УДК 519.6: 371.214

П.В. БУРНАСОВ[*], ст. викладач, ДВНЗ «Криворізький національний університет»

ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ РЕСУРСАМИ ПРИ СКЛАДАННІ РОЗКЛАДУ ЗАНЯТЬ НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ

Виконано математичну постановку задачі автоматизованого складання розкладу занять ВНЗ, відмінностями якої від існуючих є існування жорстких і нежорстких обмежень на навчальний розклад, врахування ділення навчальних груп на підгрупи по профілю навчання за допомогою введення понять узагальнених викладачів, груп і аудиторій.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. В умовах інформаційного суспільства професійні знання значної частини фахівців потребують постійного оновлення і навчання впродовж усього життя. З іншого боку значно зростають вимоги до якості базової вищої освіти і спроможності вишів забезпечити постійну відповідність рівня навчання сучасним вимогам. Кількість спеціальностей та спеціалізацій постійно зростає, освіта стає в деяких напрямках більш конкретною і спеціалізованою. Організацію навчального процесу значною мірою ускладнює необхідність забезпечення індивідуальної траєкторії навчання студента. В таких умовах забезпечити ефективне управління навчальним процесом у виші без використання сучасних інформаційних технологій неможливо. Важливою складовою частиною системи управління ВНЗ є підсистема автоматизованого складання оптимального розкладу занять.

Аналіз досліджень і публікацій. Численні дослідження у галузі теорії розкладів доводять, що проблема створення оптимального розкладу за один цикл є дуже складною, оскільки не існує єдиного критерію оптимальності для розкладу занять [1, 2, 3]. Різні види інтегральних критеріїв оптимальності є компромісними і в більшості випадків вони вступають у протиріччя з локальними критеріями. На кожному кроці формування розкладу оптимальне заняття з точки зору конкретного викладача може бути неоптимальним з точки зору його напарника – викладача, разом з яким вони проводять лабораторне заняття.

Задача складання оптимального розкладу розкладається на дві підзадачі: складання повного розкладу і вирішення всіх протиріч та оптимізація складеного розкладу. Задача складання оптимального навчального розкладу в загальному випадку характеризується великою розмірністю, тобто великим числом елементів у векторі невідомих, великою кількістю обмежень і критеріїв оптимальності. У роботах [1, 4] обґрунтовано необхідність декомпозиції цієї складної задачі на підзадачі.

Існуючі способи складання навчального розкладу розрізняються числом і видом обмежень, що враховуються, і критеріїв оптимальності. До того ж часто ці завдання є NP – важкими [5], тому для їхнього вирішення застосовуються різноманітні підходи й методи.

Постановка завдання. Аналіз теоретичних розробок та програмних продуктів для складання розкладу занять, що присутні на ринку програмного забезпечення дозволив зробити висновок, що більшість розробок призначена для використання в середніх навчальних закладах, застосування їх у ВНЗ або мало ефективно, або взагалі неможливо, більшість розробок призначені виключно для складання розкладу і не передбачають інтеграції з АСУ ВНЗ, частина розробок не має автоматичного режиму, і передбачає тільки ручний режим складання розкладу, частина розробок має автоматичний режим, але не передбачають використання яких-небудь критеріїв оптимальності, тобто можливості подібних систем складання навчального розкладу обмежені одержанням тільки припустимого розкладу, більшість відомих систем складання розкладу не має можливості побудови довільного критерію оптимальності й врахування довільних обмежень, частина наявних розробок по складанню розкладу в силу використовуваного алгоритму мають обмеження на розмірність розв'язуваної задачі, і тому непридатні для застосування у ВНЗ.

Задача створення підсистеми автоматизованого складання розкладу занять у ВНЗ, та його оптимізації є актуальною і потребує досліджень.

Викладення матеріалу та результати. Будемо вважати, що наявні в задачі ресурси задаються у вигляді наступних множин

Множина груп студентів: $G = \left\{ g_i \mid i = \overline{1, N_G} \right\}$, де N_G - загальне число навчальних груп, що навчаються в освітній установі: g_i – кількість студентів в i - ої групі.

Множина аудиторій: $R = \{(r_{jk} \mid j = \overline{1, N_R}, r_{jk} \mid k = \overline{1, N_K})\}$,

де N_R – кількість наявних в k – му корпусі освітньої установи аудиторій; r_{jk} – місткість j – ої аудиторії k – го корпусу.

