

Аналіз цих осцилограмм позивил установити временні інтервали проходження сейсміческих волн між першим і другим сейсмодатчиками $t_{12}=0,0011$ с; між першим і третьим сейсмодатчиками $t_{13}=0,0006$ с; між першим і четвертим сейсмодатчиками $t_{14}=0,0144$ с.

Используя эти экспериментально полученные данные, на основании приведенной методики, установлено значение фактической скорости распространения сейсмических волн при массовых взрывах на карьере «Северный» на основании

$$\text{формулы (1): } V = \frac{L_{14}}{t_{14}} = \frac{19,0}{0,0144} \approx 1320 \text{ м/с ;}$$

$$\text{формулы (6): } V = \frac{S_{13}}{t_{13}} = \frac{L_{13} \cos \gamma}{t_{13}} = \frac{1,88 \cdot 0,412}{0,0006} \approx 1291 \text{ м/с .}$$

Выводы. В результате выполненных экспериментальных работ установлено, что скорость распространения сейсмических волн в горном массиве карьера «Северный» (ГОК «Механобр») находится в пределах $V=1291-1320$ м/с. Эти значения на 12-14 % меньше, чем теоретическое значение скорости сейсмических волн ($V=1500$ м/с), которое использовалось при проектировании массовых взрывов на этом карьере.

Полученные значения фактической скорости распространения сейсмических волн в горном массиве карьера «Северный» позволяют уточнить параметры массовых взрывов, с целью уменьшения, как удельного расхода ВВ, так и уровня их сейсмического воздействия на близлежащие жилые дома и промышленные сооружения.

Список літератури

1. Селиванов В.В., Соловьев В.С., Сысоев Н.Н. Ударные и детонационные волны. Методы исследования. - М.: Изд-во МГУ, 1990. - 256 с.
2. Единые правила безопасности при взрывных работах. К.: Норматив, 1992. -172 с
3. Правила проведения горных взрывов. Нормы безопасности сейсмических колебаний грунта. ДСТУ-П4704:2006, -К, Держспоживстандарт України, 2007.
4. Сейсмическое действие взрыва в горных породах. – М.: Недра, 1990, -173 с.

Рукопись поступила в редакцию 10.03.13

УДК 622.142.5

М.В. ШОЛОХ, канд. техн. наук, доц., О.Л. ТОПЧІЙ, М.П. СЕРГЄСВА; ст.викладачі
ДВНЗ «Криворізький національний університет»

МОДЕлювання відособлених і взаємозалежних динамічних рядів для прогнозування якісних показників корисної копалини

Виконано стохастичне моделювання відособлених і взаємозалежних динамічних рядів для прогнозування якісних показників рудної сировини Криворізького родовища залізистих кварцитів. Розглянуто методику моделювання взаємозалежних динамічних рядів. Видано рекомендації стосовно технології прогнозування з невеликими інтервалами дискретності.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. Побудова стохастичних моделей динамічних рядів і їхне використання для прогнозування базується на методах аналізу тимчасових рядів. Найбільш завершений - метод Бокса-Дженкінса [4].

Основними перевагами стохастичних моделей є їх високі адаптивні властивості, висока точність прогнозування, а також можливість моделювання нестационарних динамічних рядів. Досягається це за рахунок більш ефективного статистичного аналізу інформації.

Аналіз досліджень і публікацій. У методі Бокса-Дженкінса стохастична модель будується або за вихідним даними C_1, C_2, \dots, C_n , або по перетвореними (якщо ряд не є стационарним). У загальному випадку рівняння моделі має вигляд

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (1)$$

де $X_t = C_t - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n C_t$; $\{\varphi_i\}$ - параметри авторегресії; $\{\theta_i\}$ - параметри ковзного середнього; ε_t - «білий шум» з постійною дисперсією.

