

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ МЕХАНІЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТРАНСПОРТУ  
КАФЕДРА “АВТОМОБІЛЬНИЙ ТРАНСПОРТ”

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА  
ДО МАГІСТЕРСЬКОЇ РОБОТИ

“ УЗАГАЛЬНЕННЯ ДОСВІДУ ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ  
ФУНКЦІЙ КЕРУВАННЯ КІНЕТИКОЮ АВТОНОМНОГО  
ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ”

ВИКОНАВ: ФІГУРСЬКИЙ АРТЕМ МИХАЙЛОВИЧ

КЕРІВНИК: ТАРАН ІГОР ОЛЕКСАНДРОВИЧ

Допущений до захисту

Зав. кафедрою АТ

«\_\_\_\_\_» листопада 2024 р.

Ю.А.Монастирський

Кривий Ріг – 2024

КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ МЕХАНІЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТРАНСПОРТУ  
Кафедра “ Автомобільний транспорт ”  
Освітня програма – Автомобільний транспорт

Затверджую:  
Зав. кафедрою АТ  
Ю.А.Монастирський  
«    » вересня 2024 р.

ЗАВДАННЯ  
НА МАГІСТЕРСЬКУ РОБОТУ  
Фігурському Артему Михайловичу

1. Тема роботи “ *Узагальнення досвіду використання різних функцій керування кінетикою автономного транспортного засобу* ” затверджена наказом по університету від «16» вересня 2024 р. № 838с
2. Термін здачі закінченої роботи «30» листопада 2024 р.
3. Вихідні дані до роботи: *наукові дослідження та публікації за темою роботи.*
4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки: *Вступ, Вихідні дані та методи дослідження, Узагальнення результатів дослідження, Висновки, Список використаних джерел*
5. Перелік графічного матеріалу *Графіки та діаграми по результатах досліджень.*
6. Дата видачі завдання - 2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів випускної роботи	Термін виконання етапів проекту (роботи)	П примітка
1	<i>Аналіз стану питання</i>	<i>10.09.24 – 01.10.24</i>	
2	<i>Методичні засади</i>	<i>02.10.24 – 20.10.24</i>	
3	<i>Дослідження та аналіз результатів</i>	<i>21.10.24 – 21.11.24</i>	
4	<i>Формулювання висновків</i>	<i>22.11.24 – 24.11.24</i>	
5	<i>Оформлення презентаційної частини</i>	<i>25.11.24 – 30.11.24</i>	

*Завдання видав керівник*

ТАРАН ІГОР ОЛЕКСАНДРОВИЧ

*Завдання прийняв*

ФІГУРСЬКИЙ АРТЕМ МИХАЙЛОВИЧ

## ЗМІСТ

Анотація .....	4
Скорочення .....	5
1. Вступ .....	6
2. Методика досліджень .....	9
2.1. Вихідні дані .....	9
2.2. Контрольне (базове) рішення, необхідне для визначення порівняльних характеристик.....	18
2.3. Визначення оптимального контрольного значення .....	20
2.3.1. Формулювання гамільтоніану .....	21
2.3.2. Мінімізація гамільтоніану.....	21
2.3.3. Формулювання сполученого рівняння .....	22
2.3.4. Термінальна трансверсальність лагранжіана кінцевої точки.....	24
2.3.5. Оптимальний контроль у реальному часі (RTOC) .....	25
2.4. виправлення фільтрів.....	27
2.4.1. Фільтр виправлення подвійного інтегратора .....	27
2.4.2. Фільтр латання подвійного інтегратора з налаштуванням посилення .....	27
2.4.3. Фільтр виправлення інверсії закону контролю.....	28
3. Результати дослідження .....	29
4. Висновки .....	36
Список літератури.....	40

# Анотація

Функції автономного керування ґрунтуються на автономному контролі кінетики транспортного засобу, і в цьому рукописі порівнюється кілька різних підходів до керування переважною кінетикою. Класичне керування з використанням зворотного зв'язку положення стану та швидкостей, оптимальне керування з відкритим контуром, оптимальне керування в реальному часі, фільтри латання подвійного інтегратора з налаштуванням підсилення та без нього, а також фільтри латання інверсії закону керування, що супроводжують керування швидкістю, оцінюються в Simulink та їх виступи порівнюються. Оптимальні керування знаходять за допомогою методу оптимізації Понтрягіна з використанням трьох необхідних умов: гамільтонівської мінімізації, суміжних рівнянь і кінцевої трансверсальності лагранжіана кінцевої точки.

Ключові слова: контролер ; simulink ; Монте-Карло ; Понтрягін ; оптимізація ; латання ; фільтр

# Скорочення

$P+V$	Пропорційність і швидкість
RTOS	Оптимальний контроль у реальному часі
MAE	Машинобудування та аерокосмічне машинобудування
$J_{cost}$	Квадратична вартість
$\mu_x$	Середнє значення параметра $x$
$\sigma_x$	Стандартне відхилення параметра $x$
$F$	Експлуатаційні витрати
$E(\theta_f)$	Кінцева вартість
$\theta$	Стан або кут (синоніми)
$\theta_f$	Кінцевий стан, або кут (синонім)
$\omega$	Швидкість або кутова швидкість (синоніми)
$\omega_a$	Кінцева швидкість або кутова швидкість (синонім)
$x^*$	Оптимальне значення параметра $x$
$\hat{x}$	Значення параметра $x$ з даних датчика
$\tau$	Прикладений крутний момент
$I$	Момент інерції автомобіля
$K_P$	Приріст позиції
$K_V$	Приріст швидкості
$t_r$	Час підйому
$t_s$	Час осідання
$u$	Контрольний параметр. В цьому випадку, $u=\tau$
$[T]$	Матриця часових коефіцієнтів для RTOS
$\vec{p}$	Оптимальні коефіцієнти на кожному кроці часу для RTOS
$\vec{b}$	Вектор поточного та кінцевого стану та швидкості для RTOS

## 1. Вступ

Кінетика транспортного засобу зазвичай вивчається з використанням переважної кінетики, представленої подвійними інтеграторами, еквівалентно для трансляції та обертання, нехтуючи перехресними продуктами зв'язку, створеними транспортною теоремою для представлення руху в базових координатах обертових систем відліку. Застосування теореми Мішеля Шаля [1] дозволяє повністю описати рух із шістьма ступенями свободи за допомогою рівнянь Ейлера [ 2 ] і Ньютона [ 3 ]. Управління механічним рухом має ще більший родовід, кульмінацією якого є використання детермінованого штучного інтелекту як розвиваючої галузі, запропонованої Купером/Хайдлауфом у 2017 році [ 4 ], розширеного для космічних апаратів Смерескі/Ріццо [ 5]. І після впровадження автономної генерації траєкторії Бейкером та ін. [ 6 ] формалізовано як процес [ 7 ] того ж року та доведено, що він оптимальний. Походження підходу впливає з нелінійного адаптивного керування, запропонованого Слотіном [ 8 ], модифікованого Фоссеном [ 9 ] і вдосконаленого в 2012 році за допомогою експериментальної перевірки [ 10 ], тоді як Купер/Хайдлауф сформулював елемент прямого зв'язку Слотіна/Фоссена як детерміноване твердження самосвідомості. Засновані на фізиці методи Лоренца [ 11 , 12 ] забезпечили формалізацію, яка посилила важливість перших принципів [ 1 , 2 , 3 ] встановити засновані на фізиці твердження самосвідомості. У Довіднику [ 13 ] прості методи адаптації залишалися поширеними до кодифікації оптимального навчання Смерескі/Ріццо в 2020 році. Однією з особливостей, яка заслуговує на увагу, є повсюдна застосовність до таких різномірних галузей, як описано досі, включаючи: космічні кораблі, робототехніку та силову електроніку. Крім того, Рітц та ін. [ 14 ] використовують методи, засновані на фізиці, для оптимального керування реактором метанізації CO<sub>2</sub>. Бухарі та ін. [ 15 ] використав методи моніторингу та зменшення забруднення повітря в

мегаполісах. Таким чином, корисність цього дослідження очевидна. Детермінований штучний інтелект вимагає автономно генерованих траєкторій [ 16], тому тут представлено порівняння методів автономного створення оптимальних траєкторій, які мінімізують використання палива. Дослідження траєкторії стало очевидним відразу ж Купером/Хайдлауфом після їх основоположної публікації. Робота, яка відразу послідувала, була зосереджена на генеруванні траєкторії автономного транспортного засобу [ 17 ] та обґрунтуванні відстеження помилок стану без датчиків [ 18 ], оскільки оптимальний регулятор працював дуже погано. Невдовзі після цього Купер співпрацював зі Смереським, щоб створити сукупність їхніх зусиль на сьогоднішній день [ 19 ]. Ця спільна робота започаткувала кілька напрямків дослідницьких пропозицій з 2020 року, спрямованих на оптимізацію поточного екземпляра детермінованого штучного інтелекту.

Оптимізація [ 20 ] може приймати різні форми: лінійний квадратичний оптимальний регулятор зворотного зв'язку [ 21 ], оптимальний за часом [ 22 ], мінімальне паливо [ 23 ], мінімальна помилка стеження [ 24 ] тощо, де були запропоновані методи мінімальної помилки стеження. для полегшення автономного уникнення зіткнень транспортних засобів [ 25 ]. Вони безпосередньо порівнюються в [ 26 ] з використанням кількох показників ефективності в умовах невизначеності параметрів і шумного злиття датчиків: помилка відстеження стану, помилка відстеження швидкості, споживання палива та обчислювальний тягар.

В магістерській роботі представлений на думку автора найкращий метод (із шести порівнюваних методів) для переміщення транспортного засобу з початкового нормалізованого стану нуля до остаточного нормалізованого стану одиниці за масштабований час в одну секунду за наявності невизначеної маси та моментів інерції маси, і шумові дані датчика стану та швидкості. Невизначеність моменту інерції приймається рівномірною  $\pm 10\%$ , тоді як невизначеність у стані та швидкості вважається Гаусовим з нульовим середнім  $\mu$  і стандартне відхилення  $\sigma=0,01$ .

Шість методів виводяться, моделюються та порівнюються в експериментах моделювання:

1. P+V Control (пропорційне керування плюс заперечення швидкості);
2. Оптимальне керування з розімкнутим контуром (упереджена подача);
3. Оптимальне керування в режимі реального часу (RTOS) (пряма подача плюс зворотний зв'язок);
4. Патч-фільтр з подвійним інтегратором з керуванням P+V;
5. Патч-фільтр з подвійним інтегратором і налаштуванням підсилення для P+V керування;
6. Фільтр латання інверсії закону керування з керуванням P+V.

Методи реалізації цих схем контролю описані в наступних розділах. Розділ 2 встановлює еталонний контроль для порівняння, а саме контроль швидкості, що посилює зворотний зв'язок стану. Розділ 3 описує методи визначення стану мінімізації керування, швидкості та траєкторій прискорення та оптимального керування з використанням умови мінімізації Понтрягіна, суміжних рівнянь та кінцевої трансверсальності лагранжіана кінцевої точки. Після введення методів оптимізації вводяться невеликі модифікації, щоб увімкнути оптимізацію в реальному часі на основі шумових даних датчика. Розділ 4 представляє методи включення результатів оптимізації з Розділу 3у вже існуючу систему, розроблену без оптимізації. Введено три так звані патч-фільтри: патч-фільтр з подвійним інтегратором, патч-фільтр з подвійним інтегратором з налаштуванням посилення та інвертуючий патч-фільтр із законом керування. У розділі 5 представлені результати тисячі експериментів моделювання з використанням моделей, розроблених у розділах 3 і 4, а також представлені показники ефективності, щоб виявити відносну перевагу порівняно з класичним контрольним контролером.



