МІНІСЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДВНЗ «КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

ГІРНИЧО-МЕТАЛУРГІЙНИ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАРКШЕЙДЕРІЇ

**Пояснювальна записка**

до випускної магістерської роботи

зі спеціальності 184 – Гірництво за другим (магістерським) рівнем вищої освіти ОПП Маркшейдерська справа

Тема роботи: Використання математичного моделювання для прогнозування об’ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ.

Виконав: магістрант групи ГГ-23м

Ангеловська К.В.

Керівник випускної роботи:

Переметчик А.В.

Нормоконтролер:

Завідувач кафедри:

Кривий Ріг

2024р

**РЕФЕРАТ**

Магістерська робота 95 стор., 20 мал., 1 табл., 30 джерел.

**Об’єктом досліджень є** аналіз та оцінка методів маркшейдерського моделювання в прогнозуванні об’ємів видобутку корисних копалин.

**Предметом досліджень є** основи маркшейдерського моделювання для прогнозування об’ємів видобутку корисних копалин.

**Метою цієї магістерської роботи** є дослідження та аналіз сучасних методів математичного моделювання, що застосовуються для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ. Робота спрямована на визначення оптимальних підходів та розробки моделі, здатної точно прогнозувати об'єми видобутку, враховуючи специфіку різних типів родовищ.

**Метод досліджень.** Аналіз та оцінка методів математичного моделювання для прогнозування об'ємів видобутку.

Актуальність теми беззаперечна, враховуючи зростаючі потреби в ефективному та екологічно безпечному видобутку корисних копалин. Розвиток та впровадження новітніх математичних моделей дозволяють оптимізувати процеси видобутку, забезпечуючи максимальну віддачу при мінімальних втратах та впливі на навколишнє середовище.

ОСНОВИ, АНАЛІЗИ, МЕТОДИ, ФАКТОРИ МАРКШЕЙДЕРСЬКОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ГІРНИЧІЙ СПРАВІ

**Зміст**

Реферат………..………………………………………………………………….....2

Список умовних скорочень………………………………………………………...4

Вступ…………..…………………………………………………………………….5

1.ТЕОРЕИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У МАРКШЕЙДЕРСЬКІЙ СПРАВІ………………………………………………………………………..…….7

1.1. Огляд літератури з проблематики досліджень………………………………7

## 1.2. Основні поняття та визначення у математичному моделюванні…………...12

## 1.3. Методи та підходи до математичного моделювання………………………..27

## 1.4.Аналіз існуючих математичних моделей для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин…………………………………………………………………...33

# 2. АНАЛІЗ ТА ОЦІНКА МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОГНОЗУВАННІ ОБ'ЄМІВ ВИДОБУТКУ КОРИСНИХ КОПАЛИН………….41

## 2.1 Класифікація методів математичного моделювання за критеріями застосування…………………………………………………………………………..41

## 2.2 Оцінка ефективності різних методів моделювання…………………………..44

## 2.3 Аналіз переваг та недоліків існуючих моделей……………………………....61

## 2.4 Визначення оптимальних методів моделювання для різних типів родовищ………………………………………………………………………….…..64

## 3. ОПИС РОЗРОБКИ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ ОБ'ЄМІВ ВИДОБУТКУ КОРИСНИХ КОПАЛИН …………………………………….……………………..69

## 3.1 Основи розробки моделі…………………………………………………….…..69

3.2 Формулювання математичних залежностей та рівнянь моделі………….…...76

3.3 Аналіз чутливості моделі до змін вхідних параметрів………………………..80

## 3.4 Оцінка можливих обмежень та припущень моделі……………………………85

ВИСНОВОК……………………………………………………………………….....90

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ…………………………………………...92

# Список умовних скорочень

# ARD – AcidRockDrainage (Кислотний стік з гірських порід)

# MIP – Mixed-IntegerProgramming (Змішане цілочисельне програмування)

**NNP** – NetNeutralizingPotential (Чистий нейтралізуючий потенціал)

# ВСТУП

В останні десятиліття математичне моделювання набуло значного розвитку та визнання як ефективний інструмент для аналізу та прогнозування складних систем у різних галузях науки та техніки. Зокрема, у маркшейдерській справі, що займається дослідженням та розробкою корисних копалин, застосування математичних моделей відкриває нові можливості для підвищення ефективності та безпеки видобутку.

Актуальність теми беззаперечна, враховуючи зростаючі потреби в ефективному та екологічно безпечному видобутку корисних копалин, розвиток та впровадження новітніх математичних моделей дозволяють оптимізувати процеси видобутку, забезпечуючи максимальну віддачу при мінімальних втратах та впливі на навколишнє середовище.

Метою цієї магістерської роботи є дослідження та аналіз сучасних методів математичного моделювання, що застосовуються для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ. Робота спрямована на визначення оптимальних підходів та розробки моделі, здатної точно прогнозувати об'єми видобутку, враховуючи специфіку різних типів родовищ.

Об'єктом дослідження є процеси видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ, цей об'єкт включає в себе весь комплекс геологічних, технологічних та економічних факторів, які впливають на ефективність та безпеку видобутку, а також на вплив видобувних процесів на навколишнє середовище.

Предметом дослідження виступає застосування математичного моделювання для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин, це включає вивчення та аналіз існуючих математичних моделей, розробку нових моделей на основі аналізу вхідних параметрів та змінних, а також оцінку ефективності та точності прогнозів цих моделей у різних умовах експлуатації родовищ.

У першому розділі роботи розглядаються теоретичні основи математичного моделювання у маркшейдерській справі, включаючи огляд літератури, основні поняття та визначення, методи та підходи до моделювання, а також аналіз існуючих математичних моделей для прогнозування об'ємів видобутку.

Другий розділ присвячений аналізу та оцінці методів математичного моделювання, з акцентом на класифікації методів за критеріями застосування, оцінці їх ефективності, аналізу переваг та недоліків, а також визначенню найбільш придатних методів для конкретних умов видобутку.

Третій розділ описує процес розробки власної моделі прогнозування, включаючи формулювання математичних залежностей та рівнянь, аналіз чутливості моделі до змін вхідних параметрів, а також оцінку можливих обмежень та припущень моделі.

У висновках до роботи подаються основні результати дослідження та рекомендації щодо подальшого використання та розвитку математичного моделювання в маркшейдерській справі.

Перелік використаних джерел та додатки містять в себе всю необхідну інформацію, що підтримує та розширює аналітичну частину роботи, включаючи технічні деталі моделі, додаткові дані та результати аналізу.

Робота має не тільки теоретичне значення, але й велике практичне застосування, оскільки описані моделі та методики можуть бути використані в реальних умовах підземного та відкритого видобутку корисних копалин. Таким чином, дослідження спрямоване на підвищення ефективності гірничодобувної галузі, зменшення екологічного навантаження та забезпечення безпеки праці на шахтах та в кар'єрах.

# ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У МАРКШЕЙДЕРСЬКІЙ СПРАВІ

## 1.1 Огляд літератури з проблематики дослідження

Огляд літератури є важливим елементом будь-якого дослідження, оскільки він забезпечує фундамент для розуміння існуючого стану знань у конкретній області. У цьому розділі представлено аналіз літературних джерел, присвячених проблематиці дослідження математичного моделювання об'ємів видобутку корисних копалин, цей огляд охоплює різноманітні аспекти, включаючи теоретичні основи, методологічні підходи, практичні застосування та виклики, пов'язані з прогнозуванням мінеральних ресурсів. Метою цього розділу є систематизація наявних знань, виявлення прогалин у дослідженнях та визначення напрямків для подальших досліджень.

Була розглянута актуальна на сьогодні проблема – забезпечення безпечної та раціональної експлуатації родовищ корисних копалин в умовах підземних робіт існуючого гірничодобувного виробництва. Останніми роками у гірничій промисловості активно впроваджуються передові технології з використанням новітнього високопродуктивного гірничодобувного обладнання, автоматизації та комплексної механізації розробки штреків та виробок, введення цих технологій не було достатньо обґрунтоване спеціально проведеними інженерно-геологічними дослідженнями.

В результаті таких підходів у зонах, що експлуатуються з використанням нових технологій і самохідного обладнання, утворювалися великі зони відкриття стелі та величезні порожнечі у відпрацьованому просторі з великою кількістю опорних міжкамерних стовпів, при проєктуванні цих стовпів не враховувалися інженерно-геологічні умови підземного розробного поля, в результаті чого були випадки їх масового руйнування, що призводило до обвалення гірських масивів, зсуву верхніх шарів стелі під забудованою територією та екологічних катастроф.

З метою вирішення цієї проблеми у дослідницьких роботах було проведено кількісну оцінку інженерно-геологічних умов родовищ тонкошарованих золотоносних руд за допомогою тривимірного моделювання на платформі сучасних комп'ютерних технологій – у дослідженні використано результати останніх теоретичних та методологічних робіт у галузі інженерної геології, а також результати комплексного обстеження стану гірських порід під час розвідки та експлуатації на прикладі існуючого золотоносного родовища Бескемпір[1].

Також було розглянуто важливість правильного розроблення родовища, яке є пріоритетним завданням виробництва - основою для цього є науково обґрунтована оцінка геометричних характеристик мінерального родовища та чітке розуміння природи та кількості запасів родовища. Метою дослідження є геологічна та промислова оцінка мінерального родовища, яка передбачає правильне визначення кількості та якості досліджених запасів - це вимагає збору та обробки матеріалу, достатнього для розробки технічно правильного та економічно обґрунтованого проєкту розвитку родовища.

Методологія дослідження полягає в гірничо-геометричному моделюванні та моніторингу надр на основі прогресивних та класичних методів і технік геометризації масиву корисних копалин та гірських порід - це включає в себе набір заходів, спрямованих на збір та оцінку вихідної інформації, оцінку її точності, математичну обробку та визначення оптимальних і найефективніших методів для розв'язання проблеми геометризації поля.

Результати дозволяють практично вирішувати проблеми гірничих робіт, пов'язані з оцінкою запасів мінеральних родовищ, їхнього генезису, характеру виникнення, якості, можливості сортування, прогнозування та промислового розвитку. Розроблено ефективний набір методів на основі статистичної оцінки мінеральних родовищ, а також використання останніх геоінформаційних систем, які забезпечують можливість якісного та точного розрахунку та оцінки мінеральних родовищ[2].

Далі було досліджено статтю, у якій розглядається проблема кислотного стоку з гірських порід (ARD), який утворюється з сульфідо-вмісних відходів гірничих розробок (наприклад, відвальних порід, хвосто-сховищ) на активних та закинутих шахтних об'єктах - це продовжує бути глобальною проблемою через значні впливи на воду, ґрунт, біорізноманіття та створення ризиків для громадського здоров'я. Багато прикладів демонструють, що технічно важко контролювати та управляти ARD, зі звичайними методами, що включають дорогі додаткові обробки. Замість цього, покращений підхід до управління ARD полягає у мінімізації можливостей для його утворення спочатку.

У цій статті пропонується нова модель змішаного цілочисельного програмування (MIP) для оптимізації розміщення відвальних порід у відвалах з метою мінімізації утворення ARD. Модель MIP враховує значення чистого нейтралізуючого потенціалу (NNP) відвальних порід та вирішує найкраще місце для кожної партії гірничих відходів у відвалі з урахуванням цільового значення NNP (вартість перевезення відвальних порід, отримана з запропонованої моделі, була оцінена порівняно з нещодавно практикованою моделлю (базовий випадок)), розподіл значення NNP також було симульовано на відвалі для оцінки нейтралізації кислотності, утвореної в результаті окислення сульфідів у різних частинах відвалу.

Нарешті, можливості моделі було оцінено в реальному випадку - результати вказують на те, що умови безпечного порогу (наприклад, значення NNP ≥ цільового NNP) задовольняються в комірках відвалу, що призводить до оптимального видалення відвальних порід та запобігання утворенню ARD. Крім переваги нейтралізації, застосування запропонованої моделі призводить до запобігання повторній обробці відходів та зниження витрат на перевезення на 6,8% порівняно з базовим випадком[3].

У наступній розглянутій статті йдеться проте, що у вік великих даних прогнозування та оцінка геологічних мінеральних ресурсів поступово входять у нову стадію – інтелектуальне пошук, - у статті коротко підсумовується дослідження розвитку майнінгу текстових даних та просторового майнінгу даних, вважається, що поточні дослідження щодо прогнозування мінеральних ресурсів інтегрували логічне міркування, теоретичні моделі, обчислювальні симуляції та інші наукові дослідницькі моделі, і поступово просунулися до нової моделі. Цей тип нової моделі намагався видобути невідомі та ефективні знання з великих даних за допомогою інтелектуальних методів аналізу, однак, з'явилося багато викликів, включаючи чотири аспекти: (I) відкриття великих даних про пошук на основі геологічної системи знань; (II) побудова концептуальної моделі пошуку за допомогою інтелектуального майнінгу тексту; (III) мінеральне прогнозування за допомогою інтелектуального просторового майнінгу великих даних; (IV) обмін та візуалізація даних мінерального прогнозу.

Шляхом розширення геологічного аналізу в процесі прогнозування пошуку на логічні правила, пов'язані з точками знань експертів, були попередньо встановлені теорія та методи інтелектуального мінерального прогнозування на основі геологічних великих даних. Основою теорії є сприяння потоку, виклику, циркуляції та оптимізації трьох основних факторів "знання", "модель" та "дані", і попередньо складається прототипні інтелектуальних зв'язуючих механізмів, це може бути розділено на чотири частини: інтелектуальна датизація, інтелектуальна інформатизація, інтелектуальне розширення знань та інтелектуальна сервітизація[4].

Підсумовуючи огляд літератури з проблематики дослідження, можна зробити висновок, що математичне моделювання об'ємів видобутку корисних копалин є важливою та актуальною областю досліджень, яка продовжує розвиватися завдяки інтеграції нових технологій та методів аналізу. Літературні джерела демонструють різноманітність підходів до моделювання та прогнозування, від класичних методів до інтелектуального аналізу даних, однак існують певні виклики, такі як необхідність удосконалення моделей для підвищення їх точності та ефективності, а також розробка методів для кращого розуміння та управління невизначеністю в даних про мінеральні ресурси. На основі проведеного огляду можна окреслити перспективні напрямки для подальших досліджень, які сприятимуть розвитку цієї області знань і покращенню процесів прогнозування та розробки мінеральних ресурсів.

Розглянуто також цікаву працю Майбороди А.А., Глухова О.О. та інших під назвою «Сейсмогеологічне і математичне моделювання розмивів антрацитових пластів» - у ній автори наголошують, що багаторічна практика використання сейсмоакустичних методів для прогнозування геологічних порушень у вугільних пластах демонструє необхідність починати дослідження із сейсмогеологічного моделювання, це моделювання слугує основою для подальшого математичного аналізу аномалій, враховуючи специфічні гірничо-геологічні та сейсмогеологічні умови досліджуваних масивів, а також їхні фізичні характеристики. Такий підхід забезпечує створення теоретичної бази, яка дозволяє обрати найбільш оптимальні методи та методології для проведення сейсмічних експериментів та точного тлумачення отриманих результатів.

На сьогодні накопичено значний досвід у сейсморозвідувальному прогнозуванні диз'юнктивних порушень вугільних пластів та зон підвищеної тріщинуватості масиву гірських порід, які є найпоширенішими і суттєвими ускладненнями вуглевидобувних робіт [1, 3, 4], також є певний досвід у дослідженні мульд [1, 5] та седиментаційних порушень (розмивів, стоншень) [1], однак питання розмивів антрацитових пластів досі не було достатньо вивчене. Дана стаття присвячена теоретичному аналізу особливостей поширення сейсмоакустичних коливань через розмиви антрацитових вугільних пластів.

Під час видобувних робіт на антрацитових пластах розмиви є серйозними геологічними ускладненнями, що не поступаються за значимістю диз'юнктивам, це пов'язано з високими міцнісними властивостями порід-заповнювачів розмивів, які перебувають на антрацитовій стадії метагенезу, порівняно з породами на стадіях катагенезу, що заповнюють розмиви кам'яновугільних пластів. Це наочно показано в порівняльній таблиці 1, складеній на основі даних з роботи [6]. Згідно з Інструкцією [7], під час вивчення розмивів у гірничих виробках особлива увага приділяється невиявленим геологічною розвідкою сингенетичним локальним розмивам ярово-річкових типів (типи 1 і 2 за класифікацією [7]). У таблиці 1 наведені найпоширеніші літолого-фаціальні типи порід-заповнювачів зазначених розмивів.

Сейсмогеологічне моделювання виконано на прикладі вугільного пласта l6н-2, товщина якого становить 1,0 м, а вміст вугілля відповідає марці А, що видобувається на шахті «Довжанська-Капітальна», розмиви цього пласта, особливо заповнені пісковиком, є одними з ключових геологічних перешкод, які ускладнюють його розробку, змушують перенарізати лави та знижують продуктивність видобутку вугілля. Для створення сейсмогеологічних моделей пласта l6н-2 використовували усереднені показники щільності ρ для вугілля та навколишніх порід (табл. 2), а також швидкості поширення поздовжніх (Vp) і поперечних (Vs) сейсмічних хвиль.

Економічні аспекти, висвітлені в роботах А.В. Бодюка, С.О. Довгого, М.М. Коржнева, М.М. Костенко, Є.О. Куліша, М.В. Курила, О.А. Лисенка, В.А. Михайлова, В.С. Міщенка та інших, значно сприяли розширенню розуміння ресурсів корисних копалин України. Станом на 1 січня 2020 року, за даними Державного балансу запасів корисних копалин, в Україні обліковано 944 родовища загальних корисних копалин, серед яких 176 віднесено до будівельного каменю - загалом, на розробці перебувають 464 родовища, включаючи 120 об’єктів обліку, протягом останніх років спостерігається зростання кількості невеликих родовищ із запасами до 10 тис. м³, що здебільшого експлуатуються приватними підприємствами.

Основна частина родовищ розташована в різних регіонах країни, серед яких лідирують Житомирська, Вінницька, Кіровоградська, Тернопільська, Рівненська, Закарпатська, Черкаська, Запорізька та Миколаївська області (Примушко та ін., 2020).

Для будівельної галузі велике значення мають понад 900 родовищ і проявів будівельного піску. Станом на ту ж дату, у Державному балансі обліковано 652 родовища будівельного піску, з яких 37 віднесено до об’єктів обліку – із цього числа в промисловій розробці перебувають 240 родовищ, включаючи 19 об’єктів обліку, ці родовища здебільшого розташовані в Київській, Львівській, Тернопільській, Житомирській, Вінницькій, Кіровоградській, Рівненській, Черкаській та Миколаївській областях (Примушко та ін., 2020).

Керамзитова сировина також поширена по всій території України. Згідно з Державним балансом, станом на 1 січня 2020 року зареєстровано 53 родовища такої сировини, з яких 19 є комплексними, включаючи 6 об’єктів обліку - нині активно розробляються 6 родовищ, серед яких 3 є комплексними, що експлуатуються різними підприємствами (Примушко та ін., 2020).

