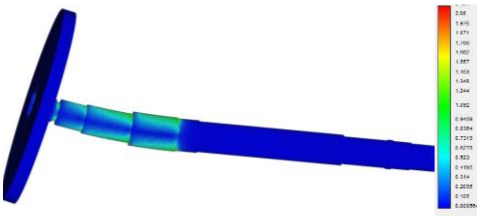

Рис. 4. Распределение интенсивности напряжений в процессе работы насоса

Также необходимо учитывать наличие концентраторов напряжений.

Полученные результаты напряженно-деформированного состояния, а также проведенный анализ выявленных в процессе эксплуатации дефектов и разрушений валов шламовых насосов показал, что они в большинстве случаев носят смешанный характер.

На ранней стадии, зарождение и развитие дефекта происходит, как правило, в зонах концентрации напряжений в поверхностном слое материала (в зонах накопления наибольших пластических деформаций) и носит усталостный характер. В дальнейшем, по мере уменьшения «живого» сечения вала, возрастают и становятся доминирующими статические напряжения от центробежных сил, динамические воздействия от гидравлических процессов, а также значительные вибрационные воздействия.

Как показывают многочисленные исследования, одним из основных факторов, определяющих сопротивление усталости металлов и сплавов, является состояние поверхностного слоя [4,5], а именно остаточные напряжения и шероховатость, точнее размер микровпаден (микротрещин). Что в основном зависит от технологических факторов. Учитывая тот факт, что восстановление изношенных поверхностей валов происходит путём наплавления покрытий необходимо также проводить исследования процесса сцепляемости и решения тепловой и динамической задачи удара, растекания и охлаждения частичек на подкладке (основном материале детали).

Следовательно, можно заключить, что высокий уровень усталостной повреждаемости валов в эксплуатации свидетельствует не столько о недостаточно запасе длительной статической и вибрационной прочности, на которые обычно производится расчет, сколько о превалирующем влиянии усталостных напряжений и состояния поверхностного слоя, особенно поле нанесения покрытий, которое до настоящего времени при расчетах практически не учитывается.

Выводы и направления последующих исследований. В результате проведения исследований напряженно-деформированного состояния вращающегося вала шламового насоса определены зоны сосредоточения максимальных напряжений и пластических деформаций. Что является основой для последующих исследований и разработки рекомендаций по конструктивному усовершенствованию детали.

Список литературы

1. **Серенсен С.В., Когаев В.П. Шнейдерович Н.М.** Несущая способность и расчет деталей машин на прочность: руководство и справочное пособие. М.: Машиностроение, 1975. - 488 с.

2. Ремонт повітряних суден та авіаційних двигунів / [**Кудрін А. П., Зайвенко Г. М., Волосович Г. А., Хижко В.** Д.]. - К.: НАУ, 2002. – 492 с.

3. Влияние состояния поверхности и контактного взаимодействия / **В.Т. Трощенко, Г.В. Цыбанев, Б.А. Грязнов, Ю.С. Налимов**. Киев. ИПП НАН Украины, 2009.-664 с.

4. Технологическое обеспечение эксплуатационных характеристик деталей ГТД / **В.А. Богуслаев, Ф.М. Муравченко, П.Д. Жеманюк,В.Е. Замковой** и др. Запорожье. ОАО «Мотор Сич», 2003. -396 с.

Рукопись поступила в редакцию 22.03.12

УДК 621.926:34.16

В.С. МОРКУН, д-р техн. наук, проф., С.А. ГОНЧАРОВ·, аспирант,
Н.С. ПОДГОРОДЕЦКИЙ, канд. техн. наук, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ИМПУЛЬСА ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО УЛЬТРАЗВУКА В ПОТОКЕ ПУЛЬПЫ

Приведено описание основных положений, используемых при математическом моделировании процесса распространения импульса высокоэнергетического ультразвука в случайно-неоднородной среде

Ключевые слова: моделирование, ультразвук, давление, пульпа.

Проблема и её связь с научными и практическими задачами. Высокоэнергетический ультразвук является эффективным средством воздействия на ряд физических, химических и биологических процессов. Интенсивные волны обладают рядом особенностей, резко отличных от свойств волновых процессов малой интенсивности. Учёт нелинейности выражений, лежащих в основе волнового уравнения, приводит к изменению формы колебаний в волне. Охарактеризовать эти изменения можно в рамках временнóго описания. При таком подходе определяются изменения, которые претерпевает сформированная излучателем гармоническая форма колебаний по мере распространения волны.

