

Міністерство освіти і науки України
Криворізький національний університет

МЕХАНІКА.
МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Кривий Ріг

2023

Рецензенти: доктор педагогічних наук, професор Трифонова О. М.,
Центральноукраїнський державний університет імені
Володимира Винниченка;
доктор педагогічних наук, професор Семеріков С. О.,
Криворізький державний педагогічний університет;
доктор педагогічних наук, старший дослідник Мар'єнко М. В.,
Інститут цифровізації освіти НАПН України

Єчкало Ю. В., Ткачук В. В. Механіка. Молекулярна фізика і
термодинаміка: навчальний посібник. Кривий Ріг: Криворізький
національний університет, 2023. 101 с.

Даний посібник охоплює першу частину лабораторного практикуму з курсу фізики «Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка» та містить усі необхідні матеріали для аудиторної і самостійної роботи здобувачів вищої освіти: короткі теоретичні відомості, опис лабораторних установок, порядок виконання лабораторних робіт, питання для самоконтролю, перелік рекомендованої літератури, елементи теорії похибок, додатки тощо. Особливістю даного посібника є наявність QR-кодів для доступу до навчальних відео, які візуалізують процес виконання лабораторних робіт. Метою даного посібника є підтримка викладачів фізики та здобувачів вищої освіти під час аудиторного, дистанційного та змішаного навчання.

Навчальний посібник призначений для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня інженерно-технічних спеціальностей усіх форм навчання.

Затверджено до видання Вченою радою Криворізького національного університету, протокол №12 від 30.05.2023.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ I. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	7
Лабораторна робота № 1. Вивчення законів кінематики і динаміки поступального і обертального рухів твердого тіла	7
Лабораторна робота № 2. Визначення прискорення вільного падіння з допомогою оборотного маятника Кетера.....	10
Лабораторна робота № 3. Дослідження пружного удару кулі об вертикальну плиту	14
Лабораторна робота № 4. Визначення моменту інерції махового колеса та моменту сили тертя.....	18
Лабораторна робота № 5. Визначення моменту інерції хрестового маятника Обербека та моменту сил тертя в ньому.....	22
Лабораторна робота № 6. Визначення в'язкості рідини методом Стокса ...	25
Лабораторна робота № 7. Порівняння характеристик фізичних законів кінематики та динаміки на прикладі обчислення прискорення тіла	29
Лабораторна робота № 8. Визначення середньої величини сили тертя в осі обертання маятника Обербека.....	32
Лабораторна робота № 9. Визначення відношення питомих теплоємностей газу методом Клемана і Дезорма.....	35
Лабораторна робота № 10. Визначення вологості повітря з допомогою психрометра Асмана.....	39
Лабораторна робота № 11. Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідини за висотою її підняття в капілярній трубці.....	43
Лабораторна робота № 12. Визначення сили взаємодії двох тіл при їх пружному зіткненні	47
Лабораторна робота № 13. Визначення моменту інерції металевих кілець методом маятника Максвелла	51
Лабораторна робота № 14. Визначення моментів інерції твердих тіл з допомогою крутильного маятника.....	55

Лабораторна робота № 15. Визначення коефіцієнта тертя кочення методом похилого маятника.....	59
РОЗДІЛ II. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ	62
Елементи теорії похибок.....	62
Класифікація похибок	64
Обчислення похибок при прямих вимірюваннях.....	66
Обчислення похибок при непрямих вимірюваннях.....	70
Графічні методи опрацювання результатів вимірювань	73
Визначення параметрів лінійної залежності.....	76
Правила округлень в розрахунках	79
ДОДАТКИ.....	82
Додаткові дані до лабораторних робіт	82
Фізичні константи.....	84
Множники і префікси утворення десяткових кратних одиниць.....	85
Основні одиниці СІ.....	86
Визначення похибок функцій однієї змінної.....	87
Визначення похибок функцій кількох змінних	88
Психрометрична таблиця.....	89
Коефіцієнти Стюдента.....	90
Виконання вимірювань штангенциркулем	91
Виконання вимірювань мікрометром	95
Рекомендації до оформлення титульної сторінки звіту.....	97
Приклад складання висновку до лабораторної роботи.....	98
Загальні рекомендації до порядку виконання лабораторних робіт	99
ЛІТЕРАТУРА	100

ВСТУП

Сучасний ринок праці зорієнтований на фахівців високої кваліфікації. Тому суспільство формує для закладів освіти нові вимоги до змісту та якості освітніх послуг, покликаних забезпечити якісну фундаментальну підготовку, що є складовою професійної підготовки. Згідно з вимогами сучасного інформаційного суспільства, для ефективного здійснення власної професійної діяльності сучасний фахівець має орієнтуватися на досягнення якісних результатів власної діяльності. Розвиток компетентної особистості майбутнього фахівця повинен здійснюватись наскрізно, у процесі вивчення усіх навчальних дисциплін, передбачених навчальними планами.

У сучасних університетах розвиток фахових компетентностей здебільшого відбувається під час лабораторних занять. Найбільш характерним для таких занять є залучення до діяльності здобувачів спеціальних засобів та приладів, що потребують від здобувача засвоєння деякої множини спеціальних знань, умінь та навичок. Лабораторні заняття, де здобувачі самостійно виконують експерименти, значно більше сприяють розвитку компетентностей, ніж інші форми організації занять. В умовах дистанційного та змішаного навчання за відсутності реального лабораторного обладнання його можна замінити віртуальним, що реалізується засобами доповненої реальності. У якості засобу реалізації дистанційного та змішаного навчання доповнена реальність заохочує здобувачів до дослідницької діяльності та мотивує їх до експериментування.

Організація освітнього процесу з фізики в умовах дистанційного та змішаного навчання потребує відповідного навчально-методичного забезпечення. Зміст лабораторних занять курсу фізики був адаптований до умов дистанційного та змішаного навчання. Укладачами посібника було розроблено віртуальний супровід до лабораторних робіт. Посібник містить QR-коди для доступу до навчальних відео, які регламентують або повністю відображають процес проведення лабораторних робіт та розрахунку похибок.

Лабораторні роботи є першим кроком наукового експерименту, що передбачає використання теоретичних знань в експериментальних дослідженнях і практичній роботі та підтверджує їх достовірність. До виконання лабораторної роботи слід приступати після засвоєння необхідного теоретичного матеріалу та ознайомлення з лабораторною установкою.

Лабораторні роботи виконуються групами по 2–3 здобувачі, що зумовлено як зручністю такої роботи, так і вимогами техніки безпеки. До початку виконань лабораторних робіт всі студенти проходять вступний, а під час роботи з кожною лабораторною установкою – поточний інструктаж з техніки безпеки. До виконання лабораторної роботи допускаються студенти, що мають належним чином оформлену заготовку звіту (номер і назва лабораторної роботи, мета роботи, обладнання, короткі теоретичні відомості, схема лабораторної установки, заготовки звітних таблиць). Студентам, згідно з контрольними запитаннями, рекомендується захищати свої лабораторні роботи до або в процесі їх виконання. За наявності допуску студенти виконують лабораторні роботи відповідно до інструкцій.

Результати вимірювань студент заносить у таблицю звіту і надає для перевірки викладачеві. Рекомендується узгоджувати результати вимірювань та їх обробку з викладачем кілька разів протягом виконання роботи, що значно підвищить ефективність роботи студентів та позбавить їх необхідності повторних розрахунків чи вимірювань. Обробка результатів вимірювань полягає у розрахунку шуканої величини та оцінці похибок вимірювань. Розрахунки бажано виконувати в одиницях СІ. Графіки будуються безпосередньо на листках звіту, або на міліметровому папері та вклеюються у звіт. При складанні звіту допускається використання комп'ютера. Звіт слід закінчувати короткими висновками.

При оцінюванні враховуються робота студента в лабораторії, якість звіту та відповіді студента на контрольні запитання, вчасність здачі роботи.

Лабораторна робота № 1

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ
ПОСТУПАЛЬНОГО І ОБЕРТАЛЬНОГО РУХІВ ТВЕРДОГО ТІЛА

Мета роботи: вивчити закони кінематики і динаміки поступального та обертального рухів твердого тіла, визначити прискорення вільного падіння на Землі.

Обладнання: лабораторна установка, секундомір.

Опис лабораторної установки

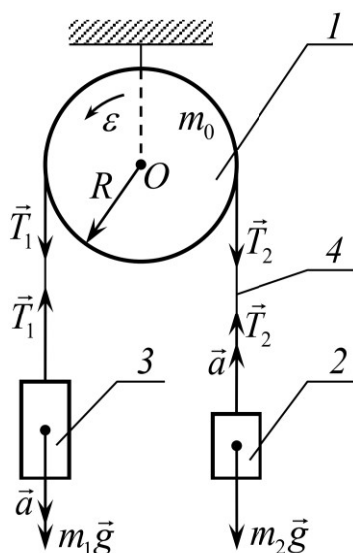


Рис. 1.1

Лабораторна установка (рис. 1.1) складається з блока 1 і двох тягарців 2 і 3, зв'язаних між собою нерозтяжною, невагомою ниткою 4.

Блок може обертатися навколо нерухомої горизонтальної осі O , що проходить через його геометричний центр, який співпадає з центром мас блока.

Короткі теоретичні відомості

Обертання блока здійснюється силами тертя спокою між ниткою і ободом блока.

Якщо нерозтяжна нитка не проковзує по поверхні блока, то тангенціальне прискорення a_t точок поверхні блока, дорівнює прискоренню a нитки в будь-якій її точці, а значить, і прискоренню тягарців, тобто:

$$a = a_t = \epsilon R, \quad (1.1)$$

де ϵ - кутове прискорення блока; R – радіус блока.

В даній роботі перший важок має більшу масу ніж другий ($m_1 > m_2$). Тому при обертанні блока важок 1 опускається, а важок 2 підіймається. На кожний важок діє сила тяжіння і сила реакції нитки, що й показано на

рисунку. Користуючись другим законом Ньютона, запишемо рівняння руху відповідно для тягарців 1 та 2:

$$\begin{cases} m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}, \\ m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}, \end{cases} \quad (1.2)$$

де $\vec{T}_1$ і $\vec{T}_2$ - сили натягу нитки по різні сторони блока; $m_1 \vec{g}$ і $m_2 \vec{g}$ - сили тяжіння, що діють на перший і другий вантажі.

Оскільки нитка ліворуч і праворуч від блока має різний натяг, то різниця сил натягу $T_1 - T_2$ буде створювати обертальний момент $M = (T_1 - T_2)R$.

З основного рівняння динаміки обертального руху одержимо :

$$(T_1 - T_2)R = J\varepsilon, \quad (1.3)$$

де $J = \frac{1}{2}m_0 R^2$ - момент інерції блока; m_0 - маса блока.

Лінійне прискорення руху вантажів:

$$a = \frac{2S}{t^2}, \quad (1.4)$$

де S - пройдений тягарцем шлях (висота) за час руху t .

Розв'язуючи (в проекціях) систему рівнянь (1.2), та згідно з (1.1) і (1.3), отримаємо:

$$g = \frac{m_1 + m_2 + 0,5m_0}{m_1 - m_2} \cdot a \quad (1.5)$$

Порядок виконання роботи

1. Опускаючи легший тягарець, підніміть важчий у верхнє положення.
2. Визначте відстань S (по вертикалі) між центрами мас тягарців.
3. Відпустіть легший тягарець і одночасно ввімкніть секундомір.
4. Коли легший тягарець досягне нижнього положення, зупиніть секундомір та зафіксуйте час руху системи.



5. За формулою (1.5) і згідно з *табл. Д2* визначте прискорення вільного падіння g .
6. Виконайте пп. 1-5 не менше 5 разів; результати вимірів та обчислень занесіть до звітної таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

№	$S_i,$ m	$t_i,$ c	$a_i,$ m/c^2	$m_1,$ $кг$	$m_2,$ $кг$	$g_i,$ m/c^2	$ \langle g \rangle - g_i ,$ m/c^2	$(\langle g \rangle - g_i)^2,$ m^2/c^4
1								
2								
3								
4								
5								
						Середнє:		Сума:

7. Визначте середнє арифметичне значення прискорення вільного падіння:

$$\langle g \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i, \quad (1.6)$$

де n - кількість значень.

8. Визначте середньоквадратичне відхилення :

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle g \rangle - g_i)^2}{n(n-1)}} \quad (1.7)$$

9. Визначте абсолютну похибку:

$$g = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (1.8)$$

де $t_{n,\alpha}$ – коефіцієнт Стюдента.

10. Запишіть остаточний результат:

$$g = \langle g \rangle \pm \Delta g \quad (1.9)$$

11. Визначте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\langle g \rangle} \cdot 100\% \quad (1.10)$$

12. Визначте відносну теоретичну похибку розрахунку:

$$\delta = \frac{|\langle g \rangle - g_T|}{g_T} \cdot 100\%, \quad (1.11)$$

де g_T - теоретичне значення прискорення вільного падіння (табл. Д3).

13. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 1

Матеріальна точка. Траєкторія, шлях, переміщення матеріальної точки. Вектори середньої та миттєвої швидкостей. Прискорення. Вектори середнього та миттєвого прискорень. Тангенціальне, нормальне та повне прискорення. Сила. Сили в механіці. Виведення формули (1.5). Класифікація похибок.

Лабораторна робота № 2

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ З ДОПОМОГОЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА КЕТЕРА

Мета роботи: визначити прискорення вільного падіння на Землі.

Обладнання: фізичний оборотний маятник, секундомір.

Опис лабораторної установки

В даній лабораторній роботі використовується метод визначення прискорення вільного падіння з використанням фізичного маятника, який ґрунтується на тому, що період коливань такого маятника не змінюється при переносі осі коливань в центр коливань.

Фізичним маятником є будь-яке тверде тіло довільної форми, що здійснює під дією сили тяжіння коливання відносно деякої горизонтальної осі коливань, яка не проходить через центр мас тіла.

На *рис. 2.1.a)* зображено тіло довільної форми, що здійснює коливання відносно горизонтальної осі, яка проходить через точку O перпендикулярно до площини рисунка. Точка C - центр мас маятника. *Центром коливань* K називають точку, що лежить на прямій, проведеній через центр мас маятника перпендикулярно до його осі коливань і при переносі в яку осі коливань

період коливань маятника не зміниться. Відстань від центра коливань до осі коливань дорівнює приведеній довжині L фізичного маятника. Тобто, точкам O і K властива оборотність: якщо маятник підвісити на осі, що проходить через точку K , то точка O стане центром коливань.

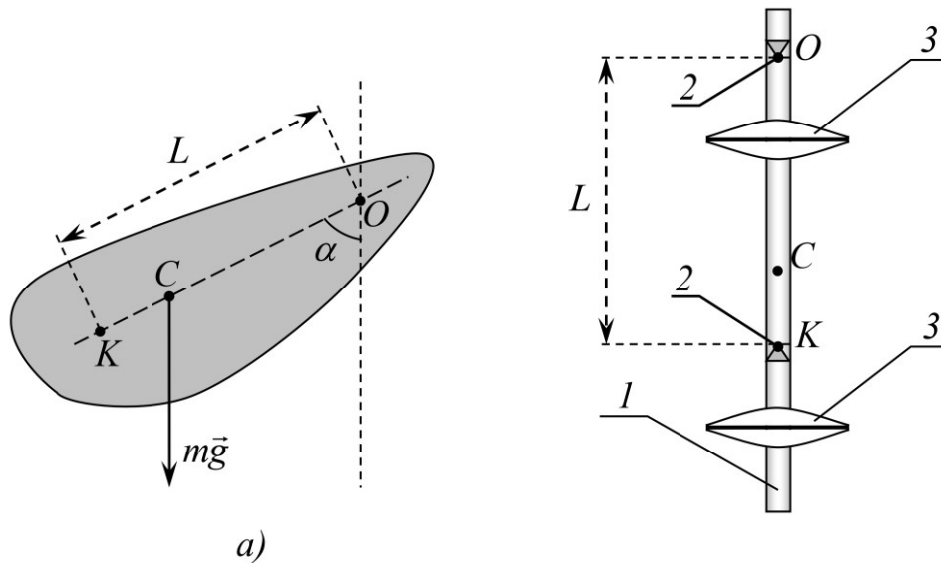


Рис. 2.1

Оборотний маятник, що використовується в даній роботі (рис. 2.1.б)) складається зі сталевго стержня 1 довжиною більше метра, на якому жорстко закріплені сталеві трикутні призми O та K (2 на рис. 2.1.б)) та два сталевих диски 3 (один - нерухомий, що міститься між призмами, а інший – рухомий, що використовується для налаштування коливань маятника). Якщо періоди коливань маятника відносно осей, які проходять через точки O і K будуть однаковими, то відстань OK буде приведеною довжиною фізичного маятника L .

Короткі теоретичні відомості

Для кожного фізичного маятника можна підібрати такий математичний маятник, який матиме однаковий період коливання з даним фізичним маятником, тобто коливатиметься з ним синхронно. Довжина такого математичного маятника називається зведеною довжиною L фізичного маятника.

Вищесказане дає можливість стверджувати, що для визначення періоду коливань фізичного маятника можна скористатись формулою періоду

математичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (2.1)$$

де L - довжина математичного маятника; g - прискорення вільного падіння.

З формули (2.1) знайдемо прискорення вільного падіння g :

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \quad (2.2)$$

Виходячи з означення періоду, можемо записати:

$$T = \frac{t}{N}, \quad (2.3)$$

де t - час, за який маятник здійснює N коливань.

Порядок виконання роботи

1. Відхиліть маятник вправо чи вліво паралельно стіні на невеликий кут (щоб коливання маятника відбувалися в межах сектора, позначеного на стіні) і відпустіть маятник. Пропустіть 5-6 коливань, увімкніть секундомір та визначте час t_i для N_i коливань маятника.
2. За формулами (2.3) та (2.2) і згідно з *табл. Д2* розрахуйте відповідно період T_i коливань маятника та прискорення g_i вільного падіння.
3. Виконайте пп. 1,2 не менше 5 разів та занесіть необхідні величини до звітної таблиці 2.1.



Таблиця 2.1

№	$L,$ m	$t_i,$ c	N_i	$T_i,$ c	$g_i,$ m/c^2	$ \langle g \rangle - g_i ,$ m/c^2	$(\langle g \rangle - g_i)^2,$ m^2/c^4
1							
2							
3							
4							
5							
					Середнє:		Сума:

4. Обчисліть середнє арифметичне значення прискорення вільного падіння:

$$\langle g \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i \quad (2.4)$$

де n - кількість значень.

5. Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle g \rangle - g_i)^2}{n(n-1)}} \quad (2.5)$$

6. Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta g = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (2.6)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

7. Запишіть остаточний результат:

$$g = \langle g \rangle \pm \Delta g \quad (2.7)$$

8. Визначте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\langle g \rangle} \cdot 100\% \quad (2.8)$$

9. Визначте відносно теоретичну похибку розрахунку:

$$\delta = \frac{|g_T - \langle g \rangle|}{g_T} \cdot 100\%, \quad (2.9)$$

де g_T - теоретичне значення прискорення вільного падіння (табл. ДЗ).

10. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 2

Гармонічні коливання. Кінематичне рівняння гармонічного коливання. Величини, які характеризують гармонічне коливання: амплітуда, фаза, частота, період. Фізичний маятник. Диференціальне рівняння коливань фізичного маятника, його розв'язок, формула періоду коливань фізичного маятника. Зведена довжина фізичного маятника. Оборотний маятник. Виведення формули періоду коливань фізичного маятника. Теорема Штейнера. Класифікація похибок.

Лабораторна робота № 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОГО УДАРУ КУЛІ ОБ ВЕРТИКАЛЬНУ ПЛИТУ

Мета роботи: дослідити пружний удар кулі об вертикальну плиту.

Обладнання: вертикальна плита, кулі з різного матеріалу, нитка, кутомір, штангенциркуль, рулетка.

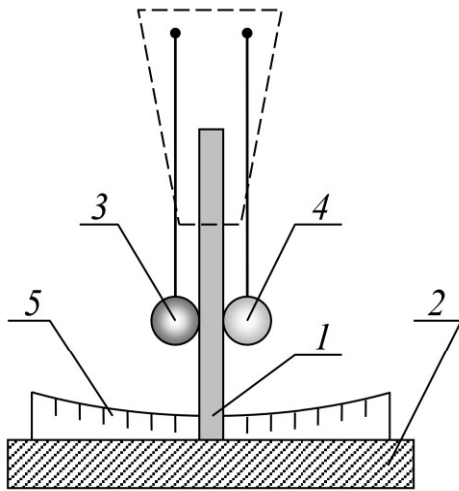


Рис. 3.1

Опис лабораторної установки

Схема лабораторної установки зображена на *рис. 3.1*. Масивна металева плита 1 міцно закріплена на горизонтальній підставці 2. Сталева 3 і пластмасова 4 кулі підвішені так, що вони ледве торкаються поверхні плити. Кути відхилення кульок від положення рівноваги вимірюють з допомогою шкали кутоміра 5.