## 1.2 Основні поняття та визначення у математичному моделюванні

Розвиток та застосування математичного моделювання в маркшейдерській справі є важливим фактором для підвищення ефективності видобутку корисних копалин та забезпечення безпеки процесів, основа будь-якого процесу моделювання – глибоке розуміння його теоретичних основ, що включає в себе знайомство з основними поняттями та визначеннями. У цьому розділі буде представлено детальний огляд термінології, що використовується в математичному моделюванні, ми розглянемо основні поняття, такі як модель, вхідні та вихідні параметри, чутливість моделі, а також процеси верифікації та валідації моделей, це допоможе забезпечити чітке та однозначне розуміння основ, на яких будуються подальші аналітичні та практичні розділи магістерської роботи.

Математичне моделювання є фундаментальним науковим методом, який дозволяє абстрагуватися від складності реального світу за допомогою математичних конструкцій. Цей процес включає формулювання гіпотез про принципи роботи об'єктів або процесів та їх подальше представлення у вигляді математичних рівнянь або систем рівнянь. Основною метою математичного моделювання є отримання глибшого розуміння структури та динаміки досліджуваних об'єктів або процесів, що дозволяє аналізувати їх поведінку у віртуальному середовищі, проводити експерименти, а також робити прогнози щодо майбутніх станів за різних умов. Цей метод знаходить широке застосування в різних галузях науки та інженерії, включаючи фізику, хімію, біологію, економіку, соціальні науки, дозволяючи розв'язувати складні задачі, для яких пряме експериментальне дослідження може бути недоступним або непрактичним [5].

Поняття модель у контексті математичного моделювання служить спрощеною, але змістовною абстракцією реальності, яка захоплює основні характеристики і взаємодії досліджуваного об'єкта або процесу. Моделі можуть бути представлені в різних формах, включаючи алгебраїчні рівняння, диференційні рівняння, статистичні моделі, комп'ютерні симуляції, та ін. Вони дозволяють ізолювати важливі фактори від вторинних, спростити складні системи для кращого розуміння та визначити принципові механізми їх функціонування. Використання моделей дає змогу вивчати властивості об'єктів або процесів, проводити віртуальні експерименти та визначати оптимальні стратегії управління або впливу без необхідності безпосереднього втручання в реальні системи, що може бути особливо корисним у випадках, коли реальні експерименти є небезпечними, дорогими або етично неприпустимими.

Вхідні параметри є фундаментальними елементами в процесі математичного моделювання, вони служать як основа для опису моделювання системи чи процесу. Ці параметри можуть бути різноманітними за своєю природою та походженням, включаючи фізичні властивості (наприклад, масу, температуру), геометричні параметри (розміри об'єкта, форму), ініціальні умови (початкові швидкості, температура) або економічні показники (вартість матеріалів, тарифи на енергію). Вони визначають умови, за яких буде проводитися аналіз, і можуть бути постійними, що не змінюються протягом моделювання, або змінними, що дозволяє моделювати динамічні процеси та реагування системи на різні зовнішні та внутрішні впливи. Правильний вибір і точність вхідних даних мають важливе значення, оскільки вони безпосередньо впливають на релевантність та достовірність результатів моделювання.

Вихідні параметри моделі – це результати, отримані в ході математичного моделювання, які відображають реакцію системи чи процесу на задані вхідні параметри. Вони можуть включати широкий спектр показників, таких як фізичні характеристики (наприклад, тиск, концентрація речовин), економічні оцінки (прибутковість, терміни окупності інвестицій) або технічні параметри (ефективність роботи обладнання, ступінь зносу). Вихідні параметри аналізуються для визначення, наскільки ефективно модель відтворює реальні процеси, їх відповідність експериментальним або емпіричним даним, а також для вивчення поведінки системи під час різних сценаріїв моделювання. Це дозволяє не тільки перевірити адекватність самої моделі, але й визначити оптимальні умови для реалізації процесів або використання систем у реальних умовах. Оцінка точності та адекватності вихідних параметрів є важливою для підтвердження надійності математичного моделювання та його придатності для прийняття інженерних рішень.

Чутливість моделі описує, наскільки сильно вихідні параметри реагують на зміни в одному або декількох вхідних параметрах. Цей аспект є досить важливим при оцінюванні того, як різні фактори впливають на поведінку модельованої системи чи процесу, дозволяючи ідентифікувати ті параметри, які мають найбільший вплив на результати моделювання. Аналіз чутливості використовується для оптимізації моделей, вибору пріоритетних напрямків дослідження, а також для оцінки ризиків і невизначеностей, асоційованих з прийняттям рішень на основі модельних прогнозів. Він допомагає визначити, наскільки модель є стабільною до невеликих змін умов, та оцінити її надійність та робустність.

Верифікація моделі є фундаментальним кроком у процесі математичного моделювання, що забезпечує відповідність між теоретичними або концептуальними описами системи чи процесу і математичними рівняннями, використовуваними для їхнього моделювання. Цей процес включає перевірку логічної послідовності та математичної коректності використаних рівнянь, а також відповідність заданим критеріям якості та допустимим межам помилок. Верифікація дозволяє виявити потенційні помилки у формулюваннях моделі, такі як некоректне використання математичних символів, невідповідність розмірностей або логічні невідповідності. Вона є невід'ємною частиною процесу розробки моделі, спрямованою на підвищення її точності, надійності та адекватності для застосування в конкретних умовах або для вирішення специфічних задач.

Валідація моделі є процесом оцінки адекватності моделі шляхом порівняння її прогнозів з експериментальними або реальними даними. Цей процес дозволяє перевірити, наскільки точно модель може відтворити поведінку реальних об'єктів або процесів. Валідація є важливим кроком у процесі математичного моделювання, оскільки вона допомагає забезпечити точність прогнозів моделі, підтвердити правильність її теоретичних основ, визначити її обмеження та умови застосування, а також вказати напрямки для подальшого удосконалення моделі. Валідація моделі є неперервним процесом, який може потребувати адаптації моделі у відповідь на нові дані або нові умови її застосування [6].

Методологія математичного моделювання передбачає заміну реального об’єкта його математичним аналогом із подальшим аналізом цієї моделі, зокрема за допомогою обчислювальних алгоритмів, що реалізуються на комп’ютерах. Цей підхід поєднує сильні сторони теоретичних та експериментальних досліджень. Використання моделі замість безпосереднього об’єкта (явища чи процесу) дає змогу швидко, без ризиків і з мінімальними затратами дослідити її властивості та поведінку в різних умовах (перевага теорії). Застосування експериментів над моделями за підтримки сучасних обчислювальних засобів і алгоритмів забезпечує високу точність досліджень, яку складно досягти традиційними теоретичними підходами (перевага експерименту).

Розвиток математичного моделювання проходить кілька етапів. На ранніх стадіях його елементи використовувалися у точних науках. Другий етап розпочався наприкінці 1940-х — на початку 1950-х років завдяки двом ключовим чинникам: по-перше, появі електронно-обчислювальних машин (ЕОМ), які розширили можливості досліджень, а по-друге, реалізації національних програм СРСР і США зі створення нових видів озброєнь, які потребували принципово нових методів. Математичне моделювання ефективно вирішувало ці завдання, дозволяючи змоделювати ядерні вибухи, польоти ракет і супутників на ЕОМ.

Сьогодні спостерігається третій етап розвитку математичного моделювання, який обумовлений впровадженням сучасних інформаційних технологій. Інформаційні ресурси стають ключовими у вирішенні глобальних проблем, проте "сирі" дані часто є недостатніми для повноцінного аналізу, прогнозування, прийняття рішень і контролю. Надійні методи обробки даних перетворюють їх на точні знання. У цьому контексті математичне моделювання виступає інтелектуальним центром інформаційних технологій і процесів інформатизації суспільства.

Процес створення математичної моделі будь-якого об'єкта можна умовно розділити на три етапи: розробка моделі, вибір алгоритму та створення програми.

1. Розробка моделі. На цьому етапі визначається математичний еквівалент об’єкта, який точно відображає його властивості, закономірності й зв’язки. Використання теоретичних методів аналізу моделі дозволяє отримати попередні знання про об’єкт.

2. Вибір алгоритму. Для реалізації моделі на комп’ютері розробляється або обирається відповідний алгоритм. Модель адаптується до чисельних методів, а також формується послідовність обчислювальних і логічних операцій для досягнення необхідної точності. Алгоритми повинні відтворювати ключові властивості моделі та самого об’єкта, бути ефективними й відповідати специфіці поставлених задач і використовуваних технологій (рис. 1.1).

Рис. 1.1 – Елементи математичного моделювання.

На третьому етапі створюються програми, які «перекладають» модель та алгоритм на мову, зрозумілу комп'ютеру. Ці програми також повинні бути економічними та адаптивними.

Створивши тріаду "модель-алгоритм-програма", дослідник отримує універсальний, адаптивний і економічний інструмент, який спочатку перевіряється і оптимізується через "пробні" обчислювальні експерименти. Після того, як тріада доведе свою відповідність реальному об’єкту, модель використовується для проведення різноманітних детальних досліджень, що дозволяють отримати всі необхідні якісні та кількісні характеристики об’єкта, у процесі моделювання за потреби здійснюється уточнення і вдосконалення кожного з компонентів тріади.

Головною перешкодою на шляху до широкого впровадження математичного моделювання в науку, техніку та управління є дефіцит кваліфікованих фахівців. Вимоги до таких спеціалістів є дуже високими і водночас різноплановими - з одного боку, вони повинні бути експертами у вузькій галузі досліджень, а з іншого — мати широке наукове мислення, здатність бачити проблему загалом і навіть коригувати або змінювати її постановку, сформульовану іншими спеціалістами, такими як фізики, хіміки чи біологи. Робота в цій сфері потребує особливого стилю мислення, що поєднує ґрунтовність у деталях із розумінням глобальних ідей.

У курсі "Основи математичного моделювання" студенти здобувають базові знання, сформовані на основі попередніх курсів, таких як математичний аналіз, алгебра, обчислювальні методи тощо, матеріал курсу викладено максимально доступно для цієї категорії слухачів і водночас мотивує їх до подальшого вивчення спеціалізованих дисциплін. Ефективна стратегія моделювання об’єктів можлива лише за умови розуміння існуючих інструментів і досягнень у кожній складовій тріади.

Посібник висвітлює основні принципи створення математичних моделей, розробки обчислювальних алгоритмів і програм для їх реалізації, наводяться приклади застосування елементів математичного моделювання в таких галузях, як біологія, економіка та управління, окремо подається загальна математична модель руху суцільних середовищ у вигляді інтегральних законів збереження та розглядаються методи отримання спеціалізованих моделей для опису руху рідин, газів і деформованих тіл. Для кращого засвоєння матеріалу деякі розділи доповнено завданнями для практичних занять, список літератури містить доступні джерела, хоча й не претендує на вичерпність.

Математичне моделювання знайшло застосування у всіх сферах творчої діяльності, включаючи наукові дослідження, економіку та військову справу. Ефективність моделювання забезпечується дотриманням таких принципів: чітке формулювання основних понять і припущень на основі досвіду, аналіз відповідності моделі реальному об’єкту, гарантія точності обчислювальних алгоритмів і врахування специфіки застосування математичного апарату для дослідження конкретних об’єктів.

Математичне моделювання є потужним інструментом аналізу, прогнозування та оптимізації різноманітних явищ і процесів у природних науках, інженерії, економіці та інших галузях. Для розуміння і використання цього інструменту важливо знати основні поняття і визначення, що стосуються математичного моделювання.

Перше ключове поняття - це математична модель, абстрактне представлення реального об'єкта або процесу за допомогою математичних формул, рівнянь, алгоритмів та правил; модель намагається відтворити основні характеристики реальності і зазвичай має спрощену структуру для зручності обчислень та аналізу.

Друге важливе поняття - вхідні дані і параметри моделі, величини і обмеження, які визначають вихідні умови моделі; вхідні дані можуть включати початкові умови, параметри об'єкта або процесу, які потрібно моделювати, а також зовнішні фактори, що впливають на ці параметри.

Вихідні дані - це результати моделювання, які отримуємо після обчислення за допомогою вхідних даних і параметрів; вони представляють собою прогнозовані значення або характеристики реального об'єкта чи процесу, що досліджуються.

Третє поняття - валідація моделі - процес перевірки та оцінки того, наскільки добре математична модель відтворює реальний об'єкт чи процес. Валідація зазвичай включає порівняння результатів моделювання з емпіричними даними або з іншими відомими моделями, а також оцінку відповідності отриманих результатів реальним спостереженням.

Четверте важливе поняття - аналіз чутливості - оцінка впливу змінних і параметрів моделі на її вихідні результати; аналіз чутливості допомагає виявити ключові чинники, які впливають на результати моделювання, і визначити, як ці чинники можуть змінюватись для покращення або оптимізації моделі.

Всі ці поняття і визначення є основою для розуміння та застосування математичного моделювання у різних наукових, технічних і практичних застосуваннях, вони дозволяють належним чином структурувати і аналізувати складні системи і процеси, що є ключовим для досягнення успішних результатів у відповідних галузях знань.

Поза основними поняттями, існують також інші ключові аспекти математичного моделювання, які варто розглянути.

П'яте важливе поняття - комп'ютерне програмування моделі - процес реалізації математичної моделі у вигляді комп'ютерної програми, що використовується для обчислень та аналізу даних; програмування моделі передбачає створення алгоритмів, які відтворюють математичні рівняння та обчислюють вихідні дані з урахуванням вхідних параметрів.

Шосте поняття - підтвердження моделі - процес перевірки правильності та адекватності математичної моделі на основі її відповідності відомим емпіричним даним або експериментальним результатам; підтвердження включає у себе перевірку відповідності прогнозованих значень моделі з реальними спостереженнями, що забезпечує довіру до точності та надійності моделі.

Сьоме поняття - інтерпретація результатів моделювання - процес розуміння та пояснення отриманих вихідних даних та результатів моделі; інтерпретація зазвичай включає аналіз впливу різних факторів на результати моделювання, виявлення закономірностей та визначення інсайтів, які можуть бути корисні для прийняття рішень.

Крім цього, важливо зазначити, що математичне моделювання часто використовується для прогнозування та оптимізації складних систем, де існує велика кількість змінних та невизначеностей - цей процес вимагає не тільки глибоких математичних знань, але й інтердисциплінарного підходу та вміння працювати з великим обсягом даних.

Узагальнюючи, розуміння цих основних і додаткових понять є важливим для успішного використання математичного моделювання у наукових дослідженнях, інженерних розробках, економічному аналізі та інших галузях, де вимагається аналіз складних систем і процесів.

Модель відповідно до латинського "modulus" означає міру, мірило чи зразок, в контексті різних областей вона може мати різні значення:

1) модель може бути зразком або стандартом, що використовується для серійного або масового відтворення чого-небудь, наприклад, модель автомобіля або модель одягу.

2) це також може бути виріб, виготовлений з матеріалів, які використовуються для створення форми для подальшого відтворення у іншому матеріалі, наприклад, з металу або гіпсу.

3) термін "модель" також може описувати людину, яка позує для художника або взагалі об'єкти, що зображуються (наприклад, натура).

4) у наукових, практичних або спортивних цілях модель є пристроєм, який імітує або відтворює будову та функції іншого пристрою, часто у зменшеному масштабі, наприклад, у виробничих випробуваннях.

Отже, поняття "модель" має широкий спектр застосування і залежить від контексту, в якому воно використовується (наприклад, перед запуском нового літака у виробництво його тестують на міцність в аеродинамічній трубі — це практична модель; для пояснення системи кровообігу лектор користується намальованим плакатом — це ілюстративна модель; на стіні висить картина Айвазовського "Дев'ятий вал" — це художня модель). Термін "модель" зазвичай означає матеріальне або концептуальне уявлення об'єкта, яке використовується для заміщення оригіналу під час процесу пізнання, зберігаючи ключові його аспекти. Кожен вивчений процес можна описати за допомогою різних моделей, проте жодна модель не може відобразити його повністю і повністю. Використання спрощених моделей, які фокусуються на окремих аспектах об'єкта, дозволяє краще розуміти взаємозв'язки причин і наслідків, входів і виходів, що спрощує процес висновків і прийняття рішень.

В першу чергу, перш ніж вводити новий літак в виробництво, його тестують на міцність у аеродинамічній трубі — це є прикладом моделі; щоб пояснити систему кровообігу, лектор може скористатися намальованим плакатом — це також модель; наприкінці кімнати може висіти картина "Дев'ятий вал" Івана Айвазовського — ще один приклад художньої моделі.

Модель зазвичай представляє собою матеріальне або концептуальне уявлення об'єкта, яке заміщає оригінал під час процесу пізнання, зберігаючи важливі його аспекти. Кожен об'єкт або явище, яке досліджується, можна описати за допомогою різних моделей, але жодна з них не відображає його абсолютно повністю, використання спрощених моделей, які фокусуються на конкретних аспектах об'єкта, дозволяє зрозуміти взаємозв'язки причин і наслідків, входів і виходів, що спрощує процес висновків і прийняття рішень.

При моделюванні використовуються моделі трьох типів:

1. моделі, які описують поведінку об'єктів або результати спостережень явищ;
2. моделі, що пояснюють причини такої поведінки та отримання таких результатів;
3. моделі, які дозволяють передбачити поведінку та результати в майбутньому.

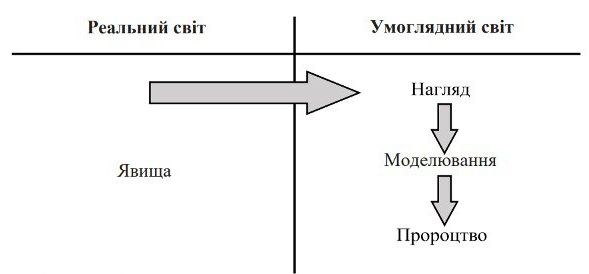


Рис. 1.2 - Елементарний опис загального способу пізнання

Моделювання є одним із методів дослідження, що вивчається в спеціальній галузі знань, відомій як методологія - цей метод дозволяє пізнати навколишній світ і може застосовуватися як на емпіричному, так і на теоретичному рівнях. У англійській мові для моделювання існують два терміни: "modeling" і "simulation". "Modeling" передбачає побудову моделей, що ґрунтуються переважно на теоретичних засадах, тоді як "simulation" означає відтворення імітації стану системи на основі аналізу її поведінки (імітаційне моделювання) [5].

Згідно з визначенням [6], моделювання є опосередкованим практичним або теоретичним дослідженням об'єкта, де безпосередньо вивчається не сам об'єкт, а його штучна або природна допоміжна система (модель):

* яка має об'єктивну відповідність до пізнаного об'єкта;
* здатна замінювати його у певних відносинах;
* надає інформацію про модельований об'єкт під час її дослідження.

Це підходить для отримання узагальненої інформації про об'єкти дослідження та їх поведінку в різних умовах.

Моделювання не можна вважати простим розширенням теорії або експерименту. Воно представляє собою окрему позицію між теорією та експериментом і є новим способом отримання наукових знань, що має свої загальні риси, які запозичені з обох підходів.

Велика різноманітність типів моделювання та їх постійна зміна ускладнюють створення логічно закінченої класифікації - на сьогоднішній день моделювання можна умовно поділити на матеріальне (фізичне) і ідеальне моделювання (див. рис. 1.3).

