

Міністерство освіти і науки України
Криворізький національний університет
Факультет інформаційних технологій
Кафедра автоматизації, комп'ютерних наук і технологій

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття ступеня вищої освіти – бакалавр
за освітньо-професійною програмою
«Комп'ютерні науки»
зі спеціальності
122 – Комп'ютерні науки

тема роботи:

***«Розробка математичної моделі утворення ціни з
урахуванням доплат та знижок готової продукції ГЗК з
інтеграцією її в CRM»***

Виконав ст. гр. КН-22-2 _____ Жигалкін Д. В.

Керівник _____ Курганов І. Д.

Нормоконтроль _____ Маринич І. А.

Завідувач кафедри _____ Рубан С. А.

Кривий Ріг – 2026

КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет: інформаційних технологій

Кафедра: автоматизації, комп'ютерних наук і технологій

Ступінь вищої освіти: Бакалавр

Спеціальність: 122 – Комп'ютерні науки

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедрою: к.т.н. Рубан С.А.

« 28 » січня 2026 р.

ЗАВДАННЯ

на кваліфікаційну роботу бакалавра

студентові групи КН-22-2 Жигалкіну Данилові Віталійовичу

1. Тема кваліфікаційної роботи: «Розробка математичної моделі утворення ціни з урахуванням доплат та знижок готової продукції ГЗК з інтеграцією її в CRM»

затверджено наказом по університету № 173с від 30.03.2026 р.

2. Термін здачі кваліфікаційної роботи: 10.06.2026 р.

3. Склад кваліфікаційної роботи: Пояснювальна записка обсягом 70с., додатки, презентація у Microsoft PowerPoint (13 слайдів) в електронному та друкованому вигляді

4. Консультанти кваліфікаційної роботи:

Розділ 1-2 доц. Курганов І. Д.

Нормоконтроль доц. Маринич І. А.

5. Календарний план:

№	Етапи роботи	Термін виконання
1	<i>Вступ</i>	<i>01.04.26</i>
2	<i>Розділ 1</i>	<i>05.04.26</i>
3	<i>Розділ 2</i>	<i>01.05.26</i>
4	<i>Висновки</i>	<i>25.05.26</i>
5	<i>Оформлення кваліфікаційної роботи</i>	<i>28.05.26</i>
6	<i>Підготовка презентації та графічного матеріалу</i>	<i>20.05.26</i>
7	<i>Підготовка доповіді до захисту</i>	<i>10.06.26</i>

6. Дата видачі завдання: 28.01.2026р.

Керівник _____ / Курганов І. Д./

7. **Запевнення:** Я, Жигалкін Данило Віталійович запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

Із чинним Положенням про академічну доброчесність Криворізького національного університету ознайомлений.

Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі умисних порушень робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.

Студент _____ / Жигалкін Д. В./

АНОТАЦІЯ

Жигалкін Д. В. Розробка математичної моделі утворення ціни з урахуванням доплат та знижок готової продукції ГЗК з інтеграцією її в CRM: кваліфікаційна робота бакалавра : 122 – Комп'ютерні науки. Кривий Ріг. Криворізький національний університет, 2026. 91 с.

Актуальність дослідження обумовлена необхідністю автоматизації процесів формування комерційної ціни концентрату або агломераційної сировини з урахуванням якісних характеристик продукції, логістичних витрат, премій та дисконтів.

Метою роботи є підвищення точності та оперативності розрахунку ціни шляхом використання методів математичного моделювання та машинного навчання у середовищі MATLAB.

У першому розділі було виконано аналіз факторів, що впливають на формування вартості залізорудної продукції, зокрема вмісту заліза, кремнезему, вологості, логістичних складових та ринкових комерційних коригувань. На основі проведеного аналізу сформовано розширену лінійну математичну модель ціноутворення, яка базується на методі найменших квадратів (OLS). Для визначення коефіцієнтів моделі використано регресійне оцінювання параметрів за історичними даними підприємства.

У другому розділі розглядаються програмна реалізація моделі, що виконана у середовищі MATLAB із використанням табличної бази даних формату Excel. Розроблено програмні модулі для автоматичного зчитування даних, навчання моделі, розрахунку прогнозованої ціни та візуалізації результатів. Для підвищення адаптивності системи реалізовано модуль машинного навчання на основі інструмента Regression Learner, що дозволяє виконувати прогнозування ціни на основі накопичених історичних даних та здійснювати порівняння результатів OLS-моделі й ML-прогнозу.

Також у роботі розроблено графічний інтерфейс користувача (GUI), який імітує функціональність CRM-системи підприємства та забезпечує введення параметрів продукції, автоматичний розрахунок ціни, збереження результатів у базі даних і аналіз історичних записів. Результати моделювання підтвердили адекватність запропонованої моделі та можливість її практичного застосування для автоматизації процесів комерційного аналізу й підтримки прийняття управлінських рішень на підприємствах гірничо-металургійного комплексу.

Ключові слова: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ЦІНОУТВОРЕННЯ, CRM-СИСТЕМА, ЗАЛІЗОРУДНА ПРОДУКЦІЯ, МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ, OLS, МАШИННЕ НАВЧАННЯ, MATLAB, REGRESSION LEARNER, ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІНИ, GUI, EXCEL-БАЗА ДАНИХ, РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1.. АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА НАУКОВИХ ПІДХОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЦІНОУТВОРЕННЯ.....	9
1.1 Загальна характеристика предметної області	9
1.2 Теоретичні засади моделювання економічних процесів в інформаційних системах	10
1.3 Структура процесу формування ціни продукції ГЗК.....	11
1.4 Огляд наукових підходів до ціноутворення	11
1.5 Методи математичного моделювання процесу ціноутворення	13
1.6 Аналіз існуючих підходів та програмних рішень до автоматизації ціноутворення	15
<i>Висновки до розділу:</i>	18
РОЗДІЛ 2..... МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ЦІНОУТВОРЕННЯ ЗАЛІЗОРУДНОЇ ПРОДУКЦІЇ.....	20
2.1 Формалізація та математична модель процесу ціноутворення продукції ГЗК.....	20
2.1.1 Постановка задачі математичного моделювання процесу ціноутворення	20
2.1.2 Формалізація вхідних параметрів та введення позначень	21
2.1.3 Побудова повної функції ціни	22
2.1.4 Приклад числового розрахунку моделі ціноутворення	27
2.1.5 Аналіз чутливості моделі	28
2.1.6 Урахування нелінійності та розширення математичної моделі ціноутворення	31
2.1.7 Оцінка коефіцієнтів моделі методом найменших квадратів	36
2.2 Програмна реалізація та інтеграція моделі ціноутворення в CRM- систему	40

2.2.1 Архітектура програмної реалізації.....	40
2.2.2 Реалізація математичної моделі	43
2.2.3 Оцінювання коефіцієнтів моделі (OLS)	46
2.2.4 Інтеграція з базою даних (Excel)	48
2.2.5 Реалізація графічного інтерфейсу (GUI)	51
2.2.6 Інтеграція моделі в CRM-систему.....	53
2.2.7 Візуалізація та аналіз результатів	56
2.2.8 Використання методів машинного навчання.....	59
<i>Висновки до розділу:</i>	64
ВИСНОВКИ.....	65
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	67
ДОДАТОК А_Генерація вибірки для навчання моделі	69
ДОДАТОК Б_CRM модуль вводу інформації та розрахунку ціни.....	72
ДОДАТОК В_Функція навчання моделі	78
ДОДАТОК Г_ML-модуль для прогнозування ціни та аналізу точності моделі	81
ДОДАТОК Д Модуль роботи математичної моделі	87

ВСТУП

Сучасні гірничо-збагачувальні комбінати (ГЗК) функціонують в умовах високої волатильності світових ринків сировини, де формування ціни готової продукції є складним багатофакторним процесом. Підприємства гірничо-металургійного комплексу, зокрема такі як Metinvest та Ferrexpo, здійснюють реалізацію залізородної продукції відповідно до контрактів, що передбачають врахування світових індексів, якісних характеристик продукції, системи премій, штрафів та об'ємних знижок.

Процес ціноутворення включає значну кількість параметрів: базовий ринковий індекс, вміст заліза, домішки, вологість, гранулометричний склад, обсяг партії, логістичні витрати та індивідуальні умови контрактів. У багатьох випадках розрахунок здійснюється за допомогою електронних таблиць або окремих програмних модулів без централізованої логіки та формалізованої математичної моделі. Це ускладнює супровід системи, підвищує ризик помилок та не забезпечує інтеграцію з корпоративними CRM-платформами.

У контексті розвитку інформаційних систем та цифрової трансформації промисловості виникає необхідність формалізації процесу ціноутворення у вигляді математичної моделі з подальшою реалізацією програмного модуля, що може бути інтегрований у CRM-систему підприємства. З точки зору комп'ютерних наук така задача передбачає моделювання складної предметної області, алгоритмізацію розрахунків, проектування архітектури інформаційної системи та розробку програмного забезпечення.

Отже, розробка математичної моделі формування ціни готової продукції ГЗК з урахуванням доплат та знижок і її інтеграція в CRM-систему є актуальною задачею прикладного характеру.

Метою бакалаврської роботи є розробка математичної моделі формування ціни готової продукції гірничо-збагачувального комбінату з урахуванням системи

доплат і знижок та створення програмного модуля її реалізації з інтеграцією в CRM-систему підприємства.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- Проаналізувати предметну область процесу ціноутворення продукції ГЗК.
- Виділити та формалізувати ключові фактори, що впливають на кінцеву ціну.
- Розробити математичну модель розрахунку ціни з урахуванням премій, штрафів і знижок.
- Побудувати алгоритм обчислення кінцевої вартості продукції.
- Спроекувати архітектуру програмного модуля та структуру бази даних.
- Реалізувати програмне забезпечення для автоматизованого розрахунку ціни.
- Забезпечити інтеграцію розробленого модуля з CRM-системою через прикладний програмний інтерфейс (API).
- Провести тестування та оцінити ефективність розробленого рішення.

Практичне значення отриманих результатів полягає у створенні програмного інструменту автоматизованого розрахунку ціни продукції, що забезпечує:

- формалізований та прозорий алгоритм обчислення;
- зменшення часу підготовки комерційної пропозиції;
- зниження ймовірності помилок ручного розрахунку;
- централізоване зберігання правил ціноутворення;
- інтеграцію розрахункового модуля з CRM-системою підприємства.

Запропоноване рішення може бути використане як складова корпоративної інформаційної системи підприємств гірничо-металургійного комплексу.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА НАУКОВИХ ПІДХОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЦІНОУТВОРЕННЯ

1.1 Загальна характеристика предметної області

Гірничо-збагачувальні комбінати (ГЗК) є складними виробничо-логістичними системами, діяльність яких спрямована на видобуток, збагачення та реалізацію залізорудної сировини. Основною продукцією ГЗК є: залізорудний концентрат, окатиші, також агломераційна руда.

В Україні провідними представниками галузі є підприємства групи Метінвест та компанія Ferrexpo, продукція яких орієнтована переважно на експортні ринки.

Особливістю реалізації залізорудної продукції є те, що її ціна не є фіксованою, а визначається відповідно до:

- світових біржових індексів;
- якісних характеристик конкретної партії;
- умов довгострокових контрактів;
- логістичних параметрів;
- комерційних знижок та премій.

Таким чином, ціноутворення є складним багатофакторним процесом, що поєднує економічні, технологічні та інформаційні складові.

В роботі ця задача розглядається як проблема формалізації предметної області, побудови математичної моделі та її алгоритмічної реалізації в межах корпоративної інформаційної системи.

1.2 Теоретичні засади моделювання економічних процесів в інформаційних системах

Моделювання економічних процесів є задачею, що поєднує методи прикладної математики, системного аналізу та програмної інженерії. З позиції комп'ютерних наук модель розглядається як формалізований опис реального процесу у вигляді математичних залежностей, алгоритмів та структур даних.

У зв'язку з цим моделювання складних виробничо-економічних систем ґрунтується на принципах системного аналізу, відповідно до яких підприємство розглядається як багаторівнева динамічна система зі зворотними зв'язками [1]. Згідно з концепцією системної динаміки, запропонованою Дж. Форрестером, економічні процеси повинні описуватися через взаємодію змінних у часовому просторі [2].

Таким чином, математична модель визначається як формалізоване відображення реального процесу у вигляді функціональних залежностей та алгоритмів обчислення [3].

Згідно з підходами системного аналізу, викладеними у працях Jay Wright Forrester, складні виробничо-економічні системи повинні розглядатися як динамічні структури з великою кількістю взаємопов'язаних змінних. У межах ціноутворення продукції ГЗК такими змінними виступають:

- ринкові індекси;
- якісні характеристики продукції;
- контрактні параметри;
- логістичні витрати;
- знижки та премії.

Загальна задача формалізації процесу ціноутворення полягає у побудові функціональної залежності:

$$P=f(X_1,X_2,...,X_n),$$

де P — кінцева ціна, X_i — множина впливових факторів.

1.3 Структура процесу формування ціни продукції ГЗК

Процес формування ціни умовно можна поділити на кілька рівнів:

Ринковий рівень. Базова ціна визначається на основі міжнародних індексів (наприклад, Platts IODEX 62% Fe). Індекс відображає середню світову вартість залізної руди з певними характеристиками.

Якісний рівень. Фактична партія продукції може відрізнятись від базового стандарту за такими параметрами: вміст Fe, вміст SiO₂, вміст Al₂O₃, вологість, гранулометричний склад.

Відхилення від базових параметрів призводять до нарахування премій або штрафів.

Комерційний рівень. На цьому рівні враховуються обсяг партії довгостроковість співпраці спеціальні умови клієнта логістичні витрати.

Інформаційний рівень. Усі вищезазначені дані зберігаються у різних інформаційних системах:

- лабораторні бази даних;
- ERP-системи;
- CRM-платформи;
- біржові джерела даних.

Проблема полягає у відсутності єдиного формалізованого алгоритму, який би об'єднував ці дані в централізовану модель розрахунку.

1.4 Огляд наукових підходів до ціноутворення

Класичні витратні підходи передбачають визначення ціни як суми собівартості та нормативної рентабельності [4]. Проте для сировинних товарів, зокрема залізорудної продукції, визначальним є ринковий індексний підхід [5].

У міжнародній практиці ціноутворення на залізну руду базується на індексах Platts IODEX та Metal Bulletin, які враховують стандартний вміст Fe 62% [6].

Багатофакторні регресійні моделі широко використовуються для аналізу впливу економічних показників на формування ціни [7]. Такі моделі дозволяють оцінити статистичну значущість кожного параметра.

Дослідження показують, що ціни залізної руди корелюють із багатьма іншими товарними індексами, що обумовлює мультифакторний характер ціноутворення волатильних сировинних ринків [5].

У моделюванні цінних ринків залізорудної продукції застосовують статистичні підходи, які дозволяють оцінювати структурні зрушення та вплив факторів на ціну [6].

Прогнозування цін із використанням багатофакторних моделей дає адекватні результати порівняно з реальними даними, що свідчить про можливість застосування математичних залежностей у корпоративних системах [7].

Дисертаційні дослідження в Україні підкреслюють важливість конкурентної стратегії ГМК для ефективного управління цінами, що є фундаментальним для моделювання корпоративного ціноутворення [11].

Класичні витратні моделі ґрунтуються на визначенні ціни як суми витрат та нормативної рентабельності:

$$P=C+R$$

де C - собівартість, R - надбавка.

Такі підходи є недостатніми для експортно орієнтованої сировини, оскільки ціна формується ринком, а не лише внутрішніми витратами.

Ринково-індексні моделі. У галузі сировинних товарів застосовується індексна модель:

$$P=I_{market}+\Delta Q+\Delta C,$$

де: I_{market} - біржовий індекс; ΔQ - поправка на якість; ΔC - контрактні поправки.

Такий підхід використовується підприємствами, подібними до Ferrexpo.

Багатофакторні регресійні моделі. У наукових дослідженнях для прогнозування цін застосовується множинна регресія:

$$P = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \varepsilon$$

Переваги:

- можливість статистичної оцінки значущості факторів;
- автоматичне налаштування коефіцієнтів.