Короткі теоретичні відомості

Ударом називають процес короткочасної взаємодії тіл внаслідок їх зіткнення. При пружному ударі тіла спочатку деформуються, а потім їхні форми відновлюються. Мірою пружності удару є коефіцієнт відновлення:

$$\varepsilon = \frac{u_n}{v_n}, \quad (3.1)$$

де u_n і v_n - нормальні складові швидкостей тіла після і до удару відповідно.

Для всіх реальних тіл $u_n < v_n$, тому $\varepsilon < 1$, тобто форма тіл відновлюється не повністю. Частина кінетичної енергії тіл, що стикаються, переходить в роботу деформації A . Виходячи з закону збереження повної механічної енергії, маємо:

$$A = (E_1 + E_2) - (E'_1 + E'_2), \quad (3.2)$$

де $(E_1 + E_2)$ і $(E'_1 + E'_2)$ - сумарні кінетичні енергії взаємодіючих тіл до і після

удару відповідно.

Застосовуючи до удару кульки об плиту закони збереження енергії та імпульсу, отримаємо формули для визначення коефіцієнта відновлення ε та роботи деформації A кульки і вертикальної плити при ударі:

$$\varepsilon = \sin \frac{\alpha'}{2} / \sin \frac{\alpha}{2} \quad (3.3)$$

$$A = mg\ell(\cos \alpha' - \cos \alpha), \quad (3.4)$$

де α та α' - початковий та кінцевий граничні кути відхилення кульки від положення рівноваги; m - маса кульки; g - прискорення вільного падіння; ℓ - довжина нитки підвісу кулі (відстань від середини кулі до осі підвісу)

Порядок виконання роботи

Частина I. Визначення коефіцієнта відновлення.

1. Виміряйте відстань ℓ від центрів сталевих та пластмасових кульок до їх осей підвісу.
2. Відхиліть сталеву кульку на деякий початковий кут α в межах шкали кутоміру та відпустіть її.
3. Після удару кульки об плиту, визначте за шкалою кутоміра максимальний кут α' її відбивання.
4. Виконайте не менше 5 разів пп. 2-3 для обох кульок.
5. За формулою (3.3) обчисліть коефіцієнти відновлення ε для кульок.
6. Результати вимірювань та розрахунків занести до звітної таблиці 3.1.



Таблиця 3.1

№	ℓ , <i>м</i>	α_i , <i>градус</i>	α'_i , <i>градус</i>	ε_i	$ \langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_i $	$(\langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_i)^2$
Сталева кулька						
1						
2						
3						
4						
5						
				Середнє:		Сума:

Продовження таблиці 3.1

№	ℓ , m	α_i , <i>градус</i>	α'_i , <i>градус</i>	ε_i	$\left \langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_i\right $	$\left(\langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_i\right)^2$
Пластмасова кулька						
1						
2						
3						
4						
5						
				Середнє:		Сума:

7. Для кожної з кульок обчисліть середнє арифметичне значення коефіцієнта відновлення:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (3.5)$$

де n - кількість значень.

8. Для кожної з кульок обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_i)^2}{n(n-1)}} \quad (3.6)$$

9. Для кожної з кульок обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta \varepsilon = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (3.7)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

10. Для кожної з кульок запишіть остаточний результат:

$$\varepsilon = \langle \varepsilon \rangle \pm \Delta \varepsilon \quad (3.8)$$

11. Для кожної з кульок обчисліть відносну похибку обчислень:

$$E = \frac{\Delta \varepsilon}{\langle \varepsilon \rangle} \cdot 100\% \quad (3.9)$$

Частина II. Визначення роботи деформації кульок і плити

- Експериментальні дані, що їх зведено в перших трьох стовпцях таблиці 3.1 занесіть до відповідних стовпчиків таблиці 3.2.
- Користуючись виразом (3.4) і згідно з табл. Д2 розрахуйте роботу деформації для кожної кульки.

Таблиця 3.2

№	ℓ , m	α_i , градус	α'_i , градус	A_i , Дж	$ \langle A \rangle - A_i $, Дж	$(\langle A \rangle - A_i)^2$, Дж ²
Сталева кулька						
1						
2						
3						
4						
5						
				Середнє:		Сума:
Пластмасова кулька						
1						
2						
3						
4						
5						
				Середнє:		Сума:

3. Для кожної кульки обчисліть середнє арифметичне значення роботи деформації:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i, \quad (3.10)$$

де n - кількість значень.

4. Для кожної кульки обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle A \rangle - A_i)^2}{n(n-1)}} \quad (3.11)$$

5. Для кожної кульки обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta A = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (3.12)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

6. Для кожної кульки запишіть остаточний результат:

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A \quad (3.13)$$

7. Для кожної кульки обчисліть відносну похибку розрахунку:

$$E = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} \cdot 100\% \quad (3.14)$$

8. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи за обома її частинами

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 3

Удар двох тіл. Лінія удару, прямий, косий центральний удар. Абсолютно пружний і абсолютно непружний удари. Коефіцієнт відновлення. Закон збереження імпульсу при ударі. Формула швидкості куль після абсолютно непружного удару. Закон збереження енергії при ударі. Робота деформації та залишкова енергія при абсолютно непружному ударі (виведення формул). Метод найменших квадратів.

Лабораторна робота № 4

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТА ІНЕРЦІЇ МАХОВОГО КОЛЕСА ТА МОМЕНТА СИЛИ ТЕРТЯ

Мета роботи: визначити момент інерції махового колеса та момент сили тертя в його осі.

Обладнання: махове колесо, на шків якого з допомогою нитки прив'язаний важок; секундомір; штангенциркуль.

Опис лабораторної установки

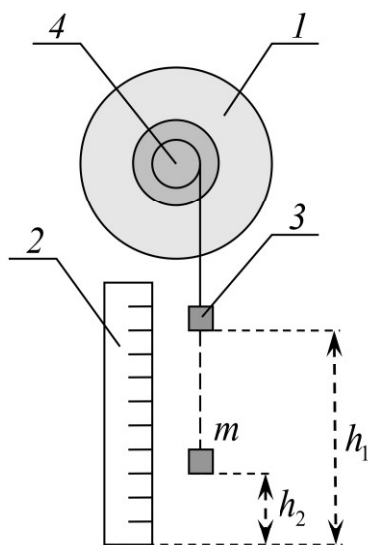


Рис. 4.1

Махове колесо I зі шківом змінного діаметра 4 насаджені на горизонтальну вісь, що закріплена на стіні, до якої також прикріплена градуйована лінійка 2. До шківа з допомогою мотузки прив'язаний важок 3, масою m .

Короткі теоретичні відомості

Моментом інерції J матеріальної точки відносно осі обертання називається скалярна величина, що дорівнює добутку маси точки m на квадрат її відстані r до осі обертання:

$$J = mr^2 \quad (4.1)$$

Моментом інерції J механічної системи відносно осі обертання, називають скалярну величину, що дорівнює сумі добутків мас усіх матеріальних точок, які входять до складу системи, на квадрат їх відстаней до осі обертання:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (4.2)$$

У випадку суцільного твердого тіла сума (4.2) зводиться до інтегралу по всьому об'єму тіла:

$$J = \int_V r^2 dm \quad (4.3)$$

Опускаючи виведення наступного співвідношення, запишемо вираз для розрахунку моменту інерції однорідного циліндра (диска), відносно його геометричної осі:

$$J = \frac{1}{2} mr^2, \quad (4.4)$$

де m - маса циліндра; r - радіус циліндра.

Розглядаючи рух тягарця 3, можна говорити, що на початковій висоті h_1 він має запас потенціальної енергії mgh_1 , а на кінцевій висоті h_2 - запас потенціальної енергії mgh_2 . Нехтуючи іншими (не на подолання сил тертя в осі обертання) можливими втратами енергії, буде справедливим твердження, що повна робота, яку витрачає система на подолання сил тертя в осі обертання під час опускання та піднімання тягарця, виходячи з закону збереження повної механічної енергії, має бути рівною:

$$A_{mp} = mg(h_1 - h_2), \quad (4.5)$$

де g - прискорення вільного падіння.

З іншої сторони, вважаючи, що момент M сил тертя в осі обертання є постійним, можемо записати:

$$A_{mp} = M\Delta\varphi, \quad (4.6)$$

де $\Delta\varphi$ - повний кут повороту, що його проходить система за час опускання та піднімання тягарця.

За основним рівнянням динаміки обертального руху твердого тіла:

$$M = J\varepsilon, \quad (4.7)$$

де ε - кутове прискорення обертання циліндра.

Розв'язуючи рівняння (4.5), (4.6) і (4.7) та приймаючи, що $\Delta\varphi = \frac{h_1 + h_2}{r}$,

$\varepsilon = \frac{a}{r}$ і $a = \frac{2h_1}{t_1^2}$, отримаємо:

$$J = \frac{mgr^2 t_1^2 (h_1 - h_2)}{2h_1 (h_1 + h_2)}, \quad (4.8)$$

де t_1 - час опускання тягарця; r - радіус шківів, на який намотується нитка.

Середній момент сил тертя в осі обертання буде дорівнювати:

$$M = \frac{mgr(h_1 - h_2)}{(h_1 + h_2)} \quad (4.9)$$

Порядок виконання роботи

1. Виміряйте штангенциркулем радіус шківів r , на який намотується нитка.
2. Намотайте на шків махового колеса нитку - тягарець опиниться на висоті h_1 .
3. Відпустіть тягарець і секундоміром виміряйте час t_1 його опускання.
4. Визначте висоту h_2 , до якої тягарець з нижньої точки підніметься по інерції.
5. За виразом (4.8) і згідно з *табл. Д2* розрахуйте момент інерції J_i маятника.
6. Виконайте пп. 1-5 не менше 5 разів. Результати вимірювань та розрахунків запишіть до звітної таблиці 4.1.
7. За формулою (4.9) знайдіть середнє значення моменту M_i сил тертя.
8. Розрахуйте середнє арифметичне значення моменту інерції:

$$\langle J \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J_i, \quad (4.10)$$

де n - кількість значень.

9. Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle J \rangle - J_i)^2}{n(n-1)}} \quad (4.11)$$

10.Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta J = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (4.12)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

11.Запишіть остаточний результат:

$$J = \langle J \rangle \pm \Delta J \quad (4.13)$$

12.Обчисліть відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{\langle J \rangle} \cdot 100\% \quad (4.14)$$

13.Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Таблиця 4.1

№	$r,$ m	$h_1,$ m	$h_2,$ m	$t_1,$ s	$J_i,$ $кг \cdot м^2$	$ \langle J \rangle - J_i ,$ $кг \cdot м^2$	$(\langle J \rangle - J_i)^2,$ $кг^2 \cdot м^4$	$M_i,$ $Н \cdot м$
1								
2								
3								
4								
5								
					Середнє:		Сума:	

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 4

Момент інерції матеріальної точки і твердого тіла відносно нерухомої осі. Теорема Штейнера. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла. Кінетична енергія тіла, яке обертається навколо нерухомої осі і тіла, яке котиться. Довести справедливості виразів (4.4), (4.8) та (4.9). Клас точності приладу та його похибка.

Лабораторна робота № 5

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТА ІНЕРЦІЇ ХРЕСТОВОГО МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА ТА МОМЕНТА СИЛ ТЕРТЯ В НЬОМУ

Мета роботи: визначення моменту інерції хрестового маятника
Обербека і моменту сил тертя в ньому.

Обладнання: хрестовий маятник Обербека, тягарці, секундомір,
лінійка, штангенциркуль.

Опис лабораторної установки

Схематично вид лабораторної установки показано на *рис. 5.1*.

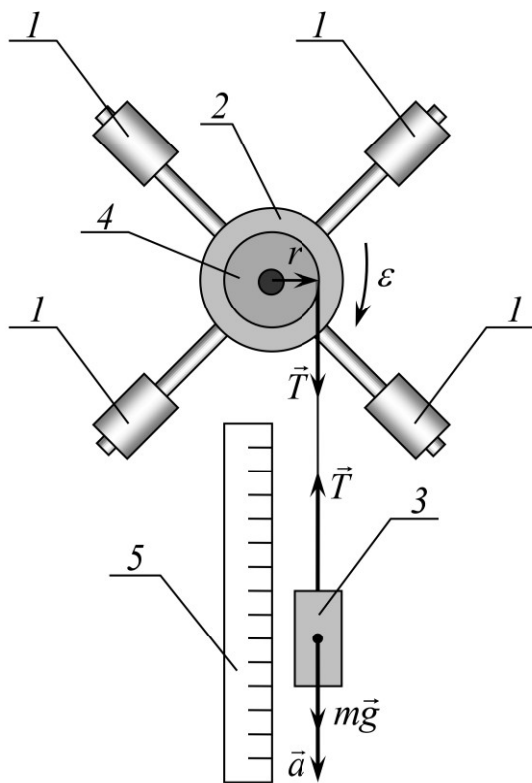


Рис. 5.1

Маятник Обербека являє собою систему, що складається з чотирьох тягарців 1, закріплених на втулці 2 зі шківом 4 радіуса r з допомогою металевих спиць розташованих під прямим кутом одна відносно одної. Маятник може вільно обертатись навколо горизонтальної осі. Момент зовнішньої сили $\vec{T}$ утворюється тягарцем 3 масою m , що прив'язаний до нитки, намотаної на шків маятника. Відстань, яку проходить тягарець під час розмотування нитки знаходять за лінійкою 5.

Короткі теоретичні відомості

Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі описують, користуючись основним законом обертального руху твердих тіл:

$$M = J\epsilon, \quad (5.1)$$

де M - обертаючий момент всіх прикладених до тіла сил; J - момент інерції тіла відносно осі обертання; ϵ - кутове прискорення обертального руху тіла.

Оскільки тангенційне прискорення a_t крайніх точок шків маятника рівне прискоренню a тягарця, що впливає з умови нерозтяжності нитки та відсутності її проковзування по поверхні шків, тоді:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} \quad (5.2)$$

Якщо висота опускання тягарця рівна h , а час опускання становить t , тоді прискорення руху тягарця:

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (5.3)$$

Виходячи з другого закону Ньютона, для руху тягарця нескладно показати, що:

$$T = m(g - a) \quad (5.4)$$

За означенням моменту сил, в даному випадку, можемо записати:

$$M = m(g - a)r \quad (5.5)$$

Оскільки в лабораторній установці момент сил тертя є досить великим і нехтувати ним не можна, то основне рівняння динаміки обертального руху необхідно записати наступним чином:

$$M - M_{mp} = J\varepsilon \quad (5.6)$$

Або:

$$M = J\varepsilon + M_{mp} \quad (5.7)$$

З (5.7) впливає той факт, що залежність величини моменту M сили натягу нитки від кутового прискорення ε обертання маятника є лінійною, тобто має вигляд $y = kx + b$, де k - тангенс кута нахилу лінії графіка $y(x)$ до осі абсцис, а доданок b - точка перетину лінії графіка $y(x)$ з віссю ординат.

Таким чином, побудувавши графік залежності $M(\varepsilon)$, момент M_{mp} сил тертя в осі маятника можна знайти як координату точки перетину графіка залежності з віссю ординат (вісь M), а момент інерції маятника можна визначити як тангенс кута нахилу лінії графіка до осі абсцис (вісь ε):

$$J = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon}, \quad (5.8)$$

де $\Delta M = (M_2 - M_1)$ і $\Delta \varepsilon = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ - різниці координат двох довільно взятих точок з графіка залежності $M(\varepsilon)$ (перша точка матиме координати $(\varepsilon_1; M_1)$, а

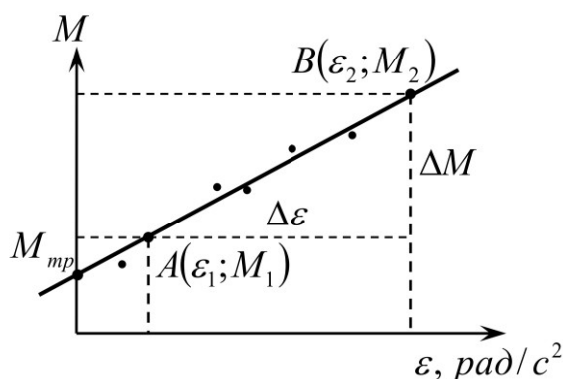


Рис. 5.2

друга - $(\varepsilon_2; M_2)$; точки слід вибирати якомога далі одна від одної).

На рис. 5.2 зображено приклад побудови графіка залежності $M(\varepsilon)$ з використанням методу найменших квадратів та показано $M_{мр}$ й точки

A і B , які потрібно використовувати

для розрахунку величини J .

Порядок виконання роботи

1. Закріпіть тягарець маси m_i на кінці нитки, намотайте її на шків та за секундоміром визначте час t_i пускання тягарця до нижнього положення.
2. Виміряйте висоту h_i опускання тягарця.
3. За формулою (5.3) розрахуйте прискорення a_i руху тягарця.
4. Виміряйте штангенциркулем радіус r_i шківа маятника та обчисліть кутове прискорення ε_i за формулою (5.2).
5. За виразом (5.5) розрахуйте момент сили натягу нитки M .
6. Виконайте пп. 1-5 не менше 5 разів, додаючи щоразу по одному тягарцю. Результати вимірювань та розрахунків занесіть до звітної таблиці 5.1.



Таблиця 5.1

№	m_i , кг	t_i , с	h_i , м	a_i , м/с ²	ε_i , рад/с ²	M_i , Н·м	$M_{мр}$, Н·м	J , кг·м ²
1								
2								
3								
4								
5								

7. Побудуйте графічну залежність $M(\varepsilon)$.

8. З побудованого експериментального графіка визначте момент $M_{тр}$ сил тертя та за формулою (5.8) розрахуйте момент інерції J .
9. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 5

Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла. Момент інерції матеріальної точки і твердого тіла відносно нерухомої осі. Теорема Штейнера. Момент сили та робота момента сили. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу для ізольованої системи. Виведення формули (5.7). Правила округлень. Довірчий інтервал.

Лабораторна робота № 6

ВИЗНАЧЕННЯ В'ЯЗКОСТІ РІДИНИ МЕТОДОМ СТОКСА

Мета роботи: визначити в'язкість рідини методом Стокса.

Обладнання: прозорий циліндр діаметром 6-8 см і висотою 60–70 см; кульки діаметром 0,5-1,5 мм; масштабна лінійка; секундомір; пінцет; мікрометр.

Опис лабораторної установки

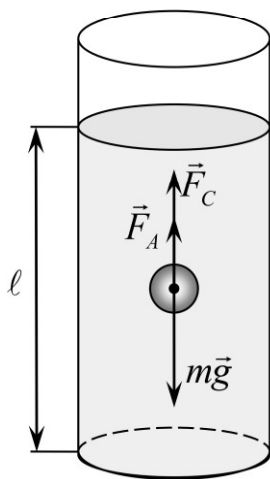


Рис. 6.1

Прилад для визначення в'язкості рідини складається з високого прозорого циліндра, наповненого досліджуваною рідиною (рис. 6.1).

В силу своїх досить малих розмірів та маси опущена в рідину кулька спочатку рухається прискорено, але цей рух швидко переходить у рівномірний, що спостерігається в лабораторній установці на глибині понад 10 см від поверхні рідини.

Тож для правильності виконання роботи необхідно буде в подальшому вимірювати висоту ℓ опускання кульки в середині рідини на глибинах більше 10 см від поверхні рідини. При цьому, значення ℓ не повинні бути меншими від 20 см. Для зручності рекомендується вибирати

відстань ℓ між двома довільно взятими мітками на поверхні прозорого циліндра.

Короткі теоретичні відомості

В реальних рідинах поряд з силами нормального тиску на границях рухомих елементів рідини діють також дотичні (тангенційні) сили в'язкості (внутрішнього тертя). *В'язкість* - це властивість текучих тіл (рідин та газів) створювати опір переміщенню їх частин одна відносно іншої.

Основний закон в'язкості течії було встановлено І. Ньютоном:

$$F = \eta \frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1} S, \quad (6.1)$$

де F - тангенціальна сила, що викликає зсув шарів рідини чи газу один відносно одного (сила в'язкості), S - площа шару рідини чи газу, вздовж якого спостерігається зсув; $\frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1}$ - градієнт швидкості течії; η - коефіцієнт

динамічної в'язкості, який характеризує опір рідини зсуву її шарів.

За фізичним змістом *коефіцієнт динамічної в'язкості* чисельно дорівнює тангенційній силі, що приходить на одиницю площі, необхідної для підтримання різниці швидкостей в 1 м/с між двома паралельними шарами рідини, які знаходяться на відстані 1 м один від одного.

На тверду кульку, що падає в рідині, діють сила тяжіння $m\vec{g}$ (m - маса кульки; g - прискорення вільного падіння; сила спрямована вертикально вниз), виштовхувальна сила Архімеда $\vec{F}_A$ та сила в'язкості $\vec{F}_C$ (спрямовані вертикально вгору). Якщо у в'язкому середовищі рухається кулька, то сила в'язкості може бути розрахована за формулою Стокса і називається силою Стокса. Користуючись другим законом Ньютона, для руху кульки можемо записати:

$$mg = F_A + F_C \quad (6.2)$$

За законом Архімеда:

$$F_A = \rho g V, \quad (6.3)$$

де ρ - густина рідини чи газу; V - об'єм тіла (кульки).

За законом Стокса:

$$F_C = 6\pi\eta r v, \quad (6.4)$$

де r - радіус кульки; v - лінійна швидкість руху кульки.

