

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ

О.А. Хараджян, С.О. Семеріков

Криворізький державний педагогічний інститут

**АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ.** Відсутність загальних методів обчислення розмірності геометричних об'єктів приводить до необхідності використання статистичних методів, а неможливість спостереження багатьох з них у природних умовах – до створення відповідних моделей цих явищ.

Найбільш повно відображає природу розмірності міра Хаусдорфа-Безіковича (НВ-міра). Суттєвим є те, що ця гранична міра дозволяє ввести розмірності, що не є цілочисельними. Великий клас об'єктів, НВ-розмірність яких відрізняється від топологічної, становлять інтерес як для математиків, так і для науковців інших галузей науки цікавими властивостями, що вони виявляють (неперервні скрізь недиференційовні функції, множини Кантора, самоафінні та самоподібні множини і т.п.).

Багато спостережень природних процесів приводять до часових залежностей, або рядам вимірів. Тривалі виміри, наприклад, температури виявляють її випадкову поведінку як на малих, так й на довгих інтервалах часу. Дослідження часових рядів звичайними методами не дає суттєвої інформації про характер випадкового процесу, його персистентність чи антиперсистентність. В зв'язку з цим виникає необхідність застосування таких статистичних методів, які б давали необхідну інформацію.

Моделювання випадкового, або броуновського руху, дозволяє встановити властивість подібності одновимірних випадкових рухів і ввести поняття узагальненого броунівського руху. Відомо, що криві броуновського руху мають фрактальну розмірність, що приводить до необхідності визначення випадкових фракталів. Важливим є переніс цього поняття з площини у простір, що дало б можливість побудови фрактальних поверхонь. Такі поверхні можуть досить правдоподібно відтворювати ландшафти, береги, хмари і т.ін. завдяки можливості їх описання як послідовності випадкових накладень.

**ОСНОВНА МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ** полягала в розробці імітаційних комп'ютерних моделей різних геометричних об'єктів, які б дозволили обчислювати фрактальну розмірність при різних параметрах моделі, накопичувати статистику та порівнювати розмірності передфракталів різних порядків.

Відповідно до мети, було необхідно вирішити наступні **ЗАДАЧІ**:

- на прикладі регулярних фракталів дослідити динаміку зміни розмірності передфракталів та встановити, передфрактали якого покоління достатні для задач моделювання;
- дослідити кластероутворюючі імітаційні геометричні моделі на основі АОД, визначити загальні підходи до обчислення розмірностей об'єктів, що утворюються при моделюванні;
- методом нормованого розмаху дослідити функцію, що моделює узагальнений броунівський рух;
- узагальнити алгоритм випадкових накладань на  $n$ -вимірний простір та застосувати його до генерації поверхонь випадкового накладання та випадкового переносу і побудови тривимірних моделей природних об'єктів.

**НАУКОВА НОВИЗНА ДОСЛІДЖЕННЯ** полягає в такому:

1. Запропоновано загальний підхід до моделювання кластероутворюючих об'єктів, розроблено комп'ютерні моделі та чисельний метод визначення їх розмірності.
2. Проведено розрахунок фрактальної розмірності деяких об'єктів статистичного походження, що не досліджувалися раніше.
3. Побудовано приклади фрактальних поверхонь шляхом розповсюдження алгоритму випадкових накладань на комплексну площину, отримано графічну інтерпретацію при різних параметрах.

**ПРАКТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ.** Результати дослідження дозволяють рекомендувати методи комп'ютерного моделювання як ефективний засіб дослідження складних об'єктів шляхом імітації їх суттєвих властивостей, а саме тих, що визначають їх розмірність. Зручність та простота побудованих моделей роблять можливим їх використання у навчальному процесі не лише в вузі, а й в школі.