Матеріальне (фізичне) моделювання використовується для створення збільшеної чи зменшеної копії реального об'єкта, властивості якої вивчаються за допомогою теорії подоби, при цьому дослідження об'єкта здійснюється через його відтворення в іншому масштабі, що дозволяє кількісно переносити результати експерименту з моделі на оригінал. Однак для аналізу складних об'єктів та процесів, які є характерними для електронних схем, конструкцій, технологічних процесів виробництва радіоелектронної техніки, приладобудування, машинобудування та інших промислових галузей, застосування матеріального моделювання може бути складним, оскільки потребує врахування багатьох критеріїв та обмежень, які часто є несумісними або нездійсненними.

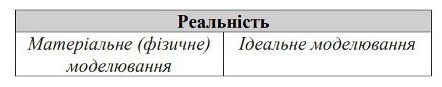


Рис. 1.3 – Види моделювання

Ідеальним моделюванням розуміється процес, при якому реальний об'єкт представляється у формі опису мовою, графіками, таблицями, математичними формулами або розрахунками - основна відмінність ідеального моделювання від матеріального полягає в тому, що воно базується не на матеріальній аналогії між об'єктом і моделлю, а на абстрактній, мислимій концепції, завжди маючи теоретичний характер.

Натурне та аналогове моделювання виступають складовими матеріального моделювання (див. рис. 1.4).



Рис. 1.4 – Види матеріального моделювання

Натурне моделювання використовує матеріальний аналог збільшеного чи зменшеного реального об'єкта для дослідження властивостей процесів і явищ - це дозволяє проводити експерименти та переносити результати на оригінал за допомогою теорії подібності (наприклад, випробування нових автомобілів або літаків у аеродинамічній трубі є прикладом натурного моделювання).

Аналогове моделювання ґрунтується на аналогії між процесами та явищами, які мають різну фізичну природу, але можуть формально описуватися однаково.

Ідеальне моделювання поділяється на такі типи: інтуїтивне, знакове та наукове (рис. 1.5).

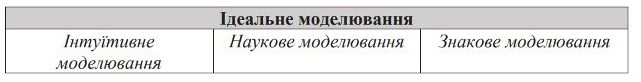


Рис. 1.5 – Види ідеального моделювання

Інтуїтивне моделювання ґрунтується на неформалізованому уявленні про об'єкт дослідження, що не вимагає формалізації або може використовувати її обмежено.

Наукове моделювання завжди є логічно обґрунтованим і використовує мінімальну кількість припущень, які базуються на спостереженнях за об'єктом моделювання (наприклад, інтуїтивною моделлю може бути життєвий досвід людини у лікуванні захворювань за допомогою народних методів.

Знакове моделювання використовує знакові зображення різного типу, такі як схеми, графіки тощо (прикладом знакового моделювання є нотація музичних творів або хімічні формули).

В останні десятиліття термін "математичне моделювання" широко вживається у науковій літературі, особливо в природно-технічних науках. В сучасний час математичні моделі застосовуються практично на кожному проектному або конструкторському підприємстві, останнім часом велике значення набуло використання математичного моделювання у наукових дослідженнях, зокрема в економіці, управлінні, історії, біології та інших галузях.

Математична модель являє собою набір рівнянь або інших математичних виразів, що описують основні характеристики досліджуваного об’єкта чи явища в рамках прийнятої фізичної моделі та його взаємодії з навколишнім середовищем протягом певного просторово-часового інтервалу, моделювання процесів у континуальних системах часто ґрунтується на диференціальних рівняннях, які дозволяють точно визначити стан процесу в будь-якій точці простору і в будь-який момент часу.

Основними властивостями математичних моделей є їх відповідність реальному об’єкту (адекватність) та спрощеність, що визначають рівень точності моделі і її практичне застосування, пПроцес розробки математичної моделі називається постановкою задачі.

Математичне моделювання охарактеризоване як процес побудови та аналізу математичних моделей, в роботі [2] воно визначене як ідеальне наукове знакове формальне відображення, де об'єкт вивчення представлений мовою математики, а сам процес дослідження моделі використовує різні математичні методи.

Математична модель визначає залежність між вихідними даними та шуканими величинами [4].

Узагальнена математична модель складається з наступних елементів (див. рис. 7):

* множина вхідних даних (змінні) X, Y: X представляє сукупність змінних, які можуть змінюватись, тоді як Y включає незмінні змінні (константи);
* математичний оператор L, який виконує операції над цими даними. Це включає повну систему математичних операцій, які описують чисельні або логічні відношення між вхідними і вихідними даними (змінними);
* множина вихідних даних (змінні) G(X, Y): це сукупність критеріальних функцій, які можуть включати цільову функцію, якщо це необхідно.

У задачах проектування маємо наступне:

Множина змінних параметрів X формує простір варіативних параметрів Rx (простір пошуку), який є метричним простором з вимірністю n, що відповідає числу змінних параметрів.

Набір незалежних змінних Y утворює метричний простір вхідних даних Ry. Якщо кожен елемент простору Ry обмежений певним діапазоном можливих значень, то множина незалежних змінних визначає обмежений підпростір простору Ry.

Безліч незалежних змінних Y визначають середовище функціонування об'єкта, тобто зовнішні умови, в яких буде працювати проектований об'єкт.

Це можуть бути:

* технічні параметри об'єкта, які залишаються сталими протягом проектування;
* фізичні впливи середовища, з якими взаємодіє об'єкт проектування;
* тактичні умови, які обов'язково мають бути враховані при проектуванні об'єкта.

Закінчуючи огляд основних понять та визначень у математичному моделюванні, ми поклали надійний фундамент для глибшого розуміння методів і підходів, які будуть використовуватися в наступних розділах магістерської роботи. Визначення таких термінів, як модель, вхідні та вихідні параметри, верифікація та валідація моделі, а також чутливість моделі, є досить важливими для правильного застосування математичного моделювання в практиці маркшейдерської справи - ці основні поняття не тільки допоможуть у формуванні чіткого механізму дослідження, але й забезпечать здатність критично аналізувати та оцінювати існуючі моделі та методики, що є невід'ємною частиною процесу наукового дослідження.

## 1.3 Методи та підходи до математичного моделювання

У цьому розділі розглядаються різноманітні методи та підходи, які використовуються в математичному моделюванні для вирішення широкого спектру задач у різних галузях науки та техніки, математичне моделювання є важливим інструментом для аналізу, розуміння та прогнозування поведінки складних систем. В цьому розділі ми детально розглянемо основні методи, такі як диференціальні рівняння, статистичне моделювання, системи масового обслуговування, комп'ютерне моделювання та симуляція, оптимізаційне моделювання та агентне моделювання, які використовуються для створення математичних моделей та аналізу їх поведінки - розуміння цих методів та підходів є важливим для розробки ефективних математичних моделей та їх застосування у вирішенні практичних задач.

Диференціальні рівняння є потужним інструментом математичного моделювання, який дозволяє описувати як зміну фізичних величин у просторі, так і їхню динаміку у часі - ці рівняння виражають взаємозв'язок між функцією та її похідними, що дозволяє моделювати різноманітні процеси, від руху тіл під дією сил до розповсюдження хімічних речовин у реакційних системах (наприклад, у фізіці диференціальні рівняння застосовуються для опису законів руху Ньютона, електромагнетизму Максвелла, а також для моделювання теплопровідності та гідродинаміки; у біології вони використовуються для опису динаміки популяцій, розповсюдження захворювань та інших біологічних процесів). Існують різні типи диференціальних рівнянь, включаючи звичайні диференціальні рівняння, диференціальні рівняння в часткових похідних та інтегро-диференціальні рівняння, кожен з яких має своє специфічне застосування та методи розв'язання.

Статистичне моделювання використовується для аналізу та інтерпретації даних, особливо коли ці дані містять стохастичність або невизначеність - цей підхід заснований на застосуванні статистичних методів для визначення зв'язків між змінними та для робленняінференцій про популяцію на основі вибіркових даних. Статистичне моделювання може включати лінійну та нелінійну регресію, часові ряди, аналіз виживання, багатовимірний аналіз та байєсівські методи - цей підхід широко використовується в економетриці для прогнозування економічних показників, у медичних дослідженнях для оцінки ефективності лікування та в епідеміології для моделювання розповсюдження захворювань. Статистичне моделювання дозволяє також оцінювати ризики та невизначеності, аналізувати тенденції та патерни в даних, а також розробляти стратегії прийняття рішень на основі аналізу даних.

Системи масового обслуговування є важливим інструментом в операційних дослідженнях та логістиці, які використовуються для моделювання процесів, де об'єкти (наприклад, клієнти, запити, транспортні засоби) обслуговуються відповідно до певних правил або алгоритмів - такі системи зазвичай характеризуються наявністю вхідного потоку об'єктів, черги для очікування обслуговування та одного або декількох каналів обслуговування. Моделі масового обслуговування дозволяють аналізувати важливі показники ефективності, такі як середній час очікування в черзі, ймовірність виникнення черги та пропускна здатність системи. цей підхід має широке застосування в різних областях, включаючи телекомунікації, виробництво, транспортування, логістику та обслуговування клієнтів. Моделювання систем масового обслуговування допомагає в оптимізації ресурсів, плануванні потужностей та покращенні якості обслуговування.

Комп'ютерне моделювання та симуляція використовують алгоритми та програмне забезпечення для імітації реальних процесів та систем у віртуальному середовищі - цей підхід дозволяє відтворювати поведінку складних систем, проводити експерименти та аналізувати різні сценарії без необхідності втручання в реальні об'єкти. Комп'ютерна симуляція застосовується у широкому спектрі галузей, включаючи інженерію, екологію, медицину, економіку та військову справу, вона дозволяє моделювати процеси, що включають велику кількість змінних та взаємодій, та досліджувати їхню поведінку у різних умовах. Комп'ютерне моделювання та симуляція є особливо корисними в ситуаціях, де реальні експерименти можуть бути небезпечними, етично неприпустимими, дорогими або технічно нездійсненними, завдяки цьому підходу можна швидко отримувати результати, тестувати гіпотези та вносити зміни в модель для досягнення бажаних цілей [7].

Оптимізаційне моделювання є методом, що зосереджений на пошуку найкращого рішення для задачі з урахуванням певних обмежень та цілей - цей підхід використовується для визначення оптимальних параметрів системи або процесу, щоб максимізувати або мінімізувати цільову функцію. Оптимізаційне моделювання застосовується в різних галузях, включаючи управління, економіку, інженерію, логістику та виробництво, для розв'язання задач, таких як мінімізація витрат, оптимізація розкладу, планування виробництва та розподіл ресурсів. Методи оптимізації включають лінійне програмування, нелінійне програмування, цілочисельне програмування, динамічне програмування та еволюційні алгоритми - використання оптимізаційного моделювання дозволяє приймати обґрунтовані рішення в умовах обмежених ресурсів та складних вимог.

Агентне моделювання є підходом, який репрезентує систему як набір взаємодіючих агентів, кожен з яких має власні характеристики та правила поведінки. Агенти можуть представляти індивідів, групи, організації або будь-які інші суб'єкти, які можуть взаємодіяти та адаптуватися до змін у своєму середовищі - агентне моделювання використовується для дослідження складних систем, де взаємодія між компонентами є важливою, таких як соціальні мережі, екологічні системи, економічні ринки та системи масового обслуговування, цей метод дозволяє моделювати емерджентні явища, тобто такі, що виникають на рівні системи в результаті взаємодії окремих агентів. Агентне моделювання забезпечує гнучкість у представленні різноманітних поведінкових стратегій та дозволяє дослідити вплив різних сценаріїв на динаміку системи.

Математичне моделювання в мерчандайзингу виконує ключову роль у плануванні та оптимізації різноманітних аспектів торговельних процесів - основна мета полягає в прогнозуванні попиту, оптимізації асортименту товарів, плануванні розміщення товарів на полицях магазинів та ефективному управлінні запасами. Математичні моделі дозволяють аналізувати та прогнозувати споживчі вподобання, темпи продажів, ефективність рекламних кампаній та багато іншого.

Один з основних підходів до математичного моделювання в мерчандайзингу - це використання методів статистичного аналізу для обробки великих обсягів даних, збір і аналіз історичних даних про продажі, поведінку споживачів, погодні умови та інші фактори дозволяють розробляти прогнозні моделі, які підтримують прийняття рішень з оптимізації асортименту та запасів.

Інший підхід включає в себе застосування оптимізаційних методів для вирішення стратегічних завдань мерчандайзингу, таких як оптимізація цінової політики, планування просторового розташування товарів у магазині, а також підтримка прийняття рішень щодо розміщення акційних товарів та знижок.

Крім того, використання математичного моделювання дозволяє проводити аналіз ефективності різних стратегій та сценаріїв, що допомагає вдосконалювати процеси прийняття рішень у мерчандайзингу - це особливо актуально в умовах швидко змінюваного ринкового середовища, де важливо оперативно реагувати на зміни в споживчому попиті та конкурентному середовищі.

Застосування методів машинного навчання та штучного інтелекту є ще одним важливим напрямком у математичному моделюванні для мерчандайзингу - ці методи дозволяють виявляти складні залежності та закономірності в даних, які важко виявити традиційними статистичними методами (наприклад, алгоритми кластеризації та регресії можуть використовуватися для сегментації клієнтів і прогнозування їхньої поведінки, а нейронні мережі – для автоматизованого планування розміщення товарів і оптимізації запасів).

Моделювання ланцюгів постачання також відіграє важливу роль у мерчандайзингу - математичні моделі дозволяють оптимізувати логістичні процеси, скорочувати витрати на транспортування та зберігання товарів, а також забезпечувати безперервність поставок. Важливими інструментами в цьому контексті є методи лінійного програмування, симуляційне моделювання та теорія черг.

Для ефективного впровадження математичного моделювання в мерчандайзингу важливо враховувати специфіку бізнес-процесів конкретної компанії та адаптувати моделі під її потреби, використання гнучких і адаптивних моделей, що можуть легко змінюватися відповідно до нових даних та умов, є критично важливим для досягнення успіху. Крім того, тісна співпраця між аналітиками, маркетологами та іншими зацікавленими сторонами забезпечує, що моделі враховують всі релевантні фактори та потреби бізнесу.

Зрештою, ефективне використання математичного моделювання в мерчандайзингу може значно підвищити конкурентоспроможність компанії, покращити задоволеність клієнтів і збільшити прибутковість - це можливо завдяки точному прогнозуванню попиту, оптимальному управлінню запасами, ефективній ціновій політиці та стратегічному плануванню.

Серед методів математичного моделювання, які застосовуються в мерчандайзингу, можна виділити лінійне програмування, імітаційне моделювання та машинне навчання - лінійне програмування допомагає оптимізувати розподіл ресурсів, таких як простір на полицях і обсяг запасів, для максимізації прибутку або мінімізації витрат; імітаційне моделювання дозволяє створювати віртуальні моделі торгових процесів та експериментувати з різними сценаріями, щоб визначити найбільш ефективні стратегії управління запасами та розміщення товарів; машинне навчання, яке включає в себе методи кластерного аналізу, регресії та нейронних мереж, використовується для аналізу великих обсягів даних про споживачів і продажі.

Ці методи дозволяють виявляти приховані закономірності та тренди, що можуть бути використані для персоналізації пропозицій, покращення маркетингових кампаній та точнішого прогнозування попиту (наприклад, моделі машинного навчання можуть аналізувати поведінку покупців у реальному часі та надавати рекомендації щодо найкращого розташування товарів або проведення акцій).

Ще одним важливим напрямом є застосування моделей динамічного програмування для управління запасами - ці моделі допомагають визначати оптимальні рівні запасів, які мінімізують витрати на зберігання та втрати від відсутності товарів, забезпечуючи при цьому достатній рівень обслуговування клієнтів. В умовах сезонних коливань попиту та непередбачуваних змін у споживчих вподобаннях такі моделі дозволяють гнучко реагувати на зміну ситуації на ринку.

Математичне моделювання в мерчандайзингу не лише підвищує ефективність торгових процесів, але й сприяє більш глибокому розумінню поведінки споживачів, що є ключовим фактором успіху в сучасній роздрібній торгівлі - завдяки цьому підходу компанії можуть приймати обґрунтовані рішення, що базуються на аналітиці даних, що сприяє підвищенню конкурентоспроможності та задоволенню потреб клієнтів.

Важливим аспектом математичного моделювання в мерчандайзингу є використання машинного навчання та штучного інтелекту - завдяки цим технологіям можна створювати складніші моделі, які враховують велику кількість факторів і взаємозв’язків (наприклад, нейронні мережі можуть використовуватися для прогнозування попиту на товари з урахуванням сезонних коливань, поведінки споживачів, трендів у соціальних мережах та інших даних).

Методи кластерного аналізу дозволяють сегментувати споживачів на різні групи за їхніми уподобаннями та поведінкою, що сприяє більш точному налаштуванню маркетингових стратегій - цей підхід допомагає створювати персоналізовані пропозиції для різних груп покупців, підвищуючи тим самим рівень задоволеності клієнтів та їхню лояльність до бренду.

Симуляційне моделювання також знаходить своє застосування в мерчандайзингу - з його допомогою можна імітувати різні сценарії розвитку подій, оцінювати їхні потенційні результати та визначати найбільш ефективні стратегії управління товарними запасами, розміщенням продукції та проведенням акцій, цей підхід дозволяє знизити ризики та підвищити ефективність управління торгівлею.

Управління запасами є ще однією критично важливою областю, де математичне моделювання демонструє свою ефективність. Використання моделей оптимізації дозволяє визначити оптимальні рівні запасів для мінімізації витрат на зберігання та уникнення дефіциту товарів - це включає в себе методи лінійного програмування, стохастичного моделювання та інших математичних технік для прийняття обґрунтованих рішень щодо поповнення запасів.

Загалом, математичне моделювання в мерчандайзингу сприяє прийняттю більш обґрунтованих та точних рішень, підвищенню ефективності торговельних операцій і задоволеності клієнтів - це дозволяє компаніям адаптуватися до швидко змінюваного ринкового середовища та досягати конкурентних переваг на ринку.

У цьому розділі ми ознайомилися з основними методами та підходами, які застосовуються в математичному моделюванні, кожен з цих методів має свої унікальні характеристики та області застосування, що робить математичне моделювання гнучким і потужним інструментом для аналізу різноманітних систем та процесів. Від диференціальних рівнянь до агентного моделювання, від статистичного аналізу до оптимізаційних задач, кожен метод вносить свій вклад у розуміння складності реального світу, важливо обрати правильний підхід та методику для конкретної задачі, щоб забезпечити точність та адекватність моделі. Знання та вміння застосовувати ці методи є необхідними для науковців, інженерів та аналітиків, які прагнуть використовувати математичне моделювання для вирішення практичних задач у своїх галузях.

