні розташувати рухомі вантажі так, щоб відстань між опорними ребрами призм була зведеною довжиною маятника ℓ .

Визначення ℓ спрощується, якщо використати графічний метод, побудувавши графік залежності $T=f(\ell)$.

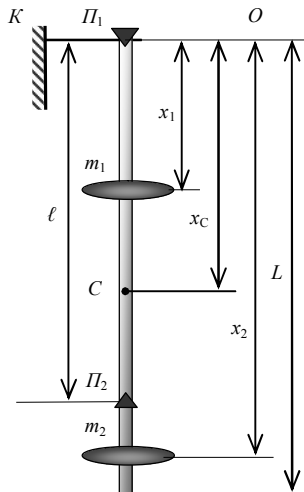


Рис. 1

Аналіз літератури показує, що розроблено різні методики для графічного визначення ℓ [1-3]. Деякі автори пропонують визначати цю величину за допомогою математичного маятника, що синфазно коливається із даним фізичним маятником [4]. У [6] використовується метод обертання. Прискорення вільного падіння g можна також визначити аналітично за методом Бесселя [3].

Під дією сили тяжіння, при невеликих кутах відхилення, фізичний маятник здійснює гармонічні коливання. Якщо переміщувати один із вантажів, зафіксувавши перед цим інший, то можна досягти такого їх взаємного розташування, що періоди коливань маятника T_1 і T_2 , по чергово підвищеного за обидві призми, зрівнюються $T_1 = T_2 = T$. У цьому випадку зведена довжина маятника буде дорівнювати відстані між опорними ребрами призми: $\ell_{зв} = \ell$. Прискорення вільного падіння g обчислюється за формулою: $g = 4\pi^2 \ell / T^2$.

Складність даної роботи полягає у тому, що на практиці важко досягти точного співпадання періодів T_1 і T_2 . Технічна частина роботи полягає в умінні розташувати рухомі вантажі так, щоб відстань між опорними ребрами призми була зведеною довжиною маятника ℓ .

Визначення ℓ спрощується, якщо використати графічний метод, побудувавши графік залежності $T = f(\ell)$. Аналіз літератури показує, що розроблено різні методики для графічного визначення ℓ [1-3]. Деякі автори пропонують визначати цю величину за допомогою математичного маятника, що синфазно коливається із даним фізичним маятником [4]. У [6] використовується метод обертання. Прискорення вільного падіння g можна також визначити аналітично за методом Бесселя [3].

Для спрощення задачі розміщують рухомі вантажі в певних визначених межах [5]. Для підвищення точності вимірювань рекомендується проводити декілька дослідів по 100-200 повних коливань маятника. Усі зазначені методики потребують чимало часу, тому виявляється, що студент, за відведені для виконання роботи дві академічні години, не встигає її виконати.

Мета нашої роботи - визначити, як треба підготувати маятник, щоб забезпечити виконання даної лабораторної роботи у відведений для неї час.

В нашій роботі розглянемо теорію оборотного фізичного маятника з двома рухомими вантажами. Введемо такі позначення: m - маса стержня маятника; L - довжина стержня; m_1 і m_2 - маси рухомих вантажів; ℓ - відстань між призмиами, яка повинна бути зведеною довжиною маятника; x_c - координата центра мас маятника при заданому положенні вантажів; J_o - момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку O підвісу маятника, перпендикулярно до його довжини; J_c - момент інерції маятника відносно паралельної осі, що проходить через центр мас маятника. Масою призми нехтуємо, а вантажі розглядаємо як точкові. Нехай координати x_1 і x_2 вантажів m_1 і m_2 відповідають зведеній довжині маятника ℓ .

За теоремою Штейнера визначимо, що

$$J_o = J_c + Mx_c^2, \quad (1)$$

де $M = m_1 + m_2 + m$ - маса маятника в цілому.