Обчислювальний процес моделювання динамічного ряду пов'язаний з визначеннями величин p і q (ідентифікація моделі), оцінювання параметрів моделі $\{\varphi_i\}$ в $\{\theta_i\}$ і діагностичної перевірки моделі на адекватність. Послідовність обчислювальних процедур при стохастичному моделюванні динамічного ряду наведена на рис. 1.

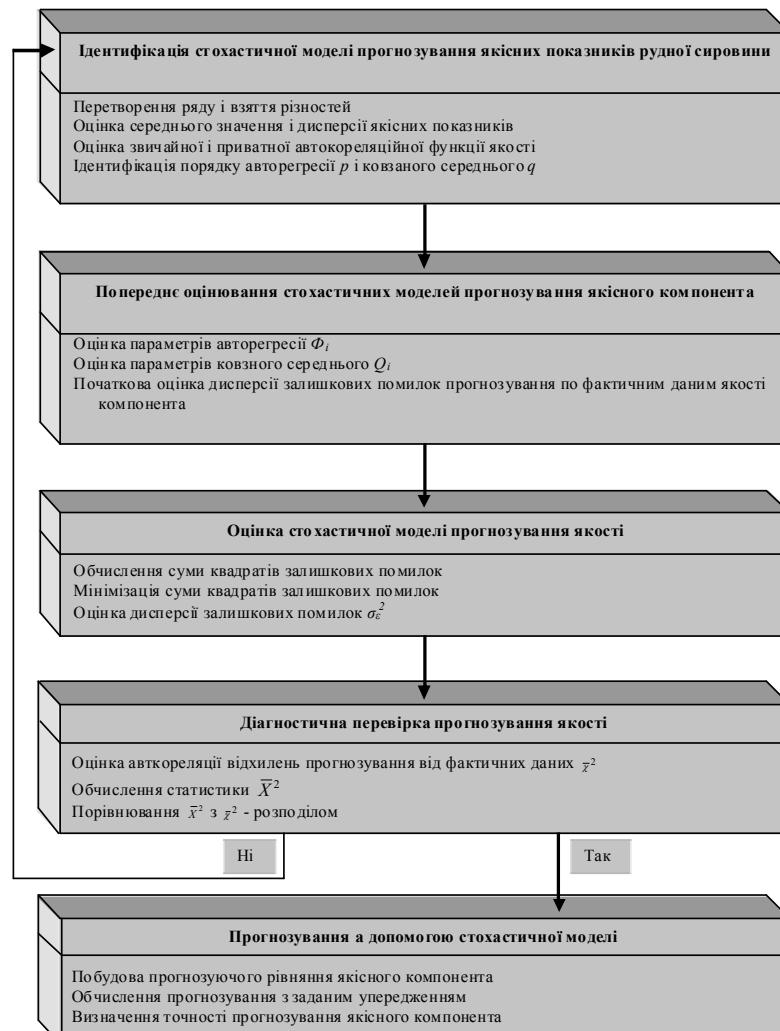


Рис. 1. Блок-схема побудови стохастичної моделі динамічного ряду а допомогою мінімізації суми квадратів розбіжностей між реальними членами динамічного ряду і їхніми прогнозами, які зроблені на попередньому кроці. Мінімум цієї суми буде визначати «справжні» значення параметрів моделі. Для змішаної моделі ARPC (p,q) маємо

$$S(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q) = \sum_{t=M}^n \tilde{\varepsilon}_t^2 = \min, \quad (2)$$

де $\tilde{\varepsilon}_t = X_t - \sum_{l=1}^p \Phi_l X_{t-l} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$.

Для знаходження мінімуму функції S розроблено різні методи. У найпростішому випадку ($p=0; 1$ і $q=0; 1$) мінімум найпростіше знайти графічно, рис. 1.

Для моделей більш високого порядка можна скористатися алгоритмом Марквардта для не лінійного методу найменших квадратів або для однієї з його модифікацій [5-7]. Після того як знайдені оцінки параметрів моделі, що забезпечують мінімальні похибки прогнозування (у середньому), рівняння моделі може бути використане для прогнозування.