## 1.4 Аналіз існуючих математичних моделей для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин

У цьому розділі зосереджено увагу на аналізі існуючих математичних моделей, які використовуються для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин, враховуючи важливість точного прогнозування у гірничодобувній промисловості, цей аналіз дозволяє оцінити потенціал різних підходів до моделювання, включаючи емпіричні, геологічні, гідродинамічні та економіко-математичні моделі. Метою цього розділу є огляд основних характеристик кожного типу моделей, їх переваг і недоліків, а також оцінка їх придатності для різних сценаріїв видобутку корисних копалин. Аналіз цих моделей сприятиме розумінню важливих аспектів математичного моделювання у контексті гірничодобувної галузі та надасть основу для подальшого розвитку більш точних та ефективних методів прогнозування.

Емпіричні моделі в галузі гірничодобувної промисловості використовуються для аналізу та прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин на основі історичних даних - ці моделі засновані на статистичному аналізі даних про попередній видобуток та експлуатаційні параметри родовищ, такі як глибина видобутку, якість руди, технологічні особливості та економічні умови.

Основним інструментом в емпіричних моделях є регресійний аналіз, який дозволяє встановити залежності між об'ємами видобутку та різними впливовими факторами (наприклад, можна розробити лінійну регресійну модель, де об'єм видобутку буде функцією від глибини родовища, концентрації корисних компонентів у руді, вартості енергоресурсів тощо).

Важливою перевагою емпіричних моделей є їх простота та здатність швидко адаптуватися до змін умов видобутку, вони дозволяють швидко оцінити потенційні об'єми видобутку на основі доступних даних без необхідності глибокого аналізу геологічних чи технічних характеристик родовища.

Однак слід зазначити, що емпіричні моделі мають обмеження, оскільки вони базуються на минулих даних і можуть не враховувати всіх факторів, що впливають на видобуток, також вони можуть бути менш точними у випадках, коли умови видобутку суттєво змінюються - тому важливо регулярно оновлювати емпіричні моделі та використовувати їх у поєднанні з іншими методами аналізу для забезпечення точності прогнозів.

Геологічні моделі є фундаментальним інструментом у гірничодобувній промисловості, який дозволяє детально описати геологічні характеристики родовища та визначити потенціал видобутку корисних копалин - ці моделі базуються на геологічних даних, зібраних під час розвідки, включаючи вибірки руди, геофізичні та геохімічні вимірювання, а також геологічне картографування.

Основні аспекти геологічних моделей включають:

1. тип руди: класифікація руди за хімічним складом, мінералогією та геологічним середовищем формування;
2. структура покладів: опис геометрії покладів, їх розміщення, форми та розподілу корисних компонентів у межах родовища;
3. наявність пластів: визначення рівнів та горизонтів, які містять корисні копалини, та їх відносної товщини та протяжності;
4. властивості пластів: оцінка фізичних та хімічних властивостей рудних тіл, таких як твердість, щільність, пористість та зміст корисних компонентів.

Геологічне моделювання використовується для створення тривимірної моделі родовища, яка дозволяє візуалізувати його структуру та оцінити обсяги ресурсів - це допомагає у прийнятті рішень щодо планування видобутку, вибору методів розробки, а також у визначенні потенційних ризиків та витрат. Геологічні моделі постійно оновлюються та уточнюються на основі нових даних з буріння, геофізичних досліджень та видобутку, що дозволяє забезпечити точність та актуальність інформації про родовище [8].

Гідродинамічні моделі є важливим інструментом у нафтогазовій індустрії для прогнозування процесів видобутку вуглеводнів з підземних пластів - ці моделі дозволяють оцінити поведінку рідини та газу в пористому середовищі під дією різних фізичних сил та умов.

Основні аспекти гідродинамічних моделей включають:

1. тиск: аналіз розподілу тиску в пласті в часі та просторі, що впливає на рух вуглеводнів до свердловини;
2. температура: врахування впливу температури на в'язкість та густину рідини та газу, а також на хімічні реакції в пласті;
3. в'язкість: оцінка в'язкості рідини та газу, яка впливає на їхню здатність переміщатися через пористе середовище пласта;
4. пористість та проникність: аналіз структури пласта, включаючи пористість, яка визначає об'єм пор, що містять вуглеводні, та проникність, яка характеризує здатність пласта пропускати через себе рідини та гази;
5. межі фазових переходів: розгляд фазових переходів між рідкими та газовими станами вуглеводнів, що відбуваються під час зміни тиску та температури в пласті.

Гідродинамічні моделі використовуються для розрахунку притоку вуглеводнів до свердловини, оцінки вичерпаності пластів, аналізу ефективності методів підвищення нафтовіддачі, а також для планування розміщення свердловин та вибору оптимальних параметрів експлуатації. Гідродинамічне моделювання дозволяє розробникам вуглеводневих родовищ здійснювати обґрунтовані рішення щодо видобутку, мінімізуючи ризики та оптимізуючи ресурси.

Економіко-математичні моделі є важливим інструментом у гірничодобувній промисловості та інших секторах економіки, оскільки вони дозволяють інтегрувати економічні показники та математичне моделювання для оцінки рентабельності та ефективності різних проєктів, включаючи видобуток корисних копалин - ці моделі допомагають у прийнятті обґрунтованих рішень шляхом аналізу витрат, цін на ресурси, потенційних прибутків та інших економічних параметрів.

Основні аспекти економіко-математичних моделей включають:

1. аналіз витрат: оцінка всіх витрат, пов'язаних з видобутком, включаючи капітальні інвестиції, експлуатаційні витрати, податки, амортизацію обладнання та інші витрати;
2. ціноутворення на ресурси: аналіз цін на корисні копалини на світових та локальних ринках, їх волатильність та вплив на рентабельність проєкту;
3. очікувані прибутки: Прогнозування потенційних прибутків від видобутку та реалізації корисних копалин з урахуванням цін, витрат та обсягів продажу;
4. аналіз ризиків: оцінка ризиків, пов'язаних з коливаннями цін на ресурси, змінами у законодавстві, екологічними обмеженнями та іншими факторами;
5. оптимізація ресурсів: визначення оптимального обсягу видобутку та інвестицій для досягнення максимальної рентабельності проєкту.

Економіко-математичні моделі можуть бути різноманітними за своєю структурою та складністю, від простих формул до складних комп'ютерних симуляцій, вони дозволяють інтегрувати економічні та технічні дані, аналізувати різні сценарії та адаптувати стратегії видобутку з урахуванням мінливих умов ринку та інших зовнішніх факторів.

Комп'ютерні системи для планування експериментів, такі як STATGRAPHICS Plus for Windows, значно змінили підхід до моделювання. Якщо раніше ця діяльність була доступна лише вузькому колу експертів у галузі математичної статистики, які мали глибокі знання в цій сфері, то зараз планування експериментів стало доступним для фахівців з різних напрямків, зокрема, у видобутку корисних копалин. Використовуючи модуль планування експерименту Design of Experiment (DOE), дослідник може бути впевнений, що статистичний аналіз даних буде виконано коректно. Модуль DOE автоматично супроводжує дослідника на всіх етапах планування експерименту, допомагачи сформулювати критерії оптимальності плану, пропонуючи кілька варіантів оптимальих планів та надаючи необхідні таблиці та графіки на кожному етапі експерименту.

Результати та висновки експериментів безпосередньо залежать від якості та кількості зібраних даних. Однією з основних функцій модуля DOE є допомога в організації процесу збору інформації про досліджуваний процес, для цього він пропонує можливість створювати велику кількість стандартних і нестандартних робочих таблиць, редагувати їх та здійснювати друк (рис. 1.6).

Особлива увага приділяється плануванню експерименту, зокрема методам візуалізації експериментальних даних, у STATGRAPHICS є повний набір графічних інструментів, що дозволяють наочно відображати особливості аналізованих даних, починаючи від діаграм Парето до тривимірних поверхонь відгуку різних типів. Всі графічні зображення інтерактивні, що дає змогу як автоматично, так і вручну вибирати найбільш інформативні графіки та діаграми для експериментальних планів, супроводжуючи їх відповідними числовими результатами.

Модуль планування експерименту в STATGRAPHICS Plus for Windows надає широкий вибір типів планів, у тому числі таких, що враховують взаємодії факторів до восьмого порядку, за потреби можна розглядати і взаємодії більш високих порядків, крім того, експертна система StatAdvisor допомагає інтерпретувати отримані результати та виявляти потенційні недоліки в аналізі, що робить модуль DOE потужним інструментом для значного покращення ефективності планування експериментів.

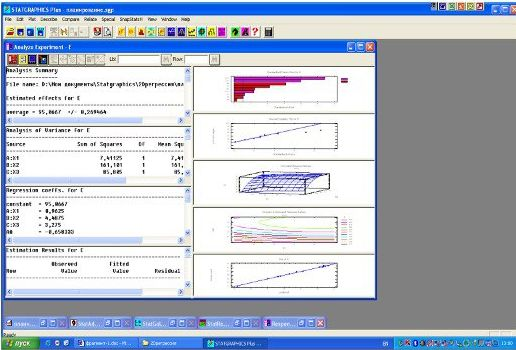


Рис. 1.6 - Робочий інтерфейс програми Statgraphics при роботі в модулі DOE.

У наукових установах США, Австралії, Великобританії та Росії активно розробляється інноваційний метод збагачення тонкодисперсного золота та інших гідрофобних пилових корисних копалин через селективну адгезію олеофільних часток руди на спеціальних адгезійно активних гранульованих носіях, цей метод має широке застосування для рудної сировини з розміром часток від 10 мкм до 0,5 мм, що властиво для ряду золотоносних родовищ України.

Адгезійне збагачення, на відміну від традиційних технологій, забезпечує високу ефективність і більшу екологічну чистоту, основною фазою процесу адгезійного збагачення є контакт між вуглемасляною речовиною та золотом. Незважаючи на численні лабораторні і стендові дослідження цього процесу та його промислові випробування, дослідження самого елементарного контакту "адгезив-субстрат" ще не проводилися, це обмежує можливості для вдосконалення вибору реагентів-зв’язуючих, оптимізації температурного режиму процесу та характеристики гранул-носіїв.

У межах науково-дослідної роботи "Розробка наукових основ процесу адгезійного збагачення тонкодисперсного золота" (2000 р., ДР 0199U001117) ми вперше дослідили процес адгезійного контакту "вуглемасляна речовина – золото" з використанням методів планування експерименту.

Об’єктом дослідження була грануляційна суміш, отримана з донецького вугілля марки Г розміром 0-0,1 мм, зольністю 9%, і мазуту марки М100.

Варіабельними факторами були: крупність вихідного вугілля (оцінена за зовнішньою питомою поверхнею вугілля Sп), температура грануляційної речовини tгр та витрата реагенту-зв’язуючого Qm.

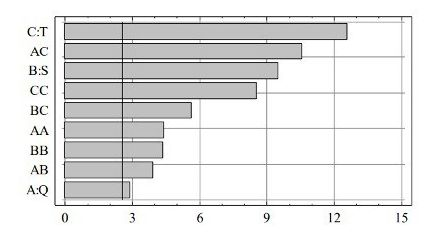


Рис. 1.7 - Значимість коефіцієнтів моделі (Парето-графік). Вертикаль відповідає 95% значимості.

Висновки з аналізу існуючих математичних моделей для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин підкреслюють різноманітність підходів та методів, які можуть бути застосовані у гірничодобувній промисловості - кожен тип моделі, від емпіричних до геологічних, гідродинамічних та економіко-математичних, має свої унікальні характеристики та області застосування.

Важливо враховувати специфіку родовища та видобувних умов при виборі або розробці моделей для прогнозування, точність та надійність прогнозів залежать від якості вхідних даних, адекватності моделі та здатності враховувати основні фактори, що впливають на процес видобутку. На основі аналізу можна зробити висновок про необхідність подальших досліджень та розвитку математичних моделей для підвищення ефективності та рентабельності видобутку корисних копалин.

# АНАЛІЗ ТА ОЦІНКА МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОГНОЗУВАННІ ОБ'ЄМІВ ВИДОБУТКУ КОРИСНИХ КОПАЛИН

## 2.1 Класифікація методів математичного моделювання за критеріями застосування

У цьому розділі розглядаються основні критерії застосування, за якими можна класифікувати методи математичного моделювання, включаючи типи моделей, масштаб моделювання, способи представлення та області застосування. Ця класифікація допомагає визначити найбільш відповідні інструменти для розв'язання специфічних наукових та практичних завдань.

Математичне моделювання – це інструмент аналізу та прогнозування, який знаходить застосування в різних наукових та інженерних дисциплінах. Залежно від цілей дослідження та специфіки застосування, методи математичного моделювання можна класифікувати за кількома основними критеріями (табл. 2.1).

**Таблиця 2.1**

Класифікація моделей

|  |  |
| --- | --- |
| Тип класифікації | Моделі |
| За типом моделей | Детерміновані моделі |
| Статистичні та ймовірнісні моделі |
| За масштабом моделювання | Макромоделі |
| Мікромоделі |
| За способом представлення | Аналітичні моделі |
| Чисельні моделі |
| За областю застосування | Економічне моделювання |
| Екологічне моделювання |
| Інженерне моделюванн |

Детерміновані моделі використовуються, коли відомі чіткі закономірності між змінними, і результати моделювання не залежать від випадкових факторів, статистичні та ймовірнісні моделі застосовуються, коли в моделі присутні випадкові процеси або невизначеність, і результати представляються у вигляді ймовірностей [9, с. 18].

Макромоделі описують систему на великому, глобальному рівні, часто застосовуються для моделювання економічних, соціальних систем, мікромоделі сфокусовані на детальному вивченні окремих елементів системи або локальних процесів.

Аналітичні моделі вирішуються математичними методами безпосередньо і надають точні формули для опису поведінки системи. Чисельні моделі використовують чисельні методи для апроксимації рішень, зазвичай застосовуються у випадках, коли аналітичні рішення отримати важко або неможливо [10].

Економічне моделювання – розробка моделей для аналізу економічних процесів та явищ; екологічне моделювання – створення моделей для вивчення екологічних систем, забруднення середовища, впливу людської діяльності на природу; інженерне моделювання – застосування моделювання для проектування, аналізу та оптимізації інженерних систем і процесів.

Ця класифікація демонструє гнучкість та широкий спектр застосування методів математичного моделювання, дозволяючи вченим та інженерам вибирати оптимальниний підхід відповідно до специфіки досліджуваної проблеми та доступних даних, вибір відповідного методу моделювання залежить від цілей дослідження, точності необхідних результатів, обсягу доступних даних та обчислювальних ресурсів. Кожна категорія методів має свої переваги та обмеження, тому важливо враховувати ці аспекти під час вибору підходу до моделювання.

Класифікація методів математичного моделювання за критеріями застосування включає розширений спектр областей, де такі моделі виявляють свою ефективність, перша значуща група включає фізичні науки та інженерію - у цій галузі моделювання використовується для аналізу фізичних процесів, таких як аеродинаміка, динаміка та електродинаміка, що дозволяє прогнозувати та оптимізувати поведінку різних систем, від літаків до електричних мереж.

У другій області, такій як економіка та фінанси, математичне моделювання застосовується для прогнозування ринкових тенденцій, аналізу впливу економічних політик та стратегій, оцінки ризиків та розробки оптимальних стратегій управління фінансами.

В біології та медицині математичне моделювання допомагає розуміти складні біологічні системи, еволюцію популяцій, механізми розповсюдження хвороб та розробку нових медичних технологій та лікарських засобів. У соціальних науках моделі використовуються для аналізу соціальних та поведінкових процесів у суспільстві, демографічних змін, впливу політики та культурних чинників.

Математичні моделі знаходять широке застосування у маркетингу та мерчандайзингу, допомагаючи аналізувати та оптимізувати різні аспекти бізнесу - однією з ключових областей використання математичних моделей є аналіз споживчих вподобань та поведінки покупців, моделі класифікації та прогнозування дозволяють компаніям розуміти, які товари потрібно розміщати разом, щоб збільшити продажі, які акції та пропозиції будуть найбільш ефективними для конкретних груп покупців.

Для оптимізації асортименту товарів використовуються математичні моделі оптимізації, які враховують витрати на зберігання, оборотність товарів, сезонні коливання та популярність певних товарних позицій, це дозволяє магазинам та роздрібним мережам мінімізувати втрати від непроданих товарів та оптимізувати запаси відповідно до попиту.Також математичні моделі використовуються для прогнозування доходності та рентабельності нових продуктів чи категорій товарів, аналітичні моделі на основі даних про продажі, історичних тенденцій та попиту допомагають визначити потенційну успішність нових товарів на ринку до їх випуску. Додатково, математичні моделі можуть використовуватися для оптимізації логістики та розташування товарів у магазинах - це включає в себе розрахунки ефективності просторового розміщення, щоб забезпечити зручний доступ для покупців та мінімізувати час обслуговування.

Отже, математичні моделі у маршиндайзингу відіграють ключову роль у вирішенні різних стратегічних завдань, забезпечуючи ефективне управління товарним асортиментом, оптимізацію процесів продажу та збільшення загальної ефективності бізнесу.

Нарешті, в області інформаційних технологій математичне моделювання важливе для розробки алгоритмів, оптимізації мереж і систем зв'язку, кібербезпеки та інших аспектів комп'ютерних технологій - кожна з цих областей вимагає розробки спеціалізованих математичних моделей, які відповідають унікальним вимогам і особливостям конкретної дисципліни чи проекту, забезпечуючи ефективне використання моделей у наукових, інженерних і практичних задачах.

## 2.2 Оцінка ефективності різних методів моделювання

Оцінка ефективності методів математичного моделювання є важливою складовою процесу наукових досліджень та інженерної практики - вона дозволяє визначити, наскільки добре обрана модель або методика відповідає поставленим задачам, а також оцінити їхню здатність точно відтворювати реальні процеси та явища.

Ефективність моделювання може оцінюватися за декількома критеріями - перший критерій – точність моделі є надзвичайно важливою, оскільки вона визначає, наскільки результати моделювання відображають реальність. Висока точність моделі означає, що її прогнози або виводи наближені до фактичних спостережень або вимірювань, точність залежить від багатьох факторів, включаючи якість вхідних даних, вірність математичного представлення процесів та адекватність використаних припущень та параметрів. Перевірка точності моделі зазвичай здійснюється шляхом порівняння її результатів з експериментальними даними або відомими значеннями.

В свою чергу, стійкість моделі важлива для забезпечення її надійності та репрезентативності у різних умовах - модель повинна демонструвати стабільні результати при незначних змінах вхідних даних або параметрів, не виходячи за межі реалістичних значень. Стійкість також означає, що модель здатна витримувати помилки в даних або невизначеності без значного впливу на загальну точність результатів.

Для великомасштабних моделей або складних систем обчислювальна ефективність стає ще одним важливим фактором, оскільки вона впливає на швидкість отримання результатів та використання ресурсів. Ефективність обчислень вимірюється швидкістю виконання моделі та обсягом пам'яті, необхідною для її роботи, оптимізація алгоритмів моделювання та використання високопродуктивних обчислювальних систем можуть підвищити обчислювальну ефективність.

Також важливим критерієм є - гнучкість моделі, це означає її здатність адаптуватися до змін у дослідницькому середовищі, наприклад, зміни умов або додавання нових даних; адаптивність також включає можливість моделі інтегрувати додаткові фактори або змінні для покращення її точності та відповідності реальним умовам.