Враховуючи, що маса кульки $m = \gamma V$ (γ - густина матеріалу кульки), об'єм кульки $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ і швидкість руху кульки $v = \frac{\ell}{t}$ та опускаючи ряд елементарних перетворень, можемо записати:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{(\gamma - \rho)r^2}{\ell} g t, \quad (6.5)$$

де t - час за який кулька проходить відстань ℓ .

Порядок виконання роботи

1. Виберіть відстань ℓ рівномірного руху кульки в рідині (не менше 20 см).
2. З допомогою мікрометра виміряйте радіус r_i кульки (половина діаметра).
3. Опустіть кульку в рідину по центру циліндра та виміряйте час її руху вздовж відстані ℓ .
4. За формулою (6.5) і згідно з *табл. Д2* розрахуйте значення коефіцієнта динамічної в'язкості рідини η_i .
5. Виконайте пп. 2-4 не менше 5 разів. Результати вимірювань та розрахунку занесіть до звітної таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

№	ℓ , m	γ , $кг/м^3$	ρ , $кг/м^3$	r_i , m	t_i , c	η_i , $Па \cdot c$	$ \langle \eta \rangle - \eta_i $, $Па \cdot c$	$(\langle \eta \rangle - \eta_i)^2$, $Па^2 \cdot c^2$
1								
2								
3								
4								
5								
Середнє:							Сума:	

6. Розрахуйте середнє арифметичне значення коефіцієнта динамічної в'язкості рідини:

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i, \quad (6.6)$$

де n - кількість значень.

7. Визначте середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle \eta \rangle - \eta_i)^2}{n(n-1)}} \quad (6.7)$$

8. Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta \eta = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (6.8)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

9. Запишіть остаточний результат:

$$\eta = \langle \eta \rangle \pm \Delta \eta \quad (6.9)$$

10. Обчисліть відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \eta}{\langle \eta \rangle} \cdot 100\% \quad (6.10)$$

11. Розрахуйте відносно теоретичну похибку обчислень:

$$\delta = \frac{|\eta_T - \langle \eta \rangle|}{\eta_T} \cdot 100\%, \quad (6.10)$$

де η_T - теоретичне значення коефіцієнта динамічної в'язкості досліджуваної рідини (табл. Д2).

12. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 6

Внутрішнє тертя (в'язкість) у рідині, що рухається. Закон Ньютона для в'язкості. Фізичний зміст коефіцієнта динамічної в'язкості. Кінематична в'язкість. Сила Стокса. Турбулентна та ламінарна течії рідини. Число Рейнольдса. Виведення формули (6.5). Оцінка похибок непрямих вимірювань шуканої величини.

Лабораторна робота № 7

ПОРІВНЯННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ФІЗИЧНИХ ЗАКОНІВ КІНЕМАТИКИ ТА ДИНАМІКИ НА ПРИКЛАДІ ОБЧИСЛЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ТІЛА

Мета роботи: визначити та порівняти обчислені з допомогою кінематичних та динамічних величин прискорення тіла.

Обладнання: машина Атвуда; тягарці.

Опис лабораторної установки

Загальний вигляд машини Атвуда показано на *рис. 7.1*: на вертикальній колонці з лінійкою *1*, яка закріплена в основі *2*, прикріплено легкий блок *3*, що може обертатись і через який перекинута тонка нерозтяжна нитка *4*. До кінців нитки прив'язані тягарці, що мають різні маси (m_1 та m_2).

Короткі теоретичні відомості

За другим законом Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (7.1)$$

де $\vec{F}$ – рівнодіюча сил, які діють на тіло масою m ,
 $\vec{a}$ – прискорення руху тіла.

Враховуючи напрями дії сил та прискорень тягарців, запишемо для них рівняння руху в скалярній формі:

$$\begin{cases} T - m_1g = m_1a, \\ T - m_2g = -m_2a, \end{cases} \quad (7.2)$$

де T – сили натягу нитки (оскільки блок має дуже малу масу, то нитка матиме однаковий натяг по обидві його сторони); g – прискорення вільного падіння; a – прискорення руху тягарців (буде однаковим, оскільки нитка нерозтяжна).

Розв'язуючи систему рівнянь динаміки (7.2), можна отримати наступне співвідношення:

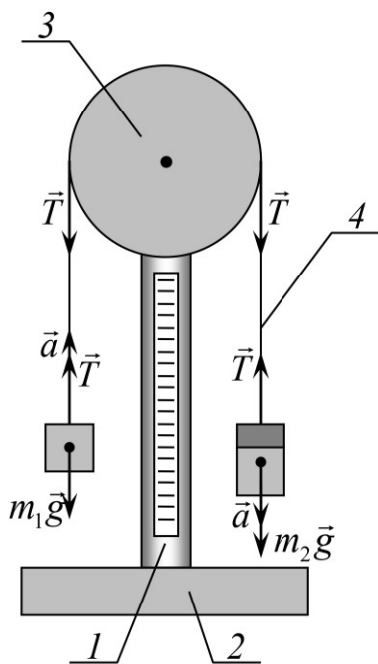


Рис. 7.1

$$a_{\partial} = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} \quad (7.3)$$

Прискорення тіл можна також визначити за відомою кінематичною формулою для рівноприскореного руху:

$$a_k = \frac{2h}{t^2}, \quad (7.4)$$

де t - час, за який вантажі рівноприскорено проходять висоту h .

Таким чином, якщо порівняти отримане з формул динаміки прискорення a_{∂} з прискоренням a_k , отриманим з формул кінематики, то з рівностей цих прискорень ми можемо зробити висновок про принципову еквівалентність законів кінематики та динаміки.

В даній роботі кінематичне прискорення a_k крім прямого розрахунку за виразом (7.4) також пропонується визначити за графіком лінійної залежності $h(t^2)$ як тангенс кута нахилу лінії графіка до осі абсцис:

$$a_{k, ep} = \frac{2(h_2 - h_1)}{t_2^2 - t_1^2}, \quad (7.5)$$

де $(t_1^2; h_1)$ і $(t_2^2; h_2)$ - координати двох довільно взятих точок з експериментально отриманої лінії графіка (точки слід вибирати якомога далі одна від одної, щоб звести до мінімуму похибку обчислення $a_{k, ep}$).

Розбіжність між a_{∂} та a_k можна оцінити наступним чином:

$$\delta = \frac{|a_{k, ep} - a|}{a_{k, ep}} \cdot 100\% \quad (7.6)$$

Порядок виконання роботи

1. Перемістіть легший тягарець масою m_1 донизу так, щоб тяжчий тягарець масою m_2 піднявся на деяку висоту h_i (різну для всіх дослідів).
2. Відпустіть легший тягарець і з допомогою секундоміра виміряйте час t_i падіння тягарця масою m_2 .
3. За формулою (7.4) розрахуйте прискорення a_{ki} .



4. Виконайте пп. 1-3 не менше 5 разів. Результати занесіть до звітної таблиці 7.1.
5. За виразом (7.3) та згідно з *табл. Д2* знайдіть значення a_∂

Таблиця 7.1

№	$h_i, \text{м}$	$t_i, \text{с}$	$t_i^2, \text{с}^2$	$a_{ki}, \text{м/с}^2$	$m_1, \text{кг}$	$m_2, \text{кг}$	$a_\partial, \text{м/с}^2$
1							
2							
3							
4							
5							
				Середнє:			

6. Виходячи з табличних даних, знайдіть середнє значення $\langle a_k \rangle$ та розрахуйте розбіжність між ним та прискоренням a_∂ :

$$\Delta = \frac{|\langle a_k \rangle - a_\partial|}{\langle a_k \rangle} \cdot 100\% \quad (7.7)$$

7. Побудуйте графік залежності $h(t^2)$ та за формулою (7.5) розрахуйте графічне значення прискорення $a_{k, \text{зп}}$. При побудові усереднюючої прямої рекомендується проводити її через початок системи координат.
8. За формулою (7.6) обчисліть розбіжність між прискореннями a_∂ та $a_{k, \text{зп}}$.
9. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 7

Матеріальна точка. Миттєві швидкість і прискорення матеріальної точки. Поняття сили в класичній механіці. Закони Ньютона. Виведення формул (7.3) та (7.4). Графічні методи опрацювання результатів вимірювань.

Лабораторна робота № 8

ВИЗНАЧЕННЯ СЕРЕДНЬОЇ ВЕЛИЧИНИ СИЛИ ТЕРТЯ В ОСІ ОБЕРТАННЯ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Мета роботи: експериментально визначити середню величину сил тертя, що виникає між маятником Обербека та його віссю обертання.

Обладнання: маятник Обербека, нитка, тягарець.

Опис лабораторної установки

Маятник Обербека – це інерційне колесо 9, до якого прикріплено чотири стержні 14, з'єднані в хрестовину. На вертикальній колоні 1, яка закріплена на основі 2, знаходиться нерухомий і рухомий кронштейни 3 та 4, а також нерухомі втулки 5 та 6. Горизонтальність приладу забезпечується опорами 7, які регулюються за висотою. В основі верхньої втулки закріплено блок із двоступеневим диском 8, через який перекинута нитка з прив'язаним до неї тягарцем 10. На кронштейнах закріплено фотоелектричні датчики 11 та 12, з допомогою яких вмикається та

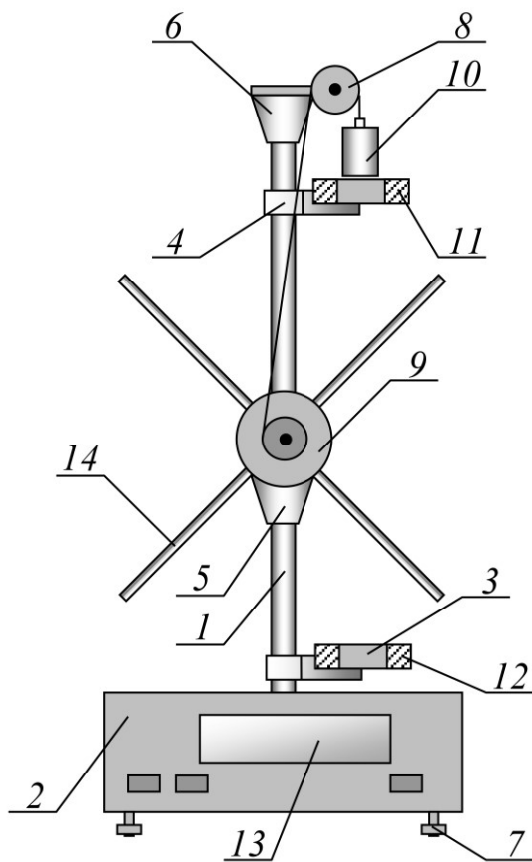


Рис. 8.1

вимикається секундомір 13.

Короткі теоретичні відомості

Якщо нитку з прив'язаним тягарцем намотати на шків колеса, то в такому положенні, перебуваючи на висоті h_1 , тягарець матиме запас потенціальної енергії mgh_1 (m – маса тягарця; g – прискорення вільного

падіння). Після відпускання тягарця він опуститься до найнижчої точки своєї траєкторії після чого, за інерцією, знову підніметься, але вже на деяку висоту h_2 . Очевидно, що різниця початкової та кінцевої потенціальних енергій тягарця складатиме роботу, що її було затрачено на подолання сил тертя в осі маятника (іншими можливими втратами нехтуємо), тобто:

$$A = mg(h_1 - h_2) \quad (8.1)$$

Виходячи з механічного означення роботи та приймаючи до уваги, що робота A виконувалася як при опусканні, так і при підніманні тягарця, для величини середньої сили тертя, можемо записати:

$$F = \frac{mg(h_1 - h_2)}{h_1 + h_2} \quad (8.2)$$

Порядок виконання роботи

1. З дозволу викладача увімкніть прилад у мережу.
2. Крутячи маятник рукою за стержні проти руху годинникової стрілки, намотайте нитку на шків маятника: при цьому тягарець підніметься на деяку початкову висоту h_{1i} .
3. Притримуючи стержні хрестовини маятника в стані спокою, натисніть «Пуск» та відпустіть стержні: виміряйте висоту h_{2i} на яку піднімається тягарець за інерцією.
4. За формулою (8.2) і згідно з *табл. Д2* розрахуйте середнє значення сили тертя F_i .
5. Виконайте пп. 2-4 не менше 5 разів.
6. Результати вимірювань та розрахунку занесіть до звітної таблиці 8.1.
7. Обчисліть середнє арифметичне значення сили опору:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i, \quad (8.3)$$

де n - кількість значень.

8. Обчисліть середньоквадратичне відхилення:



$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle F \rangle - F_i)}{n(n-1)}} \quad (8.4)$$

9. Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta F = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (8.5)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

10. Запишіть остаточний результат:

$$F = \langle F \rangle \pm \Delta F \quad (8.6)$$

11. Визначте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta F}{\langle F \rangle} \cdot 100\% \quad (8.7)$$

12. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Таблиця 8.1

№	$h_{1i}, м$	$h_{2i}, м$	$F_i, Н$	$ \langle F \rangle - F_i , Н$	$(\langle F \rangle - F_i)^2, Н^2$
1					
2					
3					
4					
5					
			Середнє:		Сума:

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 8

Кутова швидкість та кутове прискорення матеріальної точки. Кінетична енергія поступального та обертального рухів твердого тіла. Сила тертя. Робота сили. Виведення формули (8.2). Абсолютна та відносна похибки, довірчий інтервал.

Лабораторна робота № 9

ВИЗНАЧЕННЯ ВІДНОШЕННЯ ПИТОМИХ ТЕПЛОЄМНОСТЕЙ ГАЗУ МЕТОДОМ КЛЕМАНА І ДЕЗОРМА

Мета роботи: визначити відношення питомих теплоємностей газу при сталому тиску та сталому об'ємі.

Обладнання: скляний балон об'ємом 25-30 л з герметичною гумовою пробкою і краном; відкритий водяний манометр; повітряний насос; гумові трубки.

Опис лабораторної установки

Прилад Клемана і Дезорма зображено на *рис. 9.1* і він складається з двох принципових частин: 1) пристрій для нагнітання повітря, що має в своєму складі скляний балон 1, гумову пробку 2, яка герметично закриває балон, насос 3, кран 5; 2) водяний відкритий манометр 4.

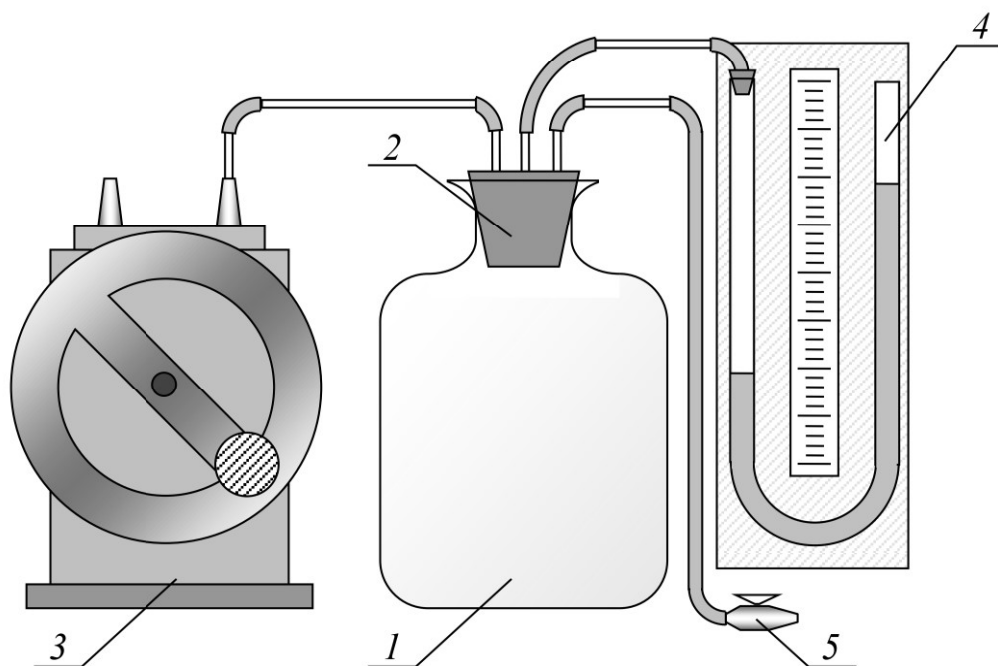


Рис. 9.1

Короткі теоретичні відомості

Теплоємністю C називається відношення кількості теплоти ΔQ , наданої тілу (системі), до відповідного підвищення температури тіла ΔT :

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (9.1)$$

Відношення теплоємності до одиниці маси називається *питомою* теплоємністю c , а відношення теплоємності до одного моль - молярною c_μ .

Зв'язок між питомою та молярною теплоємностями:

$$c_\mu = c\mu, \quad (9.2)$$

де μ - молярна маса газу.

Газ можна нагрівати різними способами, зокрема: при сталому об'ємі - ізохорно та при сталому тиску - ізобарно. При ізохорному нагріванні газ не розширюється і робота ним не виконується, а вся теплота, що надається газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії. При ізобарному нагріванні газ обов'язково ще й розширюється і виконує роботу проти зовнішніх сил. Отже, для нагрівання тієї самої маси газу до однакової температури при ізобарному процесі треба витратити більше теплоти, ніж при ізохорному, оскільки при ізобарному процесі крім витрат теплоти на нагрівання газу, теплота витрачається ще й на виконання механічної роботи. Іншими словами, $c_p > c_v$: питома теплоємність газу при постійному тиску c_p завжди більша питомої теплоємності газу при постійному об'ємі c_v .

В теорії газів велике значення має відношення питомих теплоємностей газу при сталому тиску та сталому об'ємі:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (9.3)$$

Величина γ називається показником адіабати і входить в рівняння Пуасона. Теоретичне значення γ легко знайти за формулою:

$$\gamma = \frac{i+2}{i}, \quad (9.4)$$

де i - число ступенів свободи молекул газу.

Метод вимірювання відношення питомих теплоємностей γ , що використовується в даній роботі, ґрунтується на адіабатному розширенні повітря при його швидкому випусканні з балона, тиск у якому перевищує

атмосферний. Чим швидше відбувається розширення, тим більше цей процес наближається до адіабатного. При адіабатному розширенні повітря охолоджується і тиск його зменшується.

Опускаючи теоретичні викладки, запишемо кінцевий вираз для наближеного розрахунку відношення питомих теплоємностей газу при сталому тиску та сталому об'ємі:

$$\gamma \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}, \quad (9.5)$$

де h_1 - висота рівня води в манометрі на початок адіабатного випускання газу з балону і h_2 - кінцева висота підняття рівня води в манометрі по завершенню ізохорного охолодження газу на момент вирівнювання температури газу в балоні з температурою навколишнього повітря.

Порядок виконання роботи

1. Визначте початковий нульовий рівень води в трубці манометра.
2. Закрийте кран та закачайте насосом повітря в балон, при цьому рівень води в трубці манометра підніметься на деяку висоту (не менше 10 см).
3. Виміряйте висоту h_{1i} рівня води в трубці манометра та відкрийте кран.
4. Коли рівень води в манометрі опуститься до нульового – закрийте кран.
5. Зачекайте кілька хвилин, поки рівень води в трубці манометра буде підвищуватися та виміряйте кінцеву висоту h_{2i} його підняття.
6. Відкрийте кран, за формулою (9.5) розрахуйте значення γ_i (тим часом вода в трубці манометра встановиться на нульовому рівні).
7. Виконайте пп. 1-6 не менше 5 разів, результати внесіть до таблиці 9.1.
8. Обчисліть середнє арифметичне значення відношення питомих теплоємностей повітря при сталому тиску та сталому об'ємі:

$$\langle \gamma \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i, \quad (9.6)$$

де n - кількість значень.



9. Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle \gamma \rangle - \gamma_i)^2}{n(n-1)}} \quad (9.7)$$

10. Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta \gamma = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (9.8)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

11. Запишіть остаточний результат:

$$\gamma = \langle \gamma \rangle \pm \Delta \gamma \quad (9.9)$$

12. Визначте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \gamma}{\langle \gamma \rangle} \cdot 100\% \quad (9.10)$$

13. Визначте відносно теоретичну похибку розрахунку:

$$\delta = \frac{|\gamma_T - \langle \gamma \rangle|}{\gamma_T} \cdot 100\%, \quad (9.11)$$

де теоретичне значення показника адіабати γ_T необхідно знайти за формулою (9.4) і згідно з *табл. Д2*.

14. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Таблиця 9.1

№	$h_{1i}, \text{ м}$	$h_{2i}, \text{ м}$	γ_i	$ \langle \gamma \rangle - \gamma_i $	$(\langle \gamma \rangle - \gamma_i)^2$
1					
2					
3					
4					
5					
			Середнє:		Сума:

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 9

Теплоємність речовини, питома та молярна теплоємності. Ізопроцеси. Теплоємність газу при сталому об'ємі та сталому тиску. Рівняння Майєра. Число ступенів свободи молекули. Закон Больцмана про рівномірний

розподіл енергії за ступенями свободи газових молекул. Перший закон термодинаміки та застосування його до адіабатного процесу. Рівняння Пуассона. Обчислення похибок при непрямим вимірюваннях.