Варто мати на увазі, що підібрана модель може виявитися неадекватною реального динамічного ряду. Це обумовлено звичайно неправильною ідентифікацією порядків моделі p і q або не стаціонарністю вихідних даних. Останнє знаходиться по поводженню автокореляцій. Якщо автокореляції мають тенденцію зберігати постійні значення (необов'язково високі), то ряд, який досліджується не є стаціонарним. У цьому випадку ряд необхідно перетворити, взявши перші різниці, а

Основним інструментом для ідентифікації моделі слугують автокореляційна і частинна автокореляційна функції. Теоретичні властивості автокореляційної функції процесу конкретного виду дозволяє ідентифікувати порядок ковзного середнього q . Аналогічним чином ідентифікується порядок авторегресії p виходячи з властивостей частинної автокореляційної функції [1-3].

Постановка завдання.

Оцінювання стохастичної моделі здійснюється у два етапи. Спочатку знаходимо початкові оцінки параметрів авторегресії і ковзний середній незалежно один від одного. При цьому початкові оцінки параметрів Φ_i визначаються з рівнянь Юла-Уоркера [4]. Параметри ковзного середнього $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ знаходимо за допомогою простої ітеративної процедури.

Викладення матеріалу та результати. Початкові оцінки параметрів стохастичної моделі є досить наближеними. Остаточне оцінювання моделі, що приводить до більш точного прогнозування, здійснюється за допомогою стохастичної моделі

Початкові оцінки параметрів стохастичної моделі є досить наближеними. Остаточне оцінювання моделі, що приводить до більш точного прогнозування, здійснюється за допомогою стохастичної моделі

за необхідності й різниці більш високого порядку, тобто перейти до нового ряду

$$W_t = C_t - C_{t-1}, t = 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

Модель різницевого ряду називається змішаною моделлю авторегресії проінтегрованого ковзного середнього і позначається АРПКС (p, d, q), де d - порядок взяття різниць.

Як показують чисельні розрахунки по сотнях динамічних рядів якості рудної сировини для залізистих родовищ Кривбасу, порядки моделей p і q часто не перевищують 2, а порядок взяття різниць d дорівнює 0 або 1.

Перевірка адекватності знайденої моделі здійснюється за допомогою діагностичних перевірок, що використовують статистику χ^2 .

Якщо діагностична перевірка приводить до неадекватності моделі, необхідно повторити процес оцінювання, змінивши порядок моделі.

При використанні комп'ютерних технологій для знаходження параметрів моделі процедура оцінювання може бути спрощена. Враховуючи, що $p \leq 2$ і $q \leq 2$, можна послідовно оцінити параметри конкурюючих моделей з різними p і q і вибрати ту з них, для якої S [див. (2)] мінімальна. Потім варто здійснювати діагностичну перевірку тільки для цієї моделі.

Розглянемо декілька конкретних прикладів, що ілюструють методику послідовних операцій ідентифікації моделей відособлених рядів якості руд і рудної сировини, визначення центральної постійної стохастичної моделі і розрахунку прогнозних оцінок якості.

Уявлення про гірничовидобувне виробництво як динамічної системи і облік залежностей між об'ємно-якісними показниками окремих рівнів рудопотоків, пов'язаних гірничотехнологічними процесами, дозволяють узагальнити методи прогнозування відособлених (ізольованих) рядів на взаємозалежні. Незважаючи на успішне вирішення теоретичних питань у цій області, залишаються ще труднощі практичної реалізації методу. Вони обумовлені складністю оцінки параметрів таких багатовимірних моделей та інтерпретації результатів моделювання.

Однак аналіз використання багатомірних моделей на великому фактичному матеріалі дає обнадійливі результати.