Ефективна модель повинна бути застосовна до широкого діапазону ситуацій та задач - це включає здатність моделі інтегруватися з іншими моделями або системами, а також її придатність для використання у різних областях дослідження або практичної діяльності. Застосовність моделі також оцінюється за її здатністю вирішувати конкретні задачі або відповідати певним вимогам користувачів, ефективна модель повинна надавати корисну інформацію для прийняття рішень, планування стратегій або аналізу систем.

Такий критерій як масштабованість відображає можливість моделі зберігати свою ефективність і точність при збільшенні обсягу даних або складності задачі - масштабовані моделі здатні ефективно обробляти як невеликі, так і великі набори даних, залишаючись при цьому обчислювально ефективними та надійними.

В свою чергу, повнота моделі відноситься до здатності моделі включати всі важливі аспекти та змінні, необхідні для адекватного представлення реальної системи або процесу. Моделі з високою повнотою забезпечують більш глибоке та всебічне розуміння досліджуваної системи, уникаючи спрощень, які можуть призвести до помилок у прогнозуванні або аналізі.

Адекватність моделі – це критерій, який оцінює оцінює, наскільки добре модель відображає реальні фізичні, хімічні, біологічні або соціально-економічні процеси, які вона призначена імітувати. Адекватна модель повинна коректно передавати взаємодії між компонентами системи та відповідати законам, що керують цими процесами, адекватність забезпечує, що висновки, зроблені на основі моделі, будуть валідними та застосовними у реальному світі [11].

Найпоширеніша модель, що використовується для дослідження складних процесів, пов'язаних з гірським тиском, фільтрацією флюїдів і теплопередачею, базується на методі скінчених елементів [1]. Математична основа цього методу ґрунтується на варіаційному принципі механіки та принципі Даламбера [2], однак при числовій реалізації таких підходів виникають проблеми збіжності рішення систем рівнянь в умовах моделювання неповоротних процесів, особливо коли деформація масиву та кріплення виходять за межі пружності.

Останнім часом отримали популярність моделі, основані на другому законі Ньютона [3], ці моделі мають вагому перевагу, оскільки вони уникнуть проблем збіжності. Крім того, математична теорія, що базується на законі Ньютона, є прозорою і простою, а також безпосередньо враховує час виникнення фізичних процесів, які відбуваються в гірських породах - це дає змогу моделювати складні нестаціонарні фізичні процеси, що відбуваються в масиві гірських порід під впливом збурень від гірничих робіт, з урахуванням темпів переміщення вибоїв і неповоротних деформацій порід, включаючи обвалення і руйнування у виробленому просторі. Ця особливість особливо цінується фахівцями, які стурбовані деформаціями в контурі гірничих робіт, що вимірюються метрами, а не міліметрами.

Однак застосування моделей не обмежується лише геомеханічними задачами (наприклад, алгоритми потоків частинок (АПЧ) активно використовуються для дослідження процесів турбулентного руху частинок та фрагментів порід під час обробки корисних копалин, їх розподілу, класифікації та збагачення). АПЧ-моделі також визнані одними з найбільш перспективних інструментів для вивчення фізичних властивостей гірських порід на синтетичних зразках, які складаються з окремих часток з заздалегідь визначеними характеристиками, завдяки зростанню потужності обчислювальних систем і розвитку паралельного програмування, АПЧ-моделі мають великий потенціал для заміни традиційних числових моделей, які потребують штучного розбиття розрахункових схем на кінцеві, обмежені, дискретні елементи, скінчено-різницеві області та інші спрощення, що можуть знижувати точність результатів моделювання [4].

Використання АПЧ-моделі для аналізу фізичних процесів переробки корисних копалин було продемонстровано на рисунку 1, де показано кінематику взаємодії вуглинної частинки з повітряним пухирцем під час флотації. Застосована модель дала змогу детально дослідити процес зіткнення і взаємодії частинки з пухирцем - на зображенні видно, як частинка вугілля і бульбашка наближаються одна до одної під час зустрічного руху, і відбувається їх зіткнення.

Кінетична енергія від зіткнення перетворюється в коливання бульбашки, що поступово згасають, причому навіть незначний ексцентриситет зіткнення спричиняє обертання системи "частинка-пухирець" - цей процес супроводжується ковзанням частинки по поверхні бульбашки, де зберігається адгезія. Після серії складних коливань і ковзань адгезія зникає, і частинка відокремлюється від пухирця, іноді частинка може зіткнутися з наступною бульбашкою, продовжуючи процес взаємодії.

Моделювання проводилось з використанням мінімального часового кроку, що забезпечило збіжність рішення та дозволило детально вивчити параметри фізичного процесу взаємодії частинки з пухирцем.

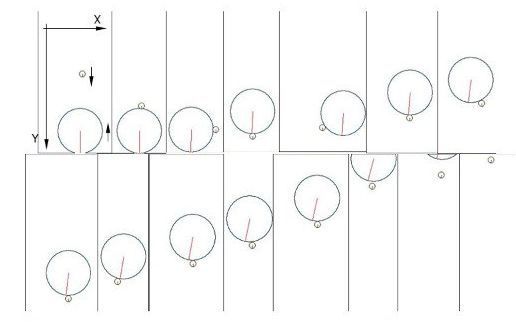


Рис. 2.1 - Взаємодія елементів при утворенні та спливанні флотаційного комплексу „мінеральна частинка-повітряний пухирець”

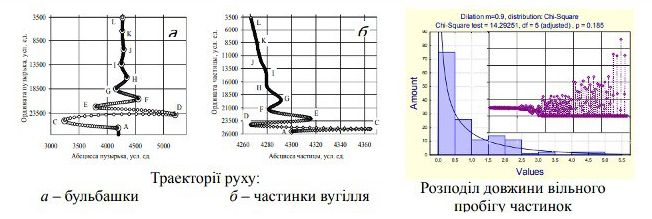


Рис. 2.2 - Траєкторії руху бульбашки (а), частинки (б) і розподіл довжини вільного пробігу

На рисунку 2.2 зображені траєкторії руху частинки та пухирця, важливо, що експериментальний комплекс, що складався з кількох частинок та бульбашок, дозволив провести аналіз статистичних характеристик системи, виявити ключові закономірності та параметри процесу флотації. Також вдалося визначити оптимальну щільність завантаження робочої камери флотаційного апарату та підібрати найбільш ефективні реагенти і сурфактанти (див. фрагмент рисунка 2.2 справа).

На рисунку 2.3 показано вібростіл з нахиленими рифленими поверхнями, призначений для розділення дрібних фракцій корисних копалин та непродуктивної породи.

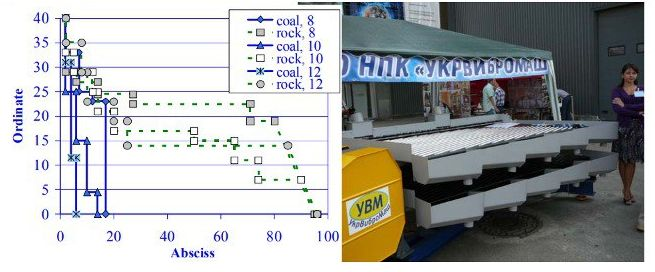


Рис. 2.3 - Дослідження впливу кута нахилу рифлів на ефективність розділення

Моделювання показало, що зміна кута нахилу рифлів в діапазоні від 8 до 120 градусів має незначний вплив на траєкторію потоків пустої породи, проте тонкі частинки вугілля виявились чутливими до таких змін, що дозволило визначити оптимальне розташування роздільної деки віброустановки. АПЧ-модель також успішно застосовувалась для визначення оптимальних параметрів процесу розділення тонких фракцій вугілля та породи в повітряних потоках, а також для розробки нових режимів роботи фільтрпресів. Дослідження показало, що додаткові зсувні деформації на стиснену масу вугільного шламу підвищують ефективність видалення вологи при незмінних витратах енергії.

Застосування АПЧ-моделі для аналізу стійкості підготовчих виробок підтвердило їх ефективність і дозволило виявити ряд важливих практичних закономірностей(наприклад, дослідження, проведене вченими НГУ, ІГТМ, ІФГП НАНУ та ДонНТУ, показало, що підвищення темпів посування очисних вибоїв призводить до зменшення зміщення порід на контурі виїмкових виробок - цю закономірність було підтверджено шахтними експериментами, використання АПЧ-моделі дозволило детально дослідити фізичні особливості процесу деформування гірських порід при різних швидкостях навантаження).

На рисунку 2.4 представлені результати моделювання деформацій перерізу конвеєрного штреку для типових умов Красноармійського вугледобувного району. Граничні умови задачі встановлювались згідно з епюрами опорного тиску перед активним очисним вибоєм і активними зрушеннями (осіданнями) в масиві позаду нього. Досліджено дві ситуації, які відрізнялись тільки швидкістю переміщення лави (70 м/доб та 170 м/доб), для швидшого руху лави концентрація, довжина зони опорного тиску та зона активних зрушень були на 1,5 рази більшими, проте час навантаження виробки в зоні опорного тиску був меншим.

Моделювання показало, що процес руйнування порід, що оточують виробку, залежав від швидкості руху лави - при повільному русі лави порушення масиву було менш рівномірним, тріщини зсуву та розтягнення концентрувались в районах з найменшою міцністю елементів системи "виробка-оточуючий масив". Найбільше руйнування спостерігалося в литій смузі та підошві виробки.

При швидкому русі лави період навантаження скорочується, що дає недостатньо часу для детальної диференціації процесу руйнування - це призводить до рівномірнішого розподілу зон руйнування навколо виробки, масив дезінтегрується на рівномірно розподілені блоки, що сприяє природному ефекту самозаклинювання зруйнованих порід навколо виробки - це створює додатковий опір гірському тиску та сповільнює процес зміщення порід на її контурі, в результаті висота та ширина перерізу виробки при високій швидкості руху лави збільшуються в 1,1-1,15 рази порівняно з повільним рухом. Моделювання комбінованого опору рамно-анкерного кріплення та оточуючого масиву підготовчих виробок є складним геомеханічним завданням.

Перші спроби вирішення цієї задачі були здійснені німецькими фахівцями компанії ДМТ та вченими НГУ - було виявлено, що основною проблемою є моделювання фізичного профілю рамного піддатливого кріплення, яке має реальні розміри та об'єми, а не є математичним аналогом безкінечно тонкого стрижня з заданими параметрами, під час пластичної деформації рами виникає проблема статичної нерівноваги, що ускладнює досягнення збіжності рішень. Піддатливість рами проявляється тільки при великих деформаціях перерізу виробки, що ускладнює числові обчислення методом скінчених елементів та призводить до накидання фрагментів масиву один на одного, що фізично неможливо.

На рис. 2.4 ці негативні ефекти ілюструються прикладом рішення ДМТ, де показано, як ліве крило складки покрівлі наповзає на праве, а породи покрівлі — на породи підошви.

Зазначені проблеми були вирішені за допомогою програмного забезпечення FLA3D, яке базується на математичній моделі, побудованій на основі другого закону Ньютона [7].

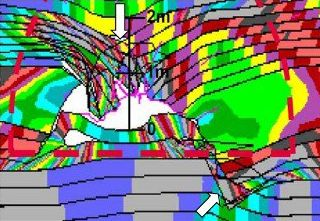


Рис. 2.4 - Ефект наповзання фрагментів масиву один на одного (вказано скрілками)

На рисунку 6, б показано, як модель відтворює деформації перерізу виробки, що досягають кількох метрів, що є критичним для гірничих робіт на великих глибинах, що ілюструється знімком (фрагмент (а)).

На фрагменті (в) виділені фігурні дужки, які демонструють зміщення сегментів рамного кріплення, де ковзання між сегментами досягло 200 мм. При значних зміщеннях порід у порожнині виробки рами не тільки зазнали пластичних деформацій, але й втратили свою стійкість, вийшовши з площини, перпендикулярної до осі виробки (фрагмент г) - такі негативні ефекти гірського тиску часто виникають у виїмкових штреках, що підтримуються в умовах високого тиску з боку діючої лави (фото на фрагменті (д)).

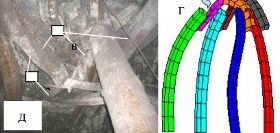
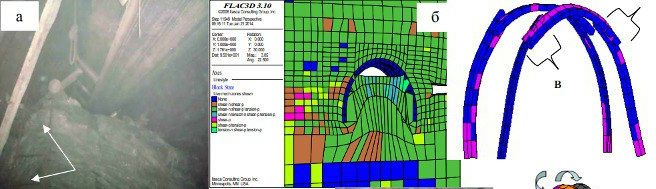


Рис. 2.5 - Великі деформації перерізу виробки: а) здимання підошви у реальному уклоні на глибині 850м; б) здимання підошви у модельній виробці; в,г,д) стан рамного піддатливого кріплення, яке зазнало пластичних деформацій та втратило стійкість

В результаті проведених досліджень були розроблені нові конструкції комбінованих рамно-анкерних кріплень для забезпечення сумісного опору - ці конструкції успішно пройшли промислову апробацію і зараз активно впроваджуються на шахті "Покровське". Завдяки новим розробкам вдалося забезпечити стійкість рамного кріплення, запобігти його повздовжньому скручуванню та пластичним деформаціям, а також підвищити піддатливість замків у 1,5–2 рази - це сприяє покращенню надійності підготовчих виробок, що працюють в зонах активного впливу очисних робіт.

Модель FLA3D виявила свою високу ефективність при дослідженні стійкості спряжень вертикальних стовпів з суміжними капітальними виробками, це дозволило обґрунтувати нові технології посилення таких спряжень без необхідності виведення зруйнованих порід і заміни стаціонарного кріплення, яке зазнало пластичних деформацій сталевих рам і руйнування бетонної обділки. Особливу небезпеку становить випуск зруйнованої породи в зонах біля вертикальних стовпів, оскільки це може спричинити утворення зон втрати стійкості масиву - моделювання підтвердило, що багаторазове перекріплення капітальних виробок може призвести до небезпечного зворотного зв'язку між відновленням виробок традиційним способом і погіршенням їх стійкості.

Також були уточнені параметри охорони основних виробок у зонах, звільнених від гірського тиску. Дослідження показали, що видобуток суміжних запасів без залишення охоронних ціликів знищує створену зону розвантаження через активну взаємодію між виробленими просторами розвантаженої зони і суміжними виїмковими стовпами.

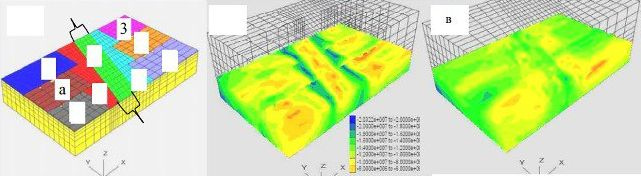


Рис. 2.6 - Порядок відпрацювання виїмкових стовпів у панелі (а, позиції 1-7); розподіл вертикальної компоненти гірського тиску за умов залишення ціликів 8 і 9 (б), та безціликового розвитку очисних робіт (в)

На рисунку 2.6 показано план розвитку очисних робіт у панелі - починаючи з розвантажувальної лави 1, яка обмежена фігурними скобками контуром виробленого простору, наступним етапом є відпрацювання виїмкових стовпів різних ярусів: 2 і 3 першого ярусу, 4 і 5 другого, 6 і 7 третього і так далі.

Рекомендується залишати цілики між виробленим простором ярусних лав і розвантажувальною лавою (наприклад, 8 і 9) шириною не меншою за 0,17 від глибини розробки - ці цілики призначені для захисту зони розвантаження від гірського тиску, де розташовані основні підготовчі виробки, такі як уклони. Моделювання (фрагмент (б)) показало, що ці охоронні цілики ефективно захищають зону розвантаження, що дозволяє безперервно підтримувати основні виробки без необхідності в ремонті.

В ході досліджень були отримані реальні значення кутів зрушення δ (рисунок 8, а), які часто використовуються маркшейдерами для розрахунку осідань і деформацій земної поверхні, а також кутів повних зрушень ψ (фрагмент (б)), що є важливими для експлуатаційників - отримані результати цих кутів відповідають величинам, зазначеним у нормативних документах з допустимою похибкою не більше 2-3°, що підтверджує точність результатів моделювання.

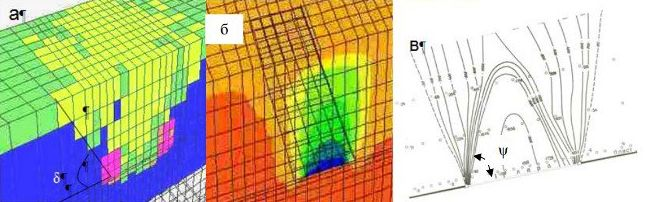


Рис. 2.7 - . Ідентифікація кутів зрушень (а) і повних зрушень на комп’ютерній (б) і фізичній (в) моделях.

Модель FLA3D застосовувалась для практичної реалізації стратегій подолання малоамплітудних порушень (МАП) при роботі з очисними вибоєм - під час таких операцій механізований комплекс зазнає зношення, зростає ймовірність обвалу надлишкового вибою, а також погіршується якість видобутого вугілля.

На рисунку 1.8, а, зображено геологічний розріз з МАП, який вимагав переходу комплексу КД-90 - амплітуда порушення перевищувала потужність пласта, що ускладнювало перехід.

На основі результатів моделювання була розроблена та запатентована новаторська технологія подолання МАП через так звану перехідну камеру, яку попередньо створюють уздовж лінії зміщення порушення (див. фрагмент (б) на рисунку 1.8), за допомогою FLA3D були визначені оптимальні параметри комбінованого кріплення для цієї перехідної камери, що включає анкерні системи та наливні тумби.

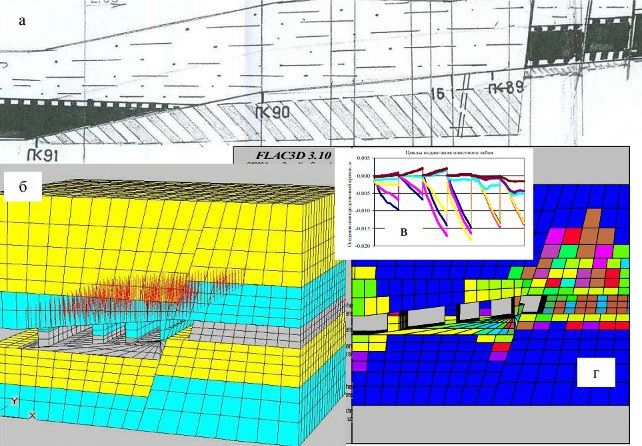
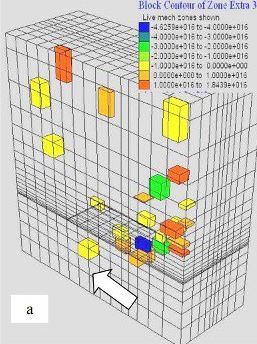


Рис. 2.8 - Дослідження напружено-деформованого стану масиву навколо малоамплітудного порушення під час його переходу очисним вибоєм: (а) - геологічний розріз МАП: (б) – розрахункова схема суміщена з технологією переходу через спеціальну камеру; (в) – кінематика зрушень покрівлі і підошви пласта під час переходу; (г) – розподіл позамежного стану масиву навколо МАП під час переходу

У умовах посиленої економічної конкуренції збільшення темпів видобутку корисних копалин спричинило серйозні проблеми, пов'язані з динамічними руйнуваннями гірських масивів на шахтах Південно-Африканської Республіки, Норвегії, США, Німеччини, Польщі, Україні та інших країнах - ці руйнування виникли через значне прискорення темпів просування гірничих виробок, варто підкреслити, що ці небезпечні явища спостерігаються в геологічних умовах, які раніше вважались безпечними щодо ймовірності гірських ударів. Ці явища супроводжуються техногенною сейсмікою та розвитком масштабних обрушень порід і порожнин, які утворюються під час інтенсивного видобутку корисних копалин і згодом обвалюються, виділяючи кінетичну енергію. Наприклад, порожнини, що виникають під час видобутку вугілля, можуть накопичувати вибухонебезпечний метан, який, з іншого боку, є важливим енергетичним ресурсом. Техногенна сейсміка, що накопичується природним шляхом, також може вказувати на наявність малоамплітудних порушень, що є джерелом небезпечних газодинамічних явищ.