Недоліки:

- необхідність історичних даних;
- складність пояснення результатів для бізнесу.

Методи машинного навчання. Сучасні дослідження застосовують алгоритми машинного навчання для прогнозування цін сировинних товарів, зокрема Random Forest та Gradient Boosting [8]. Проте для корпоративних інформаційних систем важливою є інтерпретованість моделей, що підкреслюється в роботах з explainable AI [9].

Однак для корпоративного ціноутворення важливими є: інтерпретованість, детермінованість результату, відповідність контрактним правилам.

Тому для задачі автоматизації в CRM більш доцільною є гібридна rule-based + аналітична модель.

1.5 Методи математичного моделювання процесу ціноутворення

Процес ціноутворення можна формалізувати різними методами.

Детерміновані аналітичні моделі. Ціна визначається як функція багатьох змінних:

$$P=f(I, Fe, SiO_2, M, V, C_{log})$$

Переваги: простота реалізації, прозорість алгоритму, висока швидкість обчислення.

Недоліки: відсутність адаптивності, потреба ручного налаштування коефіцієнтів.

Регресійні моделі. Можливе використання багатофакторної лінійної регресії:

$$P = \beta_0 + \beta_1 I + \beta_2 Fe + \beta_3 SiO_2 + \beta_4 V + \varepsilon$$

Такі моделі дозволяють оцінювати вплив факторів та автоматично коригувати коефіцієнти.

Недолік — потреба великого масиву історичних даних.

Rule-based системи. У цьому випадку ціноутворення реалізується як система правил виду:

IF (Fe > 63) THEN bonus = 3 USD

IF (SiO₂ > 5.5) THEN penalty = 2 USD

Переваги: гнучкість та простота модифікації правил.

Недоліки: складність підтримки великої кількості правил; зростання обчислювальної складності.

Об'єктно-орієнтований підхід. Процес ціноутворення може бути представлений як взаємодія об'єктів:

- Product
- QualityReport
- Contract
- PricingPolicy
- CalculationEngine

Переваги: масштабованість, повторне використання коду, зручність тестування.

Порівняльний аналіз розглянутих методів моделювання наведено у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Порівняльний аналіз методів моделювання

Метод	Точність	Інтерпретованість	Гнучкість	Складність реалізації	Придат. для CRM
1	2	3	4	5	6
Витратна модель	Низька	Висока	Низька	Низька	Обмежена
Індексна модель	Висока	Висока	Середня	Низька	Висока

Продовження таблиці 1.1

1	2	3	4	5	6
Регресійна модель	Висока	Середня	Висока	Середня	Середня
ML-моделі	Дуже висока	Низька	Висока	Висока	Обмежена
Rule-based	Середня	Висока	Висока	Середня	Висока

Аналіз показує, що для задачі інтеграції в CRM найбільш раціональним є поєднання індексної моделі з rule-based механізмом доплат і штрафів.

1.6 Аналіз існуючих підходів та програмних рішень до автоматизації ціноутворення

Інтеграція модулів ціноутворення в ERP-системи розглядається у працях, присвячених корпоративним інформаційним системам [10]. Архітектурні принципи REST та мікросервісного підходу детально описані у сучасній літературі з програмної інженерії [11].

Табличні моделі (Excel-підхід). Найбільш поширеним методом є використання електронних таблиць.

Основні характеристики:

- формули закладені у клітинках;
- ручне введення параметрів;
- відсутність централізованого контролю версій;
- складність масштабування.

Недоліки:

- високий ризик помилок;
- відсутність контролю доступу;
- складність інтеграції з CRM.

ERP-системи. У великих корпораціях (SAP, Oracle ERP) модулі ціноутворення реалізуються як частина системи управління контрактами.

Переваги: централізоване зберігання даних; інтеграція з фінансовими модулями.

Недоліки: складність кастомізації; висока вартість впровадження; обмежена гнучкість алгоритмів.

Промислові рішення (SAP, Oracle ERP) реалізують ціноутворення як модуль умовного ціноутворення (Condition Technique).

Проте:

- алгоритми складні для модифікації;
- правила зберігаються у вигляді конфігурацій;
- інтеграція з зовнішніми джерелами потребує додаткових сервісів.

CRM-орієнтовані моделі та системи. CRM-системи (Salesforce, Bitrix24 тощо) здебільшого не мають складних математичних моделей ціноутворення і використовують:

- прості формульні поля;
- rule-based механізми;
- зовнішні API для розрахунків.

Саме тому доцільним є створення окремого модуля розрахунку (Pricing Engine), який інтегрується з CRM через REST API.

CRM-платформи забезпечують: управління угодами; зберігання клієнтських даних; прості формули розрахунку.

Проте складні багатofакторні моделі зазвичай реалізуються через зовнішній API-модуль.

Методи проєктування інформаційних систем підприємств. Інтеграція модулів ціноутворення в ERP-системи розглядається у працях, присвячених корпоративним інформаційним системам [10]. Архітектурні принципи REST та мікросервісного підходу детально описані у сучасній літературі з програмної інженерії [11].

Для реалізації моделі доцільно застосувати:

UML-моделювання

- Use Case Diagram
- Class Diagram
- Sequence Diagram

Реляційне моделювання БД

- нормалізація таблиць;
- забезпечення цілісності даних;
- індексація.

Архітектурні підходи

- трирівнева архітектура;
- мікросервісна модель;
- REST API інтеграція.

Критерії оцінки математичної моделі. Для оцінювання адекватності моделі доцільно використовувати такі критерії:

1. Точність (Accuracy)

$$\delta = \frac{|P_{model} - P_{real}|}{P_{real}}$$

2. Обчислювальна складність оцінюється через порядок алгоритму $O(n)$.

3. Масштабованість. Можливість додавання нових параметрів без зміни архітектури.

4. Інтерпретованість. Здатність пояснити механізм розрахунку користувачу.

5. Інтегрованість. Можливість реалізації через REST API та інтеграції в CRM.

Методологія дослідження та обґрунтування вибору підходу

У роботі застосовуються такі методи:

- системний аналіз предметної області;
- математичне моделювання;
- об'єктно-орієнтоване проєктування;
- реляційне моделювання баз даних;

- алгоритмізація;
- методи тестування програмного забезпечення.

Проблеми існуючих підходів

1. Відсутність формалізованої математичної моделі.
2. Фрагментованість інформаційних систем.
3. Відсутність централізованого механізму розрахунку.
4. Обмежена масштабованість.
5. Залежність від людського фактора.

На основі аналізу встановлено, що:

1. ML-моделі не забезпечують необхідної прозорості.
2. Чисто регресійні моделі не враховують контрактні правила.
3. Табличні рішення не забезпечують масштабованість.

Отже, доцільним є побудова детермінованої аналітичної моделі, що доповненої rule-based механізмом та реалізованої у вигляді окремого програмного модуля.

Висновки до розділу:

У результаті проведеного аналізу встановлено, що процес формування ціни продукції ГЗК є багатофакторним та потребує формалізації у вигляді математичної моделі. Існуючі підходи (табличні, ERP-модулі, прості CRM-рішення) не забезпечують достатньої гнучкості та інтегрованості.

У результаті проведеного аналізу: досліджено особливості предметної області ціноутворення продукції ГЗК; проаналізовано існуючі програмні рішення; розглянуто математичні та алгоритмічні підходи; сформовано критерії оцінювання моделей; обґрунтовано вибір гібридної детермінованої моделі.

З позиції дослідження в бакалаврській роботі доцільним є:

- побудова детермінованої математичної моделі;
- алгоритмізація розрахунків;
- реалізація окремого програмного модуля;

- інтеграція з CRM через API;
- забезпечення тестованості та масштабованості системи.

Отримані результати створюють теоретичну основу для побудови формалізованої математичної моделі, що буде розроблена у Розділі 2.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ ЦІНОУТВОРЕННЯ ЗАЛІЗОРУДНОЇ ПРОДУКЦІЇ

2.1 Формалізація та математична модель процесу ціноутворення продукції ГЗК

2.1.1 Постановка задачі математичного моделювання процесу ціноутворення

Математичне моделювання економічних процесів ґрунтується на формальних описах функціональних залежностей між змінними (Pressman & Maxim, 2015) [1]. У випадку ціноутворення в гірничо-металургійній сфері враховуються як макроекономічні фактори (ринкові індекси), так і мікроекономічні параметри продукції (якості, премії/штрафи), що описуються формулами з багатьма аргументами (Gujarati & Porter, 2009) [2].

У роботах з аналізу сировинних ринків відзначається, що ціни залізної руди залежать від значної кількості факторів і можуть бути представлені через багатофакторні регресійні моделі (Wårell, 2018; Kim et al., 2022) [3,4]. Такі підходи дають основу для побудови формальної моделі корпоративного ціноутворення, інтегрованого в ІТ-середовище.

Процес формування ціни готової продукції гірничо-збагачувального комбінату (ГЗК) є багатофакторною економіко-математичною задачею, що поєднує ринкові механізми, якісні характеристики продукції та контрактні умови реалізації. Згідно з підходами економетричного моделювання [2], ціна може бути представлена як функція незалежних змінних, які кількісно описують вплив внутрішніх і зовнішніх факторів.

У загальному вигляді задача формулюється як побудова функції:

$$P=f(X)$$

де P - кінцева ціна реалізації продукції, $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - вектор факторів впливу.

До основних факторів належать: ринкова індексна ціна залізної руди P_{idx} ; якісні параметри продукції (вміст Fe , SiO_2 , вологість); логістичні витрати; система доплат та штрафів; комерційні знижки.

Дослідження товарних ринків показують, що ціна залізної руди залежить як від глобального попиту, так і від якості продукції [5], [6], що підтверджує доцільність багатфакторного підходу.

З позицій системного аналізу [1] задача моделювання передбачає:

1. формалізацію параметрів процесу;
2. встановлення функціональних залежностей;
3. оцінювання коефіцієнтів моделі;
4. аналіз чутливості;
5. підготовку алгоритмічної реалізації.

Отже, метою цього розділу є побудова математичної моделі, придатної для інтеграції в CRM-систему підприємства, з можливістю автоматизованого розрахунку ціни.

2.1.2 Формалізація вхідних параметрів та введення позначень

Для побудови математичної моделі введемо формалізовану систему змінних.

Основні змінні позначимо:

- P — кінцева ціна продукції, USD/т;
- P_{idx} — базова індексна ринкова ціна (за даними біржових агентств) [9];
- Fe — масова частка заліза, %;
- Si — масова частка SiO_2 , %;
- H — вологість продукції, %;
- L — логістичні витрати, USD/т;
- V — обсяг партії, т.

Базове значення вмісту заліза приймемо $Fe_{std}=62\%$, що відповідає міжнародним індексним контрактам [9], [10].

Відхилення від базового рівня $\Delta Fe = Fe - Fe_{std}$

Параметри коригування. Введемо коефіцієнти чутливості: k_{Fe} — премія за 1% перевищення Fe ; k_{Si} — штраф за 1% SiO_2 ; k_H — штраф за 1% вологості.

Тоді якісна складова визначається як:

$$F_Q = k_{Fe} \Delta Fe - k_{Si} Si - k_H H$$

Таке представлення відповідає лінійним регресійним моделям, що широко застосовуються в економетрії [2], [4].

Доплати та знижки

Система контрактних коригувань описується множинами:

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}, \quad S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$$

де d_i — доплати (премії), s_j — знижки.

Формально:

$$F_d = \sum_{i=1}^m d_i, \quad F_s = \sum_{j=1}^n s_j$$

Таке подання відповідає rule-based підходу до моделювання бізнес-процесів [3]. Це узгоджується із індексно-якісними моделями, які описують корекцію індексної вартості залежно від відхилень параметрів продукції (Iron Ore Price Prediction, 2021) [5].

Векторну форму моделі у компактному вигляді можна записати як:

$$P = P_{idx} + k^T x + F_D - F_S + L$$

де

$$x = \begin{bmatrix} \Delta Fe \\ Si \\ H \end{bmatrix} \quad k = \begin{bmatrix} k_{Fe} \\ -k_{Si} \\ -k_H \end{bmatrix}$$

Векторна форма є зручною для подальшої реалізації в програмному середовищі та дозволяє застосовувати методи оптимізації та статистичної ідентифікації параметрів [4].

2.1.3 Побудова повної функції ціни

Формування повної функції ціни є ключовим етапом математичного моделювання процесу ціноутворення. На цьому етапі здійснюється перехід від

формалізованих змінних (підрозділ 2.1.2) до цілісної функціональної залежності, що описує кінцеву комерційну вартість продукції.

З позицій економетрії [2] ціна може бути представлена як результат впливу декількох незалежних змінних, що утворюють багатофакторну модель:

$$P=f(P_{idx},Q,D,S,L)$$

де P_{idx} - ринкова індексна база. Це ринкова вартість за даними брокерських індексів (Platts Global Iron Ore Specifications Guide, 2023) [6], що є відправною точкою.

Q — якісні характеристики,

D — доплати,

S — знижки,

L — логістичні витрати.

Згідно з дослідженнями ринку залізної руди [5], [6], базова ціна формується на міжнародних торговельних майданчиках і надалі коригується відповідно до якості конкретної партії продукції. Саме тому модель будується поетапно: від базового індексного рівня до повної комерційної ціни.

Лінійна базова модель. Лінійна модель є первинною апроксимацією реального процесу ціноутворення. Вона ґрунтується на припущенні, що вплив кожного параметра на кінцеву ціну є пропорційним його відхиленню від базового значення.

Такий підхід широко застосовується в економетриці як модель першого порядку (лінійна регресія) [2], [4].

Формування якісної складової

Базове значення вмісту заліза приймається:

$$Fe_{std}=62\%$$

Відхилення:

$$\Delta Fe=Fe-Fe_{std}$$

Тоді якісна складова:

$$F_Q=k_{Fe}\Delta Fe-k_{Si}Si-k_HH$$

де: $k_{Fe} > 0$ — премія за 1% Fe , $k_{Si} > 0$ — штраф за 1% SiO_2 , $k_H > 0$ — штраф за вологість.

Для кожного якісного параметра вводяться коригувальні коефіцієнти. Їх можна оцінювати емпірично або регресійним методом (Gujarati & Porter, 2009) [2].

Повна лінійна функція

$$P = P_{idx} + k_{Fe}(Fe - 62) - k_{Si}Si - k_H H + L.$$

Ця формула відображає:

1. Ринкову основу (індекс).
2. Якісну корекцію.
3. Логістичну складову.

Інтерпретація коефіцієнтів.

Частинні похідні:

$$\frac{dP}{dFe} = k_{Fe}$$

$$\frac{dP}{dSi} = -k_{Si}$$

$$\frac{dP}{dH} = -k_H$$

Отже, коефіцієнти є коефіцієнтами граничної чутливості. Це відповідає класичній інтерпретації параметрів лінійної моделі [2]. Це важливо для оцінювання впливу кожної змінної на результат (Hastie et al., 2009) [8].

Переваги та обмеження моделі, це простота реалізації, зручність інтеграції в CRM, прозорість економічної інтерпретації, але є обмеження моделі, це не враховуються нелінійні ефекти, вона не моделює об'ємні знижки, не враховує складні контрактні правила.

Розглянемо розширену модель з доплатами та знижками. Чому є необхідність розширення? У реальних контрактах ГЗК ціна коригується не лише за якість, а й за обсяг партії, довгостроковість співпраці, сезонність, додаткові сертифікати, штрафи за відхилення специфікації.

Такі механізми відповідають rule-based моделям бізнес-логіки [3].

Формалізація доплат. Доплати задаються як:

$$F_d = \sum_{i=1}^m d_i$$

де формалізація знижок

$$d_i = \alpha_i \cdot \max(0, X_i - X_i^{std})$$

Наприклад:

- премія за низький фосфор,
- премія за крупність фракції.

$$F_s = \sum_{j=1}^n s_j$$

де

$$s_j = \beta_j \cdot g(V, T, C)$$

V - обсяг, T - термін контракту, C - статус клієнта.