Зупинимося на двох підходах, які доцільно використати для моделювання взаємозалежних динамічних рядів. Перший з них пов'язаний з побудовою адаптивних моделей множинної регресії, другий - з побудовою дискретних лінійних моделей передаточних функцій, що використовують ідеї метода Бокса-Дженкінса [4].

Побудова адаптивних моделей множинної регресії базується на припущеннях про лінійну залежність ряду $\{Y_t\}$, що досліджується з рядами $\{X_{1,t}\}, \{X_{2,t}\}, \dots, \{X_{M,t}\}$, причому коефіцієнти зв'язку не є постійними. Допустимо, що прогнозування на момент часу $t+\tau$ здійснюється за допомогою рівняння множинної регресії

$$\tilde{Y}_{t+\tau} = \lambda_{1,t} X_{1,t} + \lambda_{2,t} X_{2,t} + \dots + \lambda_{M,t} X_{M,t}. \quad (4)$$

Коригування вагових коефіцієнтів $\lambda_{i,t}$ можна здійснювати по тому ж правилу, що використали в методі адаптивної авторегресії

$$\lambda_{i,t} = \lambda'_{i,t} + 2k\varepsilon_{t+\tau} X_{i,t} \quad (i=1,2,\dots,M)$$

де $\varepsilon_{t+\tau} = Y_{t+\tau} - \tilde{Y}_{t+\tau}$ - похибки прогнозування; $\lambda'_{i,t}$ - старе значення $\lambda_{i,t}$, що отримане на попередньому кроці; $k = \alpha / 2 \sum_{i=1}^M X_{i,t}^2$ коефіцієнт адаптації; α - параметр адаптації, причому $0 < \alpha < 2$.

Оптимальне значення α знаходитьться так само, як і у методі адаптивної авторегресії в процесі «навчання» моделі. На початковому етапі будеться звичайна модель множинної регресії методом найменших квадратів.

Другий підхід до моделювання взаємозалежних динамічних рядів пов'язаний з узагальненням методу Бокса-Дженкінса для ізольованих рядів. Розглянемо методику побудови таких моделей, обмежуючись для простоти двома взаємозалежними рядами $\{X_t\}$ і $\{Y_t\}$. Нехай Y_t і X_t - відхилення членів динамічних рядів від деякого рівноважного рівня відповідно на виході і вході динамічної системи.

Запишемо рівняння моделі у вигляді

$$Y_t - \delta_1 Y_{t-1} - \dots - \delta_r Y_{t-r} = \omega_0 X_{t-b} - \omega_1 X_{t-b-1} - \dots - \omega_s X_{t-b-s}, \quad (5)$$

де δ_i - «лівосторонні» параметри моделі; ω_j - «правобічні» параметри моделі; b - «параметр за-

тимки».

Використовуючи поняття оператора зрушення «назад» $BY_t = Y_{t-1}; B^2Y_t = Y_{t-2}; \dots$, рівняння (5) можна записати у вигляді

$$(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r)Y_t = (\omega_o - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s)X_t, \quad (6)$$

або в більш компактному виді

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b}, \quad (7)$$

де введені позначення

$$\begin{aligned} \delta(B) &= 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r \\ \omega(B) &= \omega_o - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s. \end{aligned}$$

Функція

$$\nu(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \quad (8)$$

є передаточною функцією. Враховуючи, що будь-яка динамічна система піддається збурюванням $N(t)$, рівняння моделі (7) повинне бути записано у вигляді

$$Y_t = \nu(B)X_{t-b} + N_t \quad (9)$$

Процедура ідентифікації моделі містить у собі стохастичне моделювання ряду $\{X_t\}$, вирівнювання спектрів обох рядів, оцінку автокореляцій вирівняного виходу і взаємних кореляцій вирівняних входу і виходу, оцінку функції відгуку на одиничний імпульс і виділення випадкового компонента Nt . У результаті виконання перерахованих розрахунків ідентифікуються параметри b, r і s .