Множина викладачів: $T = \{(t_k | k = \overline{1, N_T})\}$,

де N_T - кількість викладачів що проводять заняття,

Навчальний розклад може мати різну періодичність, наприклад, для задачі складання шкільного розкладу період повторення розкладу - один тиждень, для вищого навчального закладу - два тижні. Годинна сітка розкладу описується наступною множиною:

$$D = \{(d_l \mid l = \overline{1, N_D \times H})\},$$

де N_D – задана тривалість розкладу в днях; H - максимальна кількість занять у день; l - номер заняття від початку годинної сітки; d_l - час початку l - го заняття.

Всі заняття, які потрібно розставити в годинну сітку розкладу, входять у навчальний план, що задається наступною множиною: $L = \{(l_{ip} \mid i = \overline{1, N_G}, p = \overline{1, L_i})\}$,

де L_i - загальне число занять i - ої групи (за один або два тижні, залежно від тривалості навчального розкладу).

З l_{ip} пов'язана також інформація про конкретний предмет і вид заняття (лекція, практичне заняття, семінар, лабораторна робота).

За допомогою $N = \sum_i L_i$ у задачі позначається загальна кількість занять всіх навчальних груп за навчальним планом L.

Крім того, ресурси можуть бути недоступними протягом одного або декількох моментів часу, заданих годинною сіткою розкладу D. Тому для кожного виду ресурсів уводиться календар доступності, наприклад, $Q^R = \{(Q^R_{jl} \mid j = \overline{1, N_R}, l = \overline{1, N_D \times H})\}$ - календар аудиторій,

де $Q^R_{jl} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } j - \text{та аудиторія доступна для занять у } l - \text{й TimeSlot} \\ 0, \text{ якщо } j - \text{та аудиторія недоступна для занять у } l - \text{й TimeSlot} \end{cases}$

Для викладачів і груп аналогічно задаються наступні календарі:

$Q^T = \{(Q^T_{kl} \mid k = \overline{1, N_T}, l = \overline{1, N_D \times H})\}$ - календар викладачів;

$Q^G = \{(Q^G_{il} \mid i = \overline{1, N_G}, l = \overline{1, N_D \times H})\}$ - календар груп.

Для врахування складного розпорядку навчального процесу (ділення навчальних груп на підгрупи, потокові лекції, віртуальні групи (групи сформовані зі студентів різних академічних груп для вивчення дисциплін за вибором й т.д.) використовуються поняття узагальнених груп (потік груп - тобто об’єднання декількох академічних груп для сумісного заняття), викладачів (заняття може проводитись більше ніж одним викладачем, у такому випадку узагальнений викладач буде складатися з декількох фізичних викладачів) і аудиторій (наприклад, планування занять по підгрупам у різні аудиторії). Прийнятий спосіб об'єднання враховується в задачі за допомогою наступних множин:

$\tilde{G} = \{G_i \subseteq G \mid i = \overline{1, F_G}\}$ - множина узагальнених груп, де F_G - кількість узагальнених груп, G_i - число реальних груп, що входять до i - ї узагальненої.

Слід зазначити, що можуть існувати такі індекси:

$$i1 \in [1, F_G], i2 \in [1, F_G] : G_{i1} \cap G_{i2} \neq \varnothing.$$

$\tilde{R} = \{R_j \subseteq R \mid j = \overline{1, F_R}\}$ - множину узагальнених аудиторій, де F_R - Кількість узагальнених аудиторій, R_j - число реальних аудиторій, що входять до i-ї узагальненої.

Множина узагальнених викладачів: $\tilde{T} = \{T_k \subseteq R \mid k = \overline{1, F_T}\}$,

де F_T - число узагальнених викладачів, T_k – кількість реальних викладачів, що входять до i – го узагальненого. Слід зазначити, що можуть існувати такі індекси: $k1 \in [1, F_T]$, $k2 \in [1, F_T]$ та перетинання узагальнених викладачів не є порожнім: $T_{k1} \cap T_{k2} \neq \varnothing$.