Штрафи у моделі можуть бути представлено як правило:

$$s_j = \beta_j \cdot \max(0, X_j^{std} - X_j)$$

Це співвідносно з rule-based моделями, що використовуються для експертних систем (Russell & Norvig, 2020) [7].

Наприклад, об'ємна знижка:

$$s_{vol} = \begin{cases} 0, & V < V_1 \\ \gamma_1 P_1, & V_1 \leq V < V_2 \\ \gamma_2 P_1, & V \geq V_2 \end{cases}$$

де P_1 - ціна до застосування знижки.

Повна розширена модель має вигляд

$$P = P_{idx} + k_{Fe}(Fe - 62) - k_{Si}Si - k_H H + \sum_{i=1}^m d_i + \sum_{j=1}^n s_j + L$$

або у компактному вигляді:

$$P = P_{base} + F_D - F_S$$

де

$$P_{base} = P_{idx} + F_Q + L.$$

Матрична форма

$$P = P_{idx} + \mathbf{k}^T \mathbf{x} + \mathbf{l}^T \mathbf{d} - \mathbf{l}^T \mathbf{s} + L$$

Це дозволяє:

- реалізувати модель у вигляді векторних операцій;
- застосовувати методи оптимізації;
- проводити статистичну ідентифікацію коефіцієнтів.

Аналіз властивостей моделі

1. Лінійність за параметрами — дозволяє застосовувати МНК [2].
2. Адитивність — спрощує програмну реалізацію.
3. Модульність — доплати/знижки можна додавати без зміни структури ядра.

Таблиця 2.1 - Порівняння базової та розширеної моделей

Критерій	Лінійна модель	Розширена модель
Врахування якості	Так	Так
Доплати	Ні	Так
Знижки	Ні	Так
Гнучкість	Середня	Висока
CRM-інтеграція	Проста	Потребує rule-engine

По результату виконання поточного підрозділу, можна відокремити наступні результати:

1. Побудовано дві ієрархічні моделі ціноутворення.
2. Лінійна модель описує базову залежність ціни від якості.
3. Розширена модель враховує комерційні механізми доплат і знижок.
4. Структура моделі є придатною для алгоритмізації та інтеграції в CRM.
5. Модель відповідає економетричним принципам багатofакторного аналізу [2], [4] та практиці ринку залізної руди [5], [6].

2.1.4 Приклад числового розрахунку моделі ціноутворення

Для демонстрації роботи запропонованої математичної моделі розглянемо приклад розрахунку ціни партії залізорудного концентрату.

Нехай відомі такі вихідні параметри:

базова індексна ціна ринку

$$P_{idx}=100 \text{ USD/т};$$

вміст заліза

$$Fe=65\%;$$

вміст кремнезему

$$Si=4\%;$$

вологість

$$H=8\%.$$

Коефіцієнти коригування прийmemo:

$$k_{Fe}=2.5 \text{ USD/т за } 1\% Fe;$$

$$k_{Si}=1.2 \text{ USD/т за } 1\% SiO_2;$$

$$k_H=0.8 \text{ USD/т за } 1\% \text{ вологості.}$$

Також врахуємо:

логістичні витрати

$$L=8 \text{ USD/т};$$

доплату за підвищену якість

$$d_1=5 \text{ USD/т};$$

комерційну знижку

$$s_1=3 \text{ USD/т.}$$

Розрахунок якісної складової

Базовий стандарт вмісту заліза:

$$Fe_{std}=62\%.$$

Відхилення:

$$\Delta Fe=Fe-Fe_{std}=65-62=3.$$

Премія за вміст заліза:

$$k_{Fe}\Delta Fe = 2.5 \times 3 = 7.5.$$

Штраф за кремнезем:

$$k_{Si}Si = 1.2 \times 4 = 4.8.$$

Штраф за вологість:

$$k_H H = 0.8 \times 8 = 6.4.$$

Якісна складова:

$$F_Q = 7.5 - 4.8 - 6.4 = -3.7.$$

Розрахунок кінцевої ціни

Повна модель ціни має вигляд:

$$P = P_{idx} + F_Q + D - S + L$$

Підставимо значення:

$$P = 100 - 3.7 + 5 - 3 + 8$$

$$P = 106.3 \text{ USD/t}$$

Отримане значення показує, що кінцева ціна реалізації продукції становить

$$106.3 \text{ USD/t}$$

Порівняно з базовим індексом ринку, ціна збільшилась на:

$$6.3 \text{ USD/t}$$

Основними факторами підвищення ціни є логістична складова та премія за вміст заліза, тоді як підвищений вміст домішок частково знижує загальну вартість продукції.

2.1.5 Аналіз чутливості моделі

Для дослідження впливу параметрів на кінцеву ціну виконано аналіз чутливості моделі.

Побудуємо графіки, що показують залежності:

- ціни від вмісту заліза Fe;
- ціни від вмісту кремнезему Si;
- ціни від вологості H.

Таблиця 2.2- Залежність ціни від вмісту Fe

Fe, %	Ціна, USD/т
60	93.8
61	96.3
62	98.8
63	101.3
64	103.8
65	106.3
66	108.8

Розрахунок виконано за побудованою математичною моделлю:

$$P = P_{idx} + k_{Fe}(Fe - 62) - k_{Si}Si - k_H H + D - S + L$$

де прийнято:

$$P_{idx} = 100$$

$$k_{Fe} = 2.5 \quad k_{Si} = 1.2 \quad k_H = 0.8 \quad Si = 4\% \quad H = 8\%$$

$$D = 5 \text{ USD/т} \quad S = 3 \text{ USD/т} \quad L = 8 \text{ USD/т}$$

З таблиці видно, що кожне збільшення вмісту Fe на 1 % підвищує ціну приблизно на 2.5 USD/т, що відповідає коефіцієнту премії за якість k_{Fe} .

$$\frac{dP}{dFe} = 2.5 \text{ USD/т}$$

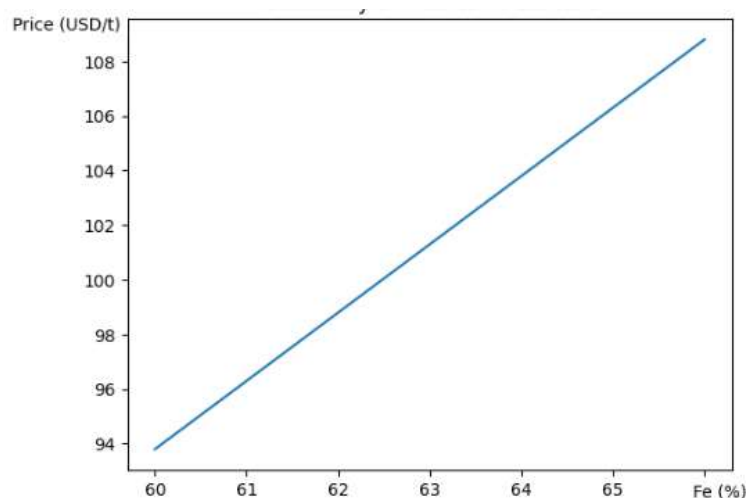


Рисунок 2.1 - Залежність ціни від вмісту Fe

Графік показує лінійне зростання ціни зі збільшенням частки заліза. Це пояснюється тим, що більш концентрована руда потребує менших витрат на збагачення та є більш цінною для металургійного виробництва.

Таблиця 2.3 - Залежність ціни від вмісту SiO_2

SiO_2 , %	Ціна, USD/т
2	108.7
3	107.5
4	106.3
5	105.1
6	103.9

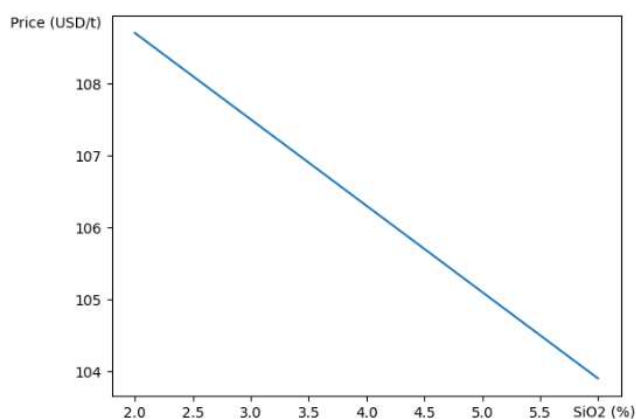


Рисунок 2.2 - Залежність ціни від вмісту SiO_2

Зі збільшенням кремнезему ціна зменшується. Домішки погіршують якість концентрату та збільшують витрати доменного виробництва.

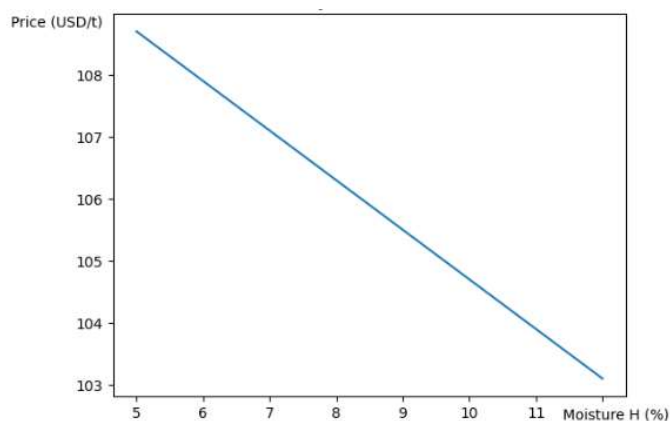


Рисунок 2.3 - Залежність ціни від вологості

Таблиця 2.3 - Залежність ціни від вологості

Н, %	Ціна, USD/т
5	108.7
6	107.9
7	107.1
8	106.3
9	105.5
10	104.7
11	103.9
12	103.1

Підвищена вологість зменшує фактичну масову частку корисної речовини у партії продукції, що призводить до зниження її комерційної вартості.

Таблиця 2.4 - Матриця чутливості математичної моделі

Параметр	$\partial P / \partial x$	Економічний зміст
Fe	2.5	збільшення ціни на 2.5 USD/т при зростанні Fe на 1 %
SiO ₂	-1.2	зменшення ціни на 1.2 USD/т при зростанні SiO ₂ на 1 %
H	-0.8	зменшення ціни на 0.8 USD/т при зростанні вологості на 1 %

Побудована матриця чутливості показує, що найбільший позитивний вплив на ціну має вміст заліза. Збільшення частки домішок та вологості призводить до зниження комерційної вартості продукції. Отримані результати підтверджують економічну адекватність запропонованої математичної моделі ціноутворення.

2.1.6 Урахування нелінійності та розширення математичної моделі ціноутворення

У попередніх підрозділах була побудована базова лінійна модель ціноутворення. Однак у реальних умовах функціонування ринку залізорудної продукції залежність ціни від параметрів якості не завжди має лінійний характер.

Це пояснюється технологічними та економічними особливостями металургійного виробництва.

Зокрема, при перевищенні певних значень вмісту заліза ефект від подальшого підвищення якості може зменшуватись, а іноді навіть призводити до зниження граничної премії. Такі залежності характерні для багатьох економічних процесів і описуються нелінійними функціями [3], [4].

Одним із найпоширеніших підходів до врахування нелінійності є використання квадратичних моделей.

Квадратична модель залежності ціни від якості

Нехай ціна залежить від вмісту заліза не тільки лінійно, але й квадратично. Тоді функція ціни може бути представлена у вигляді:

$$P = P_{idx} + a_1(Fe - Fe_{std}) + a_2(Fe - Fe_{std})^2$$

де P - кінцева ціна продукції, USD/т; P_{idx} - базова індексна ціна; Fe - фактичний вміст заліза; Fe_{std} - стандартний вміст заліза (62 %); a_1 - лінійний коефіцієнт впливу; a_2 - коефіцієнт квадратичної корекції.

Якщо

$$a_2 < 0$$

то функція має ефект спадної граничної корисності, тобто кожне наступне підвищення Fe збільшує ціну менше, ніж попереднє.

Графік такої функції має вигляд параболи, що відкривається вниз.

Повна нелінійна модель ціноутворення з урахуванням інших факторів модель може бути записана у вигляді:

$$P = P_{idx} + a_1(Fe - Fe_{std}) + a_2(Fe - Fe_{std})^2 - k_{Si}Si - k_H H + D - S + L$$

У векторному вигляді модель може бути представлена як:

$$P = P_{idx} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + D - S + L$$

де $\mathbf{x}$ - вектор параметрів якості, $\mathbf{A}$ - матриця квадратичних коефіцієнтів.

Аналіз чутливості нелінійної моделі

Чутливість ціни до зміни параметра Fe визначається частковою похідною:

$$\frac{dP}{dFe} = a_1 + 2 \cdot a_2(Fe - Fe_{std}).$$

Це означає, що вплив Fe на ціну змінюється залежно від рівня якості.

Наприклад, якщо

$$a_1=3; \quad a_2=-0.2$$

то

для $Fe=63$

$$\frac{dP}{dFe} = 2.6$$

для $Fe=66$

$$\frac{dP}{dFe} = 1.4$$

Отже, ефект підвищення якості поступово зменшується.

Числовий приклад

Нехай:

$$P_{idx}=100;$$

$$Fe=65;$$

$$Fe_{std}=62;$$

$$a_1=3; \quad a_2=-0.2.$$

Тоді

$$\Delta Fe=3.$$

Квадратична складова:

$$a_1\Delta Fe=9;$$

$$a_2(\Delta Fe)^2=-1.8.$$

Отже:

$$F_Q=9-1.8=7.2$$

Якщо

$$Si=4, \quad H=8$$

$$k_{Si}=1.2, \quad k_H=0.8$$

тоді

$$-k_{Si}Si=-4.8$$

$$-k_HH=-6.4$$

При

$$D=5, \quad S=3, \quad L=8$$

отримаємо:

$$P=100+7.2-4.8-6.4+5-3+8$$

$$P=106 \text{ USD/т.}$$

Використання квадратичної залежності дозволяє точніше описувати реальні ринкові залежності, враховувати ефект спадної граничної премії за якість, підвищити точність прогнозування ціни, використовувати методи оптимізації та машинного навчання.

Нелінійні моделі широко застосовуються у задачах економічного прогнозування та систем підтримки прийняття рішень [4], [6].

Врахування нелінійності залежності ціни від параметрів якості дозволяє суттєво підвищити адекватність математичної моделі. Квадратична функція забезпечує більш точний опис ринкових процесів і може бути ефективно реалізована в CRM-системах підприємства для автоматизованого розрахунку вартості продукції.

Результати досліджень відображаємо на рисунку у вигляді тривимірної поверхні функції ціни

$$P=f(Fe, Si)$$

яка демонструє вплив двох основних параметрів якості залізородної продукції:

вмісту заліза Fe

вмісту кремнезему SiO_2

Аналіз графіка показує зі збільшенням вмісту Fe ціна продукції зростає.

Зі збільшенням SiO_2 ціна зменшується.

Поверхня має слабку нелінійність, що обумовлено квадратичною складовою моделі.

Таким чином, модель дозволяє візуалізувати вплив параметрів якості на ринкову вартість продукції гірничо-збагачувального комбінату.

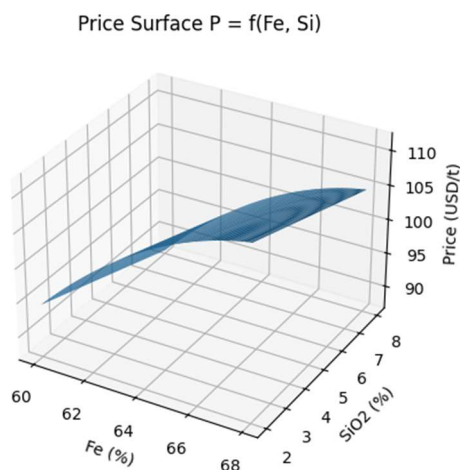


Рисунок 2.4 - Поверхня залежності ціни від параметрів якості

Для оцінки впливу параметрів якості на результат моделювання було побудовано теплову карту чутливості.