Лабораторна робота № 10

ВИЗНАЧЕННЯ ВОЛОГІСТІ ПОВІТРЯ З ДОПОМОГОЮ ПСИХРОМЕТРА АСМАНА

Мета роботи: визначити абсолютну і відносну вологість повітря.

Обладнання: психрометр Асмана, барометр.

Опис лабораторної установки

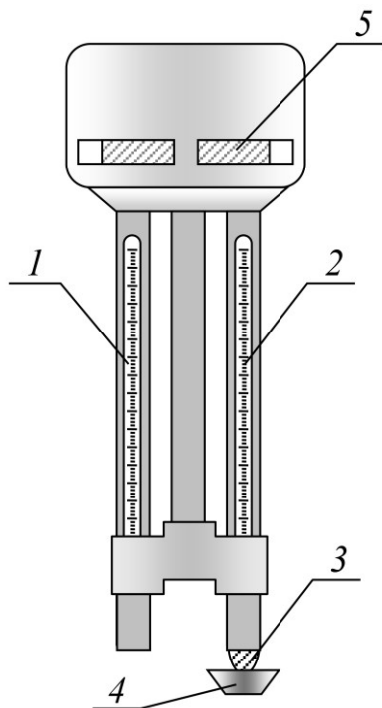


Рис. 10.1

Психрометр Асмана (рис. 10.1) складається з двох однакових термометрів 1 і 2, резервуари яких, з метою захисту від впливу зовнішнього середовища, розміщені всередині відкритих металевих трубок з подвійними стінками. Резервуар одного термометра огорнуто батином 3, кінець якого опущено в невелику посудину з водою 4. Таким чином, маємо сухий 1 та вологий 2 термометри.

Для точного визначення вологості повітря резервуари сухого і вологого термометрів повинні обдуватися потоком повітрям, швидкість якого має бути сталою, що й досягається з допомогою вентилятора 5, який знаходиться у верхній частині приладу. Сухий термометр психрометра показує температуру повітря t_1 , а вологий – температуру t_2 випаровування води, яка залежить від відносної вологості повітря.

Короткі теоретичні відомості

Внаслідок безперервного випаровування води з різноманітних поверхонь, повітря атмосфери завжди має в своєму складі деяку кількість водяної пари. Так вологість повітря має велике значення як при дослідженні

різних явищ в атмосфері, так і в виробництві, побуті тощо. Для характеристики вологості повітря користуються поняттями абсолютної, максимальної та відносної вологості.

Абсолютною вологістю повітря φ називається фізична величина, яка вимірюється масою водяної пари в грамах, що міститься в 1 м^3 повітря при даній температурі (тобто густиною водяної пари). Часто абсолютну вологість визначають як парціальний тиск водяної пари і вимірюють її в міліметрах ртутного стовпа. Така заміна одиниці вимірювання абсолютної вологості зумовлена тим, що густина водяної пари і її парціальний тиск - величини пропорційні, про що говорить і рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT, \quad (10.1)$$

де P - парціальний тиск газу; ρ - густина газу; μ - молярна маса газу; R - молярна газова стала; T - абсолютна температура газу.

Максимальна вологість повітря $\varphi_{\max}$ визначається максимальним значенням абсолютної вологості повітря при даній температурі, коли воно стає насиченим.

Відносна вологість повітря r , що характеризує міру насиченості повітря водяною парою визначається відношенням абсолютної вологості φ повітря до її максимального значення $\varphi_{\max}$ при даній температурі та виражається у відсотках:

$$r = \frac{\varphi}{\varphi_{\max}} \cdot 100\% \quad (10.2)$$

Абсолютна вологість повітря може бути розрахована за формулою Шпрунга:

$$\varphi = \varphi_{\max,2} - \frac{0,5 \cdot (t_1 - t_2) \cdot H}{755}, \quad (10.3)$$

де $\varphi_{\max,2}$ - максимальна вологість повітря за показами вологого термометра; H - атмосферний тиск в *мм.рт.ст.*, t_1 і t_2 - температури сухого і вологого термометрів відповідно.

Максимальні значення вологості повітря при різних температурах повітря необхідно визначати за психрометричною таблицею.

Порядок виконання роботи

1. Змочіть батист вологого термометру в посудині з водою (можна разом з термометром).
2. З дозволу викладача ввімкніть прилад в мережу.
3. Після того як процес випаровування стане незмінним (температура вологого термометра перестане знижуватися), визначте за шкалою сухого і вологого термометрів температури t_1 і t_2 відповідно.
4. Не вимикаючи приладу з мережі, повторіть ще не менше 4 разів вимірювання показів сухого та волого термометрів через кожні наступні 5 хвилин.
5. Визначте за барометром атмосферний тиск H (мм.рт.ст.).
6. Знайдіть максимальні значення вологості повітря за показами сухого $\varphi_{\max,1,i}$ і волого $\varphi_{\max,2,i}$ термометрів, користуючись психрометричною таблицею (табл. Д8).
7. За формулою (12.3) розрахуйте значення абсолютної вологості повітря φ_i .
8. Результати вимірювань та розрахунків внесіть до звітної таблиці 10.1.



Таблиця 10.1

№	$t_1,$ °C	$t_2,$ °C	$\varphi_{\max,1,i}$	$\varphi_{\max,2,i}$	H	φ_i	$ \langle\varphi\rangle - \varphi_i $	$(\langle\varphi\rangle - \varphi_i)^2,$ (мм.рт.ст.) ²
			мм.рт.ст.					
1								
2								
3								
4								
5								
						Середнє:		Сума:

9. Визначте середнє арифметичне значення абсолютної вологості повітря:

$$\langle\varphi\rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i, \quad (10.4)$$

де n - кількість значень.

10.Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle \varphi \rangle - \varphi_i)^2}{n(n-1)}} \quad (10.5)$$

11.Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta \varphi = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (10.6)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

12.Запишіть остаточний результат:

$$\varphi = \langle \varphi \rangle \pm \Delta \varphi \quad (10.7)$$

13.Визначте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \varphi}{\langle \varphi \rangle} \cdot 100\% \quad (10.8)$$

14. У відповідності з виразом (10.2) розрахуйте середнє значення відносної вологості повітря:

$$r = \frac{\langle \varphi \rangle}{\varphi_{\max,1}} \cdot 100\%, \quad (10.9)$$

де $\varphi_{\max,1}$ - середнє значення максимальної вологості повітря за показами сухого термометра.

15.Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 10

Насичена пара рідини. Суміш газів. Парціальний тиск газу, який входить до суміші. Рівняння Менделєєва-Клапейрона. Закон Дальтона. Абсолютна та відносна вологості повітря. Точка роси. Обчислення похибок при непрямих вимірюваннях.

Лабораторна робота № 11

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИНИ ЗА ВИСОТОЮ ЇЇ ПІДНЯТТЯ В КАПІЛЯРНІЙ ТРУБЦІ

Мета роботи: визначити коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

Обладнання: U - подібна скляна трубка на штативі, оптична лава, лінза, екран, штангенциркуль, досліджувана рідина, джерело світла.

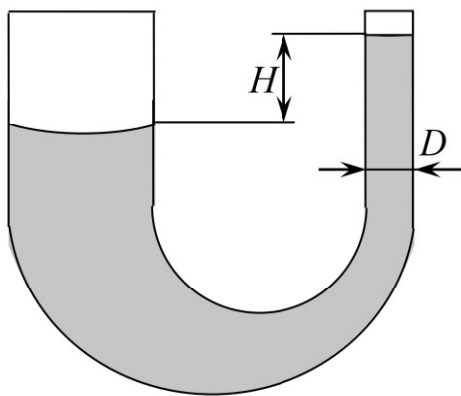


Рис. 11.1

Опис лабораторної установки

Дана лабораторна установка складається з U -подібної трубки, що має коліна різного діаметра, яка розміщується на оптичній лаві. Лабораторна установка містить лінзу, що проектує збільшене зображення трубки з водою на екран і дозволяє виконувати більш точні

вимірювання.

Короткі теоретичні відомості

Оскільки молекули рідини в її поверхневому шарі знаходяться в умовах, коли результуюча сила їх взаємодії з молекулами рідини набагато більша результуючої сили їх взаємодії з молекулами газу, то на такі молекули буде діяти *сила поверхневого натягу*, спрямована в середину рідини. Ця сила буде породжувати тиск на всю рідину, який називається *молекулярним*. Дія сил молекулярного тиску аналогічна дії, яка б виникла, коли поверхня рідини являла собою розтягнуту плівку, що прагне до скорочення. Всі явища, що викликані існуванням молекулярного тиску, вивчаються і пояснюються на моделі такої розтягнутої плівки.

Для того, щоб розтягнуту плівку утримати в рівновазі, перпендикулярно до лінії її границі, необхідно прикласти силу F , дотичну

до поверхні рідини. Ця сила і є силою поверхневого натягу. Вона тим більша, чим більша довжина ℓ контура плівки:

$$F = \sigma \ell, \quad (11.1)$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу рідини, який залежить від природи рідини та її фізико-хімічних властивостей.

Додатковий молекулярний тиск ΔP , що завжди направлений в середину поверхні кривизни рідини, можна розрахувати за формулою Лапласа:

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (11.2)$$

де R_1 і R_2 - радіуси кривизни двох довільних нормальних перетинів поверхні рідини.

Якщо поверхня рідини має сферичну форму, то $R_1 = R_2 = R$ і тиск Лапласа:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}, \quad (11.3)$$

де R - радіус поверхні кривизни рідини сферичної форми.

Оскільки U -подібна трубка має коліна різного діаметра, то за рахунок цього в цих колінах поверхня рідини має кривизну різного радіуса, а, значить, різним буде й тиск Лапласа. За рахунок різниці тисків висоти стовпчиків рідини в трубці будуть різними, а різниця гідростатичних тисків рідини в колінах буде рівною різниці молекулярних тисків у цих колінах:

$$\Delta P = \rho g h, \quad (11.4)$$

де ρ - густина рідини; g - прискорення вільного падіння; h - різниця стовпчиків рідини в колінах трубки.

Нехтуючи тиском Лапласа в більшій трубці (що допустимо, оскільки кривизна поверхні рідини в капілярі набагато більша від кривизни поверхні рідини в більшій трубці) можемо записати:

$$\frac{4\sigma}{d} = \rho g h, \quad (11.5)$$

де d - діаметр капіляра.

Виразимо з (13.5) коефіцієнт поверхневого натягу рідини:

$$\sigma = \frac{\rho g h d}{4} \quad (11.6)$$

Оскільки в лабораторній роботі з метою збільшення точності розрахунку вимірювання величин виконуються зі збільшеного зображення U -подібної трубки з водою і збільшеними виявляться як різниця висот h стовпчиків рідини в колінах трубки, так і діаметр капіляра, то ці величини в розрахунках необхідно розділити на коефіцієнт збільшення системи γ :

$$\sigma = \frac{\rho g H D}{4 \gamma^2}, \quad (11.7)$$

де H - різниця висот стовпчиків рідини в колінах трубки на зображенні; D - діаметр капіляра на зображенні.

Коефіцієнт збільшення системи можна знайти, поділивши зовнішній діаметр d_2 товстої трубки на зображенні на її реальний діаметр d_1 :

$$\gamma = \frac{d_2}{d_1} \quad (11.8)$$

Порядок виконання роботи

1. Закріпіть U -подібну трубку з водою на оптичній лаві та, з дозволу викладача, ввімкніть джерело світла.
2. Отримайте чітке зображення U -подібної трубки на екрані.
3. Виміряйте штангенциркулем фактичний зовнішній діаметр більшої трубки d_1 та її діаметр d_2 на зображенні.
4. За формулою (11.8) обчисліть збільшення γ оптичної системи.
5. Виміряйте на зображенні діаметр капіляра D_i та різницю рівнів рідини H_i в трубках.
6. Змінюючи кількість рідини в трубці, повторіть вимірювання D_i та H_i ще не менше 4 разів.
7. За виразом (11.7) знайдіть значення коефіцієнта поверхневого натягу σ_i .
8. Результати вимірювань та обчислень занесіть до звітної таблиці 11.1.



Таблиця 11.1

№	$d_1,$ m	$d_2,$ m	γ	$D_i,$ m	$H_i,$ m	$\sigma_i,$ H/m	$ \langle\sigma\rangle-\sigma_i ,$ H/m	$(\langle\sigma\rangle-\sigma_i)^2,$ H^2/m^2
1								
2								
3								
4								
5								
Середнє:							Сума:	

9. Визначте середнє арифметичне значення коефіцієнта поверхневого натягу рідини:

$$\langle\sigma\rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i, \quad (11.9)$$

де n - кількість значень.

10. Визначте середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle\sigma\rangle - \sigma_i)^2}{n(n-1)}} \quad (11.10)$$

16. Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta\sigma = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (11.11)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

17. Запишіть остаточний результат:

$$\sigma = \langle\sigma\rangle \pm \Delta\sigma \quad (11.12)$$

18. Визначте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{\langle\sigma\rangle} \cdot 100\% \quad (11.13)$$

11. Розрахуйте відносно теоретичну похибку розрахунку:

$$\delta = \frac{|\sigma_T - \langle\sigma\rangle|}{\sigma_T} \cdot 100\%, \quad (11.14)$$

де σ_T - теоретичне значення (табл. Д2) коефіцієнта поверхневого натягу рідини.

12. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 11

Поверхневий шар рідини. Поверхневий натяг. Коефіцієнт поверхневого натягу. Явища на межі рідини та твердого тіла. Змочування і незмочування, крайовий кут. Формула Лапласа. Капілярні явища, їх роль у житті людини. Виведення формули (11.7), як зміниться цей вираз, якщо враховувати тиск Лапласа в обох колінах U -подібної трубки? Класифікація похибок.

Лабораторна робота № 12

ВИЗНАЧЕННЯ СИЛИ ВЗАЄМОДІЇ ДВОХ ТІЛ ПРИ ЇХ ПРУЖНОМУ ЗІТКНЕННІ

Мета роботи: визначити середню силу взаємодії двох кульок при їх пружному ударі.

Обладнання: лабораторна установка, що складається з двох підвішених на нитках кульок, електромагніту, шкали для відліку кутів та електронного секундоміра.

Опис лабораторної установки

Схема лабораторної установки зображена на *рис 12.1*. На вертикальній

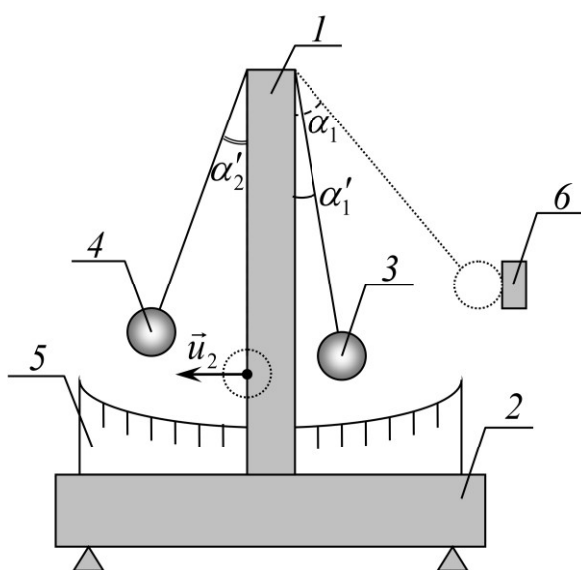


Рис. 12.1

стійці 1, яка закріплена на основі 2, на тонких нерозтяжних нитках висять дві кулі 3 і 4. Якщо відвести вбік праву кулю на кут α_1 (до електромагніту 6) і відпустити її, то вона зіткнеться з лівою кулею і кулі розлетяться відповідно на кути α'_1 та α'_2 .

В даній роботі імпульс другої кулі до зіткнення $p_2=0$, оскільки до

удару її швидкість $v_2=0$. Таким чином, зміна імпульсу другої кулі за час удару буде дорівнювати її імпульсу на кінець взаємодії з першою.

Короткі теоретичні відомості

Якщо на тіло діє протягом деякого часу τ сила $\vec{F}$, то імпульс тіла змінюється як за напрямком, так і за значенням. Виходячи з другого закону Ньютона, можемо записати:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\tau}, \quad (12.1)$$

де $\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}_0$ - зміна імпульсу тіла за час взаємодії; $\vec{p}'$ та $\vec{p}_0$ - відповідно кінцеве та початкове значення імпульсів тіла.

Значення середньої сили взаємодії F між кульками під час їх прямого центрального пружного зіткнення можна розрахувати за формулою:

$$F = \frac{p' - p_0}{\tau}, \quad (12.2)$$

де $p' = mu$ - імпульс кульки до удару; m - маса кульки; u - швидкість кульки після удару; $p_0 = m v_0$ - імпульс кульки до удару; v_0 - швидкість кульки до удару.

Якщо першу кулю відхилити на кут α_1 і відпустити, то вона почне падати і зіткнеться в нижньому положенні з другою. Далі, друга куля, маючи початкову швидкість u_2 та кінетичну енергію $W_{k2} = \frac{m_2 u_2^2}{2}$, почне підійматись (m_2 - маса другої кульки). За законом збереження енергії, для моменту максимального відхилення нитки з другою кулею (що відповідає максимальній висоті підняття кулі), можна стверджувати, що її кінетична енергія повністю перейшла в потенціальну. Так, враховуючи геометрію задачі, неважко показати, що потенціальна енергія другої кульки при її максимальному відхиленні становитиме:

$$W_{n2} = m_2 g \ell (1 - \cos \alpha_2'), \quad (12.3)$$

де g - прискорення вільного падіння на Землі; ℓ - довжина нитки підвісу.

Прирівнюючи між собою W_{n2} і $W_{\kappa 2}$ (відповідно до закону збереження енергії), знайдемо швидкість другої кулі після удару:

$$u_2 = 2\sqrt{g\ell} \sin \frac{\alpha'_2}{2} \quad (12.4)$$

Імпульс другої кулі безпосередньо після удару:

$$p'_2 = m_2 u_2 \quad (12.5)$$

При цьому масу другої кульки необхідно визначати за довідковою таблицею (табл. Д2).

Користуючись виразом (12.2) та згідно з вищесказаним, запишемо:

$$F = \frac{p'_2}{\tau} \quad (12.6)$$

Порядок виконання роботи

1. Виміряйте довжину ℓ ниток підвісу куль.
2. З дозволу викладача увімкніть прилад в мережу та натисніть «Сеть».
3. Наблизьте праву кульку до електромагніту та зафіксуйте її в цьому стані, ліва має бути в стані спокою. Натисніть клавішу «Сброс».
4. Натисніть клавішу «Пуск». Візуально зафіксуйте кут відхилення $\alpha'_{2,i}$ нитки підвісу лівої кулі після зіткнення з правою; занесіть значення кута $\alpha'_{2,i}$ та тривалість τ_i зіткнення куль (за секундоміром) до таблиці 12.1.
5. Виконайте пп. 3-4 не менше 5 разів.

Таблиця 12.1

№	$\ell, м$	$\alpha'_{2,i},$ градус	$\tau_i,$ с	$u_{2,i},$ м/с	$p'_{2,i},$ кг·м/с	$F_i,$ Н	$ \langle F \rangle - F_i ,$ Н	$(\langle F \rangle - F_i)^2,$ Н ²
1								
2								
3								
4								
5								
						Середнє:		Сума:

6. Розрахуйте швидкість $u_{2,i}$ (12.4) та згідно з табл. Д2 і виразу (12.5) імпульс p'_2 лівої кулі, який вона отримала після удару з правою кулею.

7. За формулою (12.6) обчисліть середню силу F_i удару куль.

8. Розрахуйте середнє значення середньої сили взаємодії куль:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i \quad (12.7)$$

де n - кількість значень.

9. Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle F \rangle - F_i)^2}{n(n-1)}} \quad (12.8)$$

10. Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta F = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (12.9)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

11. Запишіть остаточний результат:

$$F = \langle F \rangle \pm \Delta F \quad (12.10)$$

12. Розрахуйте відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta F}{\langle F \rangle} \cdot 100\% \quad (12.11)$$

13. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 12

Абсолютно пружний та абсолютно непружний удари. Застосування законів збереження енергії та імпульсу до описання абсолютно пружного та непружного ударів. Робота деформації та залишкова енергія для абсолютно непружного удару. Обчислення похибок при непрямих вимірюваннях.

Лабораторна робота № 13

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТА ІНЕРЦІЇ МЕТАЛЕВИХ КІЛЕЦЬ МЕТОДОМ МАЯТНИКА МАКСВЕЛА

Мета роботи: визначити момент інерції металевого кільця.

Обладнання: маятник Максвелла, з'ємне кільце, секундомір.

Опис лабораторної установки

Маятник Максвелла - це диск 1, надітий на горизонтальну вісь 2 і прикріплений до верхнього кронштейна 3 з допомогою гнучкого біфілярного підвісу 4. В основі приладу закріплена вісь, до якої приєднано нерухомий верхній 3 і рухомий нижній 6 кронштейни. На верхньому кронштейні

знаходяться електромагніт і вороток для закріплення та регулювання довжини біфілярного підвісу маятника. Фотоелектричні датчики в кронштейнах використовуються для запуску та зупинки секундоміра. Маятник з надітим кільцем і накрученими на вал нитками утримується у верхньому стані електромагнітом. Довжину маятника визначають за міліметровою шкалою, що знаходиться на осі приладу. Основу оснащено ніжками 5, що регулюються за висотою для вирівнювання горизонтального положення маятника.