Зведена довжина маятника $\ell = J_o / Mx_c$, тому

$$J_c = M\ell x_c - Mx_c^2. \quad (2)$$

Координату центра мас маятника визначаємо за формулою

$$x_c = \frac{1}{M} (m_1 x_1 + m_2 x_2 + \frac{1}{2} mL). \quad (3)$$

Момент інерції – величина адитивна, отже

$$J_c = m_1 (x_c - x_1)^2 + m_2 (x_c - x_2)^2 + \frac{1}{12} mL^2 + m \left(x_c - \frac{L}{2} \right)^2. \quad (4)$$

Підставимо (4) і (3) в (2) та виконаємо нескладні математичні перетворення. Після спрощення маємо

$$Mlx_C = m_1x_1^2 + m_2x_2^2 + \frac{1}{3}mL^2.$$

Знову врахуємо (3), отримаємо:

$$m_1x_1^2 + m_2x_2^2 = m_1x_1\ell + m_2x_2\ell + \frac{1}{2}mL\ell - \frac{1}{3}mL^2. \quad (5)$$

Введемо нові координати: $u = x_1 - \frac{\ell}{2}$ і $v = x_2 - \frac{\ell}{2}$. Знайдемо, що

$$m_1u^2 + m_2v^2 = m_1\left(x_1 - \frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(x_2 - \frac{\ell}{2}\right)^2 = m_1x_1^2 + m_2x_2^2 - (m_1x_1\ell + m_2x_2\ell) + \frac{1}{4}(m_1 + m_2)\ell^2.$$

Врахуємо вираз (5), маємо

$$m_1u^2 + m_2v^2 = \frac{1}{4}(m_1 + m_2)\ell^2 + \frac{1}{2}mL\ell - \frac{1}{3}mL^2 = A. \quad (6)$$

Запишемо рівняння (6) у іншому вигляді

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = 1, \quad (7)$$

де $a = \sqrt{A/m_1}$ і $b = \sqrt{A/m_2}$.

Як бачимо, координати u і v задовольняють рівнянню еліпса з півсями a і b , причому повинна виконуватись умова, що $A > 0$. Отже, при заданих масах і довжині стержня маятника, відстань між призмиами ℓ може бути зведеною довжиною маятника тільки при умові $A > 0$. Розв'яжемо квадратне рівняння $\frac{1}{4}(m_1 + m_2)\ell^2 + \frac{1}{2}mL\ell - \frac{1}{3}mL^2 = 0$ відносно ℓ

$$\ell_0 = L \cdot \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m}}}{(m_1 + m_2)/m}.$$

Отже, значення ℓ повинне задовольняти нерівності: $L > \ell > \ell_0$.

У протилежному випадку неможливо підібрати розташування рухомих вантажів, щоб ℓ було зведеною довжиною маятника. Рівняння (6) показує, що при $A > 0$ існує нескінченна множина значень координат u і v , при яких величина ℓ є зведеною довжиною маятника. Однак, за конструкцією маятника, координати u і v можуть змінюватись тільки у таких межах

$$\begin{cases} -\frac{\ell}{2} \leq u \leq +\frac{\ell}{2}, \\ +\frac{\ell}{2} \leq v \leq L - \frac{\ell}{2}. \end{cases} \quad (8)$$

Крім цього, з рівняння (7) випливає, що $v \leq \sqrt{A/m_2}$. З іншого боку, з рівняння (8) видно, що $v \geq \frac{\ell}{2}$, тобто $\frac{\ell}{2} \leq v \leq \sqrt{A/m_2}$, звідки

$$A \geq \frac{1}{4}m_2\ell^2. \quad (9)$$

Підставимо у (9) значення величини A з виразу (6), отримаємо

$$\frac{1}{4}m_1\ell^2 + \frac{1}{2}mL\ell - \frac{1}{3}mL^2 \geq 0$$

Розв'язком даного квадратного рівняння відносно ℓ є шукане значення зведеної довжини маятника

$$\ell = L \cdot \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{3} \frac{m_1}{m}}}{m_1/m}. \quad (10)$$

Враховуючи обмежений час виконання, бажано один із вантажів (звичайно вантаж m_2)