Чутливість визначалась як:

$$S = \left| \frac{dP}{dFe} \right| + \left| \frac{dP}{dSi} \right|$$

де

$$\frac{dP}{dFe} = a_1 + 2a_2 \cdot (Fe - F_{std})$$

Теплова карта демонструє області високої чутливості моделі та низької чутливості.

Найбільша чутливість спостерігається при нижчих значеннях Fe , де зміна якості сильніше впливає на ринкову ціну.

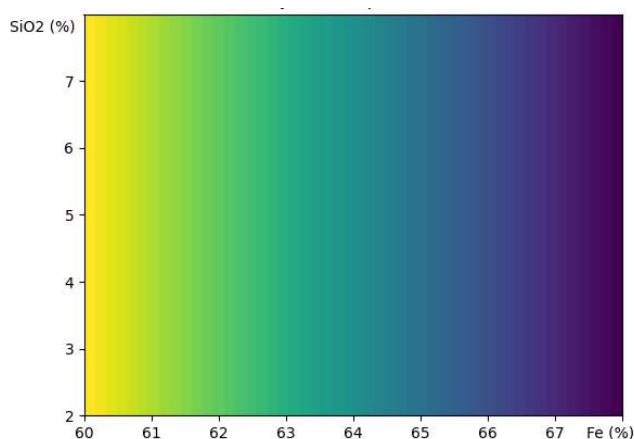


Рисунок 2.5 - Теплова карта чутливості моделі

Використання тривимірної поверхні та теплової карти дозволяє наочно дослідити поведінку математичної моделі; визначити області найбільшого впливу параметрів якості; підвищити інформативність системи підтримки прийняття рішень у CRM.

Отримані результати підтверджують придатність запропонованої моделі для автоматизованого розрахунку ціни залізорудної продукції.

2.1.7 Оцінка коефіцієнтів моделі методом найменших квадратів

Постановка задачі. Нехай маємо вибірку спостережень:

$$\{(Fe_i, Si_i, H_i, P_i)\}_{i=1}^n$$

де: P_i - фактична ціна продукції; Fe_i, Si_i, H_i - параметри якості.

Потрібно оцінити коефіцієнти моделі:

$$P = \beta_0 + \beta_1 \cdot Fe + \beta_2 \cdot Fe^2 + \beta_3 \cdot Si + \beta_4 \cdot H$$

В матричному представленні модель набуває наступний вигляд

$$P = X \cdot \beta + \varepsilon$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & Fe_1 & Fe_1^2 & Si_1 & H_1 \\ 1 & Fe_2 & Fe_2^2 & Si_2 & H_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Fe_n & Fe_n^2 & Si_n & H_n \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$$

У якості критерія використовуємо метод найменших квадратів (МНК), що мінімізує функцію:

$$J(\beta) = \sum_{i=1}^n (P_i - \hat{P}_i)^2$$

де P_i - фактичне значення ціни, $\hat{P}_i$ - значення, розраховане моделлю, β - вектор невідомих коефіцієнтів, n - кількість спостережень або матричний вигляд

$$J = \|P - X\beta\|^2.$$

Для лінійної моделі з урахуванням параметрів якості продукції рівняння можна представити у матричному вигляді:

$$P = X \cdot \beta + \varepsilon$$

де X - матриця ознак (регресорів), β - вектор коефіцієнтів, ε - вектор похибок.

Аналітичне розв'язання полягає в визначенні оптимальних коефіцієнтів

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T P.$$

У даній роботі до складу матриці X включено:

- стовпець одиниць (вільний член моделі);
- вміст заліза Fe ;
- вміст кремнію Si ;
- вологість H .

Таким чином, оцінюються коефіцієнти лінійної залежності ціни від основних якісних параметрів продукції.

Це класичне рішення МНК [3], [5].

Алгоритм оцінки складається з шести кроків, (покроково):

Крок 1. Збір даних. Формується вибірка, це може бути файл Excel:

Fe	Si	H	P

Крок 2. Формування матриці ознак. Створюється матриця:

$$X = [1, Fe, Fe^2, Si, H]$$

Крок 3. Обчислення матриць

$$A = X^T X$$

$$B = X^T P$$

Крок 4. Обчислення коефіцієнтів

$$\beta = A^{-1} B$$

Крок 5. Побудова моделі

$$\hat{P} = \beta_0 + \beta_1 \cdot Fe + \beta_2 \cdot F^2 + \beta_3 \cdot Si + \beta_4 \cdot H$$

Крок 6. Оцінка якості моделі. Коефіцієнт детермінації:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (P_i - \hat{P}_i)^2}{\sum (P_i - \bar{P})^2}$$

Числовий приклад, нехай маємо 3 спостереження:

Таблиця 2.5 – Вибірка початкових даних

Fe	Si	H	P
62	4	8	100
64	3	7	108
66	2	6	115

Тоді:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 62 & 3844 & 4 & 8 \\ 1 & 64 & 4096 & 3 & 7 \\ 1 & 66 & 4356 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Далі обчислюється:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T P$$

«/» MATLAB

```
X = [ones(n,1), Fe, Fe.^2, Si, H];
beta = (X' * X) \ (X' * P);
```

Рисунок 2.6 - Реалізація обчислення в Matlab

Метод найменших квадратів дозволяє отримати оцінки параметрів моделі на основі реальних даних; врахувати нелінійні залежності (через Fe^2); інтегрувати модель у CRM для автоматичного навчання на історичних даних.

Таким чином, МНК є ефективним інструментом побудови адаптивної системи ціноутворення.

Результати оцінювання моделі

Таблиця 2.6 - Оцінені коефіцієнти

Коефіцієнт	Значення
b_0	-172.22
b_1 (Fe)	8.53
b_2 (Fe ²)	-0.075
b_3 (Si)	-1.35
b_4 (H)	-0.90

Отримана регресійна модель

$$P = -172.22 + 8.53Fe - 0.075Fe^2 - 1.35Si - 0.90H$$

Якість моделі

$$R^2 = 0.947$$

Сума квадратів залишків: $RSS = 7.21$

Аналіз та інтерпретація результатів

1. Вплив Fe (нелінійний) $b_1 > 0 \rightarrow$ ціна зростає при збільшенні Fe $b_2 < 0 \rightarrow$ наявний ефект спадної граничної премії

Це підтверджує правильність введення квадратичного члена.

2. Вплив Si

$$b_3 = -1.35$$

збільшення Si на 1% знижує ціну приблизно на 1.35 USD/т

3. Вплив вологості

$$b_4 = -0.90$$

зростання вологості знижує ціну.

4. Якість моделі

$$R^2 = 0.947$$

модель пояснює 94.7% варіації ціни, що є дуже хорошим результатом.

Отримані результати регресійного аналізу підтверджують адекватність запропонованої математичної моделі ціноутворення. Наявність квадратичного члена для змінної Fe дозволяє врахувати нелінійний характер залежності ціни від якості продукції. Високе значення коефіцієнта детермінації свідчить про високу точність апроксимації експериментальних даних.

2.2 Програмна реалізація та інтеграція моделі ціноутворення в CRM-систему

2.2.1 Архітектура програмної реалізації

Програмна реалізація математичної моделі ціноутворення для продукції гірничо-збагачувального комбінату виконана у середовищі MATLAB, що забезпечує потужний інструментарій для чисельних обчислень, моделювання складних систем, аналізу даних та побудови інтерактивних інтерфейсів користувача [5], [8]. Вибір даного середовища обумовлений його орієнтацією на інженерні задачі, наявністю вбудованих бібліотек для регресійного аналізу, а також можливістю швидкої інтеграції з зовнішніми джерелами даних.

Архітектура програмної системи побудована за модульним принципом, що забезпечує її масштабованість, гнучкість та можливість подальшого розширення. Такий підхід відповідає сучасним принципам розробки інформаційних систем та CRM-рішень, де функціональність розподіляється між незалежними компонентами. Загальна архітектура відповідає концепції CRM-систем, де центральним елементом є обробка бізнес-подій (створення замовлення) [10].

Система побудована за модульним принципом і включає такі компоненти:

- модуль розрахунку ціни;
- модуль оцінювання коефіцієнтів (OLS);
- модуль взаємодії з базою даних (Excel);
- графічний інтерфейс користувача (GUI);
- модуль машинного навчання (Regression Learner).

Обчислювальний модуль є центральним елементом системи та реалізує математичну модель ціноутворення. Його функціональне призначення полягає у розрахунку кінцевої ціни продукції на основі параметрів якості (вміст заліза, кремнію, вологість), а також додаткових економічних факторів, таких як доплати, знижки та логістичні витрати. Модуль реалізовано у вигляді окремої функції, що дозволяє забезпечити її повторне використання у різних частинах системи, зокрема в GUI та в алгоритмах обробки даних. Такий підхід відповідає принципу функціональної декомпозиції, який широко використовується у програмній інженерії.

Модуль оцінювання параметрів реалізує процедуру визначення коефіцієнтів математичної моделі на основі експериментальних або історичних даних. Для цього використано метод найменших квадратів, який є стандартним інструментом регресійного аналізу [6], [9]. У програмній реалізації даний модуль представлений як окремий скрипт, що формує матрицю ознак, виконує матричні обчислення та повертає оцінені значення параметрів. Додатково використано можливості інструменту MATLAB Regression Learner, що дозволяє автоматизувати процес побудови моделі, оцінити її якість та виконати валідацію результатів. Інтеграція цього інструменту в загальну архітектуру підвищує достовірність отриманих результатів та забезпечує можливість адаптації моделі до нових даних.

Модуль роботи з даними забезпечує взаємодію системи з зовнішнім сховищем інформації, у ролі якого використано файл формату Excel. Такий вибір обумовлений простотою реалізації, доступністю та широким використанням у корпоративних інформаційних системах. У межах даного модуля реалізовано функції зчитування, запису та оновлення даних за допомогою стандартних функцій MATLAB, зокрема `readtable` та `writetable`. Структура таблиці включає параметри якості продукції, економічні показники та розраховану ціну, що дозволяє використовувати накопичені дані для подальшого аналізу та навчання моделі. Таким чином, модуль виконує роль спрощеної бази даних, інтегрованої з CRM-функціональністю.

Модуль графічного інтерфейсу користувача (GUI) реалізує засоби взаємодії користувача з системою. Інтерфейс створено з використанням сучасних можливостей MATLAB, що дозволяють формувати інтерактивні вікна, поля введення, кнопки керування та таблиці відображення даних. Основною функцією GUI є забезпечення введення вхідних параметрів, запуску обчислювального процесу та відображення результатів у зручному для користувача вигляді. Крім того, інтерфейс реалізує функції збереження даних у базу та їх подальшого перегляду, що відповідає базовим принципам CRM-систем, орієнтованих на підтримку прийняття рішень.

Інтеграційний модуль забезпечує узгоджену роботу всіх компонентів системи та реалізує логіку обробки бізнес-подій. У контексті CRM-системи такою подією є створення нового замовлення або запит на розрахунок ціни. Модуль координує виклик функцій розрахунку, взаємодію з базою даних та оновлення інтерфейсу користувача. Такий підхід відповідає подієво-орієнтованій архітектурі, яка широко використовується у сучасних інформаційних системах [10].

Важливою особливістю розробленої архітектури є її відкритість до розширення. Зокрема, передбачено можливість інтеграції додаткових модулів, таких як аналітичні інструменти, модулі прогнозування або підсистеми інтеграції з ERP-рішеннями. Крім того, використання MATLAB як базової платформи дозволяє у подальшому здійснити перехід до веб-орієнтованих сервісів або реалізувати API для взаємодії з іншими системами.

Таким чином, запропонована архітектура програмної реалізації забезпечує ефективну інтеграцію математичної моделі ціноутворення у CRM-систему, поєднуючи обчислювальні можливості, зручний інтерфейс користувача та засоби роботи з даними. Модульний підхід дозволяє забезпечити гнучкість системи, її адаптивність до змін умов функціонування та можливість подальшого розвитку відповідно до потреб підприємства.

2.2.2 Реалізація математичної моделі

Реалізація математичної моделі ціноутворення виконана у середовищі MATLAB у вигляді окремої функції, що забезпечує модульність, зручність повторного використання та інтеграцію з іншими компонентами системи, зокрема CRM-інтерфейсом і модулем роботи з базою даних. Такий підхід відповідає принципам структурного програмування та дозволяє відокремити обчислювальну логіку від інтерфейсної та сервісної частин системи.

В основі програмної реалізації лежить лінійна розширена математична модель ціноутворення, що була сформульована у підрозділі 2.1.7:

$$P = P_{idx} + b_1 Fe - b_2 Si - b_3 H + D - S + L$$

де P - кінцева ціна продукції; P_{idx} - ринковий індекс; Fe, Si, H - показники якості; b_1, b_2, b_3 - коефіцієнти моделі; D - доплати; S - знижки; L - логістичні витрати.

Функція розрахунку ціни реалізована у вигляді MATLAB-функції, яка приймає структурований набір вхідних даних та параметрів моделі, а на виході повертає розраховане значення ціни. Використання структур (struct) для передачі даних дозволяє підвищити читабельність коду та забезпечує гнучкість при зміні складу параметрів.

Функція виконує такі основні етапи обчислення:

1. Зчитування вхідних параметрів (якісних показників продукції);
2. Формування базової складової ціни на основі лінійної моделі;
3. Урахування ринкового індексу;
4. Додавання доплат та віднімання знижок;
5. Урахування логістичних витрат;
6. Повернення кінцевого результату.

Реалізація функції наведена на рисунку 2.7.

Дана реалізація забезпечує гнучкість та можливість інтеграції у зовнішні інформаційні системи.

У даній реалізації змінна *data* є структурою, що містить вхідні параметри, а *coeffs* — структурою коефіцієнтів моделі. Такий підхід дозволяє легко змінювати

параметри без модифікації логіки функції. Крім того, використання функції *sum()* дає можливість враховувати довільну кількість доплат і знижок, що підвищує універсальність моделі.

```

«> MATLAB

function P = calculate_price(data, coeffs, P_idx)

% Зчитування параметрів якості
Fe = data.Fe;
Si = data.Si;
H = data.H;

% Базова складова ціни
P_base = P_idx ...
    + coeffs.b1 * Fe ...
    - coeffs.b2 * Si ...
    - coeffs.b3 * H;

% Урахування економічних факторів
P = P_base ...
    + sum(data.premiums) ...
    - sum(data.discounts) ...
    + data.logistics;

end

```

Рисунок 2.7 - Функція розрахунку ціни реалізована у вигляді MATLAB-функції

Для демонстрації роботи моделі та її інтеграції у систему розроблено основний сценарій (скрипт), який імітує процес обробки замовлення у CRM-системі. У цьому сценарії задаються вхідні параметри, виконується виклик функції розрахунку та виводиться результат.

Приклад такого сценарію наведено на рисунку 2.8.

У наведеному прикладі моделюється типова ситуація, коли користувач або система CRM передає параметри якості продукції, після чого виконується автоматичний розрахунок ціни. Така реалізація може бути безпосередньо інтегрована у графічний інтерфейс або у серверну частину CRM-системи.

«» MATLAB

```
% Приклад використання моделі

clc; clear;

% Формування вхідних даних
data.Fe = 65;
data.Si = 4;
data.H = 8;

data.premiums = [5];    % доплати
data.discounts = [3];   % знижки
data.logistics = 8;     % логістика

% Коефіцієнти моделі
coeffs.b1 = 2.5;
coeffs.b2 = 1.2;
coeffs.b3 = 0.8;

% Ринковий індекс
P_idx = 100;

% Розрахунок ціни
price = calculate_price(data, coeffs, P_idx);

% Вивід результату
fprintf('Розрахована ціна: %.2f USD/т\n', price);
```

Рисунок 2.8 -Приклад використання моделі

Перевагами запропонованої реалізації є:

- простота та зрозумілість алгоритму;
- модульність і можливість повторного використання;
- гнучкість у зміні параметрів моделі;
- легкість інтеграції з іншими компонентами системи;
- можливість подальшого розширення (наприклад, додавання нелінійних залежностей).

