

УДК 531.66: 233.5

А.А. ГУЛИВЕЦ, канд. техн. наук, доц., Криворожский национальный университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА В БОЙКЕ И СТЕРЖНЕ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СОУДАРЕНИИ И ДВИЖЕНИИ В БОЙКЕ ОТРАЖЕННОЙ ВОЛНЫ РАСТЯЖЕНИЯ

Изложены результаты математического моделирования процесса формирования ударного импульса в бойке и стержне при продольном ударе с учетом влияния отраженной волны растяжения в бойке, геометрических параметров, физических и механических характеристик материалов соударяемых стержней.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Явление удара широко используется в технологических процессах в машиностроении, горнодобывающей и других отраслях промышленности.

Рядом экспериментальных исследований, выполненных по созданию машин ударного действия горнорудной промышленности установлено, что при разрушении горных пород в процессе бурения шпуров и скважин энергоемкость процесса зависит от формы, амплитуды и продолжительности ударных импульсов, генерируемых машинами ударного действия.

К настоящему времени выполнен ряд теоретических и экспериментальных исследований, направленных на установление закономерностей протекания процесса удара, определение оптимальных параметров машин ударного действия. Однако, несмотря на большой объем выполненных исследований, к настоящему времени еще не созданы эффективные методы расчета параметров ударных систем, обеспечивающих при их применении создание машин ударного действия с параметрами, отвечающими требованиям того или иного технологического процесса.

Анализ исследований и публикаций. Исследованиям процесса формирования ударных импульсов в элементах ударных систем посвящены работы ряда отечественных исследователей: В.Д. Андреева, К.И. Иванова [1], [2], Е.В. Александрова и В.Б. Соколинского [3], Н.А. Кильчевского [4] и ряда других. Из зарубежных исследователей, внесших значительный вклад в изучение процессов формирования волн напряжений в твердых телах при ударе следует отметить А.Е. Сирса, Ф.К. Арндта, Г. Фишера, В. Гольдсмита [5], С.П. Тимошенко [6] и ряда других, например, [7]-[11].

Однако, несмотря на большой объем проведенных исследований, к настоящему времени теория формирования ударных импульсов, достаточно полно учитывающая все особенности протекания этого процесса, отсутствует.

Поэтому разработка математической модели процесса формирования ударных импульсов в стержневых ударных системах и методика расчета таких систем, наиболее полно учитывающая все особенности этого процесса, является актуальной задачей.

В статье [12] приведены результаты исследований по разработке математической модели продольного соударения бойка со стержнем в виде дифференциального уравнения, описывающего деформацию бойка и стержня до момента достижения фронтом волны сжатия в бойке его свободного торца ($t=l_1/a_1$, где l_1 - длина бойка, a_1 - скорость звука в материале бойка).

Постановка задачи. Настоящая работа является логическим продолжением моделирования ударных импульсов в стержневых ударных системах [12]. В ней ставится задача получить математическую модель процесса формирования ударного импульса в ударном стержне при продольном ударе бойка с учетом влияния отраженной волны деформации в нем, геометрических параметров, физических и механических характеристик материалов соударяемых стержней.

Изложение материала и результаты. Рассмотрим расчетную схему (рис.1) продольного соударения бойка 1 и стержня (волновода) 2 с закрепленным концом.

Примем обозначения:

l_1, l_2 - соответственно длина бойка и стержня ($l_2 \gg l_1$); A_1, A_2 - соответственно площадь поперечного сечения бойка и стержня; ρ_1, ρ_2 - соответственно плотность материала бойка и стержня; a_1, a_2 - соответственно скорость звука в материале бойка и стержня; E_1, E_2 - соответственно модуль упругости материала бойка и стержня; z_1, z_2 - соответственно величина деформации сжатых участков бойка и стержня к моменту времени t ; $\dot{z}_1, \ddot{z}_1, \dot{z}_2, \ddot{z}_2$ - соответственно скорость и

ускорение деформирования участков бойка и стержня к моменту времени $t \geq (l_1/a_1)$.