## 2. Методика досліджень

### 2.1. Вихідні дані

Методи розроблені зі змінними, визначеними в проксимальних таблицях (Таблиця 1 і Таблиця 2 ), де топології моделювання надані на малюнках 1- 8 для сприяння повторюваності.

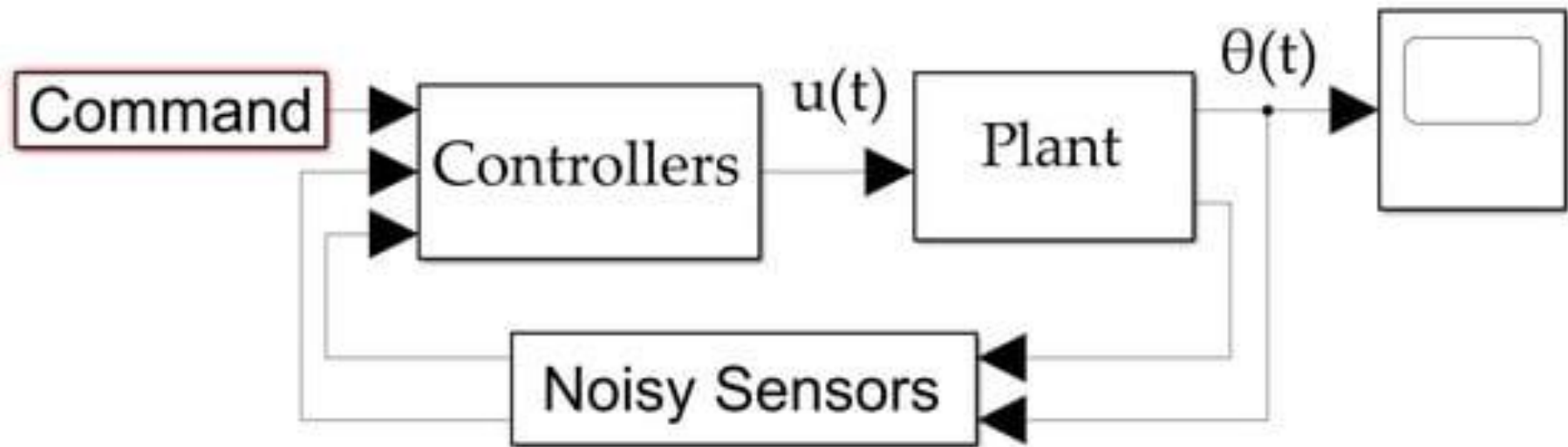
Таблиця 1. Визначення проксимальної змінної.

Означення	Змінна	Означення	Змінна
$X_d$	Бажана траєкторія стану	$\zeta$	Критичний коефіцієнт демпфування
$K_p$	Пропорційне посилення	$\omega_n$	Природна частота
$K_v$	Приріст швидкості	$t_s$	Час встановлення
$I$	Момент інерції	$t_r$	Час наростання

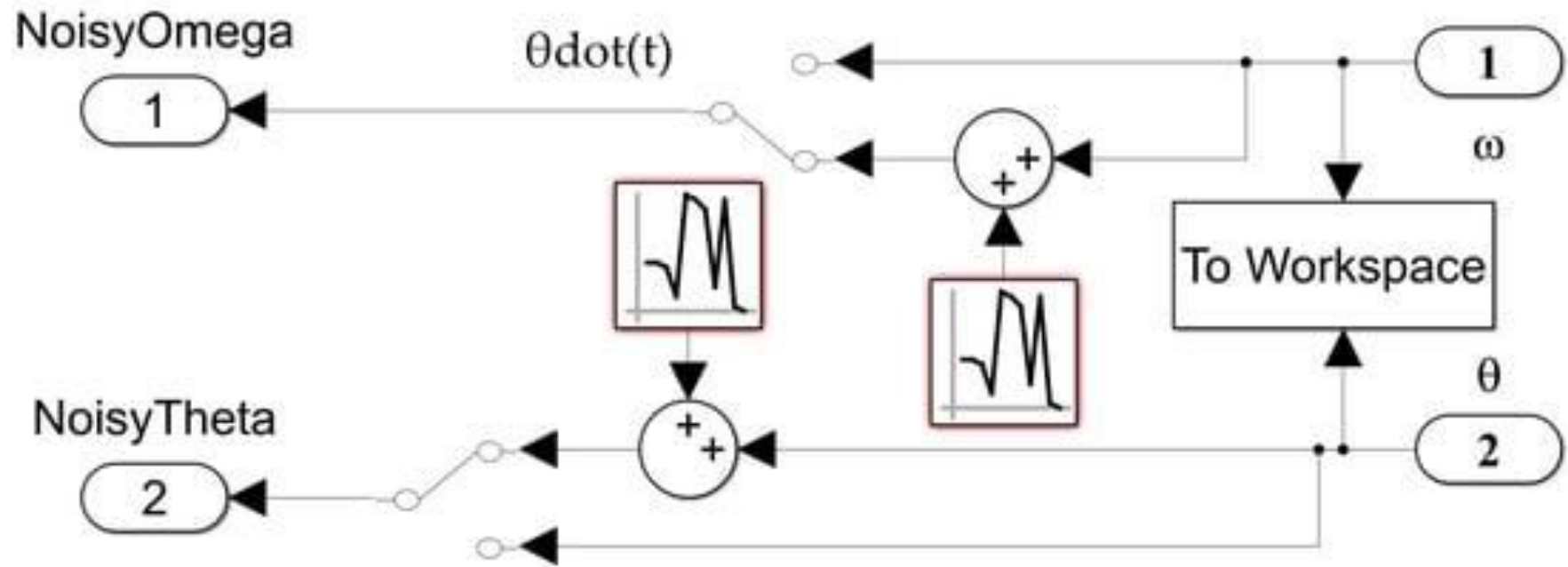
Таблиця 2. Показники ефективності для RTOC, що реалізує різні методи інверсії MATLAB із додаванням невизначеності.

Показник ефективності	1/[T]	Pinv([T])
$\mu_{\theta f}$	-0.6178	1.0014
$\sigma_{\theta f}$	$1.5996 \cdot 10^{-4}$	0.0035
$\mu_{\omega f}$	-1.9737	0.0029
$\sigma_{\omega f}$	$2.0012 \cdot 10^{-4}$	0.0094
$\mu_{J_{cost}}$	3.1891	6.0167
$\sigma_{J_{cost}}$	$2.8279 \cdot 10^{-4}$	0.0218

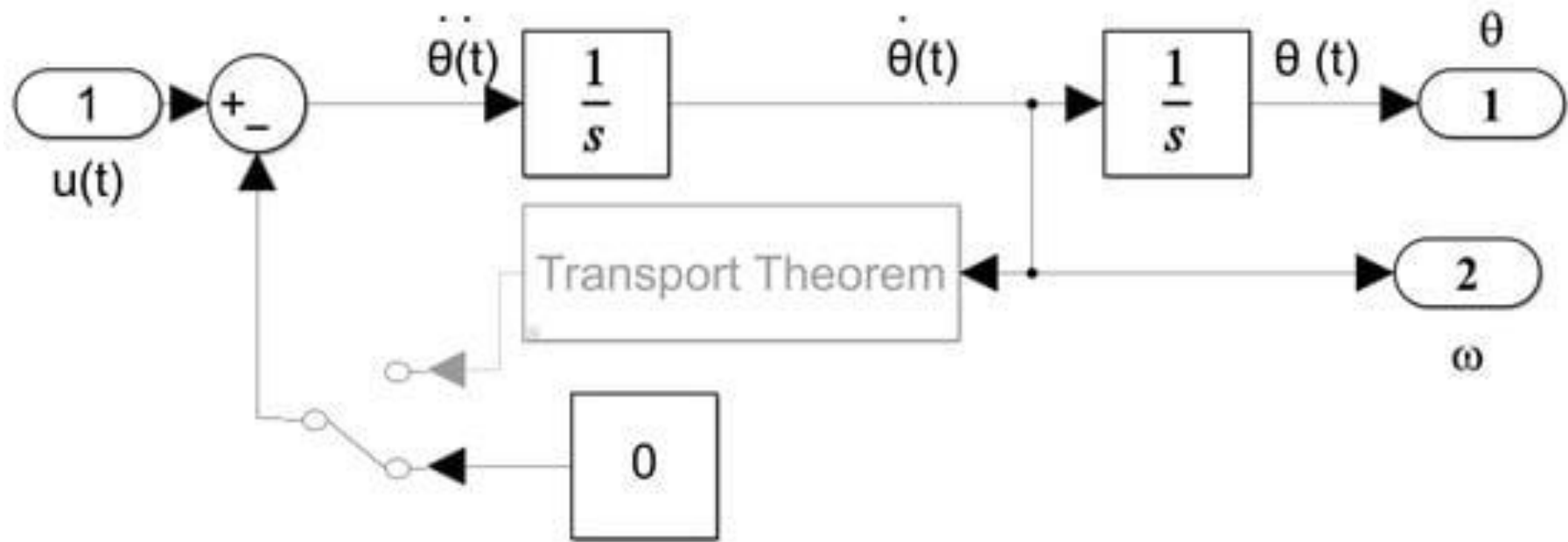
\* Гаусів шум в  $\theta$  і  $\omega$  чи  $\sigma=0.01$  та рівномірний розподіл  $I=1 \pm 0.1 (N=1000)$ .  
Загальна величина кроку  $h = 0,001$  с. Швидкість оновлення RTOC  $h = 0,01$  с.