Вирівнювання спектрів рядів $\{X_t\}$ і $\{Y_t\}$ здійснюється по формулах

$$a_t = X_t - \sum_{i=1}^p \Phi_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j}; \beta_t = Y_t - \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \beta_{t-j}, \quad (10)$$

де Φ_i, θ_i - параметри моделі авторегресії ковзного середнього, що отримані в результаті моделювання ряду $\{X_t\}$.

Для перекрученіх рядів $\{\alpha_t\}$ і $\{\beta_t\}$ по стандартним формулам знаходяться оцінки автокореляцій $r_{\beta\beta}(k)$ і взаємних кореляцій $r_{\alpha\beta}(k)$, а також оцінки функції відгуку на одиничний імпульс

$$\tilde{\nu}_k = \frac{\tilde{\sigma}_\beta}{\tilde{\sigma}_\alpha} \tilde{r}_{\alpha\beta}(k), \quad (11)$$

де $\tilde{\sigma}_\beta^2$ і $\tilde{\sigma}_\alpha^2$ - оцінки дисперсій відповідно β_t і α_t . Отриманні на цьому етапі оцінки $\tilde{\nu}_k$ статистично неефективні, але дозволяють ідентифікувати порядок операторів $\delta(B)$ і $\omega(B)$, а також величину затримки B . Ідентифікація параметрів r, s і b ґрунтуються на теоретичних властивостях функції відгуку $\tilde{\nu}_k$ у рівнянні моделі (11).

Після того як ідентифікований порядок моделі, можна відновити випадкову складову моделі Nt за допомогою рівняння

$$N_t = Y_t - \tilde{\nu}_o X_t - \tilde{\nu}_1 X_{t-1} - \dots - \tilde{\nu}_g X_{t-g} \quad (12)$$

і за стандартною методикою побудувати стохастичну модель ряду $\{N_t\}$. Якщо при цьому отримана модель має вигляд АРКС (p,q) , то модель взаємозалежних рядів може бути записана у вигляді

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\Phi(B)} \varepsilon_t, \quad (13)$$

де $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$; $\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p$.

Початкові оцінки «лівосторонніх» параметрів моделі передаточної функції δ_i знаходяться з вирішення системи лінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^r A_{ij} \tilde{\delta}_i = h_j; \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (14)$$

де $h_j = \tilde{\nu}_{b+s+j}$; $A_{ij} = \begin{cases} \tilde{\nu}_{b+s+i-j} & s+i \geq j \\ 0 & s+i < j \end{cases}$

Початкові оцінки «правобічних» параметрів моделі визначаються за допомогою формул

$$\tilde{\omega}_o = \tilde{v}_b; D_{ij} = \tilde{\delta}_i \tilde{v}_{b+j-i} - \tilde{v}_{b+j}; \tilde{\omega}_j = \sum_{i=1}^j D_{ij}; \text{ при } r \geq s; \tilde{\omega}_j = \begin{cases} \sum_{i=1}^j D_{ij}, & j \leq r; \text{ при } r < s \\ \sum_{i=1}^r D_{ij}, & j > r; \end{cases} \quad (15)$$

Попередні оцінки параметрів $\delta_i, \omega_i, \Phi_k$ і θ_t надалі використовуються для одержання прогнозів і їхнього порівняння з фактичними даними. Остаточне оцінювання моделі і її діагностична перевірка на адекватність здійснюються точно так само, як і для ізольованих рядів. При використанні комп'ютерних технологій розрахунки здійснюються по тим самим стандартним програмам.

Доцільно розглянути далі практично важливе питання про побудову і використання для прогнозування так званих агрегованих рядів на підставі динамічних рядів з невеликими інтервалами дискретності.