У зв'язку із прийнятою декомпозицією, для узагальнених аудиторій, на відміну від узагальнених груп і викладачів, уважається виконаною умова:

$$\forall j1 \in [1, F_R], j2 \in [1, F_R]: j1 \neq j2 \Rightarrow R_{j1} \cap R_{j2} \neq \varnothing.$$

Уведені визначення дозволяють далі перейти до вибору вектора параметрів оптимізації задачі. Для цього скористаємося поняттям виписки. Відомо різні способи введення шуканого вектора параметрів задачі [6]. Першим способом є явний зв'язок параметрів задачі й розкладу, що будується. У цьому випадку, оскільки виписка містить інформацію про заняття, які можуть тривати кілька навчальних годин, то кожній навчальній годині занять даної виписки можна зіставити одну змінну з вектора параметрів задачі, що визначає період часу годинної сітки розкладу для проведення цієї години заняття. Повний набір уведених у такий спосіб параметрів однозначно задає навчальний розклад. Такий спосіб введення параметрів задачі використовується в більшості робіт, присвячених складанню навчального розкладу. Як виключення можна навести роботу [7], де для складання навчального розкладу використовується так званий гібридний меметичний алгоритм, що об’єднує у собі генетичний алгоритм [5] і алгоритм локального пошуку [8]. Результат роботи генетичного алгоритму при цьому використовується як настроювання для запуску алгоритму локального пошуку. Таким чином, у процесі рішення задачі невідомо, яким буде результуючий розклад, тобто параметри задачі пов'язані з розкладом неявно.

З огляду, що в роботі [5] наведено варіант використання генетичного алгоритму, у якому параметри задачі пов'язані з розкладом явно, далі будемо вважати явний спосіб завдання параметрів універсальним для використання в різних задачах складання навчального розкладу. Уведемо вектор параметрів задачі $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, кожній компоненті якого x_s, $s = \overline{1, N}$, взаємно однозначно відповідає одне заняття з навчального плану L. Значення, що приймає параметр x_s, відповідає за час початку відповідного заняття. Якщо заняття x_s починається в момент часу $d_l, l \in [1, M]$, то $x_s = d_l$. Отже, значення всіх компонентів вектора x однозначно задають варіант навчального розкладу.

В одному занятті x_s задіються наступні ресурси: один узагальнений викладач $Y_s = T_k, s \in [1, N], k \in [1, F_T]$ (Y_s - кількість реальних викладачів, які відносяться до узагальненого викладача); одна узагальнена група $Z_s = G_i, s \in [1, N], i \in [1, F_G]$.

Кількість реальних аудиторій, що необхідно для проведення занять, задається множиною $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, елемент якого $b_s, s \in [1, N]$ задає число аудиторій, що необхідне для проведення заняття x_s. Реальні аудиторії, які потрібні для проведення заняття x_s, вибираються тільки з відповідної даному заняттю узагальненої аудиторії.

Ґрунтуючись на уведеному векторі параметрів оптимізації задачі, перейдемо до математичного формулювання існуючих у задачі обмежень.

Як було відзначено раніше, обмеження в задачі складання оптимального навчального розкладу з урахуванням уподобань діляться на жорсткі й нежорсткі. Сформулюємо спочатку жорсткі вимоги несуперечності розкладу:

У кожний момент часу викладач або група можуть бути зайняті тільки в одному занятті (це умови сумісності за часом):

$$\forall j \in Z, \forall k \in Z : j \neq k \Rightarrow (x_j - x_k) \neq 0, Z = \{z \in [1, N] \mid g_i \in Z_z\}, i = \overline{1, N_G}$$

Для викладача:

$$\forall j \in Z, \forall k \in Z : j \neq k \Rightarrow (x_j - x_k) \neq 0, Z = \{z \in [1, N] \mid t_i \in Y_z\}, i = \overline{1, N_T}$$

У кожний момент часу кількість зайнятих аудиторій не перевищує кількості доступних аудиторій:

$$\sum_{s \in S} b_s \leq \sum_{k \in K} Q_{kl}^R, S = \{s \in [1, N], x_s = d_l, W_s = R_j\};\ K = \{k \in [1, N_R] | r_k \in R_j\}, l = \overline{1, M}, j = \overline{1, F_R}$$

Група вміщується в аудиторію повністю:

$$\forall g_i \in Z_s, \forall r_j \in W_s, : (r_j - g_i) \geq 0, s = \overline{1, N}$$

Навантаження навчальної групи не перевищує кількості навчальних годин за тиждень: $L_i < M, i = \overline{1, N_G}$

При проведенні заняття кількість реальних викладачів не менше числа реальних аудиторій: $Y_s \geq b_s, s = \overline{1, N}$

Кожний викладач, група або аудиторія можуть бути тимчасово недоступними (врахування уведених раніше календарів).