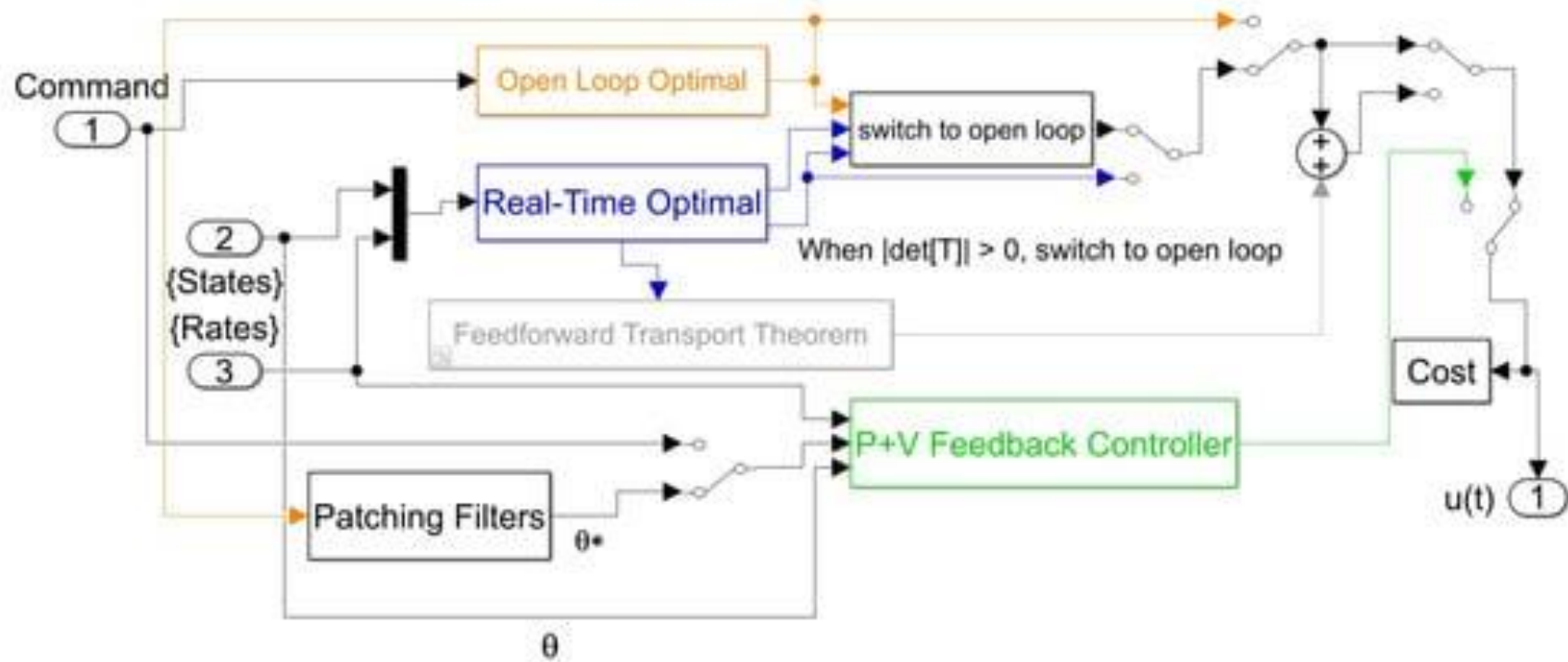
Малюнок 1. Модель Simulink верхнього рівня.



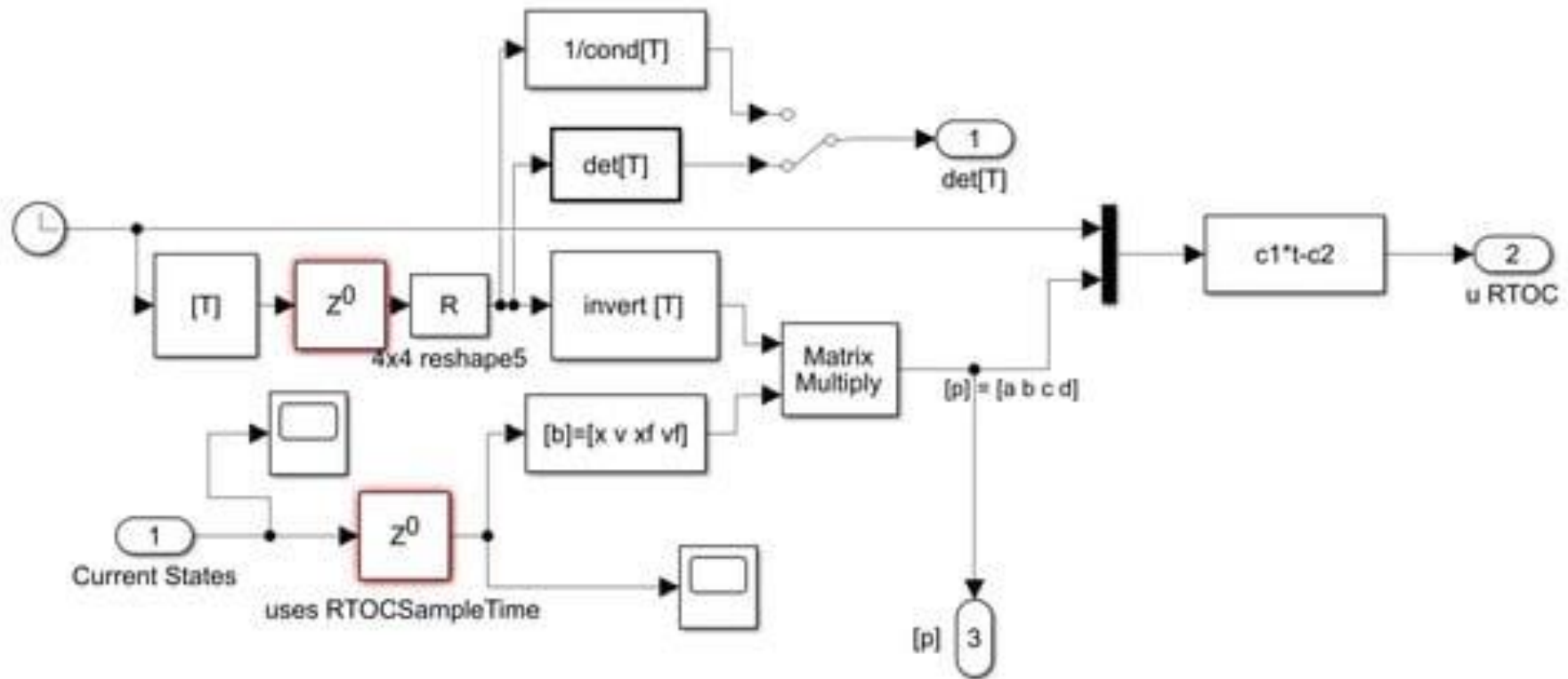
Малюнок 2. Додавання шуму Гауса до даних датчика.



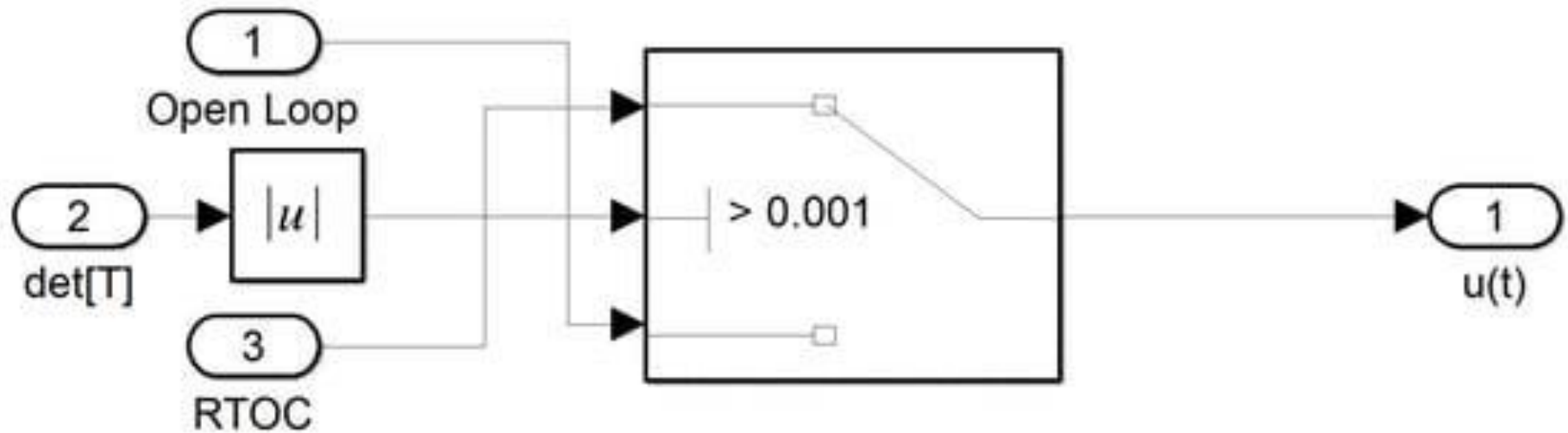
Малюнок 3. Установка подвійного інтегратора для перетворення вхідного керування  $u$  у дані про стан і швидкість. У тому числі транспортна теорема не була зроблена; однак, за бажання його можна додати сюди.



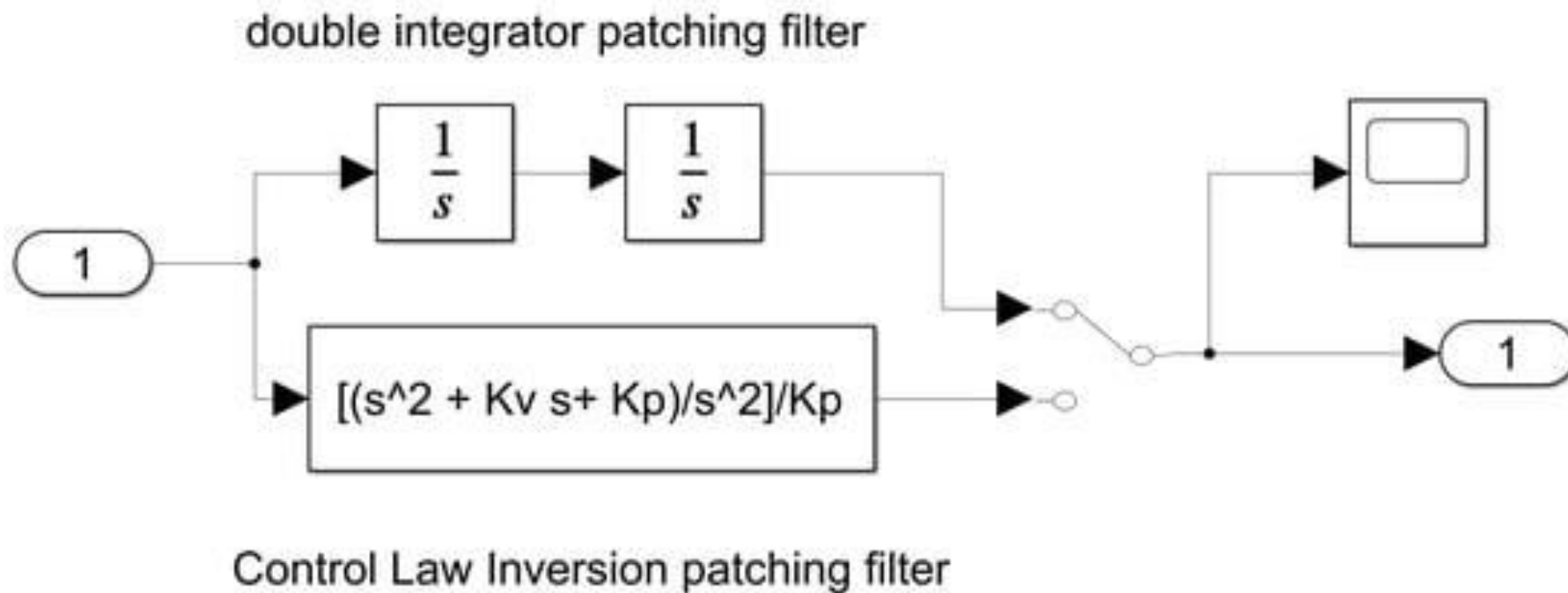
Малюнок 4. Блок контролерів Simulink.