Анализ исследований и публикаций. При излучении высокоэнергетического ультразвука в пульпу образуется волновой пучок, описываемый тремя характерными масштабами, в которых происходит изменение его характеристик: длина волны λ, поперечный размера пучка $L_\perp$ и его продольный размер $L_\parallel$, причем $L_\parallel >> L_\perp >> \lambda$ [1].

Поведение интенсивных пучков, наряду с дифракцией, определяется нелинейными эффектами, которые проявляются тем сильнее, чем больше амплитуда или интенсивность волны. Эти эффекты для ультразвуковых волн обусловлены нелинейностью уравнений гидродинамики, а также нелинейными свойствами среды, т.е. зависимостью отклика среды от амплитуды волны. Образование большого количества гармоник при нелинейном распространении ультразвуковых волн делает неудобным спектральное описание, широко используемое в нелинейной оптике. Необходимо использовать полевой подход, т.е. описывать поведение временнóго профиля волны, который за счет нелинейных эффектов искажается: на нем образуются крутые участки - ударные фронты. Совместное действие нелинейных и дифракционных эффектов еще более усложняет задачу.

Базовым уравнением для описания ультразвукового пучка является уравнение Хохлова-Заболотского, которое имеет следующий вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left[\frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{\rho_o c_o^3}\right] = \frac{c_0}{2}\Delta_\perp p', \tag{1}$$

где p' - акустическое (избыточное) давление; c_0 - скорость звука; ρ_0 -плотность; ε - параметр акустической нелинейности среды.

Правая часть уравнения (1) описывает дифракционные эффекты, второе слагаемое в левой части - нелинейные эффекты. Переменная $\tau = t - x/c_0$ имеет смысл времени в «бегущей» в направлении x со скоростью звука c_0 системе координат, $\Delta_\perp = \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ - лапласиан по поперечным координатам y и z. Для аксиально-симметричных пучков, которые будут рассматриваться далее, поперечный лапласиан имеет вид

$$\Delta_\perp = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}, \tag{2}$$

где $r = \sqrt{y^2 + z^2}$.

Параметр ε является безразмерным и характеризует нелинейные свойства среды. Для конденсированных сред величина ε обычно составляет 3-10. В структурно-неоднородных средах к которым относится пульпа значения ε могут достигать 10^3-10^4.

Для предсказания поведения нелинейных пучков приходится обращаться к численному моделированию. Основой метода конечных разностей, применяемых при решении уравнений в частных производных, является дискретизация - замена непрерывной области совокупностью изолированных точек (сеткой), причем решение уравнений ищется лишь в этих точках (узлах сетки) [2]. Производные заменяются (аппроксимируются) конечными разностями, и решение уравнения в частных производных сводится к решению системы алгебраических уравнений. Основные особенности получающейся системы алгебраических уравнений определяются типом исходного уравнения в частных производных (или системы уравнений в частных производных). Нестационарные задачи обычно сводятся к алгебраическим уравнениям, которые можно решать последовательно. В этой связи важным является вопрос о том, сколь точно решение разностных уравнений приближается к решению исходной задачи. Для этого анализируется погрешность аппроксимаций, устойчивость и согласованность разностных схем [1-4].

Цель исследований. Задачей исследований является математическое моделирование изменения давления в процесса распространения фронта импульса высокоэнергетического ультразвука в потоке пульпы для формирования и прогнозирования количественной характеристики движения частиц измельчённой руды в интенсивном ультразвуковом поле.

Изложение материала и результаты. Рассмотрим процесс изменения давления в потоке пульпы в процесса распространения фронта импульса высокоэнергетического ультразвука.

Краевые условия рассматриваемой задачи имеют вид

$$V(t, x = L) = 0, P(t, x = 0) = P_o \ . \tag{3}$$

Начальные условия в момент времени t=0 по всему измерительному каналу, скорость движения пульпы и давление считаем постоянными

$$P(t = 0, x) = P_o, \ \ V(t = 0, x) = V_o \,. \tag{4}$$

Модель распространения упругих волн по каналу строится на основе уравнений количества движения и упругой деформации пульпы в измерительном канале [3]

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad \frac{\partial P}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \,, \tag{5}$$

где ρ - плотность пульпы; c - скорость распространения упругих возмущений в пульпе (скорость звука).