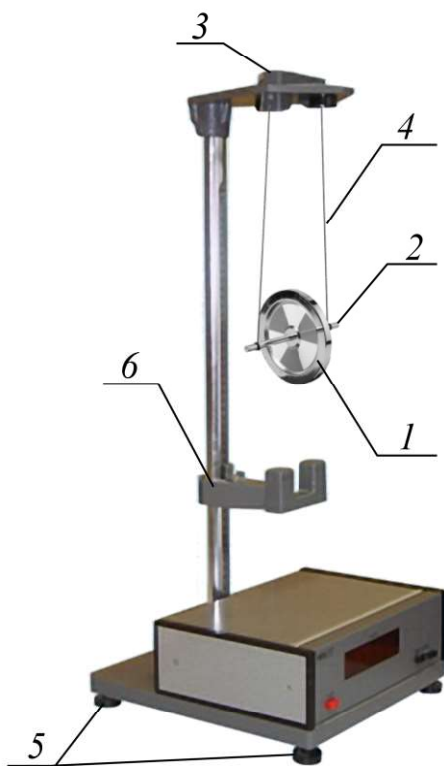


Рис. 13.1

Короткі теоретичні відомості

Моментом інерції системи (або тіла) відносно заданої осі обертання називається фізична величина, що дорівнює сумі добутків мас всіх матеріальних точок системи на квадрати їх відстаней до вибраної осі:

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad (13.1)$$

В загальному вигляді для твердого тіла довільної форми попередній вираз можна звести до інтегралу $J = \int_V r^2 dm$ (інтегрування виконується по всьому об'єму тіла).

Якщо вісь обертання твердого тіла не проходить через його центр мас, то момент інерції тіла необхідно визначати користуючись теоремою Штейнера: момент інерції J тіла відносно будь-якої осі обертання, дорівнює сумі момента інерції J_C тіла відносно осі обертання, що проходить паралельно даній через центр мас тіла та добутку маси m тіла на квадрат відстані d між осями:

$$J = J_C + md^2 \quad (13.2)$$

Момент інерції при обертальному русі має той же фізичний зміст, що й маса тіла при його лінійному русі.

Теоретично, момент інерції маятника Максвелла визначається як сума моментів інерції тіл, з яких він складається:

$$J_T = J_B + J_D + J_K, \quad (13.3)$$

де J_B , J_D , J_K - моменти інерції відповідно для вала маятника, диска та з'ємного кільця, які мають діаметри D_B , D_D , D_K та маси m_B , m_D , m_K :

$$J_B = \frac{1}{8} m_B D_B^2 \quad (13.4)$$

$$J_D = \frac{1}{8} m_D (D_D^2 - D_B^2) \quad (13.5)$$

$$J_K = \frac{1}{8} m_K (D_K^2 - D_D^2) \quad (13.6)$$

Використовуючи основний закон динаміки обертального руху твердого тіла, запишемо вираз для визначення момента інерції маятника:

$$J = \frac{1}{4} m D_B^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (13.7)$$

де m - маса маятника з кільцем, t - час опускання маятника з висоти h , g - прискорення вільного падіння.

Очевидно, що маса маятника буде рівною сумі мас його вала, диска та кільця:

$$m = m_B + m_D + m_K \quad (13.8)$$

Порядок виконання роботи

1. З дозволу викладача увімкніть установку до мережі.
2. На вісь маятника рівномірно намотайте нитку підвісу, дотримуючись горизонтальності осі маятника, зафіксуйте маятник з допомогою електромагніта у верхньому положенні.
3. Натисніть клавішу «Пуск».
4. Запишіть отримані значення часу t_i та висоти h_i опускання маятника.
5. Натисніть клавішу «Сброс».
6. Виконайте пп. 2-5 не менше 5 разів.
7. Запишіть значення мас вала, диска та кільця (їх зазначено на відповідних елементах маятника) і, користуючись формулою (13.8), визначте масу маятника разом із надітим на нього кільцем:

$$m_B = \quad m_D = \quad m_K = \quad m =$$

8. Виміряйте зовнішні діаметри вала, диска та кільця маятника:

$$D_B = \quad D_D = \quad D_K =$$

9. За виразом (13.7) розрахуйте момент інерції маятника J_i .
10. За формулами (13.3), (13.4), (13.5) та (13.6) знайдіть теоретичне значення моменту інерції маятника J_T :

$$J_T =$$

11. Обчисліть середнє значення моменту інерції:

$$\langle J \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J_i, \quad (13.9)$$

де n - кількість значень.



12.Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle J \rangle - J_i)^2}{n(n-1)}} \quad (13.10)$$

13.Обчисліть абсолютну похибку:

$$\Delta J = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (13.11)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

14.Запишіть кінцевий результат:

$$J = \langle J \rangle \pm \Delta J \quad (13.12)$$

15.Розрахуйте відносну похибку вимірювань:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{\langle J \rangle} \cdot 100\% \quad (13.13)$$

16.Обчисліть відносно теоретичну похибку вимірювань:

$$\delta = \frac{|\langle J \rangle - J_T|}{J_T} \cdot 100\% \quad (13.14)$$

17.Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Таблиця 13.1

№	$h_i, м$	$t_i, с$	$J_i, кг \cdot м^2$	$ \langle J \rangle - J_i , кг \cdot м^2$	$(\langle J \rangle - J_i)^2, кг^2 \cdot м^4$
1					
2					
3					
4					
5					
			Середнє:		Сума:

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 13

Момент сили. Момент інерції матеріальної точки і твердого тіла. Теорема Штейнера. Основний закон динаміки обертального руху твердого тіла. Виведення формули (13.7). Класифікація похибок.

Лабораторна робота № 14

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ З ДОПОМОГОЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

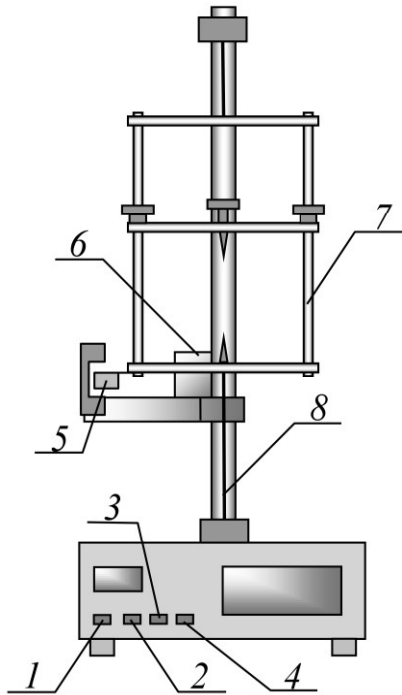


Рис. 14.1

Мета роботи: визначити момент інерції твердого тіла відносно деякої осі обертання.

Обладнання: стандартна лабораторна установка, масивне тверде тіло, мікромметр, штангенциркуль.

Опис лабораторної установки

Лабораторна установка містить в собі секундомір з пультом керування установкою (кнопки 1, 2, 3 та 4) і штатив, змонтовані на одному столику. На штативі на натягнутому дроті 8 підвішено рамку 7 з металевим вказівником 5 для запуску секундоміра з допомогою фотоелемента. Рамка починає

коливання після вимикання електромагніту 6.

Короткі теоретичні відомості

Коливання крутильного маятника в повітрі із закріпленим у рамці масивним твердим тілом можна вважати гармонічними.

За основним законом обертального руху, обертальний момент:

$$f\varphi = -J\varepsilon, \quad (14.1)$$

де f - константа момента пружних сил; J - момент інерції твердого тіла;

$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ - кутове прискорення (відносно осі обертання).

Рівняння (14.1) можна також записати у вигляді:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{f}{J}\varphi = 0 \quad (14.2)$$

Однорідне диференціальне рівняння другої степені (14.2) коливань крутильного маятника при величині φ має коефіцієнт, що дорівнює циклічній частоті ω коливань маятника. Оскільки $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то для періоду T коливань крутильного маятника можемо записати:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}} \quad (14.3)$$

Знаючи період коливань крутильного маятника та користуючись рівнянням (14.3), можна визначити момент інерції цього маятника:

$$J = \frac{f}{4\pi^2} T^2 \quad (14.4)$$

Запишемо відоме співвідношення між модулем зсуву N і константою момента пружних сил f для твердих тіл:

$$f = \frac{\pi N r^4}{2L}, \quad (14.5)$$

де r - радіус дроту; L - довжина дроту в крутильному маятнику.

Підставляючи (14.5) в (14.4), отримаємо:

$$J = \frac{T^2 N r^4}{8\pi L} \quad (14.6)$$

Теоретичне значення J_T для тіла відносно осі його обертання, що є віссю його симетрії:

для циліндра:

для куба:

$$J_T = \frac{1}{2} m R^2 \quad J_T = \frac{1}{6} m a^2, \quad (14.7)$$

де R - радіус основи циліндра, a - довжина ребра куба, m - маса тіла.

Визначений за формулою (14.6) момент інерції - це сумарний момент інерції рамки маятника і твердого тіла відносно осі маятника:

$$J = J_x + J_0, \quad (14.8)$$

де J_x та J_0 - моменти інерції відповідно для твердого тіла та рамки маятника.

Користуючись виразами (14.8) та (14.6) отримаємо:

$$J_x = J - J_0 = \frac{Nr^4}{8\pi L} (T_i^2 - T_j^2), \quad (14.9)$$

де T_j та T_i - періоди коливань маятника без досліджуваного тіла та з ним.

Порядок виконання роботи

1. Закріпіть досліджуване тіло вздовж його геометричної осі в рамці.
2. З дозволу викладача ввімкніть прилад в мережу та натисніть «Сеть».
3. Поверніть рамку до її фіксації електромагнітом.
4. Натисніть клавіші «Сброс» та «Пуск».
5. Після відліку лічильником чотирьох коливань (індикатор «Периоды») натисніть клавішу «Стоп». Мілісекундомір покаже час п'яти коливань.
6. Розділіть покази секундоміра на кількість коливань – це буде період коливань T_i крутильного маятника із закріпленим у рамці тілом.
7. Значення T_i виміряйте 5 разів, повторюючи пункти 3-7.
8. Вийміть з рамки приладу досліджуване тіло.
9. Повторіть дії пп. 3-8 для рамки без тіла в ній, в результаті чого знайдете період коливань T_j рамки маятника без досліджуваного тіла.
- 10.3 допомогою штангенциркуля виміряйте діаметр d дроту маятника та розрахуйте його радіус r :
 $d =$ $r =$
- 11.3 допомогою штангенциркуля визначте довжину L дроту маятника, беручи до уваги, що дріт складається з двох частин, на яких висить рамка:
 $L =$
12. Визначте момент інерції $J_{x,i}$ досліджуваного тіла за формулою (14.9) і згідно з *табл. Д2*.
13. Обчисліть теоретичне значення момента інерції J_T за формулою (14.7).
 $J_T =$
14. Результати вимірювань і обчислень занесіть до звітної таблиці 14.1.



Таблиця 14.1

№	T_j, c	T_i, c	$J_{x,i}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$ \langle J_x \rangle - J_{x,i} , \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$(\langle J_x \rangle - J_{x,i})^2, \text{кг}^2\cdot\text{м}^4$
1					
2					
3					
4					
5					
			Середнє:		Сума:

15.Обчисліть середнє арифметичне значення моменту інерції тіла:

$$\langle J_x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J_{x,i}, \quad (14.10)$$

де n - кількість значень.

16.Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle J \rangle - J_{x,i})^2}{n(n-1)}} \quad (14.11)$$

17.Розрахуйте абсолютну похибку:

$$\Delta J = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (14.12)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

18.Запишіть кінцевий результат:

$$J = \langle J \rangle \pm \Delta J \quad (14.13)$$

19.Обчисліть відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{\langle J \rangle} \cdot 100\% \quad (14.14)$$

20.Розрахуйте відносно теоретичну похибку розрахунку:

$$\delta = \frac{|\langle J \rangle - J_T|}{J_T} \cdot 100\% \quad (14.15)$$

21.Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 14

Поняття абсолютно твердого тіла, закон руху його центра мас. Момент сили і момент інерції твердого тіла відносно нерухомої осі. Основний закон

обертального руху твердого тіла. Кінетична енергія тіла, яке обертається відносно нерухомої осі. Обчислення похибок при непрямим вимірюваннях.

Лабораторна робота № 15

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ КОЧЕННЯ МЕТОДОМ ПОХИЛОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: визначення коефіцієнта тертя кочення кулі.

Обладнання: похилий маятник ГРМ-07, металева кулька і бронзова пластина.

Опис лабораторної установки

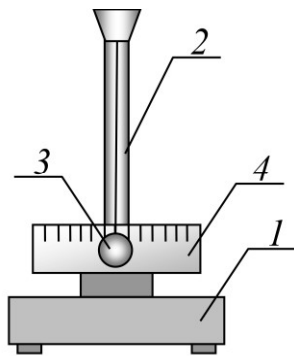


Рис. 15.1

Схему лабораторної установки, що використовується в даній роботі зображено на рис. 15.1. В основі 1 приладу розміщуються чотири ніжки-регулятори нахилу установки та закріплено рухомий кронштейн 2, кут нахилу якого до вертикалі вимірюється градусною шкалою, розміщеною збоку приладу. До кронштейна на нитці підвішено металеву кульку 3 та прикріплено бронзову пластинку 4.

Короткі теоретичні відомості

Всі тіла, що рухаються, зустрічають опір своєму руху з боку зовнішнього середовища чи інших тіл, з якими вони під час руху контактують. Сили опору завжди мають напрям, протилежний напрямку руху тіла. В даній роботі, під час кочення кульки по пластинці, між ними виникає сила тертя кочення:

$$F = f_k \frac{N}{r}, \quad (15.1)$$

де f_k - коефіцієнт тертя кочення; N - сила нормального тиску (сила реакції опори); r - радіус кульки.

Опускаючи виведення, запишемо розрахункову формулу для визначення коефіцієнта тертя кочення:

$$f_k = r \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\alpha_0 - \alpha_N}{4N}, \quad (15.2)$$

де r – радіус кульки; β – кут нахилу до горизонту площини, по якій котиться кулька (кут нахилу кронштейна); α_0 і α_N – відповідно початковий і кінцевий кути відхилення нитки від вертикалі в процесі коливань; N – число коливань маятника, в результаті яких кут відхилення нитки від вертикалі змінився від α_0 до α_N .

Порядок виконання роботи

1. Нахиліть кронштейн на деякий кут β та закріпіть його.
2. Відхиліть нитку з кулькою на деякий початковий кут $\alpha_{0,i}$ та відпустіть.
3. Після того, коли кулька здійснить N_i коливань виміряйте кут $\alpha_{N,i}$ відхилення нитки від вертикалі.
4. За виразом (15.2) обчисліть коефіцієнт тертя кочення $f_{k,i}$.
5. Виконайте пп. 2-4 не менше 5 разів.
6. Результати вимірювань та розрахунку внесіть до звітної таблиці 15.1.



Таблиця 15.1

№	$\beta =$					
	N_i	$\alpha_{0,i}$, градусів	$\alpha_{N,i}$, градусів	$f_{k,i}$, м	$ \langle f_k \rangle - f_{k,i} $, м	$(\langle f_k \rangle - f_{k,i})^2$, м ²
1						
2						
3						
4						
5						
				Середнє:		Сума:

7. Розрахуйте середнє арифметичне значення коефіцієнта тертя кочення:

$$\langle f_k \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{k,i}, \quad (15.3)$$

де n – кількість значень.

8. Обчисліть середньоквадратичне відхилення:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle f_k \rangle - f_{k,i})^2}{n(n-1)}} \quad (15.4)$$

9. Розрахуйте абсолютну похибку:

$$\Delta f_k = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (15.5)$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента.

10. Запишіть кінцевий результат:

$$f_k = \langle f_k \rangle \pm \Delta f_k \quad (15.6)$$

11. Обчисліть відносну похибку розрахунку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta f_k}{\langle f_k \rangle} \cdot 100\% \quad (15.7)$$

12. Сформулюйте та запишіть висновок до роботи.

Контрольні запитання до лабораторної роботи № 15

Сили в механіці. Сили тертя. Статичне і кінематичне тертя. Закон Амонтона-Кулона. Другий закон Ньютона. Задача про рух тіла по похилій площині. Довірчий інтервал, відносна та абсолютна похибки.

РОЗДІЛ II. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

Елементи теорії похибок

Мабуть, єдиним надійним способом отримання достовірних знань про оточуючий світ є проведення експерименту, основою якого є вимірювання тих чи інших величин.

Виміром називають знаходження значення величини дослідним шляхом з допомогою спеціальних технічних засобів.

При експериментальному визначенні будь-якого параметра завжди можемо тримати не істинне, а лише наближене, ймовірне його значення. Повторюючи серію вимірювань декілька разів та застосовуючи щоразу більш досконале обладнання, ми можемо лише наблизити отриманий результат до його істинного значення. Та як би там не було, знати абсолютно точне істинне значення величини зовсім не обов'язково – досить мати його наближене значення та можливе відхилення від істинного, **похибку**. Очевидно, що чим менше можливе відхилення отриманого результату від істинного, тим краще, але безглуздо гнатися за точністю вимірювань теж нераціонально: з прагненням підвищити точність результату одночасно ускладнюється процес його пошуку, що може звести нанівець цінність виміру. Кожен, хто проводить експериментальні вимірювання завжди має пам'ятати, що підвищення точності вимірювань не завжди означає поліпшення результату роботи і це дійсно так, адже, наприклад, для визначення тривалості польоту літака зовсім необов'язково вимірювати відстань між аеродромами різних міст з точністю навіть до десятків метрів, не кажучи вже про міліметри чи мікрометри, - цілком достатньо буде визначити її в кілометрах.

Слід також пам'ятати, що похибка і точність вимірювань залежать як від властивостей досліджуваного об'єкта з урахуванням умов зовнішнього середовища, так і від властивостей вимірювального приладу. Наприклад, на звичайних торгових терезах неможливо зважити тіло з точністю до $0,1\text{ мг}$, у

той час як на терезах спеціального призначення, таке зважування при наявності відповідних навичок цілком можливе. У будь-якому випадку, похибка виміру не може бути меншою від похибки приладу.

У найпростішому випадку **виміряти** деяку фізичну величину - означає порівняти її з іншою спорідненою фізичною величиною, прийнятою за одиницю виміру (**міра**). На сьогоднішній день загальноприйнятою в світі (за винятком США, Ліберії та М'янми (Бірма)) метричною системою мір є система **СІ** (Система Інтернаціональна), що базується на використанні метра і кілограма, визначає сім **основних** (*кілограм, метр, секунда, ампер, кельвін, моль і кандела*) і **похідні** (виходять з основних шляхом їх алгебраїчного множення чи ділення) одиниці фізичних величин, а також набір **приставок** (*табл. Д4, табл. Д5*). В рамках СІ вважається, що основні одиниці мають незалежну розмірність та не можуть бути виведеними одна з іншої. При виконанні експериментальних вимірювань та подачі їх результату рекомендується виражати всі величини в одиницях СІ з використанням необхідних приставок.

За способом знаходження значення величини розрізняють два види вимірювань: прямі та непрямі.

При **прямих вимірюваннях** шукане значення величини знаходять шляхом безпосереднього прямого її порівняння величини з мірою (вимірювання довжини метром, вимірювання маси на рівноплечих терезах тощо), або з допомогою вимірювального приладу, проградуйованого мірою (вимірювання температури термометром, густини рідини - аерометром). При **непрямих вимірюваннях** шукане значення величини знаходять шляхом проведення серії обчислень, оснований на результатах прямих вимірювань інших величин, що впливають на шукану величину (густину рідини можна розрахувати, якщо знати її масу та об'єм).

Класифікація похибок

Недосконалість вимірювальних приладів і наших органів чуття, а також дія багатьох факторів, які спотворюють вимірювання чи впливають на саму величину, призводить до того, що дійсний результат A_δ кожного вимірювання фізичної величини, не співпадає з її істинним значенням A_{icm} . Різницю між істинним значенням A_{icm} шуканої величини та результатом вимірювання A_δ називають **абсолютною похибкою ΔA вимірювання**:

$$\Delta A = |A_{icm} - A_\delta| \quad (II.1)$$

Оскільки істинне значення A_{icm} ми не можемо знати принципово, то й точно визначити похибку вимірювань також неможливо. Можемо лише наближено вказати інтервал можливих значень шуканої величини, всередині якого розташоване її істинне значення:

$$A_\delta - \Delta A < A_{icm} < A_\delta + \Delta A \quad (II.2)$$

Запис (II.2) загальноприйнято записувати в наступній формі:

$$A_{icm} = A_\delta \pm \Delta A \quad (II.3)$$

Говорячи про якість результату вимірювання, зручніше характеризувати її не абсолютною похибкою ΔA , а її відношенням до дійсного значення шуканої величини A_δ , що називають **відотною похибкою ε** і зазвичай виражають у відсотках:

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{A_\delta} \cdot 100\% \quad (II.4)$$

Якщо ж теоретично наближене значення A_m шуканої величини відоме і є необхідність оцінити спосіб визначення отриманого результату A_δ , то цей спосіб можна характеризувати **відотною теоретичною похибкою δ** :

$$\delta = \frac{|A_m - A_\delta|}{A_\delta} \cdot 100\% \quad (II.5)$$

Говорячи про точність вимірювань, можемо мати на увазі як абсолютну похибку ΔA вимірювання, так і відносну ε чи відотною теоретичну δ . Вважається, що значення відносної похибки ε вимірювань до 10% свідчить

про гарно виконану роботу експериментатора, а значення відносно теоретичної похибки δ вимірювань до 10% свідчить про правильність та відповідність способу визначення шуканої величини поставленій меті.