Малюнок 5. Модель Simulink оптимального керування в реальному часі.

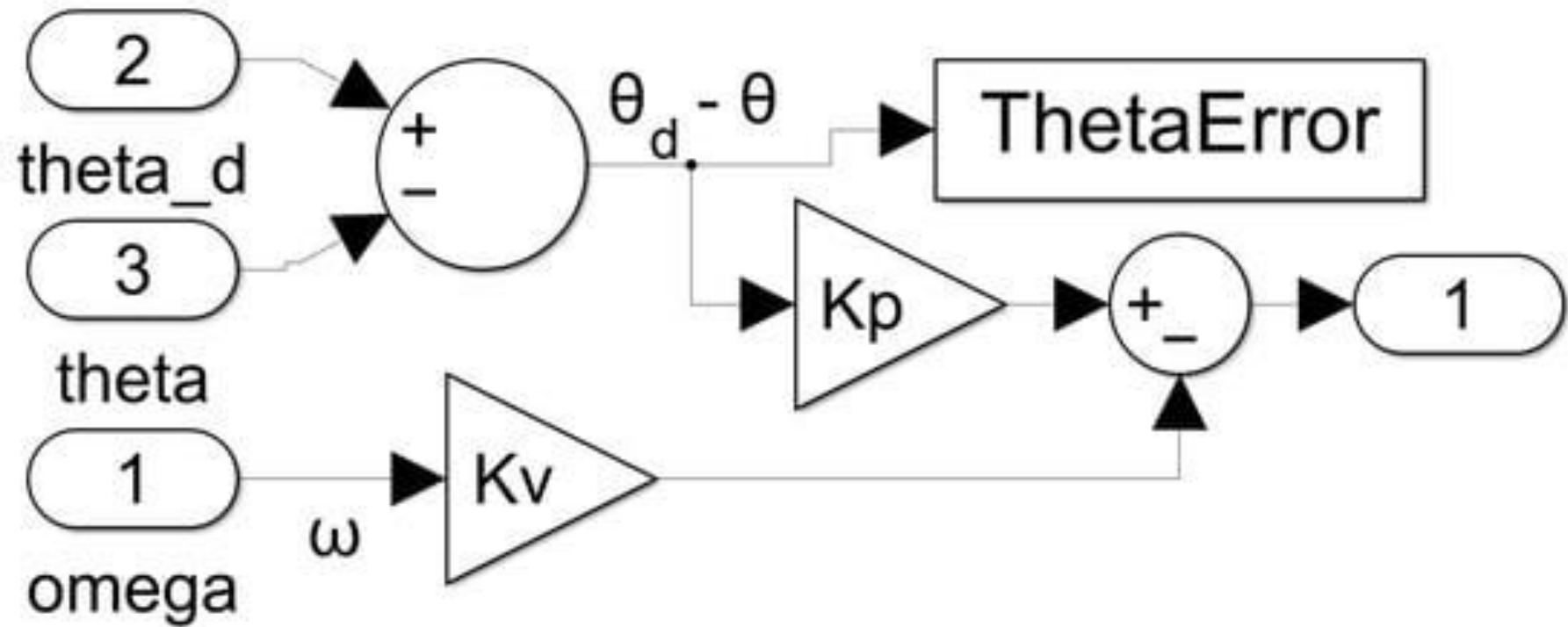


Малюнок 6. Логіка детермінантного перемикання для RTOC. Коли абсолютне значення  $\det[ T ] < 0,001$ , перемикач перемикається в режим оптимального керування з відкритим контуром.



Малюнок 7. Реалізація Simulink фільтрів виправлення. Присутній ручний перемикач для перемикання між простим фільтром латання подвійного інтегратора та фільтром латання інверсії закону керування.





Малюнок 8. Реалізація Simulink контролера зворотного зв'язку P+V.

## 2.2. Контрольне (базове) рішення, необхідне для визначення порівняльних характеристик

Використання часу закінчення  $t_f=1$ , системи керування P+V використовується з параметрами підсилення, налаштованими на специфікації продуктивності, використовуючи рівняння системи замкнутого циклу ( 1, 2 ) нижче [ 26 ]. Наступне рівняння використовується для узгодження бажаного часу підйому та встановлення з приростом позиції та швидкості  $K_P$  і  $K_V$

$$I\ddot{x} + K_V\dot{x} + K_Px \iff u = K_P(x_d - x) - K_P\dot{x} \quad (1)$$

$$\frac{x(s)}{x_d(s)} = \frac{K_P}{Is^2 + K_Vs + K_P} \rightarrow \text{С.Е. : } s^2 + K_Vs + K_P|_{I=1} = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad (2)$$

Коефіцієнт демпфування становить  $\xi=0.7$ , а бажаний час встановлення становить  $t_s=0.6$ .

Час встановлення визначається як час, необхідний для стабілізації коливань у межах 2% від стаціонарного стану:

$$t_s=4.6/(\xi^*\omega_n) \rightarrow \omega_n=4.6/(t_s*\xi) \rightarrow \omega_n=10.95 \rightarrow K_V=2*\xi*\omega_n \rightarrow K_V=15.33.$$

Час наростання становить:

$$t_r=1.8/\omega_n=0.164 \rightarrow K_P=\omega_n^2=119.95$$

Прийняттям  $K_P=119.95$  і  $K_V=15.33$  встановлюється на 0,6 с, щоб забезпечити час встановлення до часу зупинки 1, так що  $\theta_f$  і  $\omega_f$  можна порівняти з бажаними кінцевими значеннями 1 і 0 відповідно.

У наступному аналізі  $\mu_{\theta f}$ ,  $\sigma_{\theta f}$ ,  $\mu_{\omega f}$ ,  $\sigma_{\omega f}$ ,  $\mu_{Jcost}$  і  $\sigma_{Jcost}$  це показники якості, порівняні між чотирма моделюваннями помилок, зазначеними в

попередньому розділі. Тут  $\mu$  позначає середнє значення параметра з індексом  $N=1000$  моделювання за методом Монте-Карло та  $\sigma$  позначає стандартне відхилення.

### 2.3. Визначення оптимального контрольного значення

Щоб розробити оптимальний регулятор реального часу з використанням принципів оптимізації Понтрягіна, буде знайдено аналітичне рішення для оптимальних траєкторій стану та швидкості з урахуванням певних обмежень і довільних початкових і кінцевих умов  $(\theta_0, \omega_0)$  і  $(\theta_f, \omega_f)$ , з довільним часом початку та закінчення  $t_0$  і  $t_f$ . Тут  $I$  – момент інерції транспортного засобу, а  $\tau$  це прикладений крутний момент.

Цілі вказані в рівнянні (3):

Мінімізація функції

$$J_{cost}[x(\cdot), u(\cdot)] = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \tau^2(t) dt$$

З урахуванням

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{\tau}{I} \end{aligned} \quad (3)$$

$(\theta_0, \omega_0)$   
 $(\theta_f, \omega_f)$   
 $t_0$   
 $t_f$

Квадратична вартість  $J_{cost}$ , описується квадратичною функцією вартості, а прийнятий інтеграл масштабується з прикладеним крутним моментом (і, таким чином, пропорційний використанню палива), є позитивно-визначеним і збільшується з часом.

Гамільтоніан визначається як нова функція вартості, яка дозволяє визначити поточні витрати  $F$ , які можуть збільшуватися як функція часу, вартість кінцевої точки  $E(\theta_f)$  що карає за неточність кінцевого стану та обмеження кінцевої точки. Мінімізація цього та розв'язання оптимальних

констант за допомогою методу Понтрягіна призводить до оптимальної схеми керування. Щоб вирішити цю проблему квадратичного керування подвійним інтегратором (DQC), було використано наступні кроки:

1. Сформульований гамільтоніан (оператор повної енергії системи);
2. Мінімізований гамільтоніан;
3. Складені спряжені рівняння;
4. Застосовано кінцеву трансверсальність лагранжіана кінцевої точки.

Нарешті, отримане рішення подано у матричній формі, яка дозволяє знайти оптимальне рішення на кожному кроці часу, що веде до RTOC.

### 2.3.1. Формулювання гамільтоніану

Вартість кінцевої точки відсутня  $E(\theta f)$  і лише поточні витрати  $F$ .  $F$  визначається як інтегральна функція  $Jcost$ :

$$F = 1/2 * \tau^2 \quad (4)$$

Форма простору станів

$$x' = f(x, u, p)$$

є

$$f(\theta, \tau, I) = \left\{ \begin{matrix} \omega \\ \tau \\ I \end{matrix} \right\} \quad (5)$$

$$H = F + \lambda^T f(\theta, \tau, I) = \frac{1}{2} \tau^2 + \lambda_\theta \omega + \lambda_\omega \frac{\tau}{I} \quad (6)$$

### 2.3.2. Мінімізація гамільтоніану

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial \tau} &= 0 \\
\tau + \frac{\lambda_\omega}{I} &= 0 \\
\tau^* &= -\frac{\lambda_\omega}{I}
\end{aligned}
\tag{7}$$

Тут '\*\*' дає оптимальний контроль або траєкторію.

### 2.3.3. Формулювання сполученого рівняння

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial \theta} &= -\dot{\lambda}_\theta \\
0 &= \dot{\lambda}_\theta \\
\Rightarrow \lambda_\theta &= c_1
\end{aligned}
\tag{8}$$

де  $c_i$  є константами.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial \omega} &= -\dot{\lambda}_\omega \\
\lambda_\theta &= -\dot{\lambda}_\theta = c_1 \\
\Rightarrow \lambda_\omega &= -c_1 t + c_2 \\
\Rightarrow \tau^* &= -\frac{\lambda_\omega}{I} = \frac{1}{I}(c_1 t - c_2) = I\dot{\omega}^* \\
(c_1 t - c_2) &= I^2 \dot{\omega}^* \\
I^2 \omega^* &= \frac{1}{2} c_1 t^2 - c_2 t + c_3 \\
I^2 \theta^* &= \frac{1}{6} c_1 t^3 - \frac{1}{2} c_2 t^2 + c_3 t + c_4
\end{aligned}
\tag{9}$$

$$\tag{10}$$

Крім того, використовуючи початкові умови та припускаючи, що  $I = 1$ ,

$$(\theta_0, \omega_0) \Rightarrow c_3 = \omega_0, c_4 = \theta_0 \quad (11)$$

Використання  $t'_f = t_f - t_0$  та  $t' = t - t_0$  кінцеві умови означають, як у рівнянні (12):

$$\begin{aligned} & (\theta_f, \omega_f) \\ \Rightarrow c_2 &= \frac{1}{2}c_1 t_f + \frac{\omega_0 - \omega_f}{t_f} \\ \text{and } \theta_f &= \frac{1}{6}c_1 t_f'^3 - \frac{1}{2}c_2 t_f'^2 + c_3 t_f' + c_4 \\ \Rightarrow c_1 &= 12\left(\frac{\theta_0 - \theta_f}{t_f'^3}\right) + 6\left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{t_f'^2}\right) \\ \Rightarrow c_2 &= 6\left(\frac{\theta_0 - \theta_f}{t_f'^2}\right) + \frac{4\omega_0 - 2\omega_f}{t_f'} \end{aligned} \quad (12)$$

Ведення до оптимальної траєкторії та керування:

$$\begin{aligned} \tau^* &= \frac{1}{I}(c_1 t' - c_2) \\ I^2 \omega^* &= \frac{1}{2}c_1 t'^2 - c_2 t' + c_3 \\ I^2 \theta^* &= \frac{1}{6}c_1 t'^3 - \frac{1}{2}c_2 t'^2 + c_3 t' + c_4 \end{aligned} \quad (13)$$

Цей елемент керування використовується для керування навігацією у відкритому контурі.