У зв'язку з цим програмне забезпечення FLA3D використовується для дослідження закономірностей накопичення потенційної енергії деформації гірського масиву та її вивільнення у вигляді динамічних руйнувань під час інтенсивного видобутку корисних копалин - це має велике значення для забезпечення безпечної та ефективної інтенсивної розробки підземних родовищ в Україні.

Для забезпечення точності результатів моделювання динамічних руйнувань гірських порід було проведено дослідження фізики цих процесів з урахуванням швидкості навантаження, що пропорційна темпам просування очисних вибоїв. Фізична модель була інтегрована в платформу FLA3D, що дозволило визначити координати областей, де відбуваються динамічні руйнування навколо швидко рухомого очисного вибою (див. рис. 10, а). Достовірність прогнозу небезпечних техногенних подій була підтверджена збігом розподілу енергії техногенної сейсміки у моделі (темна гістограма на рис. 10, б) з реальним розподілом (світла гістограма), а також результатами моніторингу подій у шахтах (рис. 2.9, в).



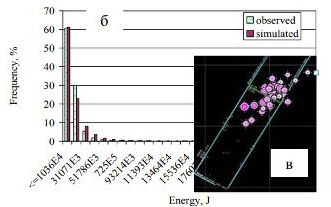


Рис. 2.9 - Результати прогнозування техногенної сейсмічності, що виникає під час інтенсивного відпрацювання вугільного пласта: (а) – координати і енергія динамічних руйнувань масиву гірських порід: (б) – розподіл енергії; (в) – результати шахтного моніторингу

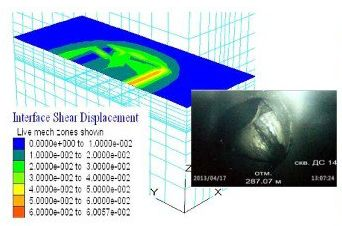


Рис. 2.10 - . Розподіл зсуву у площині контакту водоносних пісковиків та підстилаючи їх порід з високим вмістом глинистих мінералів

На рисунку 2.10 представлено розподіл зсуву гірських порід під час видобутку товщі очисним вибоєм, напрямок руху якого вказано стрілкою на рисунку 1.9, а. Процес відбувався у п'ять етапів з швидкістю 200 метрів на добу, зосереджені зсуви призводять до перерізання дегазаційних свердловин, пробурених з поверхні землі (див. фото на рисунку 1.10).

За допомогою комп'ютерної моделі було встановлено, що найбільш ймовірні місця пошкодження свердловин знаходяться в зонах контакту між водоносними шарами та глинистими породами, розроблену методику прогнозування найбільш уразливих ділянок товщі, де можуть виникнути пошкодження дегазаційних свердловин, було обґрунтовано і запатентовано [8], а також інтегровано в систему захисту таких свердловин.

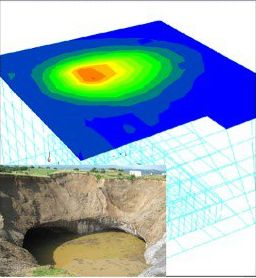


Рис. 2.11 - Моделювання провалу земної поверхні над покинутою шахтою у м. Солотвіно

Модель FLA3D застосовувалась для дослідження провалів земної поверхні над залишеними шахтами, а також зсувів ґрунтів і бортів кар'єрів - результати аналізу показали, що перед провалом виникає серія взаємопов'язаних гідрогеологічних і геомеханічних процесів, що призводять до кластерної динаміки. Ця динаміка проявляється у вигляді зсувів, що орієнтовані в протилежні сторони вздовж контакту між рудним тілом і покривними породами, а також вихрових збурень, які можуть бути передвісниками катастрофічного провалу (див. рисунок 1.11), характерна кластерна мозаїка переміщення точок на земній поверхні може служити індикатором небезпеки катастрофічного зсуву схилу або бортів кар'єру (див. рисунок 1.12). [9].

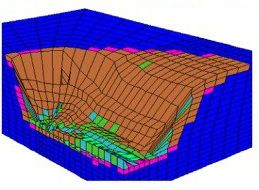


Рис. 2.12- Моделювання зсуву бортів кар’єру

Модель FLA3D може бути застосована для вивчення екологічних катастроф і їх довгострокових наслідків.

На рисунку 1.13 представлені результати моделювання фільтрації забруднюючої речовини, що витікає з нафтосховища, розташованого на зміщеному диз'юнктивному порушенні, що покрите наносами - така катастрофа може статися через техногенні фактори, пов'язані з активізацією рухів земної поверхні під час інтенсивних очисних робіт або весняних паводків, процес активізації зрушень земної поверхні зображений на рисунку 1.13а, де циліндрична ємність руйнується через розтягуючі деформації.

На фрагменті 1.13б показано, як забруднювач фільтрується через тиждень після початку витоку нафти. Він поширюється по напрямку сили тяжіння у вигляді концентрованого потоку, перед яким рухається менш насичена хвиля, а за ним залишається «хвіст» потоку, концентрація забруднювача поступово зменшується в процесі перколяції, але при контакті з водоупором вона знову збільшується, що спричиняє розповсюдження забруднювача по межі водоупору - така поведінка забруднювача вимагає особливих підходів до методів нейтралізації екологічної катастрофи та усунення її наслідків..

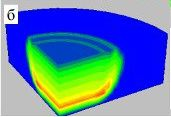
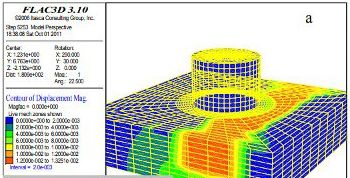


Рис. 2.13 - Моделювання забруднення ґрунту: (а) – деформація нафтосховища; (б) – фільтрація забруднювача

Комп'ютерні моделі, що базуються на другому законі Ньютона, мають значні переваги перед традиційними моделями, що грунтуються на варіаційних принципах. Моделі нового покоління не стикаються з проблемами збіжності рішень і враховують час протікання фізичних процесів, що робить їх особливо корисними для практиків, які працюють зі складними нестаціонарними задачами в гірничій галузі - вони здатні точно відображати великі деформації гірських масивів, що вимірюються в метрах, і враховують швидкість переміщення вибоїв, що робить їх ефективними для розв'язання динамічних та нестаціонарних завдань, характерних для видобутку корисних копалин, безпеки гірничих робіт та охорони навколишнього середовища. Ці переваги були успішно підтверджені на реальних прикладах вирішення практичних завдань у гірництві.

Загалом, ефективність різних методів моделювання оцінюється за їх точністю, стійкістю, обчислювальною ефективністю, гнучкістю, адаптивністю, масштабованістю, адекватністю, повнотою та застосовністю. Вибір найбільш відповідного методу моделювання залежить від конкретних цілей дослідження, доступних даних і обчислювальних ресурсів.

## 2.3 Аналіз переваг та недоліків існуючих моделей

У цьому розділі проведемо детальний аналіз переваг та недоліків існуючих моделей математичного моделювання, зосереджуючись на їхньому застосуванні для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ. Аналіз переваг та недоліків існуючих моделей математичного моделювання для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ дозволяє не тільки виявити найбільш ефективні підходи, але й визначити потенційні області для подальшого вдосконалення.

Переваги:

1. математичні моделі дозволяють використовувати складні алгоритми для аналізу великих обсягів даних, що підвищує точність прогнозування запасів корисних копалин;
2. застосування моделювання допомагає у прийнятті рішень щодо оптимальних методів розробки родовищ, зменшенні витрат і підвищенні ефективності видобутку;
3. моделі дозволяють прогнозувати й оцінювати потенційні ризики, пов'язані з підземною розробкою родовищ, зокрема ризики обвалень, затоплення та інші геологічні небезпеки;
4. сучасні математичні моделі здатні адаптуватися до змін умов розробки родовища, що дозволяє оперативно коригувати плани видобутку.

Недоліки:

1. деякі моделі можуть бути настільки складними, що їхнє застосування і інтерпретація потребують високої кваліфікації та спеціалізованих знань;
2. точність моделі значно залежить від якості та обсягу доступних вхідних даних. Недостатність або неточність даних може призвести до помилок у прогнозах;
3. розробка та адаптація спеціалізованих математичних моделей можуть бути часомісткими та коштовними.
4. існує небезпека, що модель буде "перенавчена" під доступні дані і втратить здатність до прогнозування в нових або змінених умовах.

Враховуючи ці переваги та недоліки, вибір методу моделювання для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ повинен базуватися на комплексному підході - це передбачає не тільки оцінку наявних математичних моделей з точки зору їх точності, обчислювальної ефективності, гнучкості та застосовності, але й розгляд організаційних та економічних факторів, таких як вартість розробки, впровадження моделі та потреба в спеціалізованих знаннях для її використання. Аналіз існуючих моделей в науковому дослідженні або інженерній практиці є важливою частиною процесу вибору оптимального інструменту для вирішення конкретних завдань. Він дозволяє краще зрозуміти переваги і недоліки кожної моделі, що в свою чергу сприяє кращому використанню ресурсів і підвищує ефективність вирішення завдань.

Переваги існуючих моделей зазвичай включають точність у відтворенні фізичних процесів або явищ, що досліджуються (наприклад, моделі, які базуються на фізичних законах, таких як другий закон Ньютона, зазвичай мають високу точність у відтворенні динамічних та нестаціонарних явищ, що характерні для гірничої промисловості - вони дозволяють адекватно моделювати великі деформації гірських масивів, розподіл напружень та динамічні процеси, що відбуваються під час видобутку корисних копалин).

З іншого боку, серед недоліків можуть бути висока складність розробки і реалізації таких моделей, а також вимоги до обчислювальних ресурсів для їх використання - деякі фізично-основані моделі можуть мати обмежену універсальність і застосовність у вирішенні різноманітних завдань через специфічність їхнього підходу. Ще одним недоліком може бути обмежена здатність до врахування складних геометричних конфігурацій або нестаціонарних умов, які можуть відбуватись у реальних гірничих умовах - це може призвести до необхідності додаткової калібрації моделі або використання додаткових апроксимацій. Крім перелічених переваг і недоліків, важливо також враховувати інші аспекти існуючих моделей, які можуть впливати на їхню ефективність і застосовність.

Однією з переваг моделей, що базуються на фізичних законах, є їх здатність до узагальнення та адаптації для вирішення різноманітних завдань у галузі гірництва (наприклад, такі моделі можуть бути успішно застосовані для вивчення впливу різних параметрів видобувних робіт на стійкість гірських масивів, аналізу можливих екологічних наслідків вибухів та зсувів, а також для прогнозування руйнувань інфраструктури). З іншого боку, одним із недоліків може бути обмежена точність або недостатня реалістичність відтворення складних фізичних процесів у реальному часі - це особливо актуально для задач, пов'язаних з динамічними явищами, такими як інтенсивні зсуви чи екологічні катастрофи, де точність прогнозу і реагування на події важлива для зменшення ризиків і збитків. Крім того, моделі, що базуються на фізичних законах, часто потребують значних обчислювальних ресурсів та часу для їхнього розрахунку - це може стати перешкодою у використанні моделі в реальному часі або для великомасштабних досліджень.

Варто також враховувати, що кожна модель має свої умови застосування та обмеження, які важливо враховувати під час вибору моделі для конкретного дослідження чи інженерного проекту, остаточний вибір моделі залежить від конкретних вимог завдання, доступних ресурсів і потреби у точності результатів. Крім того, серед переваг фізично-основаних моделей можна виділити їх здатність до інтеграції з реальними даними з моніторингу, що дозволяє використовувати актуальні дані для калібрування і підтвердження результатів моделювання - це значно підвищує достовірність і застосовність моделей у практичних умовах, де важливо точно прогнозувати та контролювати динамічні процеси, такі як зсуви ґрунтів чи деформації гірських масивів. Фізично-основані моделі здатні враховувати нестаціонарні умови та змінні параметри середовища, що є важливим для адекватного моделювання реальних гірничих умов, вони дозволяють аналізувати та прогнозувати реакцію гірських масивів на зміни у темпах видобутку, гідрогеологічні умови та інші фактори, що впливають на стабільність і безпеку гірничих робіт.

З іншого боку, однією з недоліків може бути складність і час, необхідний для підготовки і калібрування таких моделей. Вони часто вимагають значних обчислювальних ресурсів і спеціалізованого програмного забезпечення для їх використання, що може стати бар'єром для деяких користувачів або організацій з обмеженими технічними ресурсами. Крім того, фізично-основані моделі можуть бути менш гнучкими в порівнянні з іншими типами моделей у термінах швидкості адаптації до нових умов чи розмірів проектів, для рішення реальних завдань, які можуть змінюватися з часом або потребують швидких обчислень, іноді можуть бути вигіднішими інші типи моделей, які пропонують компроміс між точністю та швидкістю обчислень.

Отже, вибір моделі для конкретних завдань у гірництві і інших галузях вимагає уважного аналізу переваг і недоліків кожного типу моделі, з урахуванням специфіки задачі, доступних ресурсів і потреб користувача. Важливо також враховувати можливість інтеграції нової моделі з існуючими системами управління гірничодобувним виробництвом, а також її здатність до масштабування та адаптації до змін умов розробки родовища. Ефективне використання моделей також вимагає регулярного оновлення вхідних даних та періодичної перевірки їх відповідності реальним умовам, що забезпечує високу адекватність та актуальність моделювання.

У результаті, ретельний аналіз існуючих моделей та методів їх оцінки дозволяє визначити найбільш оптимальні рішення для конкретних умов і завдань підземної розробки корисних копалин - це сприяє не тільки підвищенню ефективності гірничодобувної діяльності, але й мінімізації її впливу на навколишнє середовище, що забезпечить сталий розвиток гірничовидобувного сектора.

## 2.4 Визначення оптимальних методів моделювання для різних типів родовищ

Різноманіття типів родовищ корисних копалин та їхні унікальні характеристики вимагають індивідуального підходу при виборі методів математичного моделювання для їх розробки, ефективність конкретного методу моделювання може значно варіювати в залежності від типу родовища, його геологічної будови, фізичних і хімічних властивостей ресурсу, а також від специфічних цілей видобутку.

Цей розділ пропонує аналіз, спрямований на визначення оптимальних методів моделювання, які найкраще відповідають потребам різних типів родовищ. Для пластових родовищ, які характеризуються однорідними геологічними умовами, ефективними методами можуть бути детерміновані моделі, які дозволяють прогнозувати видобуток на основі відомих параметрів пласта - в таких випадках застосовуються моделі, що базуються на законах збереження маси та енергії.

Для родовищ зі складною геологічною будовою, включаючи родовища з переривчастими покладами або значною нерівномірністю, ефективнішими будуть стохастичні моделі або методи, які дозволяють враховувати геостатистичні характеристики - це можуть бути моделі, які використовують методи Монте-Карло або ковзні середні для оцінки ймовірностей. У випадках, коли існує значна невизначеність щодо властивостей родовища або умов видобутку, моделі, що базуються на теорії прийняття рішень при невизначеності або фаззі-логіці, можуть надати краще розуміння потенційних ризиків та варіантів управління ними.

Для родовищ, експлуатація яких вимагає особливих технологій (наприклад, високов'язкі нафти або родовища з великою глибиною залягання), моделювання, яке включає динамічнісимуляції та множинні фізичні процеси, може бути найбільш доцільним - це включає застосування чисельних методів для моделювання теплових, механічних та хімічних процесів, що відбуваються під час видобутку. Моделі, які використовують методи кінцевих елементів або кінцевих об'ємів, дозволяють детально відтворити процеси в пласті та навколишньому середовищі, забезпечуючи оптимальні стратегії видобутку.

Для родовищ, розробка яких повинна здійснюватися з урахуванням строгих екологічних норм та обмежень, моделювання, що враховує взаємодію між гірничодобувними процесами та навколишнім середовищем, стає важливим - екологічне моделювання, яке включає аналіз розповсюдження забруднюючих речовин, моделювання стоку води та оцінку впливу на біорізноманіття, може допомогти в розробці технологій, що мінімізують негативний вплив на довкілля. У випадках, коли видобуток має значний вплив на місцеві громади або потребує особливої уваги до соціальних аспектів, моделі, що інтегрують соціально-економічне моделювання, можуть надати інструменти для збалансування економічних інтересів та соціальної відповідальності.

Кожен тип родовища має свої унікальні виклики, що вимагають спеціалізованих методів моделювання для оптимізації розробки та мінімізації ризиків, вибір оптимального методу моделювання потребує ретельного аналізу геологічних, екологічних, технологічних та соціальних факторів, пов'язаних з кожним конкретним родовищем. Підхід, що базується на комплексному розумінні цих аспектів, забезпечує найкращі результати у визначенні стратегій видобутку, які відповідають технічним можливостям, економічним цілям, екологічним вимогам та соціальним зобов'язанням.

Визначення оптимальних методів моделювання для різних типів родовищ є ключовим аспектом успішної інженерної практики в гірництві та родовищнихпромисловостях, враховуючи різноманітність геологічних умов, рівня ризиків та особливостей експлуатації, інженери обирають підходи, які найкраще відповідають конкретним вимогам і завданням.

Для розробки вугільних родовищ, де важливо моделювати процеси розробки великих площин гірських порід, використовуються числові методи, зокрема метод скінченних елементів (FiniteElementMethod, FEM) - цей підхід дозволяє детально враховувати великі деформації порід та інтеракції з підземними спорудами, що забезпечує точність відтворення гірничих умов та зменшує ризик нестабільності масивів порід.

Для водоймових родовищ, таких як нафтові та газові шахти, часто використовуються гідродинамічні моделі, які базуються на рішенні рівнянь Нав'є-Стокса - ці моделі дозволяють точно прогнозувати розподіл рідини та газів у підземних породах, а також ефективно моделювати вплив температурних змін і гідрогеологічних умов на експлуатаційні параметри.