Дійсно, при розгляді методів прогнозування якісних показників динамічних рядів внутрішня структура ряду і окремого його елемента в увагу не приймалися. Передбачалося, що методи застосовані для рядів з різними інтервалами дискретності (зміна, доба і т.ін.). Такий підхід правомірний, якщо число членів динамічного ряду досить велике, щоб одержати надійні статистичні оцінки параметрів мінливості. Однак, для рядів з більшими інтервалами дискретності (місяць, квартал, рік) і вкрай обмеженим числом спостережень, ця умова не виконується. Вирішення питання може бути знайдено, якщо такі ряди розглядати як агреговані, що утворенні даними рядів меншої дискретності.

Припустимо, що для динамічного ряду $\{C'_t\}$ з деяким мінімальним інтервалом дискретності t_0 (наприклад, зміна, доба) число даних досить велике. Розглянемо завдання визначення статистичних характеристик агрегованих рядів $\{C_n\}$, що отримані з основного ряду $\{C'_i\}$ за допомогою перекручення

$$C_k = (C'_{k(m-1)+1} + C'_{k(m-1)+2} + \dots + C'_{km}) / m$$

або

$$C_k = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m C'_{k(m-1)+j}, \quad (16)$$

Наприклад, якщо t_0 дорівнює одній добі, то при $m=1$ одержимо ряд $\{C_n\}$ середньонедільних значень показника C .

У найпростішому випадку взаємонезалежних C'_i усі характеристики ряду $\{C_n\}$ знаходяться за допомогою формул класичної математичної статистики

$$M(C) = M(C') = \bar{C}; \quad D(C) = \frac{D(C')}{m}.$$

У більш загальному випадку, коли динамічний ряд $\{C'_i\}$ є стаціонарним, необхідно знайти зв'язок між характеристиками рядів $\{C'_i\}$ і $\{C_k\}$. Для математичного очікування маємо $M(C)=M(C')$. Для визначення дисперсії $D(C)$ і автокореляційної функції $K_c(l)$ скористаємося їхніми властивостями. Підставляючи (16) у відповідні вирази для дисперсії і автокореляційної функції, після перетворень отримаємо

$$D(C) = \frac{2}{m} + D(C') + \frac{2}{m} \sum_{r=1}^{m-1} (m-r) K_c(r); \quad (17)$$

$$K_c(l) = \frac{1}{m} \sum_{r=-m+1}^{m-1} \left(1 - \frac{|r|}{m} \right) K_c(lm-r). \quad (18)$$

Висновки та напрямок подальших досліджень. Отримані теоретичні залежності можуть бути використані для побудови агрегованих рядів, якщо відомі характеристики вихідного основного ряду. Викладений підхід у значній мірі розширює можливості методу прогнозування в рудопотоках. Він дозволяє вірогідно оцінювати контрольовані якісні характеристики на періодах управління перевищуючи оперативні, істотно підвищуючи при цьому точність прогнозування.

Список літератури

1. Аврамов В. Е., Азбелль Е. И., Ефремова Н. И. Планирование эксперимента и прогнозирование качества сырья на горных предприятиях. Новосибирск, Наука, 1979.
2. Арсенев С. Я., Прудовский А. Д. Внутрикар'єрное усреднение железных руд. М., Недра, 1980.
3. Бастан П. П., Азбелль Е. И., Ключкин Е. И. Теория и практика усреднения руд. М., Недра, 1979.
4. Бокс Дж., Дженкінс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вип. 1. М., Мир, 1974.

5. Гудков В. М., Васильев В. М., Николаев К. П. Прогноз и планирование качества полезного ископаемого. М., Недра, 1976.
6. Добина А. С, Евстропов Н. А. Стандартизация продукции в горнодобывающей промышленности. М., изд. ВИСМ, 1978.
7. Измерение качества продукции. Вопросы квалиметрии. Под ред. А. В. Гличева. М., Стандарт, 1971.