Також похибки вимірювань поділяють на три типи: **систематичні**, **випадкові** та **промахи**.

Систематичними похибками вимірювань називають похибки, які при багатократному вимірюванні однієї і тієї ж величини залишаються сталими, або змінюються за певним законом. Систематичні похибки у свою чергу поділяються на **методичні** та **інструментальні похибки**.

Методичні похибки викликані неточностями методу вимірювань, недосконалістю теорії фізичного явища чи грубістю розрахункової формули. Для зменшення цих похибок слід вдосконалювати методи вимірювань.

Інструментальні похибки (похибки приладу) зумовлені недосконалістю та неточністю виготовлення вимірювальних приладів. Повністю усунути інструментальну похибку неможливо.

Випадковими похибками називають похибки, абсолютне значення і знак яких змінюються при багатократних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Випадкові похибки викликаються багатьма факторами, що не піддаються обліку. Повністю позбавитися від цих похибок неможливо, але їх можна зменшити шляхом багатократного повторення вимірювань. Розрахунок випадкових похибок здійснюють методами теорії ймовірностей і математичної статистики.

Промах – це випадкова груба похибка, що суттєво перевищує очікувану при даних умовах вимірювання. Промах може бути зроблений внаслідок невірного запису показів приладу, помилки експериментатора при використанні приладу, несправності апаратури для вимірювання чи різкою зміною умов експерименту. Якщо промах виявлено, то його слід виключити з результатів, і, за необхідності, повторити вимірювання.

Обчислення похибок при прямих вимірюваннях

Оскільки заздалегідь нічого невідомо про можливі систематичну та випадкову похибки вимірювань і, враховуючи той факт, що вже перший вимір може бути промахом, зрозуміло, що обмежуватися одиничним виміром шуканої величини неможна: таких вимірів потрібно виконати декілька.

Припустимо, що в результаті проведення серії повторних вимірювань однієї і тієї ж величини отримали сукупність даних $A_1, A_2, \dots, A_n$, де n - кількість вимірювань шуканої величини. Якщо всі результати вимірювань шуканої величини виявилися однаковими між собою, або значно відрізняються один від одного, то це свідчить про недостатню точність чи помилковість вимірювань. Щоб знайти з сукупності отриманих даних найкращу оцінку істинного значення шуканої величини та визначити похибку вимірювань необхідно виконати їх статистичну обробку.

Згідно з теорією ймовірностей найкращою оцінкою істинного значення шуканої величини є *середнє арифметичне* результатів серії вимірювань:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i, \quad (\text{II.6})$$

де i - індекс даного сукупності вимірювань, порядковий номер даного.

Для оцінки випадкової похибки вимірювань спочатку необхідно розрахувати проміжну статистичну величину – *середньоквадратичне відхилення* ΔS :

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle A \rangle - A_i)^2}{n(n-1)}}, \quad (\text{II.7})$$

де $\sum_{i=1}^n (\langle A \rangle - A_i)^2$ - сума квадратів різниць середнього арифметичного $\langle A \rangle$ та кожного даного A_i .

Отримавши значення ΔS , необхідно пересвідчитися у відсутності промахів, які можуть потрапити до сукупності результатів вимірювань. При цьому вважається, що промахом будуть ті значення A_i , розбіжність з

середнім $\langle A \rangle$ кожного з яких більше ніж втричі перевищуватиме **дисперсію**:

$$\sigma = \Delta S \sqrt{n-1} \quad (\text{II.8})$$

Тобто, якщо для деякого даного A_i з сукупності результатів вимірювань виконується умова $|\langle A \rangle - A_i| > 3\sigma$, то таке дане потрібно виключити з розрахунку.

Після того, коли всі промахи буде виключено з розрахунків та будуть знайдені кінцеві значення $\langle A \rangle$ і ΔS , користуючись методом Стюдента, можна розрахувати **абсолютну випадкову похибку** розрахунку:

$$\Delta A_{\text{вип}} = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S, \quad (\text{II.9})$$

де $t_{n,\alpha}$ - коефіцієнт Стюдента, що визначається за кількістю n даних сукупності вимірювань та довірчою ймовірністю α відповідно до *табл. Д9*.

Збільшення числа n вимірювань приводить до зменшення випадкової похибки вимірювань, тому чим більше буде проведено вимірювань, тим надійнішим буде кінцевий результат. Мінімально допустимою кількістю вимірювань, при якій можна отримати більш-менш надійний результат є серія з п'яти вимірювань і лише при умові, що отримані результати не дуже сильно відрізняються один від одного, або підтверджують деяку заздалегідь відому теоретичну залежність.

Говорячи про похибку вимірювань чи надійність отриманого результату завжди необхідно приймати до уваги й відповідність вимірювальних засобів поставленій меті дослідження, їх інструментальній похибці $\Delta A_{\text{прил}}$.

Визначення інструментальної похибки приладу залежить від **класу точності приладу**, що зазначається на шкалі чи корпусі приладу у вигляді одного з чисел 0,01, 0,02, 0,1, 0,5, 1,0, 1,5, 2,5, 4,0. Розуміння «класу точності» залежить також і від типу приладу, що визначається за способом маркування їх класу точності:

1) клас точності γ вказано на приладі у вигляді числа без яких-небудь додаткових позначок.

Прилади такого типу виготовлені так, що їх абсолютна інструментальна похибка $\Delta A_{\text{прил}}$ не залежить від результату вимірювання і дорівнює:

$$\Delta A_{\text{прил}} = \frac{\gamma \cdot x_N}{100}, \quad (\text{II.10})$$

де x_N - *нормуюче значення* шкали приладу, яке дорівнює: а) верхній межі вимірювальної шкали, якщо шкала починається з нуля, або нуль не входить в її діапазон вимірювань; б) сумі модулів верхньої і нижньої меж вимірювальної шкали приладу, якщо нуль входить в діапазон її вимірювань.

Відносна інструментальна похибка такого приладу залежить від значення шуканої величини і тим менша, чим більше вимірюване значення.

2) клас точності γ вказано на приладі у вигляді обведеного кружком числа.

Прилади цього типу мають постійну відносну похибку, яка не залежить від значення вимірюваної величини і дорівнює вказаному класу точності. Абсолютна похибка приладу залежатиме від значення вимірюваної величини x і дорівнюватиме:

$$\Delta A_{\text{прил}} = \frac{\gamma \cdot x}{100} \quad (\text{II.11})$$

3) клас точності приладу не вказано.

У такому випадку абсолютна інструментальна похибка не залежить від значення вимірюваної величини і дорівнює для приладів з цифровою шкалою одиниці в молодшому розряді приладу (кроку дискретизації, кроку квантування), або половині ціни поділки для нецифрових приладів.

Оскільки при правильній постановці дослідження методичними похибками, як правило, можна знехтувати, то систематична похибка буде визначатися інструментальною:

$$\Delta A_{\text{сист}} \approx \Delta A_{\text{прил}} \quad (\text{II.12})$$

Кінцеве значення абсолютної похибки вимірювань шуканої величини

має включати в себе як випадкову, так і систематичну похибки:

$$\Delta A = \sqrt{(\Delta A_{\text{вип}})^2 + (\Delta A_{\text{сист}})^2} \quad (\text{II.12})$$

У тому випадку, коли інструментальна похибка у порівнянні з випадковою є малою, то нею також можна знехтувати, тобто:

$$\Delta A \approx \Delta A_{\text{вип}} \quad (\text{II.13})$$

Інтервал значень $(\langle A \rangle - \Delta A; \langle A \rangle + \Delta A)$ шуканої величини A називають **довірчим інтервалом**, а ймовірність того, що істинне значення $A_{\text{іст}}$ величини, яка вимірюється, попаде в довірчий інтервал, називають **довірчою ймовірністю** α (або надійністю результату). Так, для довірчого інтервалу $(\langle A \rangle - \sigma; \langle A \rangle + \sigma)$ довірна ймовірність становитиме 0,68, для $(\langle A \rangle - 2\sigma; \langle A \rangle + 2\sigma)$ - довірна ймовірність 0,95 та для $(\langle A \rangle - 3\sigma; \langle A \rangle + 3\sigma)$ - довірна ймовірність 0,997 (тобто, в «трьох сигмовий» інтервал попадають практично всі можливі значення шуканої величини, а все, що не ввійде до нього можна вважати за промах, про що, власне, вже було сказано вище).

Відповідно до (II.3), (II.4) і (II.5) запишемо кінцевий результат вимірювань шуканої величини, його відносну та відносно теоретичну похибки:

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A \quad (\text{II.14})$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} \cdot 100\% \quad (\text{II.15})$$

$$\delta = \frac{|A_m - \langle A \rangle|}{A_m} \cdot 100\% \quad (\text{II.16})$$



Обчислення похибок при непрямим вимірюваннях

Припустимо, що перед експериментатором поставлено ціль визначити шляхом непрямим вимірювань деяку шукану величину A , що функціонально залежить від кількох змінних $x_1, x_2, \dots, x_m$, де m - загальна кількість величин, що в сукупності визначають величину A (при цьому досліджувана функціональна залежність має бути теоретично відомою, або очікуваною).

Розрахувавши всі значення $A_i(x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{m,i})$, необхідно знайти їх середнє арифметичне значення $\langle A \rangle$ (II.6), середньоквадратичне відхилення ΔS (II.7) та дисперсію σ (II.8) і, після виключення можливих промахів, визначити абсолютну похибку ΔA (II.9), записати кінцевий результат (II.3) та розрахувати відносну (II.4) й відносно теоретичну (II.5) похибки:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i(x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{m,i}), \quad (\text{II.17})$$

де n - кількість вимірювань.

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle A \rangle - A_i(x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{m,i}))^2}{n(n-1)}} \quad (\text{II.18})$$

$$\sigma = \Delta S \sqrt{n-1} \quad (\text{II.19})$$

$$\Delta A = t_{n,\alpha} \cdot \Delta S \quad (\text{II.20})$$

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A \quad (\text{II.21})$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} \cdot 100\% \quad (\text{II.22})$$

$$\delta = \frac{|A_m - \langle A \rangle|}{A_m} \cdot 100\% \quad (\text{II.23})$$

Наведений вище спосіб визначення похибок при непрямим вимірюваннях величини (II.17 – II.23) є дещо спрощеним і про його високу надійність можна говорити лише при великій кількості вимірювань. Більш точним є інший метод, що дає можливість розрахувати максимально можливі похибки визначення шуканої величини, і який базується на використанні

диференціалів. Але за цим другим способом, перш ніж шукати кінцевий результат для A , необхідно виконати належну статистичну обробку всіх величин x_i , від яких залежить значення A :

1) якщо величина x_i визначається шляхом прямих вимірювань, то її необхідно подати в формі $x_i = \langle x_i \rangle \pm \Delta x_i$;

2) якщо величина x_i є параметром лабораторної установки, що було визначено раніше й приймається як постійна величина, то її необхідно також подати в формі $x_i = \langle x_i \rangle \pm \Delta x_i$, де $\langle x_i \rangle$ - значення параметра, що зазначено в методичних вказівках чи інструкції до лабораторної установки; Δx_i - точність визначення величини x_i ;

3) якщо величина x_i є табличною величиною чи константою, то її бажано брати з таблиць з кількістю значущих цифр на одиницю більшою, ніж кількість значущих цифр в записах величин, що відносяться до двох попередніх пунктів – у такому випадку похибками табличних величин і констант можна знехтувати.

Середнє значення $\langle A \rangle$ шуканої величини можна визначити за середніми значеннями величин, від яких вона залежить:

$$\langle A \rangle = A(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \dots, \langle x_m \rangle) \quad (\text{II.24})$$

Далі необхідно визначити відносну похибку вимірювань:

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial (\ln A(x_1, x_2, \dots, x_m))}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}, \quad (\text{II.25})$$

де $\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial (\ln A(x_1, x_2, \dots, x_m))}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2$ - сума квадратів добутоків частинних похідних логарифму функціональної залежності $A(x_1, x_2, \dots, x_m)$ по кожній змінній x_i , що входить в залежність, на абсолютну похибку Δx_i цієї змінної.

Маючи відносну похибку ε легко можна знайти і абсолютну похибку:

$$\Delta A = \varepsilon \cdot \langle A \rangle \quad (\text{II.26})$$

Розглянемо приклад обчислення похибок при непрямих вимірюваннях

з використанням похідних. Нехай шуканою величиною є густина ρ речовини деякого циліндра масою m , висотою h та радіуса r . Виходячи з означення густини матеріалу:

$$\rho = \frac{m}{\pi r^2 h},$$

де πr^2 - площа основи циліндра; $\pi r^2 h$ - об'єм циліндра.

Алгоритм обчислень:

1) проводимо серію n вимірювань маси m_i циліндра, його радіуса r_i основи та висоти h_i ;

2) обчислюємо середні значення та абсолютні похибки для маси, радіуса основи та висоти циліндра ($m = \langle m \rangle \pm \Delta m$, $r = \langle r \rangle \pm \Delta r$ та $h = \langle h \rangle \pm \Delta h$);

3) розраховуємо середнє значення густини матеріалу циліндра:

$$\langle \rho \rangle = \frac{\langle m \rangle}{\pi \langle r \rangle^2 \langle h \rangle};$$

4) логарифмуємо розрахункову формулу:

$$\ln \rho = \ln \left(\frac{m}{\pi r^2 h} \right) = \ln m - \ln(\pi r^2 h) = \ln m - \ln \pi - 2 \ln r - \ln h;$$

5) знаходимо всі можливі частинні похідні логарифма розрахункової формули за змінними величинами:

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} = \frac{\partial(\ln m - \ln \pi - 2 \ln r - \ln h)}{\partial m} = \frac{1}{m};$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial r} = \frac{\partial(\ln m - \ln \pi - 2 \ln r - \ln h)}{\partial r} = -\frac{2}{r};$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial h} = \frac{\partial(\ln m - \ln \pi - 2 \ln r - \ln h)}{\partial h} = -\frac{1}{h}.$$

Замінімо в частинних похідних змінні величини їх середніми значеннями:

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} = \frac{1}{\langle m \rangle};$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial r} = -\frac{2}{\langle r \rangle};$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial h} = -\frac{1}{\langle h \rangle};$$

6) записуємо вираз для повного диференціала:

$$d(\ln \rho) = \frac{d\rho}{\langle \rho \rangle} = \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} dm + \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial r} dr + \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial h} dh = \frac{dm}{\langle m \rangle} - \frac{2dr}{\langle r \rangle} - \frac{dh}{\langle h \rangle};$$

7) записуємо вираз для розрахунку відносної похибки вимірювань, яка визначається як корінь з суми квадратів складових (частинних похідних) повного диференціала; при цьому всі символи диференціала "d" змінюємо на символ "Δ":

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\langle \rho \rangle} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(-\frac{2\Delta r}{\langle r \rangle}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta h}{\langle h \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta r}{\langle r \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\langle h \rangle}\right)^2};$$

8) знаходимо абсолютну похибку вимірювань:

$$\Delta A = \varepsilon \cdot \langle A \rangle;$$

9) записуємо кінцевий результат $A = \langle A \rangle \pm \Delta A$.

Приклади визначення відносної та абсолютної похибок для функцій однієї та кількох змінних наведено в додатках: *табл. Д6 і табл. Д7*.

Графічні методи опрацювання результатів вимірювань

Досить часто перед дослідниками постає задача з'ясування функціональної залежності між кількома величинами, що потребує не лише проведення розрахунків, але й побудову графіка залежності та визначення її аналітичного запису.

Інтерполяція – побудова кривої, що проходить через контрольні точки.

Для простоти подальших викладок розглянемо функціональну залежність однієї величини від іншої.

Очевидно, що для визначення характеру шуканої залежності необхідно експериментально визначити ряд n значень незалежної величини $x_1, \dots, x_n$ та відповідний йому ряд значень залежної $y_1, \dots, y_n$. Кожну пару відповідних значень (x_i, y_i) називати **експериментальною точкою**.

Виходячи з набору експериментальних точок не завжди є можливість вірогідно визначити вид функціональної залежності між залежною та незалежною величинами, але завжди можна знайти деяку досить просту функцію $\varphi(x)$, що приблизно відображає залежність $y(x)$. Функція $\varphi(x)$ називається *інтерполуючою*, якщо для всіх експериментальних даних виконується умова $\varphi(x_i) = y_i$. Інтерполуючу функцію легше всього визначити графічно, побудувавши в координатах x та y криву по експериментальним точкам. Графічний метод визначення інтерполуючої функції називається *графічною інтерполяцією* і його точність визначається точністю вимірювань, видом функції $y(x)$ та кількістю експериментальних точок.

Як правило експериментатор має можливість досліджувати функцію лише в деякому обмеженому інтервалі значень аргументу $x_1 \leq x \leq x_2$. Якщо, виходячи з розгляду фізичної суті досліджуваного явища, або з попередніх експериментів, можна припустити, що характер залежності збережеться за межами даного інтервалу і на кривій будуть відсутні точки розриву, перегину чи екстремуми, то можна провести графічне *екстраполювання*, яке полягає в тому, що отриману інтерполуючу криву продовжують за межі досліджуваного інтервалу і знаходять значення функції за межами області $x_1 \leq x \leq x_2$. Слід пам'ятати, що результати екстраполяції несуть в собі приблизний характер, а підтвердити їх може лише експеримент.

У тому випадку, коли крива, якою відтворюємо деяку функціональну залежність, не обов'язково проходить через експериментальні точки, але задовольняє деяким властивостям цієї залежності, то говорять про *апроксимацію* - наближення.

При побудові графіків залежностей слід дотримуватися правил:

1) необхідно вибрати *раціональний масштаб* величин, що будуть відкладатися вздовж координатних осей (горизонтальна вісь – вісь незалежної змінної x , вертикальна вісь – вісь залежної величини y), щоб при

нанесенні координатних точок вони розмістилися по всій координатній площині, але не в малій її частині.

2) потрібно накреслити координатні осі та позначити на них **масштабні мітки з опорними числами** – значення величин, що відповідають міткам. Масштабні мітки мають бути нанесені з однаковим інтервалом одна від одної вздовж координатної осі (вздовж різних осей ці інтервали можуть бути неоднаковими). Опорні числа дозволяється проставляти не біля всіх міток, але інтервал між ними також має бути постійним. На кожній з осей бажано вказувати той інтервал величини, в межах якого проводився дослід. Координатні осі поруч з їх стрілками потрібно підписати позначенням величини та її розмірністю (через кому).

3) слід нанести експериментальні точки. Бажано для кожної з точок позначити вертикальний та горизонтальний довірчі інтервали.

4) потрібно провести якомога ближче до експериментальних точок плавну лінію, що графічно відображуватиме експериментально отриману залежність і яка необов'язково має пройти через експериментальні точки. При позначенні довірчих інтервалів точок ця лінія має всі їх перетнути.

Нижче на *рис. II.1* наведено приклад правильної побудови графіка експериментально отриманої залежності. Даний графік ілюструє залежність шляху S , що його проходить тіло при рівноприскореному русі без початкової швидкості за час t від початку відліку.

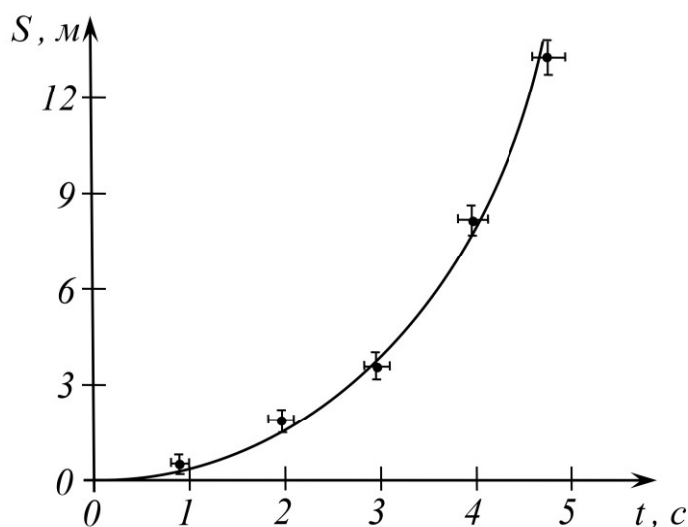


Рис. II.1

Визначення параметрів лінійної залежності

Якою б не була досліджувана функціональна залежність величин одна від одної її завжди можна звести до лінійної, яка є найбільш простою і зручною залежністю для виконання аналізу та визначення її параметрів. Наприклад, при дослідженні залежності, зображеної на *рис. II.1*, яка візуально має характер близький до параболічного, можна знайти параметри такої залежності, але точність буде не досить високою, адже щонайменша зміна положення графіка досить сильно буде відзначатися на значеннях шуканих коефіцієнтів і навпаки. Тому, коли йде мова про визначення параметрів досліджуваної залежності, то, насамперед, її бажано звести до лінійної, тобто такої, що математично описується рівнянням прямої:

$$y = kx + b, \quad (\text{II.27})$$

де k і b - деякі константи, що їх і потрібно визначити; y - залежна величина (ордината); x - незалежна змінна (абсциса).