Для родовищ, де важливо враховувати взаємодію між геологічними і геотехнічними факторами, такими як поліметалічні шахти або кар'єри, застосовують комплексні геомеханічні моделі - ці моделі об'єднують гідродинамічні, геотехнічні та геологічні аспекти для аналізу стійкості масивів порід, впливу розробки на навколишнє середовище та розрахунків оптимальних методів підтримки. Для родовищ, де ключовими є екологічні аспекти, такі як рудні родовища зі складними хімічними складовищами або зони з високим рівнем водних витоків, важливим є використання хіміко-гідродинамічних моделей - ці моделі дозволяють аналізувати розподіл розчинених речовин у підземних водах, прогнозувати вплив видобувних робіт на якість води і розробляти оптимальні стратегії водообігу для мінімізації екологічного ураження. Для родовищ з різкими змінами геологічного складу і складних структур використовуються верхньоточкові моделі, які базуються на збірних даних і дозволяють швидко вносити зміни в модель на основі нових даних в реальному часі - це дозволяє ефективно вирішувати проблеми, пов'язані з надійністю та актуальністю інформації для прийня+ття рішень.

Для гірничих родовищ, де важлива точність і чутливість до найменших змін, застосовуються моделі, які інтегрують в себе різні фізичні процеси, такі як гідродинамічні, термодинамічні і геомеханічні аспекти і інтегровані моделі дозволяють зрозуміти складні взаємодії між різними фізичними процесами і розробляти стратегії, що спрямовані на оптимізацію робіт і підвищення ефективності видобутку, знижуючи водночас ризики і вплив на навколишнє середовище.

Вибір оптимального методу моделювання для конкретного родовища залежить від комплексного аналізу геологічних, геофізичних, гідрогеологічних та геомеханічних параметрів. Інтегровані підходи, що враховують різні аспекти процесів розробки родовищ, є ключовим елементом успішної роботи інженерів у галузі гірництва та родовищнихпромисловостей.

Для гірничих родовищ, де ключовими є екологічні аспекти та стійкість масивів порід, використовуються спеціалізовані методи моделювання (наприклад, для золотодобувних шахт або родовищ рідкісних металів, де велика увага приділяється екологічним стандартам та оптимізації використання ресурсів, застосовуються моделі, що базуються на термодинаміці та хімічних реакціях). Ці моделі дозволяють прогнозувати вплив рудоутворення на якість водних ресурсів, а також оптимізувати процеси очищення та знезараження стічних вод.

Для шахт зі сланцевими відкладами, які використовуються для виробництва нафти та газу, розробляються комплексні геофізичні та гідродинамічні моделі - ці моделі не лише враховують геомеханічні параметри масиву порід, але і динаміку газорозподілу та потоків рідин у складних гідрогеологічних умовах. Вони дозволяють ефективно моделювати відкладення гідрокарбонатів та прогнозувати їх видобуток при різних технологічних умовах.

У вугільних шахтах, де важливою є безпека робочих умов та підтримка стійкості гірських масивів, використовуються моделі, що враховують динамічні процеси зсувів та руйнувань - ці моделі базуються на чисельних методах, таких як метод скінченних елементів або метод скінченних різниць, і дозволяють прогнозувати ризики зсувів та розробляти оптимальні стратегії підтримки масивів.

Загалом, вибір оптимального методу моделювання для конкретного родовища залежить від його геологічних, гідрогеологічних та геотехнічних характеристик, а також від вимог до точності та обсягу прогнозів. Новітні розробки у галузі комп'ютерного моделювання дозволяють інженерам і геологам ефективно вирішувати складні завдання, пов'язані з розробкою родовищ корисних копалин, забезпечуючи високий рівень безпеки та оптимальне використання природних ресурсів, вибір оптимального методу моделювання залежить від специфіки родовища, його геологічних умов, глибини розробки та вимог до точності прогнозів. Інженери і геологи постійно вдосконалюють підходи та методи, щоб забезпечити безпеку робіт, ефективність видобутку і мінімізацію негативного впливу на навколишнє середовище. Оптимальне використання методів моделювання дозволяє не тільки підвищити ефективність видобутку корисних копалин, але й забезпечити сталий розвиток гірничодобувної індустрії, гармонійно інтегруючи її в екологічні та соціальні системи.

# 

# 3. ОПИС РОЗРОБКИ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ ОБ'ЄМІВ ВИДОБУТКУ КОРИСНИХ КОПАЛИН

## 3.1 Основи розробки моделі

У цьому розділі буде розглянуто фундаментальні принципи та етапи створення моделі для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин, основна увага буде приділена визначенню цілей моделювання, збору та аналізу даних, вибору методів моделювання, а також калібруванню, валідації та оптимізації моделі. А також буде описано процес розробки моделі та її концепцію, що стосується прогнозування видобування та використання нерудних корисних копалин для будівництва в умовах повоєнного відновлення України. Розробка моделі прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин є складним процесом, який вимагає інтеграції різноманітних даних та знань про геологічні, технологічні, економічні та екологічні аспекти підземної розробки родовищ.

Основи розробки моделі включають наступні етапи:

1. визначення цілей моделювання - на цьому етапі необхідно чітко сформулювати, які завдання повинна вирішувати модель, які показники прогнозування є важливими, та які обмеження та припущення будуть враховуватися в моделі;
2. збір та аналіз даних - на основі визначених цілей збираються необхідні дані, що можуть включати геологічні відомості про родовище, історичні дані про видобуток, технічні характеристики обладнання, економічні показники тощо; аналіз цих даних дозволяє виявити закономірності та залежності, які будуть використовуватися при побудові моделі;
3. вибір методу моделювання - на основі аналізу даних та поставлених цілей вибирається найбільш підходящий метод математичного моделювання - це може бути детермінована модель, статистична модель, машинне навчання тощо;
4. розробка математичної моделі - на цьому етапі формулюються математичні рівняння або алгоритми, які описують взаємозв'язки між різними параметрами та відображають процеси, що відбуваються в родовищі;
5. калібрування та валідація модель - модель підлаштовується таким чином, щоб її результати максимально відповідали реальним даним, для цього проводяться калібрування моделі на основі історичних даних та валідація за допомогою перевірки її прогнозів на незалежних даних;
6. аналіз результатів та оптимізація - отримані результати моделювання аналізуються з метою виявлення оптимальних стратегій видобутку та ідентифікації потенційних ризиків, на основі цього аналізу можуть бути внесені корективи в стратегію розробки родовища, а також в саму модель для підвищення її точності та ефективності;
7. реалізація та моніторинг - після валідації та оптимізації модель впроваджується в практику для використання у прийнятті рішень щодо видобутку корисних копалин, важливим етапом є також моніторинг її роботи та внесення необхідних корективів на основі нових даних та змін умов розробки родовища.

Наслідки бойових дій на території України призвели до значного руйнування інфраструктури країни до середини 2022 року. Загалом, втрати вражаючі: було втрачено понад 6,3 тисяч кілометрів залізничних колій, пошкоджено 23,5 тисяч кілометрів автодоріг, а також було виявлено руйнування чи пошкодження 289 автомобільних та 41 залізничного мостів. Також зазнали пошкоджень або були зруйновані близько 35,2 мільйонів квадратних метрів житла та майже 1 тисяча закладів, понад 30 нафтобаз було пошкоджено або зруйновано, а великі підприємства у Донецькій, Запорізькій та Дніпропетровській областях зазнали значних руйнувань. Внаслідок цих подій стала пошкоджена енергетична інфраструктура країни. Отже, відновлення України після війни передбачає значний попит на будівельні матеріали, сировину та корисні копалини - водночас, необхідно враховувати деградацію земель (Dindaroglu, 2021; Меньшов, 2016). Це робить розвиток надрокористування критично важливим як для обороноздатності країни, так і для відновлення її економіки у післявоєнний період.

Україна має значний потенціал для забезпечення зростаючих потреб у корисних копалинах для будівництва, країна є однією з провідних у світі за запасами цих ресурсів на одного мешканця і за обсягами їх видобутку, щорічно видобуваючи до 4% світових обсягів мінеральної сировини (Лисенко, 2017). Враховуючи ці фактори, на українському ринку важливим є формування системи раціонального видобутку та використання корисних копалин з урахуванням внутрішніх потреб та принципів раціонального надрокористування. Особлива увага до корисних копалин для будівництва, таких як будівельний камінь, будівельний пісок та сировина для керамзиту, визначається їхнім важливим значенням для будівельної галузі, особливо в контексті відновлення зруйнованої та пошкодженої інфраструктури в Україні.

У передвоєнний період основною метою було створення збалансованої системи видобутку корисних копалин, зокрема нерудних матеріалів для будівництва, початок війни призвів до руйнування значної частини інфраструктурних об'єктів у країні, що підвищило актуальність пошуку шляхів відновлення пошкодженого та зруйнованого. Відтак в дослідженнях акцентується на необхідності прогнозування потреб у корисних копалинах для будівництва у післявоєнний період для відновлення інфраструктури в країні, збереження збалансованого надрокористування та раціонального використання корисних копалин лишається актуальним завданням. Тому необхідно створити оновлену модель ресурсокористування, яка враховуватиме нові умови, що виникли через війну.

Україна має унікальну мінерально-сировинну базу - станом на початок 2020 року, у надрах країни було виявлено більше ніж 20 тисяч родовищ і проявів 117 видів мінеральної сировини. З них 10 390 родовищ мають промислове значення і занесені до Державного балансу запасів корисних копалин, більш ніж 3 778 родовищ з 100 видів корисних копалин вже експлуатуються промисловістю, що складає від 40 до 75% від загальних розвіданих запасів різних корисних копалин - на основі цих родовищ працює понад 2 тисячі підприємств у галузі гірничодобувної, збагачувальної та переробної промисловості (Примушко та ін., 2020).

Державне підприємство "Геоінформ України" у своїх щорічниках надає інформацію про запаси мінеральних ресурсів та їх використання, зокрема щодо нерудних корисних копалин, таких як будівельний камінь, будівельний пісок та сировина для виробництва керамзиту. Водночас, Державна служба статистики України у своєму статистичному щорічнику наводить дані про виробництво таких промислових продуктів, як природні піски, галька, гравій, щебінь і дроблений камінь, однак інформація про виробництво керамзиту не надається - розбіжності у класифікації ресурсів у цих виданнях призводять до різниці в інформації щодо видобутку сировини та виробництва готової продукції.

Отже, для побудови моделі раціонального використання корисних копалин для будівництва були враховані як дані про видобуток сировини, так і інформація про виробництво з неї товарної продукції. Оскільки всі корисні копалини є обмеженим ресурсом, виникає необхідність в прогнозуванні та плануванні обсягів видобутку нерудних корисних копалин для будівництва, враховуючи їх використання у будівельній сфері - для вирішення цієї задачі була розроблена модель прогнозування розвитку складних систем, яка була застосована для вказаних корисних копалин за період від 2004 до 2016 року. Цю модель запропонували у роботах Волкова та Горошкової (2013a,b), а також вона була апробована в їхніх наступних дослідженнях (Волков та Горошкова, 2018; Horoshkovaetal., 2019). Для опису взаємозв'язаних процесів циклічного розвитку видобутку корисних копалин з урахуванням взаємодії між ними, можливо використати систему диференціальних рівнянь.

де і – кількість підсистем у складній системі; N – обсяги видобутку корисних копалин; ε – коефіцієнт приросту обсягів видобутку корисної копалини за умов, що не існує взаємозв'язку з іншими обсягами (це коефіцієнт пропорційності, що виражає відношення швидкості приросту обсягів видобуткудо N); γ – коефіцієнт приросту потреби у корисній копалині.

Взаємозв'язок між кількістю рівнянь у системі і обраними для аналізу корисними копалинами визначається прямою залежністю - чим більше виділених для аналізу корисних копалин, тим більша кількість рівнянь потрібна для опису їх взаємозв'язків і прогнозування обсягів їх видобутку. При подальшому аналізі та прогнозуванні використовуються такі ключові показники, як базисний темп зростання (n) і середнє значення обсягів видобутку (К).

На даний момент є можливість провести детальний аналіз тривалих серій даних (до 2019 року), у роботі Примушка та його колег (2020) надано результати аналізу офіційних даних ДНВП "Геоінформ України" стосовно темпів зростання видобутку будівельного каменю, будівельного піску та сировини для виробництва керамзиту протягом 2004–2019 років, які продемонстровані на графіку (рис. 3.1). Протягом досліджуваного періоду спостерігалися коливання темпів зростання видобутку, що корелюють із економічними циклами тривалістю 4–5 років (Горошкова, 2011; Волков та Горошкова, 2013a, b).

У періоди 2006–2007 та 2014–2015 років у країні спостерігалося стабільне економічне зростання, що сприяло активізації будівельної галузі та відповідно збільшенню видобутку цих корисних копалин. У 2009–2010 роках та 2016 році мали місце економічні кризи, які призвели до зниження будівельної активності та зменшення обсягів видобутку нерудних корисних копалин для будівництва, також була виявлена певна кореляція між обсягами видобутку досліджених корисних копалин.

На рисунку 3.2 показані базисні темпи зростання видобутку будівельного піску, сировини для керамзиту та будівельного каменю, що збігаються з ланцюговими темпами зростання, відображеними на рисунку 3.1.

Рисунок 3.3 ілюструє залежності коефіцієнтів приросту видобутку будівельного піску ε1(t), сировини для керамзиту ε'1(t) та будівельного каменю ε2(t) без урахування взаємозв'язку між обсягами видобутку (для кожного виду окремо).

На рисунку 3.4 наведено результати розрахунків коефіцієнтів приросту потреби у зазначених копалинах.

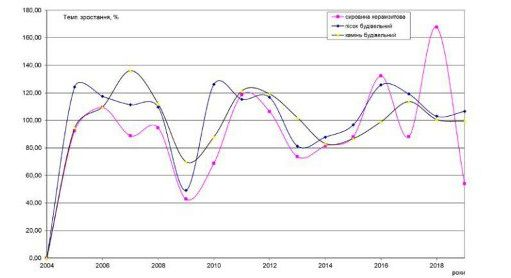


Рис. 3.1 - Динаміка темпів зростання обсягів виробництва гальки, гравію, каменю дробленого, пісків природних та обсягів утворення відходів будівельного виробництва в 2004–2019 рр.

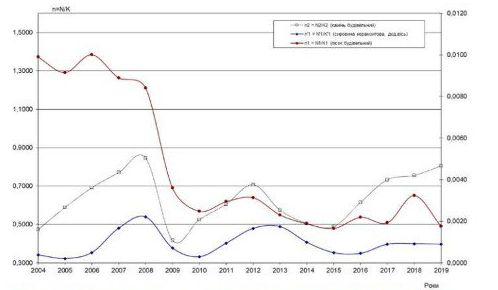


Рис. 3.2 - Динаміка базисних темпів зростання обсягів видобутку піску будівельного, сировини керамзитової і каменю будівельного в 2004–2019 рр.

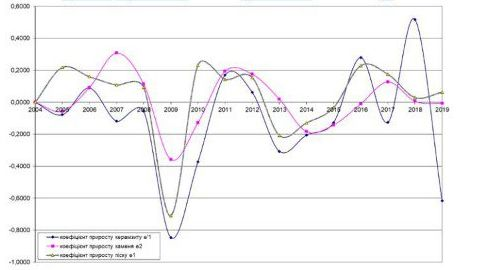


Рис. 3.3 - инаміка коефіцієнтів приросту видобутку піску будівельного, сировини керамзитової і каменю будівельного за умови відсутності взаємозв'язку

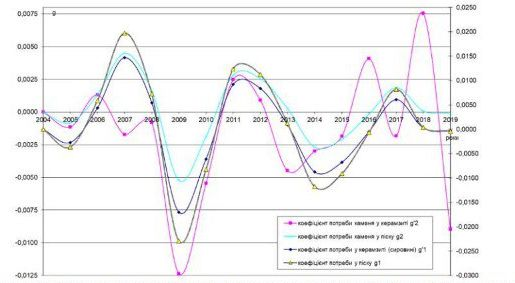


Рис. 3.4 - Динаміка коефіцієнтів потреби у видобутку піску будівельного, сировини керамзитової і каменю будівельного

Загалом, основи розробки моделі прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин передбачають інтегрований підхід, який поєднує глибоке розуміння геологічних процесів, застосування передових математичних методів та використання сучасних технологій для обробки та аналізу даних - такий підхід дозволяє не тільки ефективно прогнозувати об'єми видобутку, але й забезпечує можливість адаптувати стратегії розробки родовищ до змінних умов та вимог.

## 3.2 Формулювання математичних залежностей та рівнянь моделі

У цьому розділі буде розглянуто основний етап розробки моделі прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин – формулювання математичних залежностей та рівнянь. Ми ознайомимося з основними математичними принципами, які лежать в основі моделювання процесів підземного видобутку, та розглянемо конкретні рівняння, що описують поведінку родовища та фактори, які впливають на об'єми видобутку. Розглянемо приклад формулювання математичних залежностей та рівнянь для моделі прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовища, припустимо, ми хочемо створити просту модель, яка враховує основні параметри, такі як пористість пласта, в'язкість флюїду та тиск.

1. пористість пласта (φ): показує частку об'єму пор у породі від загального об'єму. Вона впливає на кількість флюїду, який може бути збережений у породах;
2. в'язкість флюїду (μ): впливає на здатність флюїду переміщуватися через пори пласта. Вища в'язкість означає, що флюїд рухається повільніше;
3. тиск (P): тиск у пласті впливає на витіснення флюїду з порід.

Основне рівняння для прогнозування об'ємів видобутку може виглядати наступним чином:

*Q = A φ (P₁ – P₂) / μ*

де Q – об'єм видобутку флюїду, A – площа пласта, P₁ – початковий тиск у пласті, P₂ – кінцевий тиск у пласті.

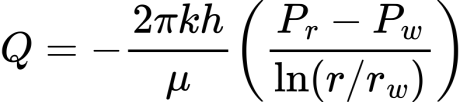
Це спрощене рівняння демонструє, як об'єм видобутку залежить від пористості пласта, різниці тисків та в'язкості флюїду, у більш складних моделях можуть бути враховані додаткові фактори, такі як гетерогенність пласта, наявність тріщин, зміни фізичних властивостей флюїду з часом тощо. Для калібрування та валідації моделі необхідно використовувати реальнідані про видобуток, пористість, в'язкість та тиск з конкретного родовища - на основі цих даних можна визначити значення параметрів моделі та оцінити її точність та адекватність.

Тепер розглянемо конкретний приклад формулювання математичних залежностей та рівнянь для моделі, що прогнозує об'єми видобутку нафти з підземного родовища, враховуючи вплив тиску та пористості пласта.

Припущення моделі:

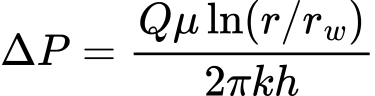
1. родовище має однорідну пористість і проникність;
2. видобуток нафти відбувається за рахунок зниження тиску в пласті;
3. в'язкість нафти залишається постійною;
4. вплив капілярних та гравітаційних сил не враховується.

Опишемо основні залежності та рівняння. Закон Дарсі для радіального потоку нафти до свердловини:



деQ – об'ємний дебітнафти (м³/с),k – проникність пласта (м²),h – товщина нафтового пласта (м),μ – в'язкість нафти (Па·с),C:/Users/Dell_пк/AppData/Local/Temp/wps.uEkCVYwps – тиск на межі родовища (Па),wps – тиск у свердловині (Па),r – радіус родовища (м),wps – радіус свердловини (м).