#### 2.3.4. Термінальна трансверсальність лагранжіана кінцевої точки

Кінцева вартість  $E(\theta_f)$  зберігається як 0:

$$E(\theta_f)=0 \quad (14)$$

Функція кінцевої точки  $e(\bar{\theta}_f)$  дорівнює нулю:

$$e(\bar{\theta}_f) = \begin{bmatrix} \theta_f \\ \omega_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Таким чином, кінцевий лагранжіан є

$$E(\theta_f, v) = E + v^T e(\bar{\theta}_f) = 0 \quad (16)$$

де  $v$  визначається як ковектор і складається з приєднаних ( $\lambda$ )

$$v = \begin{bmatrix} \lambda_\theta \\ \lambda_\omega \end{bmatrix} \quad (17)$$

Оскільки  $E^-(\theta_f, v)=0$ , немає умови трансверсальності терміналу, яку слід застосувати.



### 2.3.5. Оптимальний контроль у реальному часі (RTOC)

На кожному кроці часу моделювання розв'язує матричне рівняння, щоб знайти найкращі константи  $\mathbf{p} \rightarrow [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4]$  що дозволить досягти бажаного кінцевого стану та швидкості з урахуванням поточного стану та швидкості. Якщо шум або зовнішні перешкоди відсутні, це завжди повинні бути

$$[T] \vec{p} = \vec{b} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{t'^3}{6} & \frac{-t'^2}{2} & t' & 1 \\ \frac{t'^2}{2} & -t' & 1 & 0 \\ \frac{t_f^3}{6} & \frac{-t_f^2}{2} & t_f & 1 \\ \frac{t_f^2}{2} & -t_f & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t') \\ \omega(t') \\ \theta_f \\ \omega_f \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[T]^{-1} \vec{b} = \vec{p} \quad (20)$$

оптимальні константи, знайдені в рівняннях ( 8 ) і ( 9 ). Однак наявність шуму та перешкод вимагає коригування для досягнення кінцевої мети. Форма матричного рівняння береться безпосередньо з набору лінійних рівнянь, знайдених у рівняннях (10), (12) і (13), і представлена таким чином:

$[T]$  визначається як матриця в рівнянні ( 19 ),

$\mathbf{p} \rightarrow$  визначається як вектор констант  $c_i$ , де  $I$  поглинається цими константами, коли розв'язується матричне рівняння,

$\mathbf{b} \rightarrow$  визначається як вектор поточного та кінцевого стану та швидкості, як у рівнянні ( 19 ).

Виконання оберненої матриці в рівнянні ( 20 ) розв'язує оптимальні константи  $\mathbf{p} \rightarrow$  на кожному кроці часу.

Моделювання проводилося з оптимальним керуванням, моментом інерції  $I=1$ ,  $t_0=0$ ,  $t_f=1$  с,  $(\theta_0, \omega_0)=(0,0)$ , і  $(\theta_f, \omega_f)=(1,0)$ . Було перевірено кілька матричних інверсних розв'язувачів, щоб визначити, який із них найкращий. Результати підсумовані в таблиці 2 .

Коли  $|\det[T]| \leq 0.001$ , керування перемикається на оптимальний розв'язок із розімкнутим контуром, оскільки матриця з нульовим детермінантом є необоротною, а інверсія матриці забезпечить рішення, що розходиться.

MATLAB `pinv([ T ])` використовувався для вирішення РТОС через його значно покращену середню похибку стану та швидкості порівняно з методом  $1/[ T ]$ , а також здатність запобігати сингулярності. Були розглянуті інші методи, але вони були непридатними. MATLAB не вдалося використати  $[T]^{-1}$  функції на цій конкретній матриці. Функції `inv([ T ])` і LU Inverse спричинили розбіжність значень матриці до нескінченності наприкінці симуляції та стали непридатними для використання. У той час як перемикач детермінантів може перемикатися на керування з відкритим контуром і обходити розбіжне рішення, MATLAB все ще намагається обчислити зворотну матрицю, але не вдається через наявність сингулярностей. І загальний крок за часом інтеграції, і крок за часом оновлення інверсії матриці РТОС  $h=0.01$   $h=0.01$ с. Зменшення  $h$  призводить до вищої точності, але також до більшого часу обчислення. Залежно від варіанту використання кращою може бути вища точність, особливо за наявності більшої невизначеності та зовнішніх сил.  $h=0.01$   $h=0.01$  Було виявлено, що  $s$  показує високу точність, не вимагаючи значного часу обчислень для моделювання 1 с.

Отримані константи від  $p$  подаються як контроль, як у рівнянні ( 13 ).

## 2.4. Виправлення фільтрів

Замість того, щоб подавати бажаний кінцевий стан на контролер P+V, патч-фільтри приймають оптимальне керування та подають потрібний поточний стан, визначений оптимальним керуванням. Тут, за винятком випадку налаштування підсилення ( розділ 2.4.2 ), передбачається, що підсилення контролера P+V не можна змінити у порівнянні з їх формою, наведеною в розділі 2 :

$$u(t)=(\theta d(t)-\theta(t))K_P-\omega(t)K_V \quad (21)$$

де  $\theta d(t)$  - обчислюється кількома різними способами.

### 2.4.1. Фільтр виправлення подвійного інтегратора

Тут оптимальне рішення з розімкнутим контуром подається в подвійний інтегратор і подається як вхід до контролера P+V. Модель подвійного інтегратора по суті подає точно оптимальну траєкторію  $\theta^*(t)=\theta_d(t)$  до контролера P+V замість  $\theta_{f,d}$  бажаного кінцевого стану.

### 2.4.2. Фільтр латання подвійного інтегратора з налаштуванням посилення

Тут передбачається, що підсилення в контролері P+V *можна* змінити. Виконуючи ручне налаштування,  $K_P=280$  і  $K_V=15.33$  виявилось, що вони найкраще працюють при досягненні бажаного кінцевого стану, виправляючи помилки, які виникли у випадку фільтра латання з подвійним інтегратором без налаштування посилення. Вищі або менші прирости швидкості погіршували точність, тоді як більші прирости позиції лише збільшували

швидкість. Ці новознайдені переваги використовуються в моделюванні для латкового фільтра подвійного інтегратора з налаштуванням посилення.

#### 2.4.3. Фільтр виправлення інверсії закону контролю

Тут оптимальне рішення з розімкнутим контуром подається в наступну передатну функцію, яка потім подається як вхідний сигнал до контролера P+V:

$$\frac{1}{K_p} \left[ \frac{s^2 + K_V s + K_P}{s^2} \right] \quad (22)$$

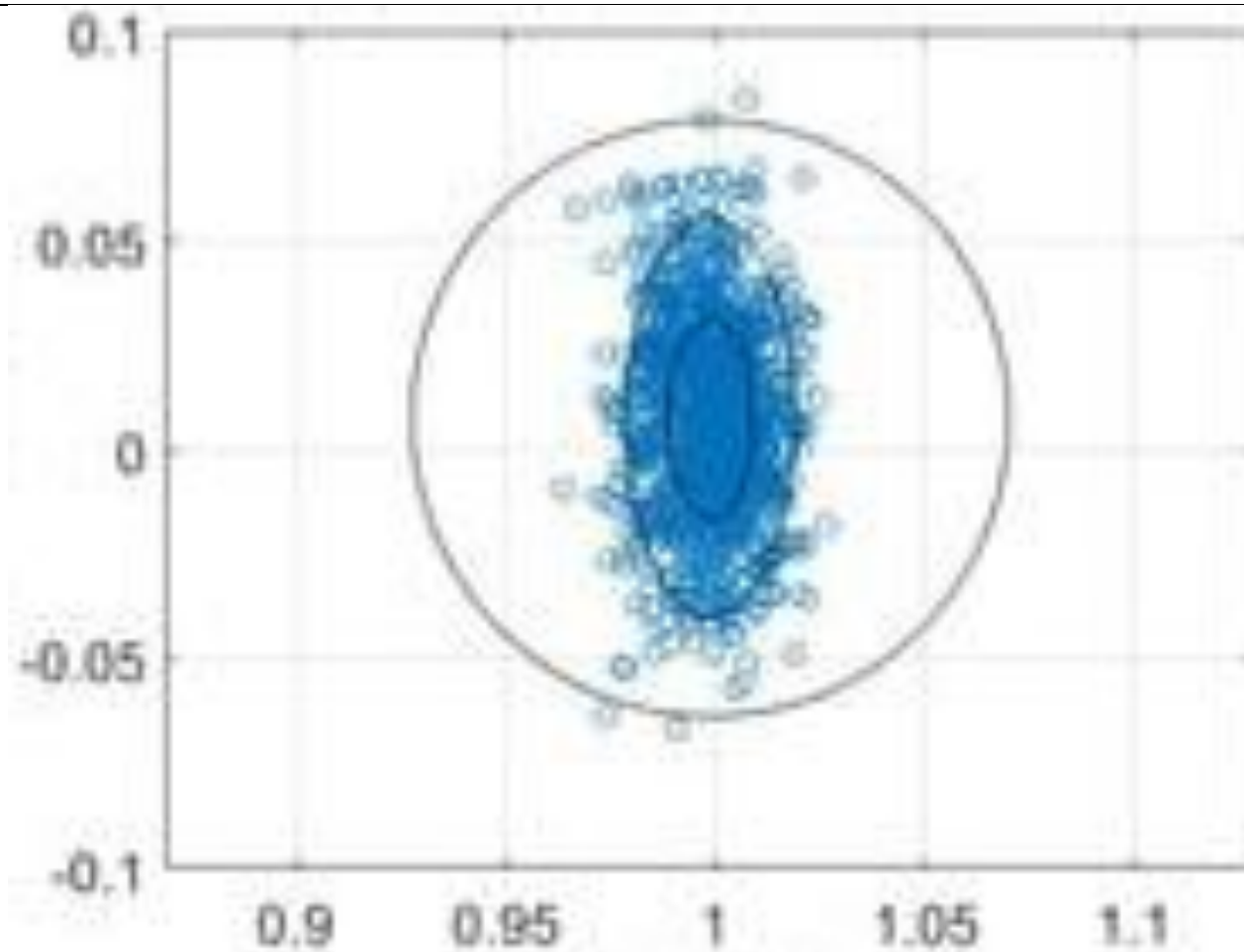
Це враховує той факт, що підсилення регулятора P+V за своєю суттю змінюватиме результат  $\theta(t)$  на той, який не є  $\theta^*(t)$  подається на фільтр. Ця передавальна функція має на меті передбачити ефекти, які матиме контролер P+V, і ввести  $\theta d(t)$  який протидіє цьому ефекту, щоб зберегти оптимальність. Відповідно до рівняння ( 2 ), це інвертує ефект регулятора P+V і додає подвійний інтегратор (фактор  $1/s^2$ ) до нього.