Таким чином, реалізація математичної моделі у вигляді окремої функції MATLAB забезпечує ефективне поєднання теоретичних положень ціноутворення з практичними інструментами програмної інженерії, що є необхідною умовою створення сучасних автоматизованих систем підтримки прийняття рішень.

2.2.3 Оцінювання коефіцієнтів моделі (OLS)

Визначення параметрів математичної моделі ціноутворення здійснюється на основі методу найменших квадратів (Ordinary Least Squares, OLS), який є одним із базових інструментів регресійного аналізу та широко застосовується при обробці експериментальних і статистичних даних [6], [9]. Реалізація алгоритму оцінювання виконана у середовищі MATLAB, що забезпечує ефективні засоби для матричних обчислень та статистичного аналізу.

Суть методу найменших квадратів детально розглянуто в підрозділі 2.1.7.

Для практичної реалізації процедури оцінювання коефіцієнтів розроблено MATLAB-функцію, яка формує матрицю ознак, виконує обчислення та повертає оцінені параметри моделі. Використання окремої функції забезпечує повторне використання коду та його інтеграцію з іншими модулями системи, зокрема з CRM.

Реалізація функції наведена на рисунку 2.9.

У даній функції вхідним параметром є структура *data*, що містить вектори спостережень. На першому етапі формується матриця ознак X , після чого виконується обчислення коефіцієнтів за аналітичною формулою. Отримані значення зберігаються у структурі *coeffs*, що забезпечує зручність їх подальшого використання у функції розрахунку ціни.

Для демонстрації роботи алгоритму оцінювання розроблено сценарій, що зчитує дані з Excel-файлу, виконує оцінювання параметрів та виводить результати.

Скрипт представлений на рисунку 2.10.

У результаті виконання даного скрипту отримуються числові значення коефіцієнтів, що характеризують вплив кожного параметра на ціну продукції. Зокрема, коефіцієнт при Fe зазвичай має додатне значення, що свідчить про зростання ціни зі збільшенням вмісту заліза, тоді як коефіцієнти при Si та H можуть мати від'ємні значення, що відображає негативний вплив домішок та вологості.

Додатково для підвищення точності та зручності аналізу може бути використано вбудовані засоби регресійного аналізу, зокрема функцію *fitlm*

«> MATLAB

```
function coeffs = estimate_coeffs_ols(data)

% Формування матриці ознак
Fe = data.Fe;
Si = data.Si;
H = data.H;
P = data.Price;

n = length(P);

X = [ones(n,1), Fe, Si, H];

% Оцінювання коефіцієнтів (OLS)
beta = (X' * X) \ (X' * P);

% Запис у структуру
coeffs.b0 = beta(1);
coeffs.b1 = beta(2);
coeffs.b2 = beta(3);
coeffs.b3 = beta(4);

end
```

Рисунок 2.9 - MATLAB-функцію, яка формує матрицю ознак

«> MATLAB

```
% Завантаження даних
dataTable = readtable('pricing_db.xlsx');

% Перетворення у структуру
data.Fe = dataTable.Fe;
data.Si = dataTable.Si;
data.H = dataTable.H;
data.Price = dataTable.Price;

% Оцінювання коефіцієнтів
coeffs = estimate_coeffs_ols(data);

% Вивід результатів
fprintf('b0 = %.4f\n', coeffs.b0);
fprintf('b1 = %.4f\n', coeffs.b1);
fprintf('b2 = %.4f\n', coeffs.b2);
fprintf('b3 = %.4f\n', coeffs.b3);
```

Рисунок 2.10 - Фрагмент програми завантаження даних

або інструмент MATLAB Regression Learner, який дозволяє виконувати автоматичний підбір моделі, оцінювати статистичні характеристики (R^2 , RMSE) та аналізувати залишки.

Таким чином, застосування методу найменших квадратів у поєднанні з можливостями MATLAB дозволяє ефективно оцінити параметри математичної моделі ціноутворення, забезпечити її адекватність реальним даним та створити основу для подальшого використання у CRM-системі. Отримані коефіцієнти можуть бути використані як у статичному режимі, так і в режимі періодичного оновлення на основі нових даних, що забезпечує адаптивність системи до змін ринкових умов.

Для автоматизації процесу навчання використано інструмент MATLAB Regression Learner, що дозволяє виконувати побудову, валідацію та порівняння моделей [8].

2.2.4 Інтеграція з базою даних (Excel)

Для збереження, накопичення та подальшого аналізу історичних даних у розробленій системі використано табличну базу даних формату Microsoft Excel. Такий підхід забезпечує простоту реалізації, доступність для користувача та сумісність із більшістю CRM-систем, у яких табличні формати даних широко застосовуються як базовий рівень зберігання інформації. Інтеграція з Excel реалізована засобами середовища MATLAB, яке має вбудовані функції для читання, запису та обробки табличних даних.

У межах даної роботи Excel-файл виконує функції спрощеної бази даних, що містить історію розрахунків ціни продукції. Структура таблиці організована таким чином, щоб забезпечити можливість подальшого використання даних для навчання моделі, аналізу та прийняття управлінських рішень. Основними полями таблиці є:

- дата розрахунку (Date);
- вміст заліза (Fe);
- вміст кремнію (Si);

- вологість (H);
- доплати (Premium);
- знижки (Discount);
- логістичні витрати (Logistics);
- розрахована ціна (Price).

Така структура дозволяє зберігати як вхідні параметри моделі, так і результати обчислень, що є необхідним для подальшого застосування методу найменших квадратів та методів машинного навчання.

Інтеграція з базою даних реалізується через стандартні функції MATLAB `readtable` та `writetable`, які забезпечують ефективну роботу з табличними даними. Процес взаємодії з Excel включає три основні етапи: зчитування даних, їх обробку та запис нових результатів.

Для зчитування історичних даних використовується наступний фрагмент коду представлений на рисунку 2.11.

```
<> MATLAB

% Зчитування даних з Excel
dataTable = readtable('pricing_db.xlsx');

% Перетворення у робочу структуру
data.Fe = dataTable.Fe;
data.Si = dataTable.Si;
data.H = dataTable.H;
data.Price = dataTable.Price;
```

Рисунок 2.11 – Фрагмент програми зчитування даних

Отримані дані можуть бути використані для оцінювання коефіцієнтів моделі або для аналізу поведінки системи. Зокрема, на основі накопиченої інформації реалізується навчання моделі за методом найменших квадратів, що було розглянуто у попередньому підрозділі.

Запис нових результатів у базу даних здійснюється після кожного розрахунку ціни. Для цього формується новий запис, який додається до існуючої таблиці:

«» MATLAB

```
% Формування нового запису
newRow = table(datetime('now'), data.Fe, data.Si, data.H, ...
    sum(data.premiums), sum(data.discounts), data.logistics, price, ...
    'VariableNames', {'Date', 'Fe', 'Si', 'H', 'Premium', 'Discount', 'Logistics', 'Price'});

% Додавання до існуючої таблиці
dataTable = [dataTable; newRow];

% Запис у Excel
writetable(dataTable, 'pricing_db.xlsx');
```

Рисунок 2.12 - Фрагмент програми формування нового запису

У наведеному фрагменті коду реалізовано механізм накопичення історичних даних, що є ключовим елементом CRM-системи. Використання функції `datetime` дозволяє фіксувати момент виконання розрахунку, що важливо для подальшого аналізу динаміки цін.

Для підвищення надійності роботи системи доцільно передбачити перевірку існування файлу бази даних та його ініціалізацію у разі відсутності:

«» MATLAB

```
% Перевірка існування файлу
if ~isfile('pricing_db.xlsx')
    dataTable = table([],[],[],[],[],[],[],[], ...
        'VariableNames', {'Date', 'Fe', 'Si', 'H', 'Premium', 'Discount', 'Logistics', 'Price'});
else
    dataTable = readtable('pricing_db.xlsx');
end
```

Рисунок 2.13 - Фрагмент програми перевірка існування файлу бази даних

Такий підхід забезпечує коректну роботу системи навіть при першому запуску.

Інтеграція з Excel дозволяє реалізувати ключові функції CRM-системи, а саме накопичення історії взаємодії з клієнтами (у вигляді розрахунків), аналіз даних для прийняття рішень, формування вибірок для навчання моделей, забезпечення прозорості та відтворюваності розрахунків.

Таким чином, використання Excel як табличної бази даних у поєднанні з можливостями MATLAB дозволяє створити ефективний та простий у реалізації механізм збереження та обробки даних, що є невід’ємною складовою інтеграції математичної моделі ціноутворення у CRM-систему.

2.2.5 Реалізація графічного інтерфейсу (GUI)

Для забезпечення зручної взаємодії користувача з математичною моделлю ціноутворення у роботі розроблено графічний інтерфейс користувача (Graphical User Interface, GUI) у середовищі MATLAB . Реалізація GUI виконана з використанням інструментарію App Designer, що дозволяє створювати інтерактивні застосування з сучасним дизайном та підтримкою подієво-орієнтованої логіки.

Основною метою створення графічного інтерфейсу є забезпечення інтуїтивно зрозумілого доступу до функцій системи, зокрема введення параметрів якості продукції, розрахунку ціни, збереження результатів та перегляду історичних даних. Розроблений інтерфейс виконує роль спрощеної CRM-системи, орієнтованої на підтримку прийняття рішень у процесі ціноутворення.

Функціональна структура GUI включає такі елементи:

- поля введення параметрів якості продукції (Fe, Si, H);
- поля для запровадження економічних параметрів (доплати, скидки, логістика);
- кнопку запуску розрахунку ціни;
- область відображення результату;
- елементи керування для збереження та завантаження даних;
- таблицю для відображення історії розрахунків

Інтерфейс побудований за подієво-орієнтованим принципом, відповідно до якого обчислення виконуються у відповідь на дії користувача (натискання кнопок, зміна значень полів тощо). Центральним елементом є обробник події натискання кнопки «Розрахувати», який викликає функцію математичної моделі та відображає результат.

Фрагмент коду обробки подій наведено на рисунку 2.14.

«/» **MATLAB**

```
function CalculateButtonPushed(app, event)

    % Формування структури даних
    data.Fe = app.FeField.Value;
    data.Si = app.SiField.Value;
    data.H = app.HField.Value;

    data.premiums = app.PremiumField.Value;
    data.discounts = app.DiscountField.Value;
    data.logistics = app.LogisticsField.Value;

    % Завантаження коефіцієнтів
    coeffs = load_coefficients();
    P_idx = get_market_index();

    % Розрахунок ціни
    price = calculate_price (data, coeffs, P_idx);

    % Відображення результату
    app.PriceLabel.Text = sprintf('ціна: %.2f USD/т', price);

end
```

Рисунок 2.14 -Фрагмент коду реалізації графічного інтерфейсу (GUI)

У наведеному коді реалізовано повний цикл обробки даних: від зчитування значень з елементів інтерфейсу до виклику функції розрахунку та відображення результату. Такий підхід забезпечує чітке розмежування між інтерфейсною та обчислювальною логікою, що відповідає принципам сучасної програмної інженерії.

Додатково у GUI реалізовано функцію збереження результатів у базі даних Excel, що дозволяє накопичувати історію розрахунків та використовувати її для подальшого аналізу. При цьому інтерфейс виконує роль фронтенду CRM-системи, тоді як MATLAB-функції виступають як бекенд-логіка.

Перевагами використання графічного інтерфейсу є підвищення зручності роботи користувача, зменшення ймовірності помилок під час введення даних,

можливість інтерактивного аналізу результатів, наочно представлення роботи математичної моделі, імітація реальної CRM-системи підприємства.

З технічної точки зору, GUI забезпечує інтеграцію всіх розроблених модулів системи: обчислювального, аналітичного та модуля роботи з даними. Це дозволяє створити єдине програмне середовище, в якій користувач може виконувати всі необхідні операції - від введення даних до отримання результатів та їх збереження.

Таким чином, реалізація графічного інтерфейсу в середовищі MATLAB є важливим етапом створення прикладної системи ціноутворення. Вона забезпечує практичну придатність.

GUI реалізує базові функції CRM-системи, зокрема підтримку прийняття рішень.

2.2.6 Інтеграція моделі в CRM-систему

Інтеграція математичної моделі ціноутворення у CRM-систему є ключовим етапом практичного застосування розробленого підходу, оскільки дозволяє автоматизувати процес формування ціни продукції на основі її якісних характеристик та ринкових умов. У даній роботі інтеграція реалізована у середовищі MATLAB з використанням подієво-орієнтованого підходу, що відповідає сучасним принципам побудови інформаційних систем управління [10].

У загальному вигляді інтеграція моделі в CRM передбачає включення обчислювального модуля в бізнес-процес обробки замовлення. Основною подією, яка ініціює виконання моделі, є створення нового замовлення або запит користувача на розрахунок ціни. При цьому система автоматично отримує необхідні параметри, виконує обчислення та зберігає результат.

Алгоритм інтеграції моделі можна подати у вигляді послідовності етапів:

1. Ініціалізація події — користувач створює новий замовлення або вводить параметри продукції в CRM-інтерфейсі;

2. Збір вхідних даних — система набуває значення параметрів якості (Fe , Si , H), а також економічні показники (доплати, скидки, логістика);

3. Завантаження параметрів моделі — виконується отримання коефіцієнтів математичної моделі та значення ринкового індексу;
4. Розрахунок ціни — викликається функція математичної моделі, яка обчислює значення ціни;
5. Збереження результату — розрахована ціна записується до бази даних (Excel);
6. Відображення результату — результат передається у графічний інтерфейс користувача;
7. Накопичення даних — інформація використовується для подальшого аналізу та навчання моделі.

Зазначений алгоритм відповідає концепції сервіс-орієнтованої архітектури, у якій математична модель виступає як окремий сервіс, що викликається іншими компонентами системи.

Для програмної реалізації інтеграції розроблено функцію обробки замовлення, яка поєднує всі необхідні етапи — від отримання даних до збереження результатів. Функція представлена на рисунку 2.15.

У даній реалізації структура *order* виступає як універсальний контейнер даних, що містить всі параметри замовлення, включаючи якісні показники та економічні складові. Це дозволяє легко передавати дані між різними модулями системи.

Функція *save_to_excel*, що викликається на завершальному етапі, реалізує запис результатів у базу даних Excel див. рисунок 2.16.

Таким чином, реалізується повний цикл обробки бізнес-події, що є характерним для CRM-систем: від введення даних до їх збереження та використання у подальших розрахунках.

Важливою особливістю запропонованого підходу є можливість розширення функціональності системи. Зокрема, на етапі розрахунку ціни може бути доданий альтернативний модуль прогнозування, заснований на методах машинного навчання, що дозволить підвищити точність результатів. Крім того, інтеграція

може бути реалізована у вигляді веб-сервісу або API, що забезпечить взаємодію з іншими інформаційними системами підприємства.

```

<> MATLAB

function order = process_order(order)

% Завантаження коефіцієнтів моделі
coeffs = load_coefficients();

% отримання ринкового індексу
P_idx = get_market_index();

% Розрахунок ціни
order.price = calculate_price (order, coeffs, P_idx);

% Збереження результату до бази даних
save_to_excel(order);

end

```

Рисунок 2.15 - Фрагмент програми функції обробки замовлення

```

<> MATLAB
function save_to_excel(order)

file = 'pricing_db.xlsx';

% Формування нового запису
newRow = table(datetime('now'), order.Fe, order.Si, order.H, ...
    sum(order.premiums), sum(order.discounts), ...
    order.logistics, order.price, ...
    'VariableNames', {'Date', 'Fe', 'Si', 'H', 'Premium', 'Discount', 'Logistics', 'Price'});

% Перевірка існування файлу
if isfile(file)
    data = readtable(file);
    data = [data; newRow];
else
    data = newRow;
end

% Запис у файл
writetable(data, file);

end

```

Рисунок 2.16- Фрагмент програми функції *save_to_excel*

З точки зору інформаційної підтримки управління, інтеграція математичної моделі у CRM-систему дозволяє автоматизувати процес ціноутворення, зменшити вплив людського фактора, забезпечити єдину методологію розрахунку, накопичувати дані для подальшого аналізу, підвищити обґрунтованість управлінських рішень.