Для решения нелинейных уравнений, описывающих процесс распространения ультразвукового импульса в пульпе, может быть использован двухшаговый вариант метода Лакса – Вендроффа. Применяя этот метод для решения уравнения переноса, можно получить явную двухшаговую трехслойную по времени разностную схему [2]

Шаг 1 (предиктор):

$$\frac{u_{j+1/2}^{n+1/2} - \left(u_{j+1}^n + u_j^n\right)/2}{\Delta t/2} + a\frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} = 0 \quad . \tag{6}$$

Шаг 2 (корректор):

$$\frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta t/2} + a\frac{u_{j+1/2}^{n+1/2} - u_{j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} = 0 \ . \tag{7}$$

Эта схема имеет второй порядок точности с погрешностью аппроксимации $O((\Delta x)^2,(\Delta t)^2)$ и устойчива при $|r| \leq 1$ ($r = a\Delta t/\Delta x$).

Моделирование нелинейного процесса распространения импульса высокоэнергетического ультразвука в пульпе требует высокой точности решения исходных уравнений. Решение этой проблемы может быть осуществлено путём использования линейной комбинации методов с разностями против потока, имеющих противоположные ошибки по фазе, что позволяет существенно уменьшить дисперсионную ошибку. Для этого будем использовать метод Бима и Уорминга [4], использующий как на шаге предиктор, так и на шаге корректор разности назад (разности против потока). При $a > 0$ этот метод приводит к разностной схеме

Предиктор:

$$\overline{u_j^{n+1}} = u_j^n - a\tfrac{\Delta t}{\Delta x}\left(u_j^n - u_{j-1}^n\right) . \tag{8}$$

Корректор:

$$u_j^{n+1} = \frac{1}{2}\left[u_j^n + \overline{u_j^{n+1}} - a\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\overline{u_j^{n+1}} - \overline{u_{j-1}^{n+1}}\right) - \frac{a\Delta t}{\Delta x}\left(u_j^n - 2u_{j-1}^n + u_{j-2}^n\right)\right] . \tag{9}$$

Благодаря тому, что в правую часть уравнения (9) включена односторонняя с разностями против потока аппроксимация второй производной, схема имеет второй порядок точности с погрешностью аппроксимации $O((\Delta t)^2,(\Delta t)(\Delta x),(\Delta x)^2)$. Если подставить (8) в (9), то получится одношаговый алгоритм

$$u_j^{n+1} = u_j^n - r\left(u_j^n - u_{j-1}^n\right) + \frac{1}{2}r(r-1)\left(u_j^n - 2u_{j-1}^n + u_{j-2}^n\right). \tag{10}$$

Модифицированное уравнение для рассматриваемой разностной схемы имеет вид

$$u_t + ua_x = a\frac{(\Delta x)^2}{6}(1-r)(2-r)u_{xxx} - \frac{a(\Delta x)^2}{8\Delta t}r(1-r)^2(2-r)u_{xxx} + \dots \tag{11}$$

При r=1 и r = 2 схема с разностями против потока имеет бесконечный порядок точности и разностная схема устойчива при $0 \le r \le 2$. Для метода с разностями против потока при $0 < r < 1$ характерно опережение по фазе, а при $1 < r < 2$ – отставание. Поэтому при $0 < r < 1$ метод Лакса – Вендроффа и метод Бима и Уорминга с разностями против потока имеют противоположные ошибки по фазе, что и является основанием для решения поставленной задачи.

Исходные уравнения, используемые для моделирования изменения давления в процессе распространения импульса высокоэнергетического ультразвука в пульпе имеют пять параметров, поэтому предварительно преобразуем их к безразмерному виду в соответствии с методикой, приведенной в работе [3]. В качестве масштаба для продольной координаты выберем длину измерительного канала, а в качестве масштаба скорости - скорость звука. В соответствии с этим введем безразмерную пространственную координату $\overline{x} - x/L$ и скорость $\overline{V} - V/c$. В качестве масштаба времени выберем время распространения звука по каналу *L/c*. Тогда безразмерная временная координата - $\bar{t} = t/(L/c)$. С учетом этих соотношений исходные уравнения примут вид

$$\frac{1}{\rho c^2}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \frac{1}{\rho c^2}\frac{\partial P}{\partial x} = 0. \tag{12}$$