Для викладача:

$$\forall j \in \{z = [1, N] \mid t_i \in Y_z\}, \forall p \in \{s = [1, M] \mid Q_{is}^T = 0\} \Rightarrow (x_j - d_p) \neq 0, i = \overline{1, N_T}$$

Для групи:

$$\forall j \in \{z = [1, N] \mid g_i \in Y_z\}, \forall p \in \{s = [1, M] \mid Q_{is}^G = 0\} \Rightarrow (x_j - d_p) \neq 0, i = \overline{1, N_G}$$

Для аудиторії:

$$\forall j \in \{z = [1, N] \mid r_i \in Y_z\}, \forall p \in \{s = [1, M] \mid Q_{is}^R = 0\} \Rightarrow (x_j - d_p) \neq 0, i = \overline{1, N_R}$$

Залежно від умов задачі, наведені жорсткі обмеження можуть бути ослаблені, і враховуватися за допомогою нежорстких обмежень, або взагалі не враховуватися. Наприклад, у задачі складання розкладу іспитів в одній аудиторії можуть приймати іспити кілька екзаменаторів (наприклад, держіспит).

Розглянемо нежорсткі обмеження. Нежорсткі обмеження в задачі складання навчального розкладу мають різний вигляд. Наприклад, побажання викладача про те, щоб його заняття в розкладі були розставлені компактно у два наступних один за одним дня, за допомогою нежорсткого обмеження формулюється так

$$\phi_p(x) = \max_{j \in Z^*}(x_j)\% H - \min_{j \in Z^*}(x_j), Z^* = \{z = [1, N] \mid t_i \in Y_z\}, i \in [1, N_T],$$

де i - номер викладача, $p \in [1, N_F]$ - номер нежорсткого обмеження (N_F - загальна кількість таких обмежень у задачі), $\phi_p(x)$ - скалярна функція, що відображає зміст нежорсткого обмеження, а % - операція цілочисельного ділення. Носій V_p нечіткої множини, що відповідає нежорсткому обмеженню, формується із всіх значень скалярної функції, для яких функція приналежності не дорівнює нулю $V_p = \{\phi_p(x) \mid \mu_p(\phi_p(x)) \neq 0\}$.

Функція приналежності нечіткої множини $\mu_p(Y_p), Y_p \in V_p$ задається викладачем, наприклад, так, як показано у табл. 1.

Ця функція показує, що побажання викладача виконується повністю, якщо заняття в його розкладі розставлені в один або два наступних один за одним дні тижня, наприклад, у понеділок і вівторок, або в середу й четвер.

Якщо розклад викладача розподілений по трьох днях тижня, що йдуть послідовно, то такий варіант небажаний для викладача, але, у крайньому випадку, можливий (зі ступенем виконання побажання, що дорівнює 0,3). Якщо розклад розподілений по чотирьох і більше підряд днях тижня, то таке розташування занять у розкладі повністю суперечить побажанню викладача.

Таблиця 1

Функція приналежності нечіткої множини

Дні тижня V_p	Ступінь виконання побажань $\mu_p(V_p)$
0	1
1	1
2	0,3
3	0
4	0
5	0
6	0

Для введення побажань C_p^*, крім нежорсткого обмеження $C_p^f = (\phi_p(x), \mu_p(Y_p)), Y_p \in V_p$ потрібно задати норму $\alpha_p \in [0,1]$ і відносний ступінь важливості даного нежорсткого обмеження: $s_p \in \left\{ \begin{array}{l} \text{"Не має значення", "Не важливо",} \\ \text{"Нейтрально","Важливо","Дуже важливо"} \end{array} \right\}$.

У загальному вигляді побажання у задачі складання навчального розкладу записується в такий спосіб: $C_p^* = (C_p^f, \alpha_p, s_p) = (\phi_p(x), \mu_p(Y_p), \alpha_p, s_p), V_p = \{\phi_p(x) \mid \forall x\}, p \in [1, N_F]$

Наприклад, якщо для завдання деякого першого побажання в задачі використовувати описані вище $\varphi_p(x)$ і функцію $\mu_p(V_p)$, показану у табл. 1 та це побажання може бути записане в наступному виді: $C_1^* = (C_1^f, \alpha_1, s_1) = (\phi_1(x), \mu_1(Y_1), 0{,}7, \text{"Важливо"}), Y_1 \in [0,6]$

Висновки та напрямок подальших досліджень. Здійснено концептуальну і математичну постановку задачі складання розкладу занять, відмінностями якої від існуючих є: існування жорстких і нежорстких обмежень на навчальний розклад, врахування ділення навчальних груп на підгрупи по профілю навчання за допомогою введення понять узагальнених викладачів, груп і аудиторій, а також врахування нечіткості у формулюванні побажань по складанню розкладу для викладачів і навчальних груп.