Таким чином, реалізована інтеграція забезпечує практичне застосування математичної моделі у реальному бізнес-процесі, поєднуючи аналітичні методи з сучасними інформаційними технологіями. Це дозволяє створити ефективну систему підтримки прийняття рішень у сфері ціноутворення продукції гірничо-збагачувальних підприємств.

2.2.7 Візуалізація та аналіз результатів

Важливим етапом дослідження є візуалізація результатів роботи математичної моделі та їх подальший аналіз. Візуалізація дозволяє не лише перевірити адекватність побудованої моделі, а й отримати наочне уявлення про вплив окремих параметрів на кінцеву ціну продукції. У даній роботі побудова графічних залежностей виконана у середовищі MATLAB, яка забезпечує широкі можливості для графічного аналізу та обробки даних.

Основною метою візуалізації є дослідження функціональної залежності ціни від S_i якісних характеристик продукції, зокрема вмісту заліза Fe , кремнію та вологості H . Це дозволяє оцінити чутливість моделі, визначити домінуючі фактори та перевірити відповідність результатів економічної логіки процесу ціноутворення.

Одним із базових інструментів аналізу є побудова двовимірних графіків залежності ціни від окремих параметрів. Наприклад, для дослідження впливу вмісту заліза формується масив значень Fe у заданому діапазоні, при фіксованих значеннях інших параметрів. Результати розрахунку ціни для кожного значення відображаються у вигляді графіка.

Приклад реалізації наведено на рисунку 2.17 нижче:

```

% Діапазон значень Fe
Fe_range = 60:1:70;

% Фіксовані параметри
Si = 4;
H = 8;

coeffs.b1 = 2.5;
coeffs.b2 = 1.2;
coeffs.b3 = 0.8;
P_idx = 100;

prices = zeros(size(Fe_range));

for i = 1: length (Fe_range)
    data.Fe = Fe_range (i);
    data.Si = Si;
    data.H = H;
    data.premiums = 5;
    data.discounts = 3;
    data.logistics = 8;

    prices(i) = calculate_price(data, coeffs, P_idx);
end

% Побудова графіка
plot (Fe_range, prices);
xlabel('Fe(%>');
ylabel('ціна (USD/т)');
title('Залежність ціни від вмісту Fe');
grid on;

```

Рисунок 2.17- Фрагмент програми побудови графіка залежності ціни від вмісту заліза

Аналіз отриманого графіка (див. підрозділ 2.1.5) показує, що зі збільшенням вмісту заліза ціна продукції зростає майже лінійно, що відповідає економічному змісту моделі. Аналогічно можуть бути побудовані графіки залежності ціни від Si та H , які демонструють зворотний вплив цих параметрів

Для більш комплексного аналізу використовується тривимірна візуалізація, яка дозволяє одночасно враховувати вплив двох змінних. Зокрема, будується поверхня виду:

$$P=f(Fe,Si)$$

при фіксованому значенні вологості H (див. підрозділ 2.1.6). Це дозволяє оцінити взаємодію факторів та виявити області найбільшої зміни ціни.

Реалізація тривимірного графіка представлена на рисунку 2.18.

```

<> MATLAB

% Діапазони значення
[Fe_grid, Si_grid] = meshgrid (60:1:70, 2:0.5:6);

H = 8;

P = zeros (size (Fe_grid));

for i = 1: size (Fe_grid, 1)
    for j = 1: size (Fe_grid, 2)
        data.Fe = Fe_grid (i, j);
        data.Si = Si_grid(i,j);
        data.H = H;
        data.premiums = 5;
        data.discounts = 3;
        data.logistics = 8;

        P(i,j) = calculate_price(data, coeffs, P_idx);
    end
end

% Побудова поверхні
surf (Fe_grid, Si_grid, P);
xlabel('Fe(%));
ylabel('Si(%));
zlabel('ціна (USD/т)');
title('Поверхня залежності ціни P=f(Fe,Si)');

```

Рисунок 2.18- Фрагмент програми побудови тривимірного графіка

Отримана поверхня дозволяє візуально оцінити характер зміни ціни: збільшення Fe призводить до зростання ціни, тоді як збільшення Si - до її зниження. Нахил поверхні визначається значеннями коефіцієнтів моделі, що підтверджує їх економічний зміст (див. підрозділ 2.1.6).

Отримані графіки підтверджують зростання ціни при збільшенні Fe , зниження ціни при зростанні Si , адекватність математичної моделі.

Додатково для аналізу чутливості моделі може бути використана теплова карта (heatmap), яка відображає зміну ціни у кольоровому масштабі. Такий підхід дозволяє швидко ідентифікувати області найбільшого впливу параметрів (див. підрозділ 2.1.6).

```

<> MATLAB

% Побудова теплової картки
imagesc(60:70, 2:0.5:6, P);
colorbar;
xlabel('Fe(%)');
ylabel('Si(%)');
title('Теплова карта ціни');
set(gca, 'YDir', 'normal');

```

Рисунок 2.19.- Фрагмент програми побудови теплової карти

Використання теплових карт є ефективним інструментом для аналізу складних залежностей та широко застосовується в задачах економічного моделювання.

Отримані графічні залежності підтверджують коректність побудованої моделі та її відповідність економічній сутності процесу ціноутворення. Використання інструментів візуалізації середовища MATLAB значно підвищує ефективність аналізу та дозволяє інтегрувати результати моделювання у CRM-систему для подальшого використання.

2.2.8 Використання методів машинного навчання

У сучасних умовах підвищення точності моделей ціноутворення досягається шляхом застосування методів машинного навчання, які дозволяють автоматично виявляти залежності між параметрами та адаптувати модель до нових даних. У даній роботі для розширення можливостей математичної моделі використано інструмент MATLAB Regression Learner середовища MATLAB, який забезпечує побудову, навчання та валідацію регресійних моделей на основі історичних даних.

Отримана модель інтегрована в систему для прогнозування ціни в реальному часі.

Загальні принципи застосування Regression Learner

Regression Learner є інтерактивним середовищем, що дозволяє:

- імпортувати дані з різних джерел (зокрема Excel);

- обирати залежну змінну (ціна продукції);
- формувати набір предикторів (Fe, Si, H, доплати, скидки, логістика);
- будувати різні типи моделей (лінійні, квадратичні, ансамблеві);
- оцінювати якість моделей за метриками (R^2 , RMSE);
- виконувати кросс-валідацію;
- експортувати навчальний модельний об'єкт у вигляді MATLAB-функції.

На відміну від класичного методу найменших квадратів, що передбачає фіксовану структуру моделі, машинне навчання дозволяє автоматично враховувати нелінійності та взаємодію параметрів, що особливо важливо для складних економічних процесів [7], [11].

В рамках завдання ціноутворення модель будується у вигляді функції:

$$P=f(Fe, Si, H, D, S, L)$$

де функція $f(\cdot)$ визначається на основі навчальних даних. На практиці це означає, що замість аналітичного завдання коефіцієнтів модель формує їх автоматично, мінімізуючи помилку прогнозу:

$$J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - \hat{P}_i)^2$$

Таким чином, реалізується узагальнений підхід до регресійного аналізу.

Програмна реалізація моделі машинного навчання.

Після навчання моделі у Regression Learner вона може бути експортована у вигляді об'єкта *trainedModel*, який використовується для прогнозування нових значень.

Для інтеграції в систему розроблено MATLAB-функцію прогнозування представлена на рисунку 2.20

Ця функція використовує табличне представлення даних, що є стандартом для роботи з регресійними моделями у MATLAB. Це забезпечує сумісність із інструментами машинного навчання та спрощує інтеграцію у CRM-систему.

Автоматизоване навчання моделі (скрипт). Окрім використання графічного інтерфейсу, навчання моделі може бути реалізоване програмно за допомогою

функції *fitlm*, яка є базовим інструментом регресійного аналізу, представлена на рисунку 2.21.

```

<> MATLAB

function price = predict_price_ml(model, data)

% Формування таблиці предикторів
X = table(...
    data.Fe, ...
    data.Si, ...
    data.H, ...
    sum(data.premiums), ...
    sum(data.discounts), ...
    data.logistics, ...
    'VariableNames', ...
    { 'Fe', 'Si', 'H', 'Premium', 'Discount', 'Logistics'});

% Прогноз цін
price = predict(model, X);

end

```

Рисунок 2.20 - Фрагмент програми MATLAB-функції прогнозування

```

<> MATLAB

function model = train_model_ml()

% Зчитування даних
data = readtable('pricing_db.xlsx');

% Формування предикторів
X = data(:, {'Fe', 'Si', 'H', 'Premium', 'Discount', 'Logistics'});

% Цільова змінна
Y = data.Price;

% Побудова моделі (квадратична)
model = fitlm(X, Y, 'quadratic');

end

```

Рисунок 2.21 - Програмна реалізація за допомогою функції *fitlm*

В даному випадку використовується квадратична модель, що дозволяє врахувати нелінійні ефекти та взаємодію між параметрами. Це узгоджується з результатами розділу 2.1.7, де було показано доцільність розширення моделі.

Числовий приклад реалізації. Розглянемо приклад використання навченої моделі для прогнозування ціни продукції.

Початково задані параметри: Fe=66%; Si=3.5%; H=7%; доплати: D=6; скидки: S=2; логістика: L=9.

У результаті одержуємо два значення:

ціна за аналітичною моделлю;

ціна за моделлю машинного навчання.

Реалізація у MATLAB, скрипт представлений на рисунку 2.22.

Порівняння цих значень дозволяє оцінити точність та адаптивність моделей. Як правило, ML-модель дає більш точні результати за рахунок урахування складніших залежностей.

«» MATLAB

```
% Навчання моделі
model = train_model_ml();

% Формування даних
data.Fe = 66;
data.Si = 3.5;
data.H = 7;

data.premiums = [6];
data.discounts = [2];
data.logistics = 9;

% Прогноз
price_ml = predict_price_ml(model, data);

fprintf('Прогнозована ціна (ML): %.2f USD/т\n', price_ml);
```

Рисунок 2.22 - Програмна реалізація навчання моделі

Для порівняння можна обчислити ціну за класичною моделлю:

```
<> MATLAB

coeffs.b1 = 2.5;
coeffs.b2 = 1.2;
coeffs.b3 = 0.8;
P_idx = 100;

price_classic = calculate_price(data, coeffs, P_idx);

fprintf('Ціна (аналітична модель): %.2f USD/т\n', price_classic);
```

Рисунок 2.23 - Обчислення ціни за класичною моделлю

Застосування методів машинного навчання у задачі ціноутворення має такі переваги: автоматичне визначення структури моделі; врахування нелінійних ефектів; адаптація до нових даних; підвищення точності прогнозування; можливість використання великих обсягів історичних даних.

Водночас класична модель має кращу інтерпретованість, що є важливим для економічного аналізу. Тому доцільним є комбіноване використання обох підходів у CRM-системі.

У підрозділі розглянуто застосування методів машинного навчання для завдання ціноутворення. Використання інструменту Regression Learner дозволило автоматизувати процес побудови моделі та підвищити точність прогнозування. Реалізовано функції навчання та прогнозування, а також продемонстровано числовий приклад використання моделі.

Таким чином, інтеграція методів машинного навчання у CRM-систему забезпечує створення адаптивної та інтелектуальної системи ціноутворення, що здатна ефективно функціонувати в умовах змінної ринкової середовища.

Висновки до розділу:

Розроблено математичну модель ціноутворення залізорудної продукції гірничо-збагачувального комбінату з урахуванням технологічних та комерційних факторів.

На основі дослідження особливостей промислового ціноутворення сформовано розширену лінійну модель, у якій базова ціна коригується залежно від відхилення показників якості від еталонних значень.

Для визначення коефіцієнтів моделі застосовано метод найменших квадратів (OLS), який забезпечує мінімізацію сумарної квадратичної похибки між фактичними та розрахунковими значеннями ціни. Використання регресійного оцінювання дозволило отримати числові коефіцієнти чутливості ціни до зміни кожного параметра якості продукції та сформувати адекватну модель прогнозування.

У процесі дослідження також обґрунтовано доцільність використання методів машинного навчання як додаткового аналітичного модуля для прогнозування ціни на основі історичних даних. Використання інструмента Regression Learner

У розділі розроблено програмну реалізацію математичної моделі ціноутворення та виконано її інтеграцію в CRM-систему. Реалізовано модульну архітектуру, що включає обчислювальні, аналітичні та інтерфейсні компоненти.

Використання MATLAB забезпечило ефективну реалізацію алгоритмів, а інтеграція з Excel — можливість накопичення та аналізу даних. Застосування методу найменших квадратів та інструментів машинного навчання дозволило підвищити точність моделі.

Отримана система може бути використана як основа для автоматизованих систем підтримки прийняття рішень у гірничо-збагачувальній промисловості

ВИСНОВКИ

У роботі виконано дослідження процесу формування ціни залізорудної продукції гірничо-збагачувального комбінату та розроблено математичну модель ціноутворення з урахуванням якісних, логістичних і комерційних факторів. Проведений аналіз показав, що сучасні CRM-системи потребують інтеграції аналітичних модулів, здатних автоматизувати розрахунок ціни та забезпечити підтримку прийняття управлінських рішень на основі накопичених історичних даних.

У процесі дослідження сформовано розширену лінійну математичну модель, яка враховує вплив вмісту заліза, кремнезему, вологості, логістичних витрат, премій та дисконтів на кінцеву вартість продукції. Для опису реальних умов контрактного ціноутворення використано механізм розрахунку відхилень показників якості від еталонних значень, а також пороговий підхід до врахування впливу вологості.

Для визначення параметрів математичної моделі застосовано метод найменших квадратів (OLS), який забезпечує мінімізацію квадратичної похибки між фактичними та розрахованими значеннями ціни. Реалізація регресійного оцінювання у середовищі MATLAB дозволила автоматизувати процес навчання моделі на основі історичних даних підприємства та оцінити адекватність побудованої залежності. Додатково реалізовано модуль машинного навчання з використанням інструмента Regression Learner, який забезпечує прогнозування ціни та порівняння результатів класичної OLS-моделі і ML-підходу.

У роботі також виконано програмну реалізацію системи у середовищі MATLAB із використанням Excel як табличної бази даних. Розроблено графічний інтерфейс користувача (GUI), який реалізує функції введення параметрів продукції, автоматичного розрахунку ціни, збереження інформації до бази даних та аналізу історичних записів. Інтеграція математичної моделі у CRM-структуру дозволила сформувати єдину систему підтримки комерційного аналізу та прогнозування.

Результати моделювання та програмної реалізації підтвердили працездатність і практичну доцільність запропонованого підходу. Розроблена система може бути використана для автоматизації процесів ціноутворення на підприємствах гірничо-металургійного комплексу, а також слугувати основою для подальшого розвитку інтелектуальних CRM-систем із використанням методів машинного навчання, прогнозової аналітики та адаптивного управління комерційними процесами.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Pressman R. S., Maxim B. R. Software Engineering: A Practitioner's Approach. 8th ed. New York : McGraw-Hill Education, 2015. 970 p.
2. Gujarati D. N., Porter D. C. Basic Econometrics. 5th ed. New York : McGraw-Hill, 2009. 922 p.
3. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. 4th ed. Harlow : Pearson, 2020. 1136 p.
4. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning. 2nd ed. New York : Springer, 2009. 745 p.
5. Kim Y., Ghosh A., Topal E., Chang P. Relationship of iron ore price with other major commodity prices. Mineral Economics. 2022. Vol. 35. P. 1–15.
6. Wårell L. An analysis of iron ore prices during the latest commodity boom. Mineral Economics. 2018. Vol. 31. P. 203–216.
7. Huang Y. et al. Multi-factor price influences in commodity markets. International Journal of Forecasting. 2021. Vol. 37. P. 456–470.
8. Zhang X., Wei Y. Commodity price dynamics: a multi-variable model. Journal of Commodity Markets. 2020. Vol. 18. 100089.
9. Platts. Global Iron Ore Specifications Guide. S&P Global Commodity Insights, 2023. 120 p.
10. ISO/TC 102. Iron ore and direct reduced iron — Specifications and testing methods. Geneva : ISO, 2022.
11. Кухно С. А. Формування конкурентоспроможності гірничо-металургійного комплексу України в умовах глобалізації : дис. ... канд. екон. наук. Донецьк, 2015. 210 с.
12. Петренко І. В. Моніторинг та прогнозування цін сировинних ринків : дис. ... канд. екон. наук. Київ, 2018. 198 с.
13. World Bank. Commodity Markets Outlook. Washington : World Bank Publications, 2024. 146 p.