Определим отклонение давления под действием ультразвукового импульса от стационарного значения P_o

$$\Delta P = P - P_o; \tag{13}$$

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \frac{1}{\rho c^2}\frac{\partial (P - P_o)\overline{V}}{\partial \overline{x}} = 0 \quad \frac{1}{\rho c^2}\frac{\partial (P - P_o)}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial \overline{x}} = 0; \tag{14}$$

$$\frac{\partial \Delta \overline{P}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \frac{\partial \Delta \overline{P}}{\partial x} = 0, \tag{15}$$

где $\Delta\overline{P} = \Delta\overline{P}\big/\rho c^2$. Тогда начальные условия задачи примут вид

$$\Delta\overline{P} = \left(\bar{t} = 0, \overline{x}\right) \quad \overline{V}\left(\bar{t} = 0, \overline{x}\right) = \frac{V_o}{c} = \overline{V}_o \tag{16}$$

Начальные условия содержат параметр $\overline{V}_o$ - безразмерную начальную скорость движения пульпы. Этот параметр можно исключить, если провести следующие преобразования переменных

$$\overline{\overline{V}} = \overline{V}/\overline{V}_o; \ \Delta\overline{\overline{P}} = \Delta\overline{P}/\overline{V}_o \tag{17}$$

В этом случае уравнения, краевые и начальные условия примут следующий окончательный вид

$$\frac{\partial \overline{\overline{V}}}{\partial t} + \frac{\partial \Delta\overline{\overline{P}}}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial \overline{\overline{P}}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\overline{V}}}{\partial x} = 0 \quad \partial\Delta\overline{\overline{P}}(\bar{t}, \overline{x} = 0) = 0 \quad \overline{\overline{V}}(\bar{t}, \overline{x} = 1) = 0,$$

$$\Delta\overline{\overline{P}}(\bar{t} = 0, \overline{x}) = 0 \quad \overline{\overline{V}}(\bar{t} = 0, \overline{x}) = 1. \tag{18}$$

Базовый алгоритм расчета в соответствии с приведенными выше рассуждениями реализуется следующим образом (все переменные - безразмерные величины) [3]:

1. Расчет $\widetilde{V}^{n+1}$, ΔP^{n+1} во всех точках с дробными индексами;

2. Расчет $\Delta P^{n+1}, V^{n+1}$ для всех внутренних точек с индексами от *j*=2 до (*n*-1);

3. Расчет $\Delta P^{n+1}, V^{n+1}$ в концевых точках: *j*=1, *j*=*M*.

Индексная форма записи переменных означает следующее

$$\Delta P_j^{n+1} = \Delta P(t_{n+1}, x_j), \quad \Delta P_j^n = \Delta P(t_n, x_j), \quad \Delta P_{j+1}^n = \Delta P(t_n, x_{j+1})$$

$$V_j^{n+1} = V(t_{n+1}, x_j), \quad V_{\mathrm{j}}^n = V(t_n, x_j), \quad x_{j\pm1} = x_j \pm h, t_{n+1} = t_n + \tau.$$

Следует отметить, что расчётная схема требует выполнения условия $\tau \le h/2$.

Результаты моделирования представлены на рис. 1*a*-*h*. На рис. 1*a*-*d* показана динамика изменения давления во фронте импульса высокоэнергетического ультразвука конечной длительности при его распространении в среде без течения, а на рис. 1*e*-*h* - в потоке пульпы.