Крім обмежень, для математичного формулювання задачі оптимізації необхідно задати критерії оптимальності по врахуванню інтересів студентів і викладачів та розробити методи пом'якшення жорстких обмежень на навчальний розклад.

Список літератури

1. **Галузин К.С.** Математическая модель оптимального учебного расписания с учетом нечетких предпочтений. // Автореф. дисс. канд. физ. мат. наук: спец. 05.13.18 "" / **К.С. Галузин**. - Пермь: Перм, гос.техн. ун-т, 2004.
2. **Ерунов В.П.** Формирование оптимального расписания учебных занятий в вузе / **Ерунов В.П., Морковин И.И.** // Вестник ОГУ, 2001. - № 3. - С. 55-63.
3. **Молибог А.Г.** Методика составления расписания занятий на ЦВМ / **Молибог А.Г., Медведский М.В., Неверов Г.С.** -МВИРТУ, 1972.
4. **Клеванский Н.Н.** Разработка математической модели глобальной оптимизации расписания занятий / **Клеванский Н.Н., Костин С.А., Пузанов А.А.**// Сложные системы. Анализ, моделирование, управление - Саратов: ООО Издательство "Научная книга", 2005. - С. 39-42.
5. **Касьянов В.Н.** Графы в программировании: обработка, визуализация и применение / **В.Н. Касьянов, В.А. Евстигнеев.** - Санкт- Петербург: "БХВ-Петербург", 2003. - 1086 с.
6. **J. Landa Silva** A tutorial on multiobjective metaheuristics for scheduling and timetabling / **J. Landa Silva, E. Burke** // University of Nottingham, 2002.
7. **E.K. Burke.** Algorithm for University Exam Timetabling, The Practice and Theory of Automated Timetabling (eds EK Burke and P Ross) / **E.K, Burke, J. Newall and R.F. Weare. A Memetic** // Lecture Notes in Computer Science Vol. 1153, Springer 1996, pp. 241-250.
8. **Harald, Meyer.** Nurse rostering as constraint satisfaction with Fuzzy Constraints and Inferred Control Strategies // DIMACS Series in Discret.

Рукопись поступила в редакцию 26.03.12

УДК 531.53 (076.5)

К.В. ГЕРАСИМОВА[*], канд. техн. наук, ДВНЗ «Криворізький національний університет»

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ З ОБОРОТНИМ ФІЗИЧНИМ МАЯТНИКОМ

Наведено методичні вказівки до постановки роботи з оборотним фізичним маятником. Виконуються відповідні розрахунки і даються рекомендації щодо підготовки маятника, які забезпечують виконання лабораторної роботи студентами за відведений для цього час.

Ключові слова: **оборотний фізичний маятник, методика роботи, прискорення вільного падіння, період коливань, зведена довжина маятника.**

Лабораторна робота під назвою «Визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного фізичного маятника» виконується за програмою навчальної дисципліни «Фізика» у багатьох вищих навчальних закладах. У цій роботі використовується оборотний фізичний маятник, що складається із однорідного циліндричного стержня та двох вантажів у формі чечевиць масою m_1 і m_2, які можна переміщувати вздовж стержня. На невеликих відстанях від кінців стержня закріплено дві опорні призми $П_1$ і $П_2$, за горизонтальні ребра яких маятник можна почергово підвішувати на кронштейн $К$ (рис.1).

Під дією сили тяжіння, при невеликих кутах відхилення, фізичний маятник здійснює гармонічні коливання. Якщо переміщувати один із вантажів, зафіксувавши перед цим інший, то можна досягти такого їх взаємного розташування, що періоди коливань маятника T_1 і T_2, почергово підвішеного за обидві призми, зрівняються $T_1=T_2=T$. У цьому випадку зведена довжина маятника буде дорівнювати відстані між опорними ребрами призм: $\ell_{зв}=\ell$. Прискорення вільного падіння g обчислюється за формулою: $g=4\pi^2\ell/T^2$.

Складність даної роботи полягає у тому, що на практиці важко досягти точного співпадання періодів T_1 і T_2. Технічна частина роботи полягає в умінні розташувати рухомі вантажі так, щоб відстань між опорними ребрами призм була зведеною довжиною маятника ℓ.

Визначення ℓ спрощується, якщо використати графічний метод, побудувавши графік залежності $T=f(\ell)$.