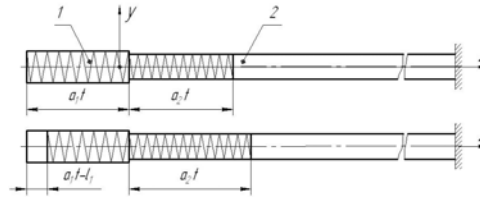


Рис. 1. Расчетная схема продольного соударения стержней:
a - начальное положение ($t=l_1/a_1$); *б* - положение к моменту времени $(l_1/a_1) < t < (2l_1/a_1)$

При достижении фронтом волны сжатия, которая двигалась влево от плоскости начала соударения, свободного торца она отражается волной растяжения, которая движется вправо со скоростью распространения звука a_1 в материале бойка.

В принятой системе отсчета начало координат расположено в плоскости начала соударения бойка со стержнем (см. рис. 1). Так как деформация сжатия стержня продолжает непрерывно увеличиваться, то отсчет времени и при движении волны растяжения в бойке осуществляется от момента начала соударения.

Растянутая часть бойка, масса которой непрерывно увеличивается согласно уравнению

$$m_1 = A_1 \rho_1 (a_1 t - l_1)$$

при этом будет находится под действием сил упругости со стороны сжатой части бойка и стержня.

Координата центра масс растянутой части бойка определяется из уравнения

$$z_{\text{цм}1} = \frac{-3l_1 + a_1 t}{2} + z_1 + z_2.$$

Часть бойка, куда дошла волна деформации расширения, рассмотрим как тело переменного состава, которое находится под действием упругих сил со стороны сжатой части бойка и стержня.

Исходя из теоремы об изменении количества движения тела переменного состава и учитывая, что относительная скорость присоединяющихся частиц равна при этом нулю запишем дифференциальное уравнение

$$A_1 \rho_1 (a_1 t - l_1) (\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2) = c(z_1 + z_2), \quad (1)$$

где c - эквивалентная жесткость сжатой части бойка и стержня.

Как известно, для такой системы упругих элементов эквивалентная жесткость будет равна

$$c = \frac{c_1 \cdot c_2}{c_1 + c_2}, \quad (2)$$

где c_1, c_2 - соответственно продольная жесткость сжатой части бойка и стержня.

Учитывая, что силы, действующие на торцы бойка и стержня нормально плоскости их контакта, согласно третьему закону Ньютона равны по величине и противоположны по направлению, запишем равенство

$$c_1 z_1 = c_2 z_2. \quad (3)$$

Отсюда выразим величину c_2 через c_1

$$c_2 = c_1 \frac{z_1}{z_2}. \quad (4)$$

Полагая, что силы упругости в соударяемых телах изменяются линейно и согласно третьему закону Ньютона в плоскости соударения бойка и стержня равны $F_{21} = F_{12} = F$, запишем выражения для их деформаций

$$z_1 = \frac{F(2l_1 - a_1 t)}{E_1 A_1}; \quad (5)$$

$$z_2 = \frac{F a_2 t}{E_2 A_2}. \quad (6)$$

Из уравнения (5) и (6) видно, что продольные жесткости сжатой части бойка и стержня изменяются линейно согласно уравнениям

$$c_1 = \frac{E_1 A_1}{(2l_1 - a_1 t)}; \quad (7)$$

$$c_2 = \frac{E_2 A_2}{a_2 t}. \quad (8)$$

Исходя из уравнений (2), (7) и (8) определим эквивалентную жесткость системы

$$c = \frac{E_1 A_1 \cdot E_2 A_2}{E_2 A_2 \cdot 2l_1 + (E_1 A_1 a_2 - E_2 A_2 a_1) \cdot t}. \quad (9)$$