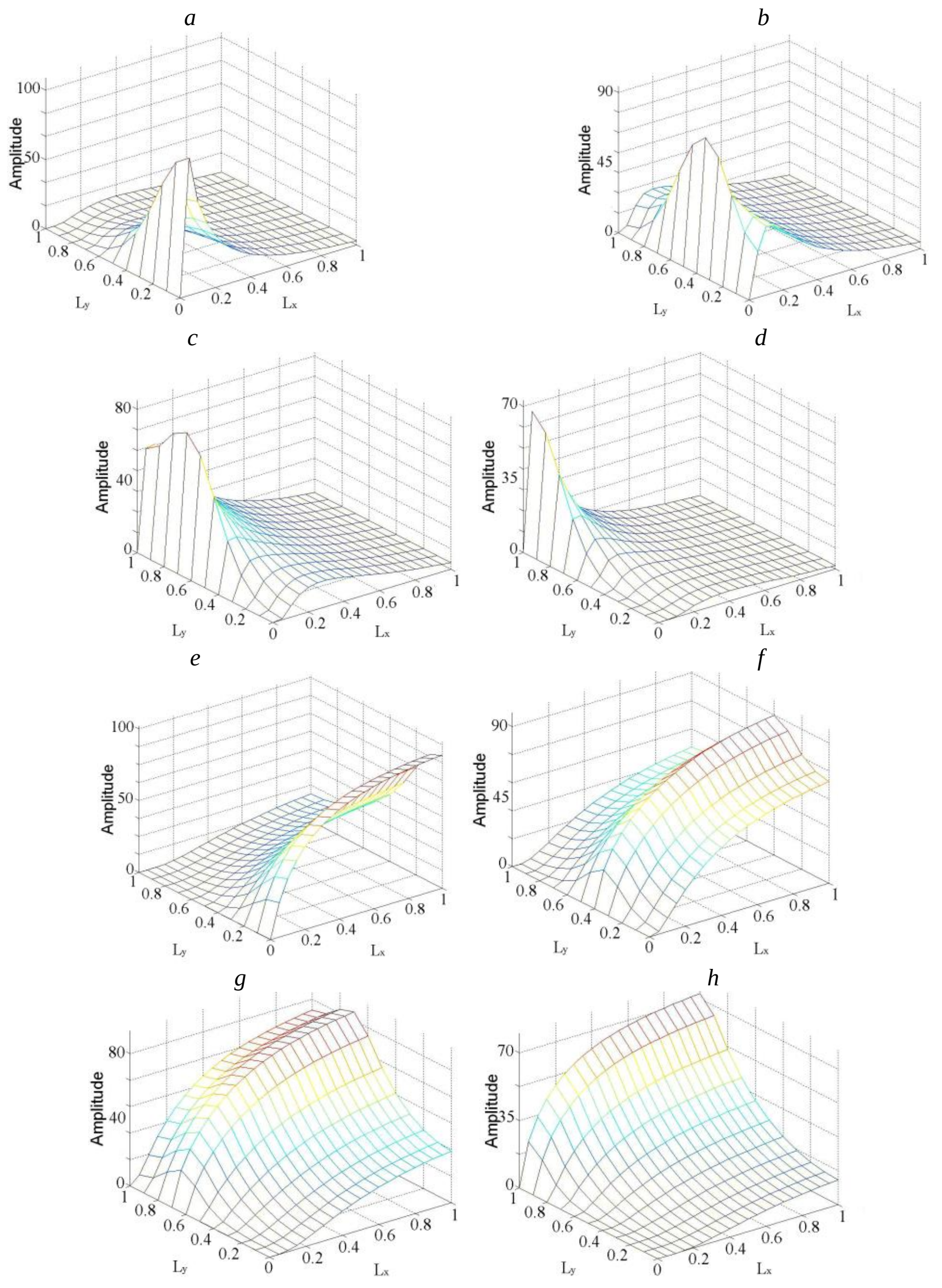

Рис. 1. Результаты моделирования

Выводы. Результаты моделирования изменения давления в процесса распространения фронта импульса высокоэнергетического ультразвука в потоке пульпы хорошо согласуются с экспериментальными данными (среднеквадратичное отклонение не превышает 0,72 %). Это является основанием для формирования и прогнозирования количественной характеристики движения частиц измельчённой руды в интенсивном ультразвуковом поле.

Список литературы

1. **Хохлова В.А., Сапожников О.А., Пономарев А.Е., Руденко О.В.** Численное моделирование нелинейных и дифракционных эффектов в звуковых пучках. - М.: Физический факультет МГУ, 2010. - 32 с.

2. **Шрагер Э.Р., Миньков Л.Л.** Компьютерное моделирование нестационарных газодинамических процессов. – Томск, 2006.

3. **Королев, А. Л.** Компьютерное моделирование процессов с распределенными параметрами / **А. Л. Королев** // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки, 2008. - N 1 (5). - С. 138-150.

4. **Beam R.M., Warming R.F.** An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation Law Form// J. Comp. Phys, 1976. – Vol.22. – P.87–110.

Рукопис подано до редакції 29.03.12