### 3. Результати дослідження

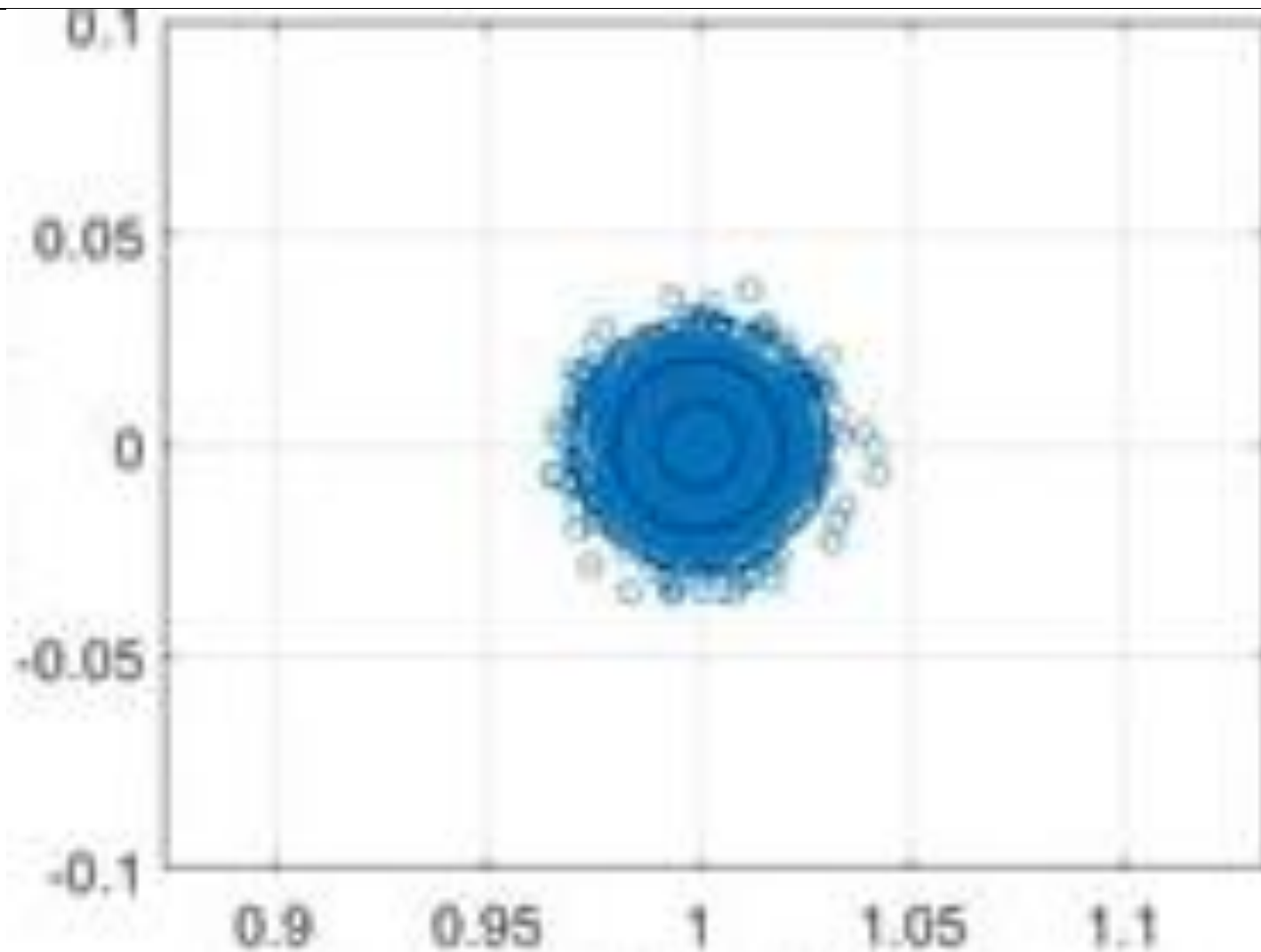
Для кожного з шести методів було проведено моделювання методом Монте-Карло з використанням уніформи  $\pm 10\%$  невизначеність в  $I$  так, щоб  $I$  змінювався від 0,9 до 1,1. Датчики стану та швидкості підлягають гауссовому розподілу «білого шуму» із середнім значенням 0 і стандартним відхиленням 0,01.  $N=1000$  моделювання виконується для кожного методу. Інтеграційний вирішувач ode4 Runge–Kutta MATLAB використовувався з розміром кроку  $h=0.01$   $h=0.01$ с.

Дані про стан і швидкість збираються перед проходженням шумових датчиків. Великий, систематичний діагональний розкид значень кінцевого стану та швидкості, швидше за все, походить від рівномірної невизначеності в  $I$  а не від шумових даних датчика.

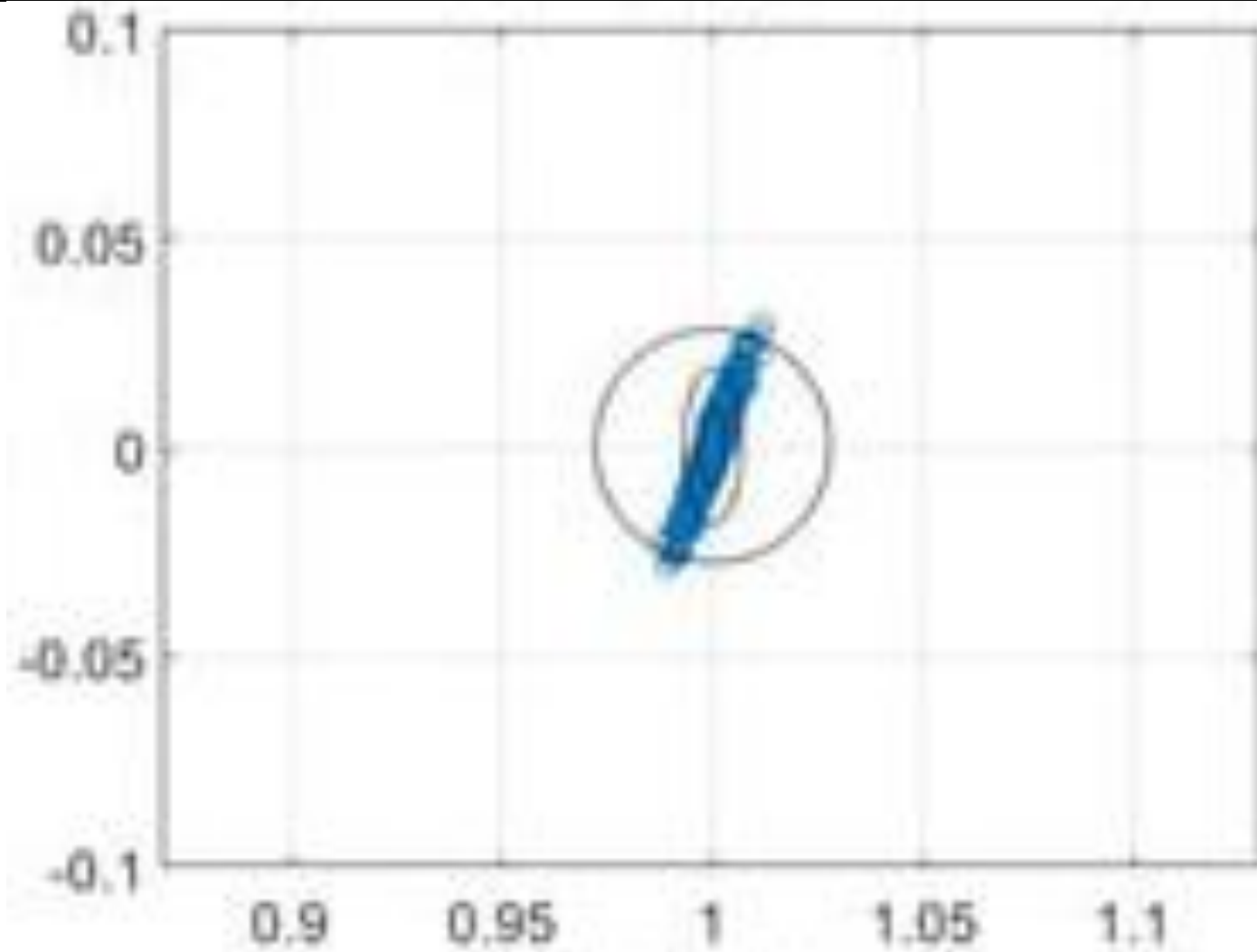
На малюнках 9-14 нанесені еліпси стандартного відхилення є еліпси вимірних даних  $\theta_f$  і  $\omega_f$ . Крім того, наносяться 1, 2 і 3 стандартні відхилення.



Малюнок 9. Схема «P+V-контроль»

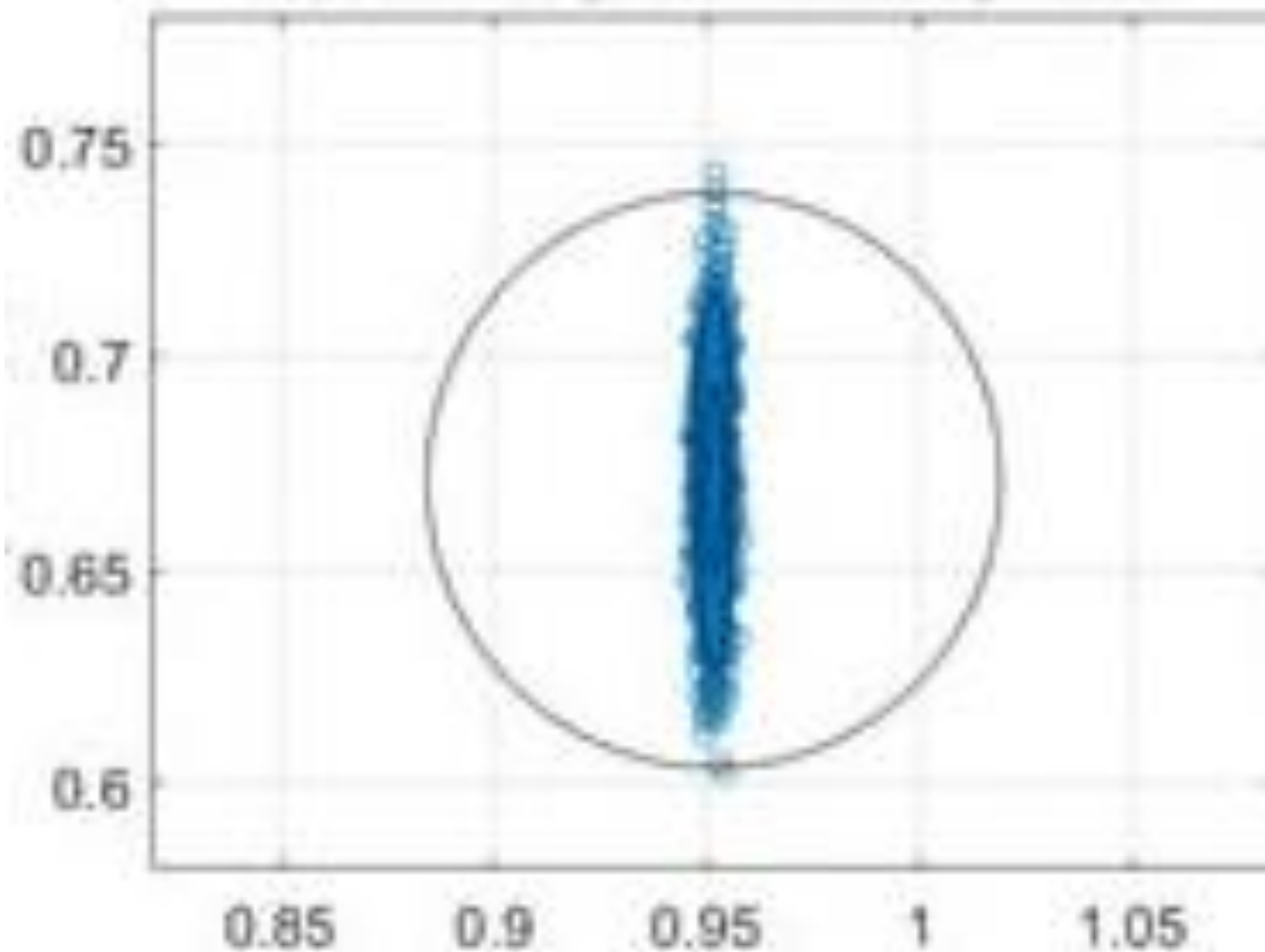


Малюнок 10. Схема «Оптимальне пряме керування з відкритим циклом»