Из уравнений (5) и (6) на основе равенства по модулю сил в плоскости соударения бойка и стержня получим выражение величины деформации сжатой части стержня через величину деформации сжатой части бойка

$$z_2 = z_1 \frac{E_1 A_1 a_2 t}{E_2 A_2 \cdot (2l_1 - a_1 t)}. \quad (10)$$

Отсюда найдем выражение скорости и ускорения деформации стержня через деформацию бойка

$$\dot{z}_2 = \dot{z}_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \frac{a_2 t}{(2l_1 - a_1 t)} + z_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \frac{2a_2 l_1}{(2l_1 - a_1 t)^2}; \quad (11)$$

$$\ddot{z}_2 = \ddot{z}_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \frac{a_2 t}{(2l_1 - a_1 t)} + \dot{z}_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \frac{4a_2 l_1}{(2l_1 - a_1 t)^2} + z_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2} \frac{4a_2 a_1 l_1}{(2l_1 - a_1 t)^3}. \quad (12)$$

Подставив значения (9), (10), (12) в уравнение (1) и сделав преобразования получим

$$\ddot{z}_1 [2E_2 A_2 l_1 + (E_1 A_1 a_2 - E_2 A_2 a_1) t] + \dot{z}_1 \left[\frac{4E_1 A_1 a_2 l_1}{2l_1 - a_1 t} + z_1 \left[\frac{4E_1 A_1 a_1 a_2 l_1}{(2l_1 - a_1 t)^2} - \frac{E_1 A_1 E_2 A_2}{A_1 \rho_1 (a_1 t - l_1)} \right] \right] = 0 \quad (13)$$

Полученное уравнение (13) описывает процесс деформирования сжатой части бойка на этапе движения в нем отраженной от свободного торца волны растяжения при продольном ударе его по стержню ($l_1/a_1 < t < 2l_1/a_1$) и совместно с уравнением, описывающим процесс сжатия в бойке при движении в нем к свободному торцу волны сжатия, которое опубликовано в работе [12], полностью моделируют процесс формирования ударного импульса в бойке при продольном ударе им по стержню.

Для получения уравнения, описывающего моделирование процесса формирования ударного импульса в ударяемом стержне при продольном ударе по нему бойком на этапе движения волны растяжения в нем, выразим в уравнении (1) величины $z_1, \dot{z}_1, \ddot{z}_1$ через соответствующие величины $z_2, \dot{z}_2, \ddot{z}_2$.

Исходя из зависимостей (5) и (6) на основе равенства по модулю сил, действующих на боек и стержень получим

$$z_1 = z_2 \frac{E_2 A_2 (2l_1 - a_1 t)}{E_1 A_1 a_1 t}. \quad (14)$$

Взяв от полученного выражения производные по времени получим

$$\dot{z}_1 = \dot{z}_2 \frac{E_2 A_2 (2l_1 - a_1 t)}{E_1 A_1 a_1 t} - z_2 \frac{2E_2 A_2 l_1}{E_1 A_1 a_1 t^2}; \quad (15)$$

$$\ddot{z}_1 = \ddot{z}_2 \frac{E_2 A_2 (2l_1 - a_1 t)}{E_1 A_1 a_1 t} - \dot{z}_2 \frac{4E_2 A_2 l_1}{E_1 A_1 a_1 t^2} + z_2 \frac{4E_2 A_2 l_1}{E_1 A_1 a_1 t^3}. \quad (16)$$

Подставив значения (9), (14), (16) в уравнение (1) и сделав преобразования получим

$$\ddot{z}_2 [2E_2 A_2 l_1 + (E_1 A_1 a_2 - E_2 A_2 a_1) t] - \dot{z}_2 \frac{4E_1 A_1 l_1}{t} + z_2 \left[\frac{4E_2 A_2 l_1}{t^2} - \frac{E_1 A_1 E_2 A_2}{A_1 \rho_1 (a_1 t - l_1)} \right] = 0 \quad (17)$$

Полученное уравнение (17) описывает процесс деформирования сжатой части стержня при продольном ударе по нему бойком на этапе движения отраженной от свободного торца бойка волны растяжения ($l_1/a_1 < t < 2l_1/a_1$) и совместно с уравнением, описывающим процесс сжатия стержня на этапе движения волны сжатия в бойке к свободному его торцу ($0 < t < l_1/a_1$), которое было опубликовано в работе [12], полностью моделируют процесс формирования ударного импульса в стержне при продольном ударе по нему бойком.