закріпити в положенні, що відповідає координаті x_2 . Значення цієї координати знайдемо при підстановці виразу $v = x_2 - \frac{\ell}{2}$ у другу нерівність системи (8). Таким чином, координата x_2 повинна задовольняти умові

$$\ell \leq x_2 \leq L. \quad (11)$$

У лабораторній роботі з оборотним фізичним маятником на кафедрі фізики Криворізького національного університету використовується стандартний «Маятник універсальний» із такими технічними даними: довжина стержня $L=1,22$ м; маса стержня $m=10,65$ кг; маса рухомих вантажів (чечевиць) $m_1=m_2=2,3$ кг.

Розрахунки за формулою (10) показують, що опорні призми треба розташувати на відстані $\ell=0,76$ м. Даний результат добре узгоджується із наведеною в технічному описанні до цього маятника відстанню між опорними призмами, яка становить $\ell_{\text{max}}=0,73$ м. Відносна похибка нашого теоретичного дослідження склала 4,1%, яка на рахунок якої слід віднести наші спрощення щодо нехтування масами призм і точкових вантажів.

Згідно нерівності (11) фіксований вантаж m_2 слід закріпити в межах $0,76 \text{ м} \leq x_2 \leq 1,22 \text{ м}$, тобто між призмою P_2 і ближчим до неї кінцем стержня.

Якщо в роботі використовується маятник із іншими технічними даними, то за формулами (10) і (11) нескладно розрахувати відстань між опорними призмами і положення одного із фіксованих вантажів.

Висновок. Дослідження показало, що методику лабораторної роботи з оборотним фізичним маятником можна вдосконалити, якщо внести такі пункти:

вантаж m_2 зафіксувати між призмою P_2 і ближчим до неї кінцем стержня (див. рис. 1);

опорні призми P_1 і P_2 розмістити на відстані $\ell=\ell_{\text{зв}}$, що відповідає зведеній довжині маятника. Відстань ℓ визначити за формулою (10).

У цьому випадку відпадає потреба багато разів експериментально визначати періоди коливань маятника, підвішеного по чергово за обидві призми, при різних положеннях рухомих вантажів, і будувати графік для визначення зведеної довжини маятника. Це дозволяє студентам зекономити достатньо часу, щоб виконати дану лабораторну роботу за відведені для неї програмою академічні години.

Список літератури

1. В.А. Базакуца и др. Лабораторный практикум по физике. Часть первая / Под общей редакцией В.А. Базакуцы. – Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1969. – 243 с.
2. Бандрівчак І.В. та ін. Лабораторний практикум з фізики. Ч.І. Лабораторія механіки та молекулярної фізики. Навч. посіб.– Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 188 с.
3. А.Г. Белянкин и др. Физический практикум. Механика и молекулярная физика: Учебное пособие / Под ред. В.И. Иверновой. – М.: Наука. Главн. редакция физ.-мат. лит-ры, 1967. – 352 с.
4. Евграфова Н.Н., Каган В.Л. Руководство к лабораторным работам по физике. – М.: Высшая школа, 1970. – 383 с.
5. Гольдин Л.Л. и др. Лабораторные занятия по физике: Учебное пособие / Под ред. Гольдина Л.Л. – М.: Наука. Главн. редакция физ.-мат. лит-ры, 1983. – 704 с.
6. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике: Рукопись поступила в редакцию 26.03.2012

Рукопис подано до редакції 07.03.12

УДК 658.562.64: 622.3

В.Ю. ЗУБКЕВИЧ, ст. преподаватель, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

ВЕКТОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕЩЕСТВЕННОГО СОСТАВА ПЕРЕМЕННОЙ СМЕСИ

Пусть состав конкретной физической смеси задан конечным массивом содержаний компонент

$$\{M_1; M_2; \dots; M_i; M_N\} \in M, \quad (1)$$

где M_i - относительное содержание i -й компоненты смеси; N - число компонент в смеси.

Значения M_i могут изменяться, но при этом должно выполняться условие (2)