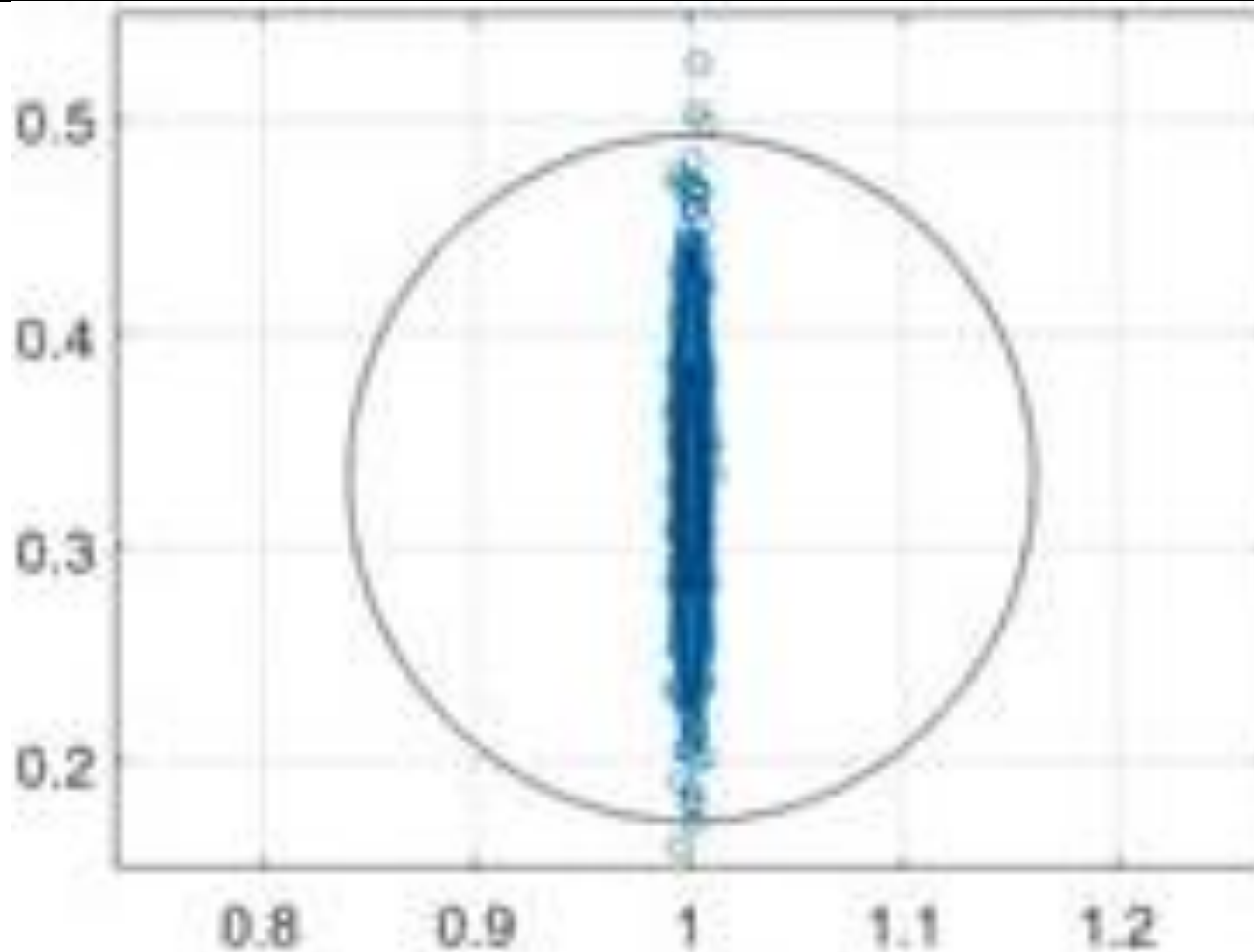


Малюнок 11. Схема «Оптимальне керування в режимі реального часу»

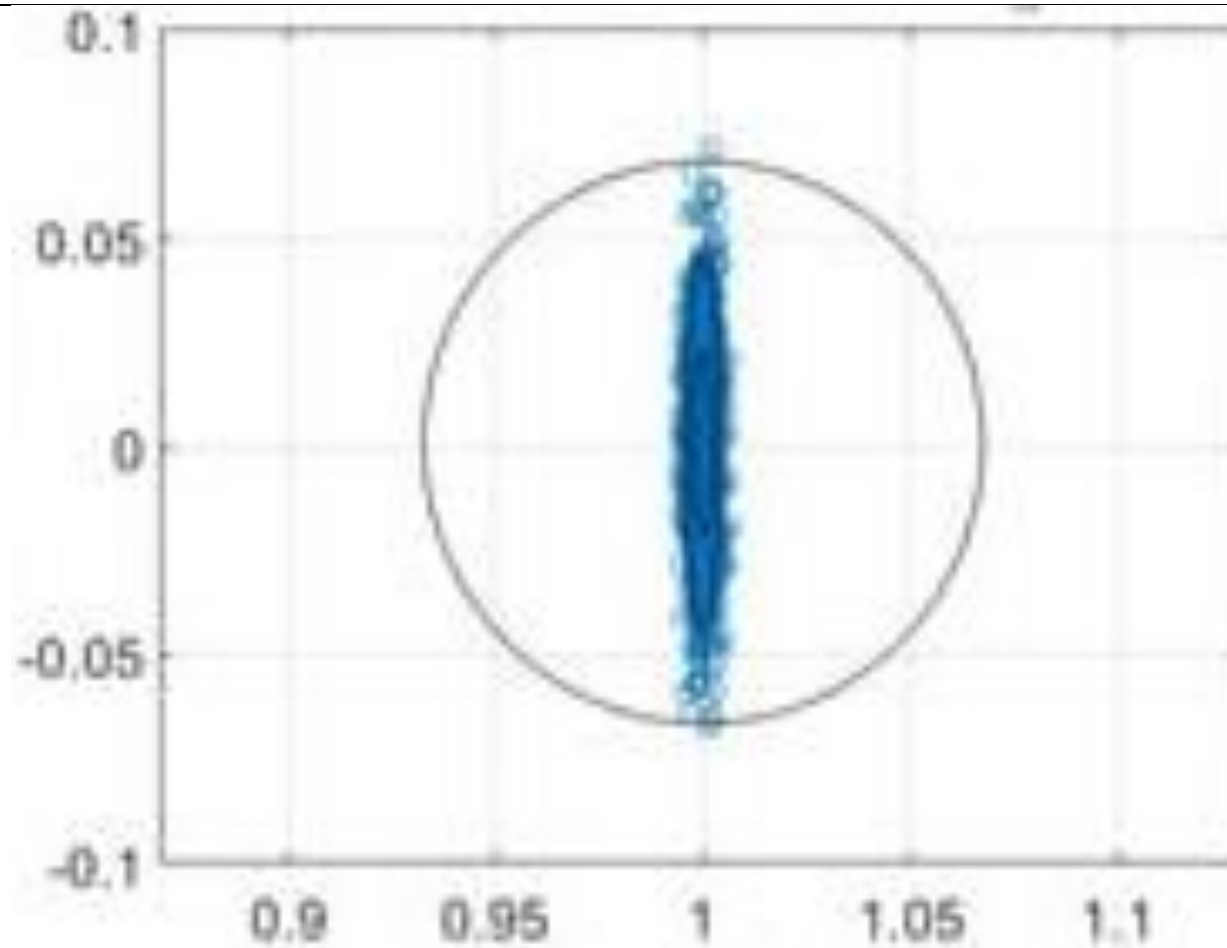




Малюнок 12. Схема «Подвійний інтеграторний патч-фільтр з P+V-регулюванням»,  
 $K_P=119.95$  і  $K_V=15.33$



Малюнок 13. Схема «Подвійний інтеграторний патч-фільтр з налаштуванням підсилення P+V керування».  
 $K_P=280$  і  $K_V=15.33$



Малюнок 14. Схема «Фільтр латання інверсії закону керування з керуванням P+V»  
 $K_P=119.95$  і  $K_V=15.33$

## 4. Висновки

З результатів (табл. 3) стає зрозуміло, що патч-фільтр подвійного інтегратора без налаштування підсилення є найменш точним методом. Похибки в точності на чотири порядки вищі за станом і частотою, ніж RTOC. Тоді як квадратична вартість маневру становить 28% нижче, ніж у випадку оптимального керування з відкритим циклом і RTOC, втрата точності є занадто великою, щоб цей метод можна було вважати хорошим варіантом. Завдяки налаштуванню посилення помилка стану була зменшена на два порядки, що зробило його другим за точністю методом визначення стану з шести. Однак він все ще має велику систематичну похибку в частоті, а також вищу вартість, ніж фільтр латання подвійного інтегратора без налаштування підсилення та фільтр латання інверсії закону керування. Ця систематична помилка робить налаштування підсилення за допомогою фільтра латання подвійного інтегратора також відносно поганим методом.

Контролер P+V має точність і точність у межах того ж порядку величини, що й оптимальне керування з відкритим контуром, за винятком швидкості, де оптимальне керування з відкритим контуром перемагає на три порядки. Основною проблемою з керуванням P+V є вартість. За практично такої ж точності маневр коштує на 1,5 порядку більше. Однак перевага P+V керування перед оптимальним розімкнутим контуром полягає в тому, що це механізм керування зворотним зв'язком, а не механізм прямого зв'язку. Це дозволяє коригувати зовнішні перешкоди. На механізм прямого зв'язку, з іншого боку, не впливає шум датчика (навіть якщо він відмінний від нуля). Який з них є більш бажаним у певному сценарії, тоді визначається контекстом інженерної проблеми та наявністю перешкод і шуму відмінного від нуля, який тут не перевіряється.