Шукати невідомі коефіцієнт k і b лінійної залежності можна, що найменше, двома способами: графічним та аналітичним.

Графічний спосіб визначення параметрів лінійної залежності

Приступати до розрахунків за цим методом потрібно лише після того, коли буде отримано графік досліджуваної лінійної залежності. Як відомо зі

шкільного курсу математики, коефіцієнт k являє собою тангенс кута нахилу прямої $y(x)$ до осі абсцис, тому, користуючись означенням тангенса, його можна розрахувати як відношення приросту функції Δy до приросту аргумента Δx

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (\text{II.28})$$

В якості приростів Δx та Δy потрібно приймати різниці координат двох довільно взятих на лінії графіка точок A та B (але не експериментальних!), що знаходитимуться на якомога більшій відстані одна від одної (див. *рис. II.2*).

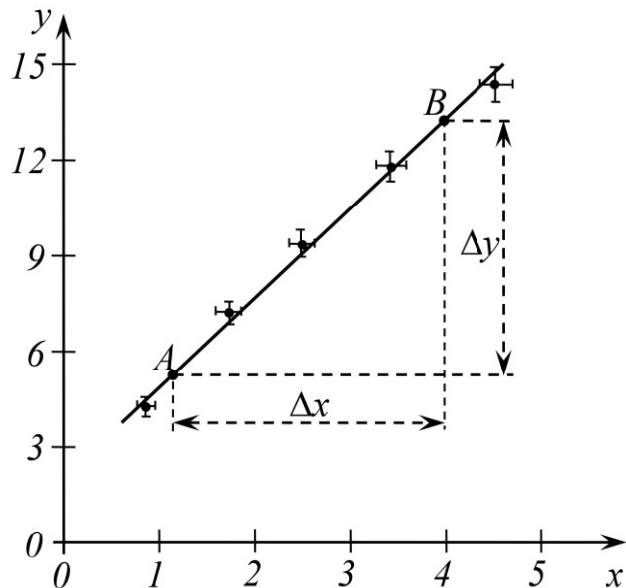


Рис. II.2

Виходячи з побудови *рис. II.2* неважко вираз (II.28) перетворити до наступного:

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad (\text{II.29})$$

де $(x_A; y_A)$ - координати точки A ; $(x_B; y_B)$ - координати точки B .

Коефіцієнт b - це відрізок, що його пряма лінія графіка відтинає від осі ординат (вертикальна вісь), тому для його визначення потрібно знайти точку перетину експериментально отриманої прямої з віссю ординат. Але це правило справедливе лише в тому випадку, коли координатні осі перетинаються в початку координат, тобто в точці $(0;0)$ як це показано на

рис. II.2. Якщо ж при побудові графіка було зручно вибрати інше розташування осей, при якому вони перетиналися не в початку координат, то для знаходження b , як це раніше виконувалося для k , потрібно вибрати дві довільні точки A і B на лінії графіка та записати рівняння прямої, що проходить через ці точки:

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y - y_B}{x - x_B} \quad (\text{II.30})$$

Приведення виразу (II.30) до виду (II.27) дасть можливість розрахувати значення b :

$$b = \frac{y_A x_B - y_B x_A}{x_B - x_A} \quad (\text{II.31})$$

Описаний метод визначення параметрів прямої лінії k та b є методом їх непрямого вимірювання і, як і будь-яке вимірювання, містить певну похибку. Щоб оцінити цю похибку потрібно провести через всі довірчі інтервали експериментальних точок ще дві прямі: для першої з них k та b мають бути максимально можливими, тому її необхідно проводити якомога крутіше та вище, для другої – значення k та b мають бути мінімально можливими і її слід проводити якомога пологіше та нижче. Після побудови граничних прямих абсолютні похибки Δk і Δb знайдемо наступним чином:

$$\Delta k = \frac{k_{\max} - k_{\min}}{2} \quad (\text{II.32})$$

$$\Delta b = \frac{b_{\max} - b_{\min}}{2} \quad (\text{II.33})$$

Аналітичний спосіб визначення параметрів лінійної залежності

Іншим способом визначення параметрів лінійної залежності, отриманої експериментальним шляхом, є аналітичний, який відомий також як **метод найменших квадратів**, ідея якого полягає в тому, що серед можливих комплектів пар чисел k та b існує єдиний такий комплект, для якого сума квадратів відхилень ординат експериментальних точок від відповідних ординат прямої лінії з параметрами k та b є мінімальною. Не вдаючись в

деталі, які розглядаються в курсі вищої математики, запишемо лише кінцеві вирази, що дозволяють знайти значення k та b :

$$k = \frac{nS_3 - S_1S_2}{D} \quad (\text{II.34})$$

$$b = \frac{S_2S_4 - S_1S_3}{D}, \quad (\text{II.35})$$

де n - число експериментальних точок; x_i та y_i - абсциса та ордината деякої

i -ої експериментальної точки; $S_1 = \sum_{i=1}^n x_i$; $S_2 = \sum_{i=1}^n y_i$; $S_3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$; $S_4 = \sum_{i=1}^n x_i^2$;

$$D = nS_4 - S_1^2.$$

Виконавши розрахунки за формулами (II.34) та (II.35), бажано виконати перевірку: для цього потрібно за виразом (II.27) визначити ординати прямої лінії при двох довільних значеннях абсциси x , нанести на графіку ці дві точки та сполучити їх прямою лінією, котра, якщо все було виконано правильно, автоматично має пройти через всі довірчі інтервали експериментальних точок і буде максимально наближеною до них.

Похибки розрахунку значень k та b можна визначити за виразами:

$$\Delta k = C \sqrt{\frac{n}{S_5}} \quad (\text{II.36})$$

$$\Delta b = C \sqrt{\frac{S_4}{S_5}}, \quad (\text{II.37})$$

$$\text{де } C = \frac{S_5}{n-2} - \frac{S_2^2}{n(n-2)} - \frac{(nS_3 - S_1S_2)^2}{n(n-2)D}; \quad S_5 = \sum_{i=1}^n y_i^2.$$

Правила округлень в розрахунках

Поняття «оцінка похибки», крім всього іншого, також вказує на той факт, що немає сенсу вести розрахунки з «великою точністю», тобто, якщо при розрахунку отрималося деяке числове значення з великою кількістю цифр, то всі їх переписувати непотрібно. Для того, щоб правильно записати отриманий розрахунковий результат необхідно визначити лише *першу значущу цифру*, оскільки знання похибки, власне, й потрібне для того, щоб

знайти той **граничний розряд** результату вимірювання, в якому міститься похибка. Цифри в розрядах, старших від граничного є **достовірними**, а в розрядах нижчих граничного – **недостовірними**. Цифра граничного розряду займає проміжне положення між достовірними і недостовірними розрядами та є частково достовірною, а її достовірність як раз і задається першою значущою цифрою похибки. В якості першої значущої цифри слід завжди приймати першу відмінну від нуля цифру в записі числа.

Виходячи з вищесказаного, можемо сформулювати наступне **правило округлень**: похибку потрібно заокруглювати до однієї значущої цифри, а результат вимірювань – до граничного розряду.

Так, наприклад, якщо при визначенні густини деякої речовини було отримано значення $\langle \rho \rangle = 856,72 \text{ кг/м}^3$, а оцінка похибки дала результат $\Delta \rho = 31,289 \text{ кг/м}^3$, то кінцевий запис $\rho = (856,72 \pm 31,289) \text{ кг/м}^3$ буде неправильним! В даному випадку першою значущою цифрою похибки буде цифра «3», тому кінцевий результат потрібно записати в такому вигляді:

$$\rho = (870 \pm 30) \text{ кг/м}^3$$

Граничним розрядом у наведеному прикладі буде розряд десятків, а цифрою граничного розряду є цифра «7». Цифра «8» є достовірною, цифри «7» та «3» є частково достовірними, а цифри «0» є недостовірними.

Щоб уникнути запису в кінцевому результаті недостовірних цифр можна використовувати **науковий формат запису** результату вимірювань, що передбачає запис отриманого результату з використанням мантиси та показника степені. Нехай в результаті розрахунку було отримане деяке число N . Науковим форматом запису цього числа буде наступний:

$$N = M \cdot 10^p, \quad (\text{II.37})$$

де M - мантиса числа (бажано дотримуватися правила $0 \leq M < 10$); p - порядок числа.

Отже, отриманий раніше результат $\rho = (870 \pm 30) \text{ кг/м}^3$ в науковому форматі слід записати наступним чином:

$$\rho = (8,7 \pm 0,3) \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$$

Для більш компактного запису отриманого результату рекомендується використовувати префікси десяткових одиниць (*табл. Д4*), у такому випадку останній запис може мати вигляд:

$$\rho=(0,87\pm0,03) \text{ Мг/м}^3, \rho=(0,87\pm0,03) \text{ кг/дм}^3, \text{ або } \rho=(0,87\pm0,03) \text{ г/см}^3$$

В ході проведення розрахунків рекомендується, якщо це можливо, вести запис проміжних результатів з кількістю цифр, що хоча б на одну цифру буде довшою від запису кінцевого результату. Тобто, якщо в кінцевому результаті очікується запис числа з округленням до сотих, то проміжні розрахунки бажано заокруглювати з точністю до тисячних – це дасть можливість попередити появу великої похибки в кінці вимірювань.

ДОДАТКИ

Додаток 1
Таблиця Д2

Додаткові дані до лабораторних робіт

№ л.р.	Величина	Позначення	Значення		
2	Маса блока	m_0	4 кг		
	Маси тягарців	m_1	ауд. 417	216 г	
			ауд. 407а	215 г	
		m_2	ауд. 417	137 г	
			ауд. 407а	132 г	
3	Зведена довжина маятника	L_0	73,5 см		
4	Маса кульки	m	сталева	417	45 г
				407а	34 г
			пластмасова	417	8 г
				407а	11 г
5	Маса тягарця	m	ауд. 417	445 г	
			ауд. 407а	400 г	
7	Густина рідини	ρ	вода	1000 кг/м ³	
			мастило	900 кг/м ³	
	Густина матеріала кульок	γ	свинець	11300 кг/м ³	
			пластмаса	2600 кг/м ³	
	Коефіцієнт динамічної в'язкості	η	вода	1 мПа·с	
			мастило	100 мПа·с	
8	Маса тягарця	m_1	ауд. 417	72 г	
			ауд. 407а	41 г	
		m_2	ауд. 417	83 г	
			ауд. 407а	44 г	

9	Маса тягарця	m	122 г	
10	Число ступенів свободи молекул повітря	i	5	
11	Питома теплоємність олова	c	230 Дж/(кг·K)	
	Питома теплота плавлення олова	λ	58,6 кДж/кг	
	Температура плавлення олова	τ°	232°C	
13	Коефіцієнт поверхневого натягу води	σ	0,0727 Н/м	
14	Питома теплоємність міді	c	385 Дж/(кг·K)	
	Густина міді	ρ	8920 кг/м ³	
	Коефіцієнт теплопровідності міді	λ	390 Вт/(м·K)	
15	Газова стала для повітря	B	287 Дж/(кг·K)	
18	Маса кульки	m_2	№ 1	107,5 г
			№ 2	167,5 г
			№ 3	106,5 г
			№ 4	172,5 г
			№ 5	111,5 г
			№ 6	179,5 г
			№ 7	116,0 г
			№ 8	186,0 г
20	Модуль зсуву для матеріала дрота	N	8,3·10 ¹⁰ Н/м ²	

При необхідності дані, що їх наведено в *табл. Д2*, дозволяється редагувати «від руки» та/чи доповнювати ними відповідні комірки таблиці.

Фізичні константи

Константа	Позначення	Числове значення
Атомна одиниця маси	1 а.о.м.	$1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Гравітаційна стала	G	$6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Електрична стала	ε_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Заряд електрона (елементарний заряд)	e	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Магнітна стала	μ_0	$12,566 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,110 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Прискорення вільного падіння на Землі	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Стала Авогадро	N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Стала Больцмана	k	$1,381 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Стала Дірака	$\hbar$	$1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала першого закону Віна	C_1	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала другого закону Віна	C_2	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^5)$
Стала Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Рідберга	R_∞	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Стала Стефана-Больцмана	σ	$5,670 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала Фарадея	F	$96,485 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Універсальна газова стала	R	$8,314 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})$
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Множники і префікси утворення десяткових кратних одиниць

<i>Множник</i>	<i>Префікс</i>	<i>Українське позначення префікса</i>	<i>Міжнародне позначення префікса</i>
10^{18}	екса	<i>Е</i>	<i>E</i>
10^{15}	пета	<i>П</i>	<i>P</i>
10^{12}	тера	<i>Т</i>	<i>T</i>
10^9	гіга	<i>Г</i>	<i>G</i>
10^6	мега	<i>М</i>	<i>M</i>
10^3	кіло	<i>к</i>	<i>k</i>
10^2	гекто	<i>г</i>	<i>h</i>
10^1	дека	<i>да</i>	<i>da</i>
10^{-1}	деци	<i>д</i>	<i>d</i>
10^{-2}	санти	<i>с</i>	<i>c</i>
10^{-3}	мілі	<i>м</i>	<i>m</i>
10^{-6}	мікро	<i>мк</i>	μ
10^{-9}	нано	<i>н</i>	<i>n</i>
10^{-12}	піко	<i>п</i>	<i>p</i>
10^{-15}	фемто	<i>ф</i>	<i>f</i>
10^{-18}	атто	<i>а</i>	<i>a</i>

Основні одиниці СІ

<i>Позначення</i>	<i>Назва</i>	<i>Величина, що вимірюється</i>
<i>кг</i>	<i>кілограм</i>	маса
<i>м</i>	<i>метр</i>	відстань, геометричні розміри
<i>с</i>	<i>секунда</i>	час
<i>К</i>	<i>градус Кельвіна</i>	абсолютна (термодинамічна) температура
<i>моль</i>	<i>моль</i>	кількість речовини
<i>А</i>	<i>ампер</i>	сила струму
<i>кд</i>	<i>кандела</i>	сила світла

При виконанні обчислень шуканих величин необхідно слідкувати за розмірністю тих даних, які використовуються в розрахунках та вказувати розмірність кінцевого результату. Щоб упевнитися в надійності розрахунків бажано виконувати перевірку розмірності результату, яка включає в себе виконання арифметичних операцій з одиницями вимірювання:

- 1) додавати/віднімати можна лише однакові розмірності – в результаті отримаємо ту ж таки розмірність (наприклад, $см+см=см$);
- 2) дії множення/ділення, піднесення в степінь тощо для розмірностей виконуються як зі звичайними числами (наприклад, $см/с \cdot кг/см = кг/с$)

Приклад: нехай шуканою величиною є момент інерції деякого твердого тіла, що визначається за формулою $J = \frac{1}{4} m D_B^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$, виконаємо перевірку розмірності (в якості одиниць вимірювання величин слід приймати ті, з якими ці величини будуть підставлятися в розрахункову формулу):

$$[J] = кг \cdot м^2 \cdot \left(\frac{м \cdot с^2}{с^2 \cdot м} - 1 \right) = кг \cdot м^2 \cdot (1 - 1) = кг \cdot м^2 - \text{розмірність правильна.}$$

Визначення похибок функцій однієї змінної

№ за/п	Вид функції $A = f(x)$	Абсолютна похибка ΔA	Відносна похибка $\varepsilon = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle}$
1	$C \cdot x, C = const$	$C \cdot \Delta x$	$\frac{\Delta x}{\langle x \rangle}$
2	x^n	$n \cdot \langle x \rangle^{(n-1)} \Delta x$	$n \cdot \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}$
3	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\sqrt[n]{\langle x \rangle}}{\langle x \rangle} \cdot \Delta x$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}$
4	$e^{\frac{x}{C}}, C = const$	$e^{\frac{\langle x \rangle}{C}} \cdot \frac{\Delta x}{C} *$	$\frac{\Delta x}{C}$
5	$B^{\frac{x}{C}}, C = const, B = const$	$B^{\frac{\langle x \rangle}{C}} \cdot \ln B \cdot \frac{\Delta x}{C}$	$\ln B \cdot \frac{\Delta x}{C}$
6	$\ln x$	$\frac{\Delta x}{\langle x \rangle}$	$\frac{\Delta x}{\ln \langle x \rangle \cdot \langle x \rangle}$
7	$\sin \alpha$	$\cos \langle \alpha \rangle \cdot \Delta \alpha **$	$ctg \langle \alpha \rangle \cdot \Delta \alpha **$
8	$\cos \alpha$	$\sin \langle \alpha \rangle \cdot \Delta \alpha **$	$tg \langle \alpha \rangle \cdot \Delta \alpha **$
9	$tg \alpha$	$\frac{\Delta \alpha}{\cos^2 \langle \alpha \rangle} **$	$\frac{2 \Delta \alpha}{\sin(2 \langle \alpha \rangle)} **$
10	$ctg \alpha$	$\frac{\Delta \alpha}{\sin^2 \langle \alpha \rangle} **$	$\frac{2 \Delta \alpha}{\sin(2 \langle \alpha \rangle)} **$

* - для досить великих значень C ($\langle x \rangle \ll |C|$)** - $\Delta \alpha$ вимірюється в *радіанах*

Визначення похибок функцій кількох змінних

№ за/п	Вид функції $A = f(a, b, c)$	Абсолютна похибка ΔA	Відносна похибка $\varepsilon = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle}$
1	$Pa \pm Qb$ ($P, Q - \text{const}$)	$\sqrt{P^2 \Delta a^2 + Q^2 \Delta b^2}$	$\frac{\sqrt{P^2 \Delta a^2 + Q^2 \Delta b^2}}{P \langle a \rangle \pm Q \langle b \rangle}$
2	$a \cdot b$	$\sqrt{\langle b \rangle^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 \Delta b^2}$	$\sqrt{\frac{\Delta a^2}{\langle a \rangle^2} + \frac{\Delta b^2}{\langle b \rangle^2}}$
3	$\frac{a}{b}$	$\frac{\sqrt{\langle b \rangle^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 \Delta b^2}}{\langle b \rangle^2}$	$\sqrt{\frac{\Delta a^2}{\langle a \rangle^2} + \frac{\Delta b^2}{\langle b \rangle^2}}$
4	$a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma$ ($\alpha, \beta, \gamma - \text{const}$)	$\varepsilon \cdot \langle A \rangle$	$\sqrt{\alpha^2 \frac{\Delta a^2}{\langle a \rangle^2} + \beta^2 \frac{\Delta b^2}{\langle a \rangle^2} + \gamma^2 \frac{\Delta c^2}{\langle a \rangle^2}}$
5	$\frac{a}{a \pm b}$	$\frac{\sqrt{\langle b \rangle^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 \Delta b^2}}{(\langle a \rangle \pm \langle b \rangle)^2}$	$\frac{\sqrt{\langle b \rangle^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 \Delta b^2}}{\langle a \rangle \cdot (\langle a \rangle \pm \langle b \rangle)}$
6	$a \cdot b + c$	$\sqrt{\langle b \rangle^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 \Delta b^2 + \Delta c^2}$	$\frac{\sqrt{\langle b \rangle^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 \Delta b^2 + \Delta c^2}}{\langle a \rangle \cdot \langle b \rangle + \bar{c}}$
7	$a \cdot (b + c)$	$\sqrt{(\langle b \rangle + \langle c \rangle)^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 (\Delta b^2 + \Delta c^2)}$	$\frac{\sqrt{(\langle b \rangle + \langle c \rangle)^2 \Delta a^2 + \langle a \rangle^2 (\Delta b^2 + \Delta c^2)}}{\langle a \rangle \cdot (\langle b \rangle + \langle c \rangle)}$

Психрометрична таблиця

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	4,58	4,61	4,65	4,68	4,72	4,75	4,79	4,82	4,86	4,89
1	4,93	4,96	5,00	5,03	5,07	5,11	5,14	5,18	5,22	5,26
2	5,29	5,33	5,37	5,41	5,45	5,49	5,53	5,57	6,61	5,65
3	5,69	5,73	5,77	5,81	5,85	5,89	5,93	5,97	6,02	6,06
4	6,10	6,14	6,19	6,23	6,27	6,32	6,38	6,42	6,46	6,50
5	6,54	6,59	6,64	6,68	6,73	6,78	6,82	6,87	6,92	6,97
6	7,01	7,05	7,11	7,16	7,21	7,26	7,31	7,36	7,41	7,46
7	7,51	7,57	7,62	7,67	7,72	7,78	7,83	7,88	7,94	7,99
8	8,05	8,10	8,16	8,21	8,27	8,32	8,38	8,44	8,49	8,55
9	8,61	8,67	8,73	8,79	8,85	8,91	8,97	9,03	9,09	9,15
10	9,21	9,27	9,33	9,40	9,46	9,52	9,59	9,65	9,71	9,78
11	9,84	9,91	9,98	10,04	10,11	10,18	10,24	10,31	10,38	10,45
12	10,52	10,59	10,66	10,73	10,80	10,87	10,94	11,01	11,09	11,16
13	11,23	11,31	11,38	11,45	11,53	11,60	11,68	11,76	11,83	11,91
14	11,99	12,07	12,14	12,22	12,30	12,38	12,46	12,54	12,62	12,71
15	12,79	12,87	12,95	13,04	13,12	13,21	13,29	13,38	13,46	13,55
16	13,63	13,72	13,81	13,90	13,99	14,08	14,17	14,26	14,35	14,44
17	14,53	14,62	14,72	14,81	14,90	15,00	15,09	15,19	15,28	15,38
18	15,48	15,57	15,67	15,77	15,87	15,97	16,07	16,17	16,27	16,37
19	16,48	16,58	16,69	16,79	16,89	17,00	17,11	17,21	17,32	17,43
20	17,54	17,65	17,75	17,86	17,97	18,09	18,20	18,31	18,42	18,54
21	18,65	18,77	18,88	19,00	19,11	19,23	19,35	19,47	19,59	19,71
22	19,83	19,95	20,07	20,18	20,32	20,40	20,57	20,69	20,82	20,94
23	21,07	21,20	21,32	21,45	21,58	21,71	21,85	21,98	22,11	22,24
24	22,38	22,51	22,65	22,79	22,92	23,06	23,20	23,34	23,48	23,62
25	23,76	23,90	24,04	24,18	24,33	24,47	24,62	24,76	24,91	25,06
26	25,21	25,36	25,51	25,66	25,81	25,96	26,12	26,27	26,43	26,58
27	26,74	26,90	27,06	27,31	27,37	27,54	27,70	27,86	28,02	28,19
28	28,35	28,51	28,68	28,75	29,02	29,18	29,35	29,53	29,70	29,87
29	30,04	30,22	30,39	30,57	30,75	30,92	31,10	31,29	31,46	31,64
30	31,82	32,01	32,19	32,38	32,56	32,75	32,93	33,12	33,31	33,50

Таблиця містить значення максимальної вологості повітря (в мм.рт.ст.) при його різних температурах. Перший стовпчик відповідає цілій, а перший рядок - дробовій частинам показів термометра. Так, якщо на термометрі 18,5°, то максимальна вологість повітря рівна 15,97 мм.рт.ст – навпроти «18» по першому стовпчику та під «0,5» по першому рядку.