14. U.S. Geological Survey. Minerals Yearbook: Iron Ore. Reston : USGS, 2023.
15. CRU Group. Iron Ore Market Outlook Report. London : CRU, 2023.
16. Monk E. F., Wagner B. J. Concepts in Enterprise Resource Planning. 4th ed. Boston : Cengage Learning, 2013. 480 p.
17. Richardson C. Microservices Patterns. Shelter Island : Manning Publications, 2018. 520 p.
18. Gousios G. et al. APIs in CRM integration. Journal of Systems and Software. 2017. Vol. 127. P. 123–135.
19. Porter M. Competitive Strategy. New York : Free Press, 1980. 397 p.
20. Kotler P., Keller K. Marketing Management. 15th ed. Pearson, 2016. 714 p.
21. White D. et al. Econometric models for commodity prices. Journal of Econometrics. 2019. Vol. 210. P. 150–168.
22. Huang H., Zhou S. Risk modelling in commodity markets. Journal of Risk Analysis. 2021. Vol. 41. P. 987–1002.
23. ISO 9001:2015 Quality management systems — Requirements. Geneva : ISO, 2015.
24. Моркун Н. В., Завсегдашня І. В. Методичні вказівки до виконання кваліфікаційної роботи бакалавру для студентів спеціальності 122 “Комп’ютерні науки”. Кривий Ріг : Видавничий центр КНУ, 2021. 50 с.
25. ДСТУ 3008:2015. Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. Київ, ДП «УкрННЦ», 2015. 26с. (Інформація та документація).
26. ДСТУ 8302:2015. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання Київ, ДП «УкрННЦ», 2016. 16 с. (Інформація та документація).
27. ДСТУ 3582:2013. Бібліографічний опис. Скорочення слів і словосполучень в українській мові. Загальні вимоги та правила. Київ, ДП «УкрННЦ», 2013. 23 с. (Інформація та документація).

ДОДАТОК А

Генерація вибірки для навчання моделі

```

function generate_pricing_dataset()

% =====
% 1. ПАРАМЕТРИ
% =====
n = 300; % кількість записів

% еталони
Fe0 = 65;
Si0 = 3;

% коефіцієнти (як у моделі)
k_Fe = 3.0;
k_Si = 1.5;
k_H = 0.5;

H_limit = 8;

% =====
% 2. ГЕНЕРАЦІЯ ВХІДНИХ ДАНИХ
% =====

Fe = 62 + 6*rand(n,1);    % 62–68 %
Si = 2 + 3*rand(n,1);    % 2–5 %
H = 6 + 5*rand(n,1);    % 6–11 %

Premium = randi([0 3], n, 1); % 0–3 $
Discount = randi([0 3], n, 1); % 0–3 $
Logistics = 5 + 10*rand(n,1); % 5–15 $

BasePrice = 95 + 10*rand(n,1); % 95–105 $

% =====
% 3. РОЗРАХУНОК ЦІНИ (ПРАВИЛЬНА МОДЕЛЬ)
% =====

% якість
quality_adj = ...
    + k_Fe*(Fe - Fe0) ...
    - k_Si*(Si - Si0);

```

```

% комерція
commercial_adj = Premium - Discount;

% вологість (штраф)
moisture_penalty = k_H * max(0, H - H_limit);

% фінальна ціна
Price = BasePrice ...
    + quality_adj ...
    + commercial_adj ...
    + Logistics ...
    - moisture_penalty;

% =====
% 4. ДОДАЄМО ШУМ (ВАЖЛИВО ДЛЯ ML)
% =====

noise = randn(n,1) * 1.5; % ~ ±1.5 $
Price = Price + noise;

% =====
% 5. ФОРМУЄМО ТАБЛИЦЮ
% =====

data = table( ...
    datetime('now') - days(randi([0 365], n,1)), ...
    Fe, Si, H, ...
    Premium, Discount, Logistics, ...
    BasePrice, ...
    Price, ...
    'VariableNames', ...
    {'Date','Fe','Si','H','Premium','Discount','Logistics','BasePrice','Price'});

% =====
% 6. ЗБЕРЕЖЕННЯ В EXCEL
% =====

filename = 'pricing_db.xlsx';
writetable(data, filename);

fprintf('Файл %s успішно створено (%d записів)\n', filename, n);

% =====

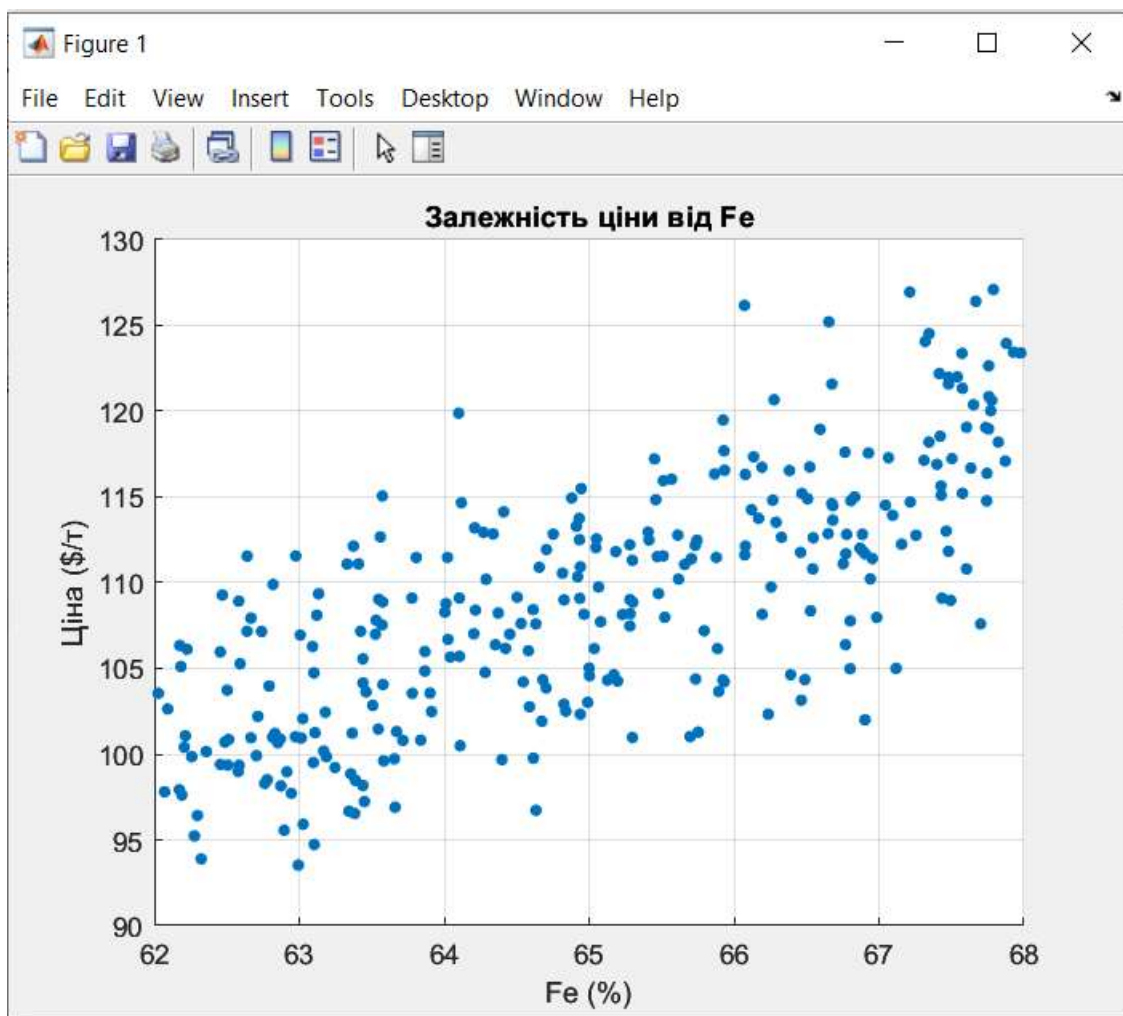
```

% 7. ВІЗУАЛЬНА ПЕРЕВІРКА

% =====

```
figure;  
scatter(Fe, Price, 20, 'filled')  
xlabel('Fe (%)')  
ylabel('Ціна ($/т)')  
title('Залежність ціни від Fe')  
grid on;
```

```
end
```



CRM модуль вводу інформації та розрахунку ціни

```

classdef crm_excel_app < matlab.apps.AppBase

    properties (Access = public)
        UIFigure
        FeField
        SiField
        HField
        PremiumField
        DiscountField
        LogisticsField
        BasePriceField

        CalculateButton
        SaveButton
        LoadButton

        PriceLabel
        UITable
    end

    properties (Access = private)
        db_file = 'pricing_db.xlsx';
    end

    methods (Access = private)

        % =====
        % РОЗРАХУНОК ЦІНИ (РЕАЛЬНА МОДЕЛЬ ГЗК)
        % =====
        function price = calculatePrice(app)

            Fe = app.FeField.Value;
            Si = app.SiField.Value;
            H = app.HField.Value;

            premium = app.PremiumField.Value;
            discount = app.DiscountField.Value;
            logistics = app.LogisticsField.Value;

            P_base = app.BasePriceField.Value;

```

```

% === ЕТАЛОНИ ===
Fe0 = 65;
Si0 = 3;

% === КОЕФІЦІЄНТИ ===
k_Fe = 3.0;
k_Si = 1.5;

% === QUALITY ===
quality_adj = ...
    + k_Fe*(Fe - Fe0) ...
    - k_Si*(Si - Si0);

% === COMMERCIAL ===
commercial_adj = premium - discount;

% === ВОЛОГІСТЬ (ПРАВИЛЬНО — ПОРОГОВА) ===
H_limit = 8;
k_H = 0.5;

if H > H_limit
    moisture_penalty = k_H*(H - H_limit);
else
    moisture_penalty = 0;
end

% === FINAL ===
price = P_base ...
    + quality_adj ...
    + commercial_adj ...
    + logistics ...
    - moisture_penalty;

end

% =====
function CalculateButtonPushed(app, event)
try
    price = calculatePrice(app);
    app.PriceLabel.Text = sprintf('Ціна: %.2f USD/т', price);
catch ME
    uialert(app.UIFigure, ME.message, 'Помилка розрахунку');

```

```

    end
end

% =====
function SaveButtonPushed(app, event)

    try
        price = calculatePrice(app);

        newRow = table( ...
            datetime('now'), ...
            app.FeField.Value, ...
            app.SiField.Value, ...
            app.HField.Value, ...
            app.PremiumField.Value, ...
            app.DiscountField.Value, ...
            app.LogisticsField.Value, ...
            app.BasePriceField.Value, ...
            price, ...
            'VariableNames', ...
            {'Date','Fe','Si','H','Premium','Discount','Logistics','BasePrice','Price'});

        if isfile(app.db_file)
            oldData = readtable(app.db_file);

            % === УЗГОДЖЕННЯ КОЛОНОК ===
            commonVars = intersect(oldData.Properties.VariableNames,
            newRow.Properties.VariableNames);

            oldData = oldData(:, commonVars);
            newRow = newRow(:, commonVars);

            data = [oldData; newRow];
        else
            data = newRow;
        end

        writetable(data, app.db_file);

        app.UITable.Data = data;

    catch ME
        uialert(app.UIFigure, ME.message, 'Помилка запису');
    end
end

```

```

end
end

% =====
function LoadButtonPushed(app, event)

try
    if isfile(app.db_file)
        data = readtable(app.db_file);
        app.UITable.Data = data;
    else
        uialert(app UIFigure, 'Файл не знайдено', 'Помилка');
    end
catch ME
    uialert(app UIFigure, ME.message, 'Помилка завантаження');
end

end

end

methods (Access = public)

function app = crm_excel_app

    app UIFigure = uifigure('Position',[100 100 800 520],...
        'Name','CRM система ціноутворення ГЗК');

    % === ПОЛЯ ЯКОСТІ ===
    app.FeField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...
        'Position',[50 430 100 22],'Value',65);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[50 455 100 20],'Text','Fe (%)');

    app.SiField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...
        'Position',[50 380 100 22],'Value',3);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[50 405 100 20],'Text','Si (%)');

    app.HField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...
        'Position',[50 330 100 22],'Value',8);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[50 355 100 20],'Text','H (%)');

    % === КОМЕПЦІЯ ===
    app.PremiumField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...

```

```

    'Position',[200 430 100 22],'Value',2);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[200 455 120 20],'Text','Доплата ($)');

    app.DiscountField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...
    'Position',[200 380 100 22],'Value',1);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[200 405 120 20],'Text','Знижка ($)');

    app.LogisticsField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...
    'Position',[200 330 100 22],'Value',8);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[200 355 120 20],'Text','Логістика ($)');

    % === БАЗОВА ЦІНА ===
    app.BasePriceField = uieditfield(app UIFigure,'numeric',...
    'Position',[350 430 120 22],'Value',100);
    uilabel(app UIFigure,'Position',[350 455 150 20],'Text','Base Price ($/т)');

    % === КНОПКИ ===
    app.CalculateButton = uibutton(app UIFigure,'push',...
    'Text','Розрахувати',...
    'Position',[50 260 140 40],...
    'ButtonPushedFcn',@(btn,event)CalculateButtonPushed(app,event));

    app.SaveButton = uibutton(app UIFigure,'push',...
    'Text','Зберегти',...
    'Position',[210 260 140 40],...
    'ButtonPushedFcn',@(btn,event)SaveButtonPushed(app,event));

    app.LoadButton = uibutton(app UIFigure,'push',...
    'Text','Завантажити',...
    'Position',[370 260 140 40],...
    'ButtonPushedFcn',@(btn,event)LoadButtonPushed(app,event));

    % === РЕЗУЛЬТАТ ===
    app.PriceLabel = uilabel(app UIFigure,...
    'Position',[50 210 400 30],...
    'Text','Ціна: ---','FontSize',14);

    % === ТАБЛИЦЯ ===
    app.UITable = uitable(app UIFigure,...
    'Position',[50 20 700 160]);

    end
end

```

end

CRM система ціноутворення ГЗК

Fe (%) Доплата (\$) Base Price (\$/t)

Si (%) Знижка (\$)

H (%) Логістика (\$)

Ціна: ---

Date	Fe	Si	H	Premium	Discount	Logistics	BasePrice	Pric
27-Jun-2025 21:25:37	66.8883	2.1789	10.2536	3	2	6.4026	96.9822	
02-Sep-2025 21:25:37	67.4348	4.0459	8.8028	0	1	7.6013	96.9507	
18-Apr-2026 21:25:37	62.7619	2.1273	10.6480	1	3	5.8682	98.2684	
31-May-2025 21:25:37	67.4803	2.2143	9.4833	1	1	9.2940	103.8034	
17-Oct-2025 21:25:37	65.7942	3.5649	8.9140	0	1	7.5728	99.7110	

Рисунок Б.1 – Вікно інтерфейсу CRM системи

Функція навчання моделі

```

function [model_ml, coeffs_ols, data] = train_model_from_excel()

% =====
% 1. ФАЙЛ
% =====
filename = 'pricing_db.xlsx';

if ~isfile(filename)
    error('Файл pricing_db.xlsx не знайдено');
end

% =====
% 2. ЗЧИТУВАННЯ
% =====
data = readtable(filename);

requiredVars = {'Fe','Si','H','Premium','Discount','Logistics','Price'};

for i = 1:length(requiredVars)
    if ~ismember(requiredVars{i}, data.Properties.VariableNames)
        error(['Відсутня колонка: ', requiredVars{i}]);
    end
end

% =====
% 3. ОЧИЩЕННЯ
% =====
data = rmmissing(data);
data = unique(data);

if height(data) < 5
    error('Недостатньо даних для навчання');
end

% =====
% 4. ЕТАЛОНИ (УЗГОДЖЕНІ)
% =====
Fe0 = 65;
Si0 = 3;

```

H0 = 7; % ВАЖЛИВО: було 10 → виправлено на 7

% =====

% 5. OLS (ПРАВИЛЬНИЙ)

% =====

dFe = data.Fe - Fe0;

dSi = data.Si - Si0;

dH = data.H - H0;

X = [ones(height(data),1), dFe, dSi, dH];

% прибираємо комерцію

P = data.Price ...