Уравнения (13) и (17) - однородные дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Решение этих уравнений осуществляется, как правило, с использованием численных методов.

Выводы и направление дальнейших исследований. В результате выполненных теоретических исследований получены дифференциальные уравнения, описывающие процессы деформирования сжатой части бойка и стержня при продольном упругом их соударении на этапе движения отраженной от свободного торца бойка волны растяжения ($l_1/a_1 < t < (2l_1/a_1)$).

Полученные уравнения совместно с уравнениями, описывающими процессы сжатия в бойке и стержне на этапе движения волны сжатия в бойке к свободному его торцу ($0 < t \leq (l_1/a_1)$), которые были опубликованы в работе [12], полностью описывают процесс формирования ударных импульсов в бойке и стержне при упругом продольном их соударении.

Результаты решений полученных дифференциальных уравнений в данной работе и дифференциальных уравнений, которые опубликованы в работе [12], и их исследований будут приведены в следующих публикациях.

Список литературы

1. Андреев В.Д. Формирование импульсов напряжений в ударных узлах буровых машин. - В кн.: Взрывное дело, 58/15. - М.: Недра, 1966. - с. 147-156.
2. Иванов К.И., Андреев В.Д. Разрушение горных пород ударными импульсами, генерируемыми поршнями различной формы. - В кн.: Взрывное дело, 58/15. - М.: Недра, 1966. - с. 244-253.
3. Александров Е.В., Соколинский В.Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем. - М.: Наука, 1969. - 199 с.
4. Кильчевский Н.А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. - К.: Наукова думка, 1976. - 320 с.
5. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. - М.: Госстройиздат, 1965. - 447 с.
6. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. - 575 с.
7. Włodarczyk E. Propagation of shock waves in colliding bars Proc. Vibr. Probl. Pol. Acad. Sci, 1973, vol. 14, №2, p. 145-153.
8. Chęcinska H. Mocne underzeni w cieple stalym. - Post, fiz., 1972, vol. 23, №6, p. 689-695.
9. Crine D.R. Stresse waves in rochs. - In: Shock Waves and the Mechanical Propeties of Solids. Syracuse: New York, 1971, p. 367-384.
10. Hickerson N.L. Stress wave Propagation in solids. - In: High - Velocity Impact Phenomena. N.Y.: 1970, p. 23-43.
11. Torvik P.I., Prater R.I.F. A simple model vor the Shock wave induced by high - speed impact. - I. Spacecraft and Rockets, 1972, vol. 9, №1; p. 13-18.
12. Гуливец А.А. Моделирование ударных импульсов в стержневых ударных системах // Гірничий вісник, вип. 96, Кривий Ріг, 2013. с. 241-244.

Рукопись поступила в редакцию 19.02.14

УДК 621.316.9

А.В. ПИРОЖЕНКО, канд. техн. наук, доц., Т.В. ПИРОЖЕНКО, наук. співроб.
НДІБПГ Криворізький національний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРИСТРОЇВ ЗАХИСТУ ВІД СТРУМІВ ВИТОК В КОМБІНОВАНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖАХ НАПРУГОЮ ДО 1000 В З ІЗОЛОВАНОЮ НЕЙТРАЛЛЮ

Наведено результати теоретичних досліджень якісної оцінки ефективності виконання в комбінованих мережах існуючих пристроїв захисту від струмів витоку. Обґрунтовано необхідність розробки пристрою захисту, в якому в якості оперативного джерела повинен використовуватися змінний струм непромислової частоти.