Коефіцієнти Стьюдента

Кількість значень	Довірча ймовірність α		
	0,90	0,95	0,999
2	6,32	12,71	636,62
3	2,92	4,30	31,60
4	2,35	3,18	12,94
5	2,13	2,78	8,61
6	2,01	2,57	6,86
7	1,94	2,45	5,96
8	1,90	2,37	5,41
9	1,86	2,31	5,04
10	1,83	2,26	4,78
11	1,81	2,23	4,59
12	1,80	2,20	4,44
13	1,78	2,18	4,32
14	1,77	2,16	4,22
15	1,76	2,15	2,98
20	1,73	2,09	3,88
25	1,71	2,06	3,75
30	1,70	2,05	3,66
40	1,69	2,02	3,56
50	1,68	2,01	3,51
100	1,66	1,99	3,39
150	1,66	1,98	3,36
200	1,65	1,97	3,34
250	1,65	1,97	3,33
∞	1,65	1,96	3,29

Виконання вимірювань штангенциркулем

Для вимірювання довжин та/чи відстаней з точністю порядку 1 мм використовують **лінійку (масштаб)** з довжиною поділки (яку називають **ціною поділки**) 1 мм. Підвищити точність вимірювань можна, доповнивши масштаб **ноніусом**.

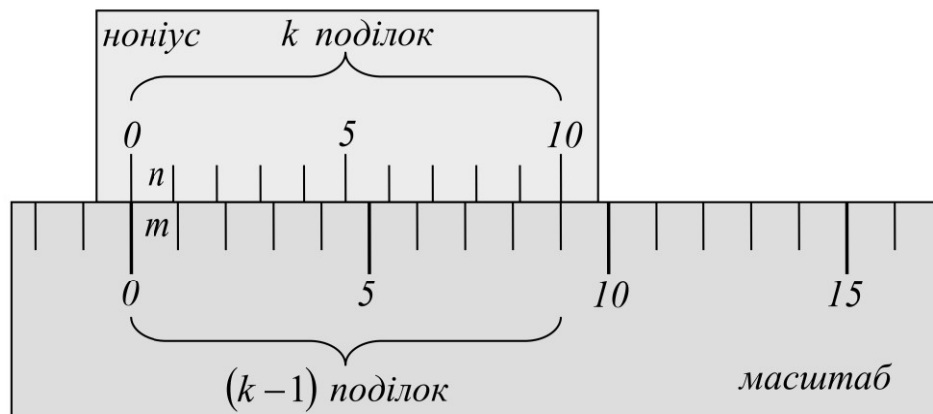


Рис. Д10.1

Лінійний ноніус – це невелика лінійка, що ковзає вздовж масштабу («основної лінійки»). На цій лінійці міститься маленька шкала, що має k поділок (рис. Д10.1; найчастіше $k=10$). Довжина всіх k поділок ноніуса дорівнює довжині $(k-1)$ поділок основного масштабу, тобто:

$$kn = (k-1)m, \quad (\text{Д10.1})$$

де n - ціна поділки ноніуса; b - ціна поділки масштабу.

З виразу (Д10.1) отримаємо:

$$(m - n) = \frac{m}{k} \quad (\text{Д10.2})$$

Відношення $\frac{m}{k}$ називають **точністю ноніуса**.

Розглянемо процес вимірювання з допомогою лінійного ноніуса, який використовується в штангенциркулі:

- 1) нехай деякий геометричний параметр, що нам його потрібно виміряти, має довжину L , то для вимірювання цієї довжини необхідно сумістити початок масштабу (лінійки) з одним кінцем вимірюваного параметра, а інший його кінець опиниться між

поділками a та $(a+1)$ масштабу (рис. Д10.2) – у такому випадку довжина L становитиме:

$$L = am + \Delta L, \quad (\text{Д10.3})$$

де ΔL - невідома доля a -ої поділки масштабу, неточність вимірювання довжини L ;

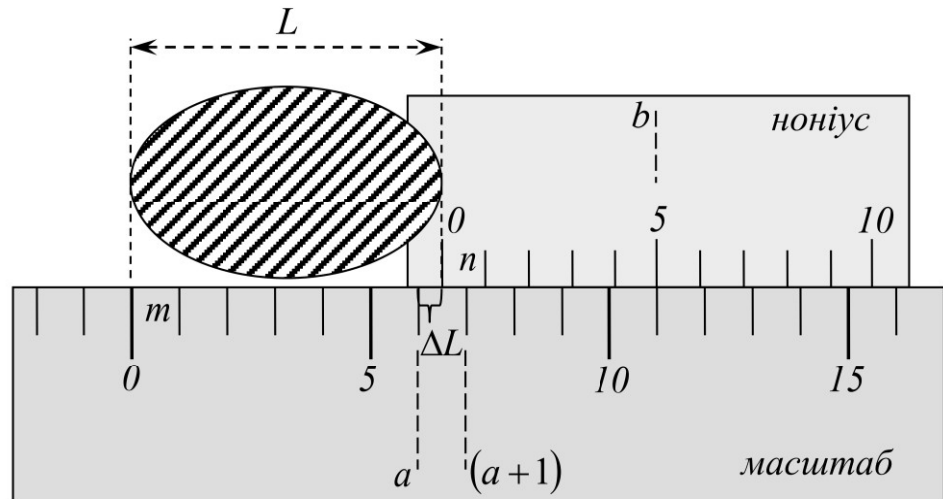


Рис. Д10.2

- 2) для визначення величини ΔL необхідно сумістити кінець вимірюваного параметра L з нульовою поділкою ноніуса та знайти на ноніусі таку поділку b його шкали, що максимально точно співпадатиме з поділкою шкали масштабу (на рис. Д10.2 такою поділкою шкали ноніуса є «5» - співпадає з поділкою «11» шкали масштабу) – величина ΔL становитиме:

$$\Delta L = b \cdot \frac{m}{k} \quad (\text{Д10.4})$$

- 3) отже, довжина вимірюваного геометричного параметра становитиме:

$$L = am + b \cdot \frac{m}{k} \quad (\text{Д10.5})$$

Таким чином: **довжина відрізка, що вимірюється з допомогою ноніуса, визначається сумою показів шкали масштабу та добутку точності ноніуса на номер поділки шкали ноніуса, яка максимально точно співпадає з деякою поділкою шкали масштабу.**

Прилад на рис. Д10.2 показує величину «5,5».

Похибка приладу, що може виникнути при вимірюванні з допомогою ноніуса зумовлюється неточним співпаданням поділок шкал ноніусу та масштабу і її значення не може перевищувати **половини точності ноніуса**.

Зокрема, лінійний ноніус використовують в штангенциркулях (рис. Д10.3).



Рис. Д10.3

При виконанні вимірювань штангенциркулем необхідно предмет, геометричний розмір якого вимірюється, розмістити між ніжками $A-B$ штангенциркуля (рис. Д10.4). Якщо потрібно виміряти діаметр отвору чи ширину щілини тощо, то слід використовувати ніжки $C-D$.

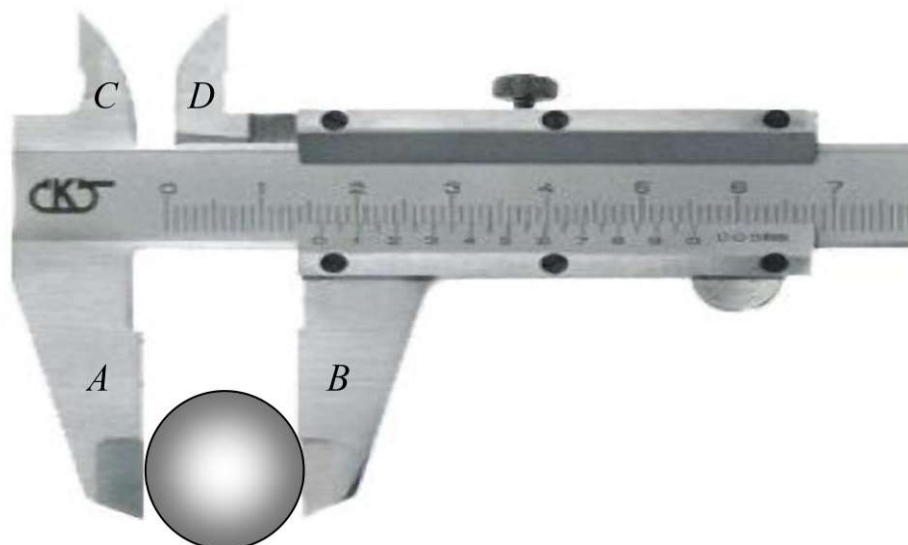


Рис. Д10.4

При виконанні вимірювань потрібно пам'ятати, що надмірне затискання тіла ніжками штангенциркуля може призвести до деформації як тіла, так і штангенциркуля, чого не повинно бути в жодному разі.

За способом відображення результатів вимірювань штангенциркулі бувають різними: з лінійним ноніусом, з круговою шкалою та електронно-цифрові.

Як і будь-який інший прилад, для тривалого зберігання та використання штангенциркуля необхідно дотримуватися правил догляду за ним:

- 1) при активному використанні штангенциркуля рекомендується протирати його серветкою, яку було змочено в водно-лужному розчині та витирати насухо;
- 2) штангенциркуль має зберігатися в спеціальному чохлі або футлярі;
- 3) при тривалому зберіганні штангенциркуль слід покривати тонким шаром технічної олії;
- 4) слід уникати при експлуатації грубих ударів, перекосів чи падінь штангенциркуля, які можуть привести до деформації приладу чи до появи подряпин на вимірювальній шкалі та ін.

Виконання вимірювань мікрометром

Для вимірювання з точністю до сотих долів міліметра, в чому виникає необхідність при роботі з невеликими за своїми геометричними розмірами об'єктами, використовують *мікрометр* (рис. Д11.1).



Рис. Д11.1

Щоб виконати вимірювання геометричного розміру мікрометром, необхідно тіло закріпити між «ніжками» $A-B$ приладу (рис. Д11.2). Положення рухомої «ніжки» B мікрометричного гвинта необхідно регулювати обертанням його головки C . Разом з обертанням гвинта буде рухатися також і барабан D , що містить на собі рухому частину шкали приладу – так і має бути, але в жодному випадку не дозволяється затискати тіло між «ніжками» мікрометра шляхом безпосереднього обертання барабана D , оскільки це може призвести до деформації тіла чи ушкодження мікрометра. Якщо ж обертати головку C мікрометричного гвинта, то на момент затискання тіла та в подальшому прилад буде створювати характерне потріскування, яке сповіщає про те, що мікрометричний гвинт вже досягнув поверхні досліджуваного тіла.

Один оберт мікрометричного гвинта (його крок) відповідає $0,5\text{ мм}$. Рухома шкала барабана D має 50 поділок, тобто ціна однієї такої поділки

становить $0,01\text{ мм}$. Для зручності зчитування показів мікрометр обладнано двома шкалами: одна - нерухома, що міститься на основі E приладу та веде відлік обертів мікрометричного гвинта, а інша – рухома, що нанесена на барабані D та показує число сотих долів міліметра.

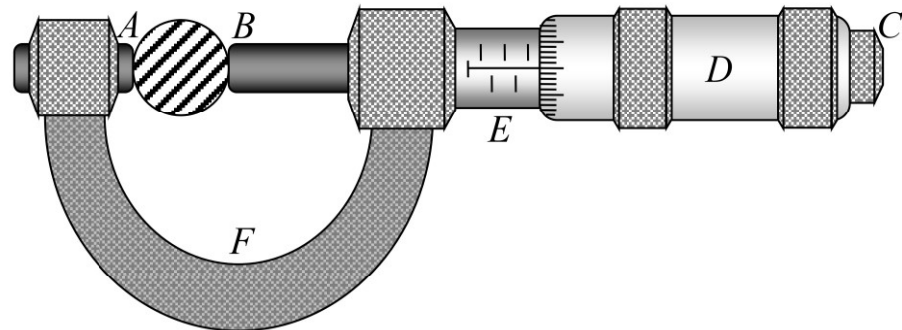


Рис. Д11.2

Визначати покази L мікрометра потрібно наступним чином:

- 1) рахуємо кількість вертикальних поділок (крім нульової) нерухомої шкали, які видно між її нульовою поділкою та барабаном D - це буде кількість кроків k мікрометричного гвинта;
- 2) визначаємо поділку d рухомої шкали приладу, що якомога ближче знаходиться до горизонтальної риски нерухомої шкали;
- 3) оскільки крок мікрометричного гвинта становить $0,5\text{ мм}$ і ціна поділки рухомої шкали барабана D рівна $0,01\text{ мм}$, тоді покази L приладу складатимуть величину:

$$L = (0,5 \cdot k + 0,01 \cdot d) \text{ мм} \quad (\text{Д10.1})$$

З метою попередження можливих похибок вимірювань рекомендується до початку вимірювання сумістити «ніжки» $A - B$ приладу та пересвідчитися в тому, що прилад показує « $0,00 \pm 0,01\text{ мм}$ ». Якщо покази приладу відмінні від нуля, то їх слід запам'ятати та враховувати в подальших вимірюваннях.

Рекомендації до оформлення титульної сторінки звіту

Криворізький національний університет

Кафедра вищої математики та фізики

Звіт

з лабораторної роботи № ____

« _____

»

(назва роботи)

студента групи _____

(назва групи)

(прізвище, ініціали студента)

Перевірив викладач: _____

(прізвище, ініціали викладача)

Кривий Ріг

2023

Приклад складання висновку до лабораторної роботи

Якою б не була складною чи об'ємною робота науковця, вся її значущість може бути зведеною до «нуля», якщо неправильно подати кінцевий результат та невдало сформулювати висновок до роботи. Враховуючи той факт, що висновок є скороченим відображенням всієї роботи та має містити вичерпну інформацію про отримані результати, то, вочевидь, вміння записати його має бути важливим для дослідника.

Правильно складений висновок має впливати з поставленої в роботі мети та містити в собі інформацію про такі основні результати роботи, як отриманий результат та похибки його визначення. Наприклад, нехай в деякій роботі було сформульовано мету «визначити прискорення вільного падіння на Землі». Якщо в ході виконання роботи отримали кінцевий результат $g = (9,23 \pm 0,15) \text{ м/с}^2$, тоді висновок до цієї роботи може звучати наступним чином: *«на даній лабораторній роботі визначив(визначила) прискорення вільного падіння на Землі, що виявилось рівним $g = (9,23 \pm 0,15) \text{ м/с}^2$ з відносною похибкою 1,6% та відносно теоретичною похибкою 5,9%»* При необхідності, висновок можна доповнити коментаріями до отриманого результату, що особливо доречно у тому випадку, коли матимемо досить великі похибки. Гарним вважають результат, який було отримано з похибкою до 10%. Проводячи аналіз роботи слід пам'ятати, що відносна похибка характеризує якість виконання роботи дослідником, а відносно теоретична похибка показує відповідність самої лабораторної роботи (її установки чи науково-методичної основи) поставленій меті. При великих значеннях відносної похибки (більше 20%) слід проаналізувати експериментально отримані дані на випадок наявності в них промахів і перевірити всі розрахунки (найпоширенішою причиною великих похибок є те, що забуваємо переводити дані в СІ). При великих значеннях відносно теоретичної похибки потрібно пересвідчитися в справності лабораторної установки та перевірити правильність запису теоретично відомих величин.

Загальні рекомендації до порядку виконання лабораторних робіт

Враховуючи той факт, що на виконання кожної лабораторної роботи відводиться дві години аудиторної роботи студентів і на оцінювання впливає як якість виконання самої роботи, так і вчасність її здачі, то значну увагу як студентів, так і викладачів має привертати до себе правильність організації роботи та максимально ефективне використання часу. Виходячи з вищесказаного, для покращення роботи студентам рекомендується:

- 1) вдома, готуючись за електронними версіями методичних інструкцій, складати пусту заготовку до лабораторної роботи, яка включатиме в себе оформлену титульну сторінку, записані мету та обладнання для роботи, короткі теоретичні відомості й звітну таблицю тощо (все це повністю і без особливих труднощів можна зробити вдома, щоб не гаяти дорогоцінний час на занятті);
- 2) вдома, готуючись до заняття, знайти відповіді на контрольні запитання до лабораторної роботи, щоб краще уявляти свою подальшу роботу й мати змогу вчасно захистити свою роботу й отримати більш високу оцінку;
- 3) на занятті, провівши необхідну серію вимірювань та отримавши перші розрахункові значення шуканих величин, проконсультуватися з викладачем щодо правильності виконання роботи та пересвідчитися в правильності виконання розрахунків (це дасть змогу попередити необхідність повторного виконання вимірювань чи розрахунків у подальшому);
- 4) на занятті завершити всі необхідні розрахунки та написати висновок до роботи, здати і захистити її викладачеві.

Пам'ятайте: ніколи не соромтесь власних запитань, адже той, хто не зрозуміє простого – ніколи в повній мірі не оволодіє більш складним.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гаркуша І. П., Курінний В. П. Фізика: навч. посіб. у 7 ч. Ч. 1: Механіка. Дніпро: НТУ Дніпровська політехніка, 2019. 130 с.
2. Захарчук Д. А., Ящинський Л. В. Фізика. Лабораторний практикум: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей денної та заочної форм навчання. Луцьк: Луцький НТУ, 2018. 240 с.
3. Лабораторний практикум з фізики. Ч. 1: Механіка та молекулярна фізика: навч. посіб. / І. Р. Зачек та ін. Львів: видавництво «Львівська політехніка», 2022. 176 с.
4. Несмашний Є.О., Ткаченко Г. І., Єчкало Ю. В. Загальна фізика (частина перша). Кривий Ріг: Видавничий центр КНУ, 2024. 231 с.
5. Скіцько І. Ф., Скіцько О. І. Фізика для інженерів: підручник для студентів, які навчаються за технічними спеціальностями. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 513 с.
6. Фізика. Механіка. Молекулярна фізика й термодинаміка: навч. посіб. / А. Г. Бовтрук та ін. Київ: НАУ, 2017. 416 с.
7. Черненко О. С. Лабораторний практикум з фізики в умовах дистанційного навчання: метод. посіб. до лабораторних робіт з курсу загальної фізики. Одеса: Одес. нац. ун-т. ім. І. І. Мечникова, 2022. 104 с.

Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка: навчальний посібник.

Навчальний посібник призначений для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня інженерно-технічних спеціальностей усіх форм навчання.

Укладачі: Єчкало Юлія Володимирівна

Ткачук Вікторія Василівна

Відео: Єчкало Юлія Володимирівна

Видавничий центр КНУ,
вул. В. Матусевича, 11
м. Кривий Ріг