- data.Premium ...

+ data.Discount ...

- data.Logistics;

% перевірка виродженості

if rank(X) < size(X,2)

warning('Матриця вироджена → використано pinv');

end

beta = pinv(X) * P;

coeffs_ols.b0 = beta(1);

coeffs_ols.b1 = beta(2);

coeffs_ols.b2 = beta(3);

coeffs_ols.b3 = beta(4);

% зберігаємо еталони

coeffs_ols.Fe_ref = Fe0;

coeffs_ols.Si_ref = Si0;

coeffs_ols.H_ref = H0;

% =====

% 6. ML (УЗГОДЖЕНИЙ З МОДЕЛЛЮ)

% =====

data.dFe = data.Fe - Fe0;

data.dSi = data.Si - Si0;

data.dH = data.H - H0;


```

formula = ['Price ~ dFe + dSi + Premium + Discount + Logistics ' ...
          '+ dFe^2 + dSi^2'];

model_ml = fitlm(data, formula);

% =====
% 7. ОЦІНКА ЯКОСТІ
% =====

% ПРАВИЛЬНО: ті ж змінні що в моделі
X_all = data(:, {'dFe','dSi','dH','Premium','Discount','Logistics'});

y_pred = predict(model_ml, X_all);

RMSE = sqrt(mean((data.Price - y_pred).^2));
R2 = 1 - sum((data.Price - y_pred).^2) / sum((data.Price - mean(data.Price)).^2);

fprintf('\n=== ML модель ===\n');
fprintf('RMSE = %.4f\n', RMSE);
fprintf('R^2 = %.4f\n', R2);

% =====
% 8. ГРАФІК
% =====
figure;
plot(data.Price, y_pred, 'o')
xlabel('Фактична ціна')
ylabel('Прогноз ML')
title('ML: Fact vs Predicted')
grid on;

end

```

Результат:

```
>> train_model_from_excel
```

```
=== ML модель ===
```

```
RMSE = 3.3142
```

```
R^2 = 0.7889
```

```
ans =
```

```
Linear regression model:
```

```
Price ~ 1 + Premium + Discount + Logistics + dFe + dSi + dFe^2 + dSi^2
```

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	100.04	0.82068	121.89	1.9027e-252
Premium	0.69893	0.1785	3.9156	0.00011231
Discount	-1.3482	0.1828	-7.3757	1.7009e-12
Logistics	1.0667	0.068461	15.581	2.9647e-40
dFe	3.0789	0.11328	27.178	5.9052e-82
dSi	-1.3681	0.38285	-3.5736	0.0004118
dFe^2	0.034546	0.076558	0.45124	0.65215
dSi^2	-0.010456	0.30893	-0.033845	0.97302

Number of observations: 300, Error degrees of freedom: 292

Root Mean Squared Error: 3.36

R-squared: 0.789, Adjusted R-Squared: 0.784

F-statistic vs. constant model: 156, p-value = 1.03e-94

ДОДАТОК Г

ML-модуль для прогнозування ціни та аналізу точності моделі

```
function ml_module()
```

```
% =====
```

```
% 1. НАВЧАННЯ
```

```
% =====
```

```
[model, coeffs, data] = train_model_from_excel;
```

```
if isempty(model)
```

```
    error('ML модель не створена');
```

```
end
```

```
% =====
```

```
% 2. SAMPLE
```

```
% =====
```

```
sample.Fe = 66;
```

```
sample.Si = 3.5;
```

```
sample.H = 9;
```

```
sample.Premium = 2;
```

```
sample.Discount = 1;
```

```

sample.Logistics = 9;

% =====
% 3. OLS
% =====

Fe0 = coeffs.Fe_ref;
Si0 = coeffs.Si_ref;

dFe = sample.Fe - Fe0;
dSi = sample.Si - Si0;

quality_adj = coeffs.b1*dFe + coeffs.b2*dSi;
commercial_adj = sample.Premium - sample.Discount;

H_limit = 8;
k_H = 0.5;

moisture_penalty = k_H * max(0, sample.H - H_limit);

price_ols = coeffs.b0 ...
    + quality_adj ...
    + commercial_adj ...
    + sample.Logistics ...
    - moisture_penalty;

% =====
% 4. ML
% =====

X = build_features(sample, coeffs, model);

price_ml = predict(model, X);

% гарантія скаляра
price_ml = price_ml(1);

% =====
% 5. АНАЛІЗ
% =====

delta = price_ml - price_ols;

```

```

fprintf('\n=== ПОРІВНЯННЯ ===\n');
fprintf('OLS: %.2f\n', price_ols);
fprintf('ML : %.2f\n', price_ml);
fprintf('Δ : %.2f\n', delta);

% =====
% 6. ГРАФІК
% =====

X_all = build_features_table(data, coeffs, model);

pred = predict(model, X_all);

figure;
plot(data.Price, pred, 'o')
xlabel('Фактична ціна')
ylabel('ML прогноз')
title('ML vs Факт')
grid on;

end

% =====
% ДЛІЯ 1 ЗРАЗКА
% =====
function X = build_features(sample, coeffs, model)

Fe0 = coeffs.Fe_ref;
Si0 = coeffs.Si_ref;
H_limit = 8;

vars.dFe = sample.Fe - Fe0;
vars.dSi = sample.Si - Si0;
vars.H_excess = max(0, sample.H - H_limit);
vars.Premium = sample.Premium;
vars.Discount = sample.Discount;
vars.Logistics = sample.Logistics;

X = table();

for i = 1:length(model.PredictorNames)

    name = model.PredictorNames{i};

```

```

% підтримка квадратичних термів
if strcmp(name,'dFe^2')
    X.(name) = vars.dFe.^2;

elseif strcmp(name,'dSi^2')
    X.(name) = vars.dSi.^2;

elseif isfield(vars, name)
    X.(name) = vars.(name);

else
    error(['Модель очікує змінну: ', name]);
end

end

end

% =====
% ДЛЯ ТАБЛИЦІ
% =====
function X = build_features_table(data, coeffs, model)

Fe0 = coeffs.Fe_ref;
Si0 = coeffs.Si_ref;
H_limit = 8;

% обчислюємо ЗАВЖДИ
vars.dFe = data.Fe - Fe0;
vars.dSi = data.Si - Si0;
vars.H_excess = max(0, data.H - H_limit);
vars.Premium = data.Premium;
vars.Discount = data.Discount;
vars.Logistics = data.Logistics;

X = table();

for i = 1:length(model.PredictorNames)

    name = model.PredictorNames{i};

    if strcmp(name,'dFe^2')

```

```

        X.(name) = vars.dFe.^2;

elseif strcmp(name,'dSi^2')
    X.(name) = vars.dSi.^2;

elseif isfield(vars, name)
    X.(name) = vars.(name);

else
    error(['Відсутня змінна: ', name]);
end

end

end

```

Результат:

=== ML модель ===

RMSE = 3.3142

$R^2 = 0.7889$

=== ПОРІВНЯННЯ ===

OLS: 112.07

ML : 112.11

Δ : 0.04

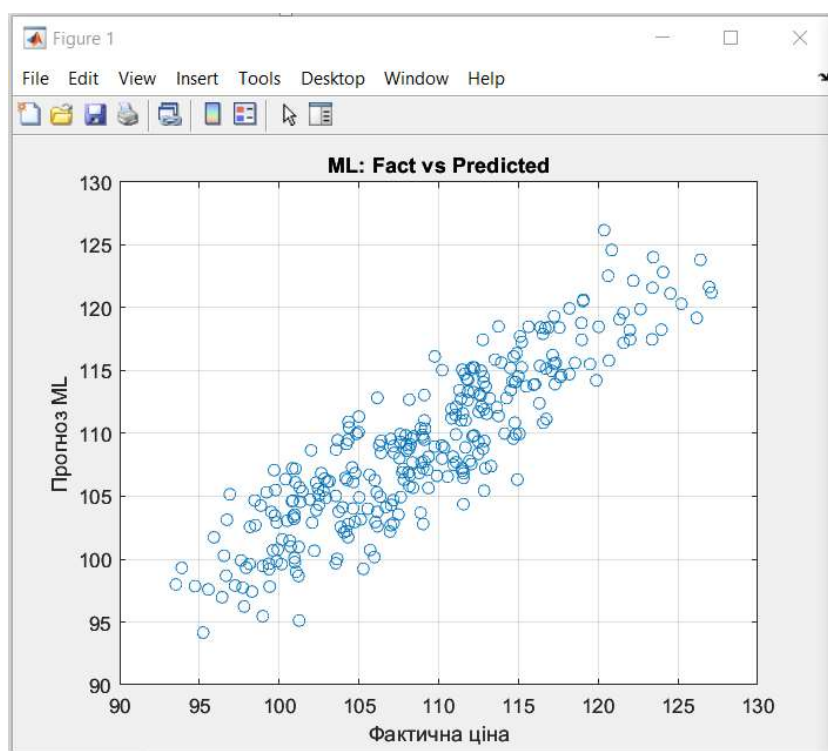


Рисунок Г.1- Графік прогнозування ціни

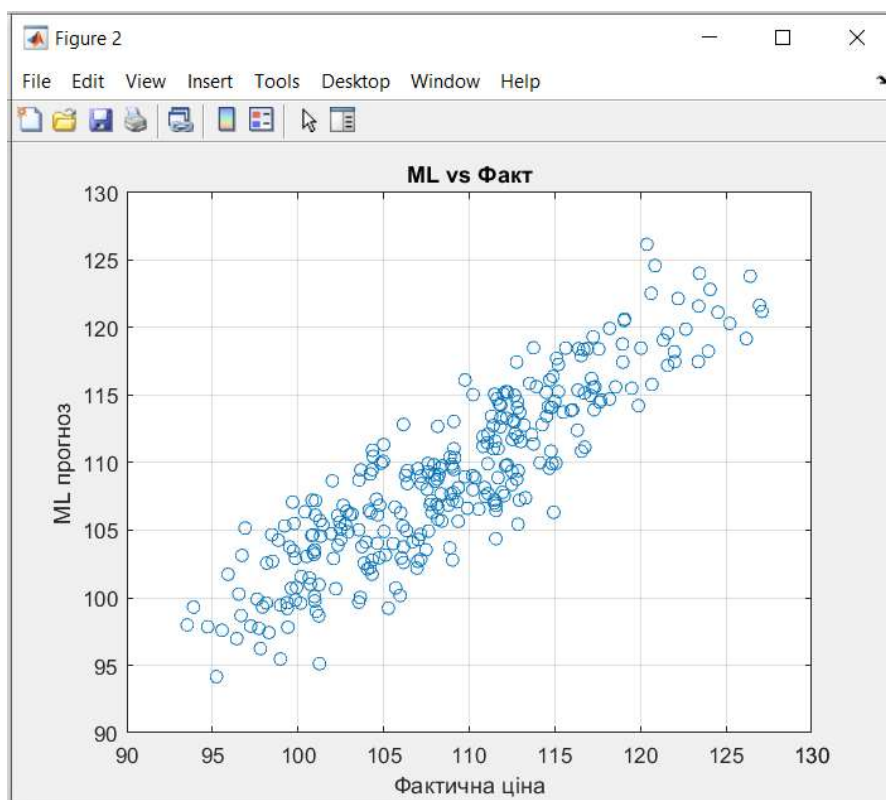


Рисунок Г.2 – Графік порівняння прогнозу з фактичною ціною

Модуль роботи математичної моделі

```

function result = pricing_engine(data, coeffs, model_ml)

% =====
% 1. ПЕРЕВІРКА ВХІДНИХ ДАНИХ
% =====

requiredFields = {'Fe','Si','H','Premium','Discount','Logistics'};

for i = 1:length(requiredFields)
    if isstruct(data)
        if ~isfield(data, requiredFields{i})
            error(['Відсутнє поле: ', requiredFields{i}]);
        end
    elseif istable(data)
        if ~ismember(requiredFields{i}, data.Properties.VariableNames)
            error(['Відсутня колонка: ', requiredFields{i}]);
        end
    else
        error('Невідомий тип data (очікується struct або table)');
    end
end

% ВИТЯГУЄМО ЗНАЧЕННЯ (УНІВЕРСАЛЬНО)
if istable(data)
    Fe = data.Fe(1);
    Si = data.Si(1);
    H = data.H(1);
    Premium = data.Premium(1);
    Discount = data.Discount(1);
    Logistics = data.Logistics(1);
else
    Fe = data.Fe;
    Si = data.Si;
    H = data.H;
    Premium = data.Premium;
    Discount = data.Discount;
    Logistics = data.Logistics;
end

```



```

% перевірка coeffs
reqCoeff = {'b0','b1','b2','Fe_ref','Si_ref'};
for i = 1:length(reqCoeff)
    if ~isfield(coeffs, reqCoeff{i})
        error(['Відсутній коефіцієнт: ', reqCoeff{i}]);
    end
end

% =====
% 2. OLS (ПРАВИЛЬНА МОДЕЛЬ)
% =====

Fe0 = coeffs.Fe_ref;
Si0 = coeffs.Si_ref;

dFe = Fe - Fe0;
dSi = Si - Si0;

% === QUALITY ===
quality_adj = coeffs.b1*dFe + coeffs.b2*dSi;

% === COMMERCIAL ===
commercial_adj = Premium - Discount;

% === ВОЛОГІСТЬ (ПРАВИЛЬНО — ПОРОГОВО) ===
H_limit = 8;
k_H = 0.5;

if H > H_limit
    moisture_penalty = k_H * (H - H_limit);
else
    moisture_penalty = 0;
end

% === PRICE ===
price_ols = coeffs.b0 ...
    + quality_adj ...
    + commercial_adj ...
    + Logistics ...
    - moisture_penalty;

% =====

```

```

% 3. ML
% =====

price_ml = NaN;

if nargin >= 3 && ~isempty(model_ml)
    try
        % ті ж змінні, що і в навчанні!
        dFe_ml = dFe;
        dSi_ml = dSi;
        H_excess = max(0, H - H_limit);

        X = table(dFe_ml, dSi_ml, H_excess, Premium, Discount, Logistics, ...
            'VariableNames', {'dFe','dSi','H_excess','Premium','Discount','Logistics'});

        pred = predict(model_ml, X);

        price_ml = pred(1);

    catch ME
        warning(['ML помилка: ', ME.message]);
    end
end

% =====
% 4. ПОРІВНЯННЯ
% =====

delta = NaN;
delta_pct = NaN;

if ~isnan(price_ml)

    delta = price_ml - price_ols;

    if abs(price_ols) > 1e-6
        delta_pct = 100 * delta / price_ols;
    end
end

% =====
% 5. РЕЗУЛЬТАТ
% =====

```

```

result.price_ols = price_ols;
result.price_ml = price_ml;
result.delta = delta;
result.delta_pct = delta_pct;

% =====
% 6. CTATYC
% =====

if isnan(price_ml)
    result.status = 'OLS only';
elseif abs(delta_pct) < 5
    result.status = 'OK';
else
    result.status = 'CHECK (>5%)';
end

end
Результат:
pricing_engine(data, coeffs, model_ml)

ans =

    struct with fields:

        price_ols: 107.4781
        price_ml: 106.3280
        delta: -1.1501
        delta_pct: -1.0701
        status: 'OK'

```