Таблиця 3. Показники ефективності для додавання невизначеності до різних схем контролю. Гаусів шум в  $\theta$  і  $\omega$  з  $\sigma=0.01$  та рівномірний розподіл  $I=1\pm 0.1$  ( $N=1000$ ). інтегрування ode4 (Runge–Kutta) з  $h = 0,01$  с.

Означення	Контроль P+V: $K_p = 119,95,$ $K_v = 15,33$	Розімкнутий цикл Оптимальне управління	Оптимальний контроль у реальному часі	Подвійний інтегратор Патч-фільтр $K_p = 119,95$ $K_v = 15,33$	Налаштування посилення з подвійним інтегратором Патч-фільтр $K_p = 280$ $K_v = 15,33$	Закон контролю Інверсія Патч-фільтр $K_p = 119,95$ $K_v = 15,33$
$\mu_{err\theta f}$	0,001	0,0002	$-6,4854 \cdot 10^{-5}$	0,0484	$7,3814 \cdot 10^{-4}$	$1,4422 \cdot 10^{-5}$
$\sigma_{\theta f}$	0,0101	0,099	0,0035	0,0021	0,0030	0,0020
$\mu_{err\omega f}$	0,0075	$9,1195 \cdot 10^{-5}$	$9,4813 \cdot 10^{-5}$	0,6711	0,3322	$8,2613 \cdot 10^{-4}$
$\sigma_{\omega f}$	0,0237	0,0100	0,0093	0,0224	0,0534	0,0224
$\mu_{Jcost}$	236,72	6,0110	6,0168	4,3251	9,1355	6,6956
$\sigma_{Jcost}$	13,4524	0,6917	0,0213	0,1535	0,6566	1,660

Оптимальне керування з розімкнутим контуром може мати найвищу точність у швидкості, але фільтр виправлення інверсії закону керування має найвищу точність у стані та перевершує всі інші методи, крім RTOC, у точності швидкості. Його точність нижча, ніж у RTOC, але його підвищення точності переважає це. Фільтр виправлення інверсії закону керування має дещо вищу середню вартість, ніж RTOC та оптимальне керування без контуру, але вона відносно незначна. Розкид вартості також вищий. Дещо нижча точність стану на 0,5 порядку величини та вища точність швидкості на один порядок у поєднанні з покращеною дещо покращеною точністю швидкості та нижчою точністю стану роблять його хорошим конкурентом із фільтром виправлення інверсії закону керування залежно від бажаних характеристик.

Усі фігури на рисунку 2 зроблені з рівними осями. Слід зазначити, що малюнок 2 d,e центр графіка зміщений, щоб охопити точки даних. Ці точки зосереджені на іншій точці, ніж інші методи, через систематичну помилку, притаманну фільтру виправлення подвійного інтегратора. Ці графіки також надають візуальні підказки, що вказують на моделі поширення різних методів. Оптимальне пряме керування з відкритим контуром має відносно круговий розподіл точок, оскільки воно не схильне до шуму в датчиках стану та швидкості, а лише до невизначеності в моменті інерції. Розкиди інших методів мають більш еліптичний характер. RTOC має менший розкид, ніж будь-який інший метод, але має помітну діагональність, що вказує на зміщення від зміни моменту інерції.

Обчислювальне навантаження не оцінювалося як показник якості через неможливість отримати значущі результати. Під час цих симуляцій на тому самому комп'ютері працювали інші процеси, що впливало на вимірювання часу виконання або обчислювального навантаження.

Фільтр виправлення інверсії закону керування та RTOC працюють найкраще з шести варіантів загального призначення. Рішення про те, яка

схема керування найкраща, зрештою, залежить від відносного випадку використання, контексту та вимог. Суворі вимоги щодо вартості або вимоги до точності можуть переважити переваги, які, наприклад, надає фільтр виправлення інверсії закону керування над РТОС. Фільтр інверсії закону керування також забезпечує перевагу порівняно з РТОС щодо обчислювального навантаження через відсутність схеми інверсії матриці.

Використання оптимальності значно зменшить витрати порівняно з традиційними методами, про що свідчить різке зниження  $J_{cost}$  між P+V керуванням і будь-якою оптимальною схемою керування. Якщо використовуються традиційні методи, можна включити оптимальність за допомогою фільтрів виправлення та поєднати переваги традиційних контролерів зі зворотним зв'язком із економічною вигодою оптимізації Понтрягіна.

Майбутнє дослідження можна провести, запустивши фільтр латання інверсії закону керування за допомогою РТОС і вимірявши його продуктивність. Майбутні дослідження також можуть бути проведені для вивчення ефектів цих схем керування з включенням повних 6 ступенів свободи, тривимірних, зв'язаних, нелінійних рівнянь руху з зовнішніми силами та силами Коріоліса.

# Список літератури

1. Chasle, M. Note sur les propriétés générales du système de deux corps semblés entr'eux. *Бук. Sci. математика Астрон. фіз. Chem.* 1830 , 14 , 321–326.
2. Euler, L. Formulas Generales pro Translatione Quacunque Corporum Rigidorum (Загальні формули для перекладу довільних твердих тіл). *Новий коментар Акад. Sci. Петрон.* 1776 , 20 , 189–207. Доступно в Інтернеті: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/478/>
3. Newton, I. *Principia, Jussu Societatis Regiæ* ; (Ac Typis Joseph Streater); Бібліотека Кембриджського університету: Лондон, Великобританія, 1687 р.
4. Купер, М.; Хайдлауф, П.; Сендс, Т. Контроль хаосу — примусове рівняння Ван дер Поля. *Математика* 2017 , 5 , 70.
5. Смереський, Б.; Ріццо, А.; Сендс, Т. Оптимальне навчання та самосвідомість проти PDI. *Алгоритми* 2020 , 13 , 23.
6. Бейкер, К.; Купер, М.; Хайдлауф, П.; Сендс, Т. Автономна генерація траєкторії для детермінованого штучного інтелекту. *Електр. Електрон. інж.* 2018 , 8 , 59–68.
7. Сендс, Т. Розробка детермінованого штучного інтелекту для безпілотних підводних апаратів (UUV). *J. Mar. Sci. інж.* 2020 , 8 , 578.
8. Slotine, J.-JE; Weiping, L. *Прикладне нелінійне управління* ; Prentice-Hall: Hoboken, NJ, USA, 1991.
9. Фоссен, Т. Коментарі щодо гамільтонівського адаптивного керування космічним кораблем від Слотайн, Дж. Джей Джей та Ді Бенедетто, доктора медицини *IEEE Trans. Автом. КОНТРОЛЬ.* 1993 , 38 , 671–672.
10. Піски, Т.; Кім, Дж.; Агравал, Б. Оцінка адаптивного управління космічним кораблем. У матеріалах InInfotech@Aerospace , Гарден Гроув, Каліфорнія, США, 19–21 червня 2012 р.



11. Вісконсинський університет. Новини інженерного коледжу за авторством співробітників. 2019. Доступно в Інтернеті: <https://engineering.wisc.edu/news/>
12. Малечек, А. Роберт Лоренц, піонер у сфері керування, помер. 2019. Доступно в Інтернеті: <https://engineering.wisc.edu/news/robert-lorenz-pioneer-controls-engineering-passes-away/>
13. Піски, Т.; Лоренц Р. Автоматизоване керування космічним апаратом на основі фізики. У матеріалах AIAA Space 2009, Пасадена, Каліфорнія, США, 14–17 вересня 2009 р.
14. Ретце, К.; Бреммер, Дж.; Біглер, Л.; Сундмахер, К. Сурогатні моделі на основі фізики для оптимального керування реактором метанізації CO<sub>2</sub>. *обчис. Aided Chem. інж.* 2017 , 40 , 127–132.
15. Бухарі, А.; Раджа, М.; Асіф, З.; Шоаїб, М.; Кіані, А. Фізика на основі дробового порядку Лоренца поінформувала про модель SARFIMA-NARX для моніторингу та пом'якшення забруднення повітря в мегаполісах. *Хаос Соліт. Фракт.* 2022 , 161 , 112375.
16. Сендберг, А.; Сендс, Т. Алгоритми автономної генерації траєкторії для поворотних маневрів космічного корабля. *Aerospace* 2022 , 9 , 135.
17. Купер, М.; Heidlauf, P. Нелінійне керування Ляпунова, покращене за допомогою розширеного адаптивного контролера за методом найменших квадратів і покращеного спостерігача Люенбергера. У матеріалах Міжнародної конференції та виставки з машинобудування та аерокосмічної техніки, Лас-Вегас, Невада, США, 2–4 жовтня 2017 р.
18. Купер, М.; Heidlauf, P. Нелінійне керування збуреним супутником з прямою передачею з використанням розширеної адаптації найменших квадратів і спостерігача Люенбергера. *Дж. Аеро. Аеросп. інж.* 2018 , 7 , 1.

19. Купер, М.; Смереський, Б. Огляд еволюційних алгоритмів керування орієнтацією космічного корабля. Удосконалення в *контролі орієнтації космічного корабля* ; IntechOpen: Лондон, Великобританія, 2020.
20. Чоу, Г. К. *Аналіз і контроль динамічних економічних систем* ; Krieger Publ.: Малабар, Флорида, США, 1986; ISBN 0-89874-969-7.
21. Borggaard, J.; Зітсман, Л. Проблема квадратично-квадратичного регулятора: апроксимація керування зворотним зв'язком для квадратичних нелінійних систем у стані. У матеріалах Американської конференції з питань контролю (ACC) 2020 р., Денвер, Колорадо, США, 1–3 липня 2020 р.; С. 818–823.
22. Крейндлер, Е. Внесок у теорію оптимального за часом керування. *Я. Франка. ін-т* 1963 , 275 , 314–344.
23. Sciarretta, A.; Guzzella, L. Fuel-Optimal Control of Rendezvous Maneuvers for Passenger Cars (Treibstoffoptimale Annäherung von Straßenfahrzeugen). *Automatisierungstechnik* 2005 , 53 , 244–250.
24. Піонер датчиків і керування Лоренц був названий до Національної інженерної академії. 2019. Доступно в Інтернеті: <https://engineering.wisc.edu/blog/sensing-controls-pioneer-lorenz-named-national-academy-engineering/>
25. Райгоза, К.; Сендс, Т. Порівняння автономної генерації траєкторії для сходу з орбіти з уникненням множинних зіткнень. *Датчики* 2022 , 22 , 7066.
26. Сендс, Т. Трактат про аналітичне оптимальне наведення та керування космічним апаратом. *Фронт. робот. AI робот. Система керування* 2022 , 9 , 884669.
27. НАСА Артеміда. Доступно в Інтернеті: <https://www.nasa.gov/specials/artemis/>
28. Правила використання медіа. Доступно в Інтернеті: <https://www.nasa.gov/multimedia/guidelines/index.html>

29. Бангінвар, П.; Сендс, Т. Порівняння автономного керування транспортним засобом. *Транспортні засоби* 2022, 4 , 1109-1121.  
<https://doi.org/10.3390/vehicles4040059>