Рукопись поступила в редакцию 10.03.13

УДК 528.9+681.3

О.М. НОВІКОВА, канд. техн. наук, доц., Д.В. САМСОННИКОВ, аспірант,
Р.Н. ОПАЛАТЕНКО, Є.Ю. НІКОЛАЄНКО, Ю.Ю. АТАМАНЕНКО, студенти
ДВНЗ «Криворізький національний університет»

ВИЗНАЧЕННЯ КРИТЕРІЮ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОЇ ЦМР

Виконано критичний аналіз TIN-методу, що використовується при побудові цифрової моделі рельєфу. Показано, що даний метод є точним, але не для реальної поверхні, а для Багатогранника сторони якого - трикутники, а вершини - точки початкових даних. У результаті, вже на першому етапі моделювання в модель вводиться погрішність, яку достатньо важко врахувати і яка впливає на побудову ізоліній і на результати рішення задач на поверхні, наприклад, визначення висот точок, площин поверхні, об'єму між поверхнями. У комп'ютерному варіанті, цей метод зображає ізолінії у вигляді ламаних ліній.

Проблема і її зв'язок з науковими і практичними задачами. Метод побудови цифрової моделі рельєфу (ЦМР) по нерегулярній сітці трикутників, званий TIN - методом вважається найточнішим. Саме він використовується для формування моделі поверхні в таких системах як Credo, AutoCAD, Digital. Проте, метод має ряд істотних недоліків, що розглядаються нижче, які, насправді, не дозволяють назвати його найточнішим і оптимальним методом побудови ЦМР.

Помилки ЦМР впливають на побудову горизонталей і на результати рішення задач на поверхні, наприклад, визначення висот точок, площин поверхні, об'єму між поверхнями. Тому, за інших рівних умов, слід вибирати таку ЦМР, яка дозволить максимально зменшити помилки при її побудові.

Система Surfer володіє практично нескінченною безліччю методів побудови ЦМР, серед яких можна вибрати оптимальний. Для прискорення процедури відшукання оптимальної ЦМР пропонується програма Criterion на мові Visual Basic для Excel, дозволяюча розрахувати екстремальні ухили в регулярній сітці поверхні і критерій оптимальності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На даний момент розрізняють два способи побудови ЦМР [1, с. 4], а саме: по нерегулярній сітці точок з висотами; по регулярній сітці точок з висотами.

У деяких публікаціях додають ще третій спосіб [2, с. 52]: векторизація побудованих ізоліній на сканованій паперовій карті. Проте, слід відзначити, що векторизація горизонталей - це лише перший етап побудови ЦМР, далі виконується процес безпосереднього створіння моделі, яка може бути отримана або по нерегулярній сітці трикутників (спосіб № 1), або по регулярній сітці прямокутників (спосіб № 2).

У першому способі початкові точки поверхні з'єднуються відрізками прямих так, щоб вийшла мережа непересічних трикутників, званих TIN (Triangulation Irregular Network). Є декілька способів розбиття поверхні на непересічні трикутники, один з них, званий тріангуляцією Делоне [3, с. 8], використовується для побудови моделей поверхні в системі AutoCAD Land Development Desktop (рис. 1).

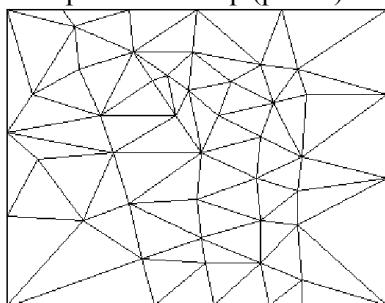


Рис. 1. Тріангуляція, що використовується для побудови моделі поверхні

Як зазначається в [4, с. 124] TIN - метод є точним.

Постановка задачі і викладення основного матеріалу дослідження. Поза сумнівом, TIN-метод є точним, але не для реальної поверхні (рис. 2a), а для многогранника, побудованого по точках початкових даних, кожна грань якого - трикутник (рис. 2б).