Матеріальний баланс для підземного родовища:



де wps – різниця тиску між межею родовища та свердловиною.

Також опишемо залежність об'ємного дебіту від часу видобутку. Враховуючи, що тиск у свердловині зменшується з часом через видобуток нафти, можна встановити залежність дебіту Q від часу t, використовуючи емпіричні або аналітичні моделі зниження тиску в пласті. Наприклад:

wps

де wps – початковий дебіт нафти, wps – коефіцієнт зниження дебіту, t – час видобутку.

Для практичного використання моделі необхідно визначити початкові умови (початковий тиск у пласті, в'язкість нафти, проникність та пористість пласта, розміри родовища) та провести чисельне моделювання з урахуванням зазначених залежностей. Чисельні методи, такі як метод скінчених різниць або метод скінченних елементів, можуть бути використані для розв'язання рівнянь моделі та отримання прогнозу об'ємів видобутку нафти в залежності від часу та зміни тиску в пласті.

Після проведення чисельного моделювання отримані результати слід аналізувати та порівнювати з реальними даними видобутку для перевірки адекватності моделі, це дозволить виявити можливі не відповідності та скоригувати параметри моделі для підвищення її точності. Крім того, модель може бути використана для оптимізації процесів видобутку (наприклад, шляхом визначення оптимальних параметрів експлуатації свердловина бо розробки стратегій зниження тиску в пласті для максимізації об'ємів видобутку). Таким чином, розробка та використання математичної моделі, заснованої на фізичних принципах та реальних характеристиках родовища, дозволяє не тільки прогнозувати об'єми видобутку нафти, але й оптимізувати процеси її експлуатації, забезпечуючи ефективне та раціональне використання підземних ресурсів.

Загалом, у деяких випадках необхідно також враховувати термічні та хімічні процеси, які можуть впливати на видобуток (наприклад, при паротермічному видобутку нафти або при використанні хімічних реагентів для підвищення виходу корисних копалин - в таких випадках до моделі додаються рівняння тепло-переносу та реакційної кінетики).

Також, варто зазначити, що для повної оцінки ефективності видобутку важливо інтегрувати в модель економічні та екологічні показники - це може включати оцінку витрат на видобуток, аналіз рентабельності, а також розрахунок впливу на довкілля.

Для розв'язання складних моделей, що включають багато змінних та не лінійні залежності, часто використовується чисельне моделювання. Методи, такі як метод скінченних елементів або метод скінченних об'ємів, дозволяють а проксимувати рівняння та отримати чисельні рішення для конкретних геометрій та умов розробки родовища. Після розробки математичної моделі та отримання чисельних результатів важливо провести валідацію моделі шляхом порівняння прогнозованих даних з реальними спостереженнями або експериментальними даними, це дозволяє оцінити точність та надійність моделі. В свою чергу, аналіз чутливості моделі допомагає визначити, які параметри моделі мають найбільший вплив на результати прогнозування, це важливо для оптимізації моделі та зосередження уваги на основних факторах, що впливають на процеси видобутку.

На основі результатів валідації та аналізу чутливості можуть бути внесені певні корективи в модель для покращення її точності та адаптації до специфічних умов родовища - оптимізація моделі може включати зміну параметрів, використання додаткових даних або модифікацію математичних залежностей.

Формулювання математичних залежностей та рівнянь моделі є важливим етапом у створенні прогнозних моделей для аналізу видобутку корисних копалин. У нашому дослідженні для опису взаємозалежних процесів циклічного розвитку видобутку корисних копалин використовується система диференціальних рівнянь, кількість рівнянь у системі відповідає кількості обраних для аналізу видів корисних копалин - основними показниками, які враховуються у моделі, є базисний темп зростання (n) та середнє значення обсягів видобутку (К).

Модель враховує циклічний характер економічного розвитку, що впливає на видобуток корисних копалин. Для цього використовуються дані за попередні періоди, що дозволяє виявити певні цикли економічної активності - такі цикли можна описати за допомогою диференціальних рівнянь, які враховують взаємозв'язок між різними видами корисних копалин та їхніми обсягами видобутку (наприклад, для піску будівельного, каменю будівельного та сировини керамзитової використовуються окремі рівняння, що описують динаміку їхнього видобутку з урахуванням внутрішніх та зовнішніх факторів).

Для кожного виду корисних копалин вводиться відповідний коефіцієнт приросту (ε), який визначає швидкість зміни обсягів видобутку - ці коефіцієнти можуть бути функціями часу і відображати реакцію видобутку на зміни економічних умов (наприклад, коефіцієнт приросту видобутку піску будівельного ε1(t) може враховувати сезонні коливання, економічні кризи та періоди економічного зростання, аналогічно визначаються коефіцієнти для інших видів корисних копалин). Залежності між базисним темпом зростання і середнім значенням обсягів видобутку дозволяють більш точно прогнозувати майбутні обсяги видобутку, формалізація цих залежностей у вигляді диференціальних рівнянь надає можливість побудови більш надійних і точних моделей, що можуть бути використані для планування видобутку та раціонального використання корисних копалин.

Загалом, формулювання математичних залежностей та рівнянь є фундаментальним кроком у створенні ефективної моделі для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин, це дозволяє точно відобразити фізичні та хімічні процеси, що відбуваються в родовищі, та врахувати вплив різних параметрів на видобуток. Правильне формулювання рівнянь є важливим рішенням для досягнення високої точності прогнозів та оптимізації процесів видобутку.

## 3.3 Аналіз чутливості моделі до змін вхідних параметрів

У цьому розділі розглянемо аналіз чутливості для моделі прогнозування об'ємів видобутку нафти з підземного родовища, враховуючи вплив тиску та пористості пласта. Спочатку варто описати конкретні параметри для аналізу чутливості:

1. проникність пласта, що визначає здатність порід дозволяти флюїдам проходити через них, зміна проникності може значно вплинути на швидкість фільтрації нафти до свердловини та, відповідно, на об'ємний дебіт нафти;
2. пористість пласта, що визначає об'єм пор у пласті, де може зберігатися нафта. Зміна пористості впливає на загальний об'єм нафти, який може бути видобутий з пласта;
3. в'язкість нафти, що є важливим фактором, що впливає на здатність нафти переміщуватися через пори пласта, зменшення в'язкості призводить до збільшення дебіту нафти;
4. тиск у свердловині, якийвпливає на різницю тисків між свердловиною та межею родовища, що є основним фактором, що визначає швидкість фільтрації нафти.

Процедура аналізу чутливості:

1. варіація проникності пласта, тобто провести серію розрахунків з різними значеннями проникності, зберігаючи інші параметри незмінними, для оцінки впливу проникності на об'ємний дебіт нафти;
2. варіація пористості пласта, аналогічно, змінювати значення пористості та аналізувати вплив на загальний об'єм видобутої нафти;
3. варіація в'язкості нафти, а саме: дослідити, як зміна в'язкості впливає на швидкість фільтрації нафти та об'ємний дебіт;
4. варіація тиску у свердловині, тобто оцінити вплив зміни тиску у свердловині на різницю тисків та на об'ємний дебіт нафти.

На основі отриманих результатів можна визначити, які параметри мають найбільший вплив на прогнозовані об'єми видобутку нафти та як ці параметри можуть бути оптимізовані для підвищення ефективності видобутку (наприклад, якщо модель показує високу чутливість до проникності пласта, це може вказувати на необхідність зосередити увагу на методах покращення проникності, таких як гідравлічний розрив пласта або кислотна обробка - якщо чутливість до в'язкості нафти є значною, можна розглянути застосування методів зниження в'язкості, таких як термічне видобуток або ін'єкція розчинників, якщо зміна тиску у свердловині має значний вплив на об'ємний дебіт, це вказує на необхідність ретельного управління тиском в процесі видобутку).

Практичне застосування результатів аналізу чутливості включає: використання результатів аналізу чутливості для налаштування параметрів експлуатації свердловин, таких як режими насосування або ін'єкції робочих агентів; визначення пріоритетних напрямків для подальшої розвідки на основі чутливості моделі до геологічних параметрів пласта; використання аналізу чутливості для ідентифікації потенційних ризиків та розробки стратегій їх мінімізації (наприклад, через диверсифікацію методів видобутку або застосування новітніх технологій). Аналіз чутливості моделі до змін вхідних параметрів є ключовим етапом для оцінки надійності та стійкості прогнозів, він дозволяє зрозуміти, як зміни основних вхідних даних впливають на результати моделювання. У контексті видобутку корисних копалин, це означає оцінку впливу змін у темпах економічного зростання, технологічних інноваціях, регуляторних змінах та інших зовнішніх і внутрішніх факторах на обсяги видобутку.

Чутливість моделі можна оцінювати шляхом проведення численних сценаріїв з різними значеннями вхідних параметрів (наприклад, для кожного виду корисних копалин, таких як будівельний пісок, камінь та сировина для керамзиту, можна варіювати коефіцієнти приросту, темпи зростання економіки, вартість видобутку, а також обсяги інвестицій в галузь - аналіз отриманих результатів дозволяє виявити, які параметри мають найбільший вплив на кінцеві показники видобутку, та визначити критичні точки, при яких можливі суттєві відхилення від прогнозованих значень).

Важливим аспектом аналізу чутливості є оцінка стійкості моделі до екстремальних значень параметрів, це допомагає зрозуміти, наскільки модель є стабільною у випадках непередбачуваних змін, таких як економічні кризи, природні катастрофи чи різкі зміни ринкових умов (наприклад, під час різких спадів у будівельній галузі, модель повинна адекватно реагувати на зниження попиту на будівельні матеріали та відповідно коригувати прогнозовані обсяги видобутку).

Крім того, аналіз чутливості допомагає у визначенні оптимальних стратегій управління ресурсами, якщо певні параметри виявляються особливо впливовими, можна розробити відповідні заходи для їх контролю та стабілізації (наприклад, якщо зростання обсягів видобутку значною мірою залежить від інвестицій у нові технології, то доцільно спрямувати зусилля на залучення інвестицій та впровадження інновацій). Таким чином, аналіз чутливості не лише покращує розуміння функціонування моделі, але й сприяє ефективному плануванню та управлінню видобутком корисних копалин.

Аналіз чутливості моделі до змін вхідних параметрів є ключовим етапом для оцінки надійності та стійкості прогнозів, він дозволяє зрозуміти, як зміни основних вхідних даних впливають на результати моделювання. У контексті видобутку корисних копалин, це означає оцінку впливу змін у темпах економічного зростання, технологічних інноваціях, регуляторних змінах та інших зовнішніх і внутрішніх факторах на обсяги видобутку.

Чутливість моделі можна оцінювати шляхом проведення численних сценаріїв з різними значеннями вхідних параметрів (наприклад, для кожного виду корисних копалин, таких як будівельний пісок, камінь та сировина для керамзиту, можна варіювати коефіцієнти приросту, темпи зростання економіки, вартість видобутку, а також обсяги інвестицій в галузь - аналіз отриманих результатів дозволяє виявити, які параметри мають найбільший вплив на кінцеві показники видобутку, та визначити критичні точки, при яких можливі суттєві відхилення від прогнозованих значень).

Важливим аспектом аналізу чутливості є оцінка стійкості моделі до екстремальних значень параметрів, це допомагає зрозуміти, наскільки модель є стабільною у випадках непередбачуваних змін, таких як економічні кризи, природні катастрофи чи різкі зміни ринкових умов (наприклад, під час різких спадів у будівельній галузі, модель повинна адекватно реагувати на зниження попиту на будівельні матеріали та відповідно коригувати прогнозовані обсяги видобутку). Крім того, аналіз чутливості допомагає у визначенні оптимальних стратегій управління ресурсами, якщо певні параметри виявляються особливо впливовими, можна розробити відповідні заходи для їх контролю та стабілізації (наприклад, якщо зростання обсягів видобутку значною мірою залежить від інвестицій у нові технології, то доцільно спрямувати зусилля на залучення інвестицій та впровадження інновацій). Таким чином, аналіз чутливості не лише покращує розуміння функціонування моделі, але й сприяє ефективному плануванню та управлінню видобутком корисних копалин.

Ще один важливий аспект аналізу чутливості — це визначення межі стабільності моделі, це означає встановлення граничних значень вхідних параметрів, при яких модель все ще зберігає свою коректність і надійність (наприклад, якщо виявиться, що модель є надто чутливою до змін у вартості видобутку, можна зосередити увагу на управлінні витратами для забезпечення стабільності виробництва). Також, проведення аналізу чутливості може виявити неочікувані взаємозв’язки між параметрами, які можуть значно впливати на кінцеві результати, це дозволяє більш глибоко розуміти процеси, які впливають на видобуток і використання корисних копалин, і вчасно адаптуватися до змін, що виникають у зовнішньому середовищі. Таким чином, аналіз чутливості є невід’ємною частиною розробки та впровадження моделей прогнозування, що забезпечує їхню надійність, гнучкість та ефективність у різних економічних умовах.

Аналіз чутливості також виявляє ризики, пов'язані з невизначеністю вхідних даних (наприклад, коливання цін на ринку корисних копалин можуть мати суттєвий вплив на прибутковість та обсяги видобутку, якщо модель показує високу чутливість до змін цін, це свідчить про необхідність розробки стратегій для мінімізації ризиків, таких як створення резервів або диверсифікація видобутку). Важливим елементом є врахування взаємозв'язків між різними параметрами (наприклад, зростання вартості енергії може впливати не лише на видобуток, але й на транспортні витрати, що в свою чергу може знизити конкурентоспроможність продукції - в такому випадку модель повинна враховувати комплексний вплив змін декількох параметрів одночасно, щоб забезпечити точність прогнозів).

Для проведення детального аналізу чутливості використовуються різні методи, такі як монте-карло симуляції, методи сценарного аналізу та інші статистичні підходи –ці методи дозволяють моделювати широкий спектр можливих ситуацій і оцінювати вплив кожної з них на кінцеві результати. В результаті, можна отримати розподіл ймовірних результатів та визначити діапазон значень, у якому з високою ймовірністю будуть знаходитися реальні показники. Результати аналізу чутливості допомагають формувати рекомендації щодо політики управління видобутком (наприклад, якщо модель вказує на високу чутливість до змін в екологічному регулюванні, це може означати необхідність інвестування в більш екологічно чисті технології видобутку; або якщо основний ризик пов'язаний з економічною нестабільністю, варто розглянути варіанти зниження залежності від одного типу корисних копалин або одного ринку).

Загалом, аналіз чутливості моделі дозволяє не тільки покращити розуміння процесів, що відбуваються в родовищі, але й оптимізувати процеси видобутку корисних копалин для досягнення максимальної ефективності та мінімізації впливу на навколишнє середовище.

## 3.4 Оцінка можливих обмежень та припущень моделі

При розробці математичних моделей для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин необхідно враховувати певні обмеження та припущення, які можуть вплинути на точність та застосовність моделі - оцінка цих аспектів дозволяє краще зрозуміти потенційні слабкі місця моделі та врахувати їх при інтерпретації результатів. Можливі обмеження моделі включають різні аспекти, що можуть вплинути на її точність та застосовність, одним з таких обмежень є геологічна складність родовищ, яка часто характеризується наявністю неоднорідностей та аномалій, що важко відтворити в моделі. Крім того, фізичні властивості родовища, такі як пористість, проникність та в'язкість нафти, можуть зазнавати змін у просторі та часі, що ускладнює процес моделювання.

Ще одним важливим обмеженням є недостатність або низька якість даних про родовище, що може обмежувати точність моделі - в свою чергу, складність моделі вимагає значних часових та обчислювальних ресурсів для її реалізації та аналізу результатів. Припущення моделі включають кілька аспектів, які спрощують процес моделювання, але можуть відрізнятися від реальних умов родовища. Зокрема, часто приймається, що родовище має однорідну геологічну будову, що сприяє спрощенню моделювання, але може не відображати реальності з урахуванням геологічної складності, крім того, моделі можуть базуватися на припущенні про сталість фізичних властивостей родовища, таких як в'язкість нафти та проникність пласта, що не враховує можливі зміни цих параметрів у часі.

Також існує припущення про лінійність фізичних процесів, що може не відповідати дійсності, оскільки багато процесів у родовищі є нелінійними. Також моделі можуть ігнорувати побічні ефекти, такі як вплив температури, хімічні реакції та біологічні процеси, що також може вплинути на точність прогнозування. Оцінка можливих обмежень та припущень моделі є важливою частиною процесу моделювання, оскільки вона дозволяє зрозуміти межі застосування моделі та ризики, пов'язані з її використанням.

Опишемо також деякі кроки, які можуть бути вжиті для оцінки та мінімізації впливу обмежень та припущень:

1. застосування статистичних методів для оцінки відповідності результатів моделі реальним даним - це може включати аналіз залишків, перевірку гіпотез та інші методи оцінки якості моделі;
2. проведення аналізу чутливості, як описано в попередньому розділі, для визначення впливу зміни основних параметрів на результати моделі;
3. розгляд різних сценаріїв зі змінними умовами для оцінки стійкості моделі до змін умов роботи або зовнішніх факторів;
4. на основі результатів аналізу може бути вирішено уточнити модель, включивши додаткові параметри або змінивши математичні залежності для кращого відображення реальних процесів;
5. якщо модель виявляє значну чутливість до певних параметрів або показує низьку адекватність, може бути вирішено провести додаткові дослідження для збору більш точних даних або вивчення неоднорідностей родовища.

При побудові та використанні будь-якої математичної моделі важливо враховувати можливі обмеження та припущення, які можуть вплинути на її точність та надійність результатів, одним з основних обмежень є припущення щодо постійності зовнішніх умов (наприклад, модель може припускати стабільність цін на ринку, постійні технологічні параметри або незмінність законодавства, в реальності ж ці фактори можуть змінюватись, що призведе до відхилення реальних результатів від прогнозованих).

Інше значне обмеження моделі полягає в якості та обсязі доступних даних - якщо вихідні дані неповні або неточні, це може призвести до помилкових висновків (наприклад, неврахування певних змінних або наявність похибок у даних щодо запасів корисних копалин може суттєво вплинути на результати моделювання, тому важливо проводити регулярні перевірки та оновлення бази даних, а також використовувати методи корекції даних для підвищення точності).

Припущення щодо лінійності або нелінійності взаємозв'язків між змінними також можуть стати джерелом неточностей (наприклад, моделі, що припускають лінійний зв'язок між обсягами видобутку та попитом на корисні копалини, можуть не враховувати більш складні взаємозв'язки, такі як еластичність попиту або вплив конкурентних ринків - у таких випадках необхідно застосовувати більш складні моделі, які враховують нелінійні залежності та можливі взаємодії між змінними).

Ще одне обмеження пов'язане з тимчасовими рамками моделювання, довгострокові прогнози можуть бути менш точними через більшу невизначеність та більшу кількість можливих змін у зовнішньому середовищі; короткострокові моделі, навпаки, можуть не враховувати довгострокові тенденції та цикли - тому важливо використовувати різні часові горизонти при прогнозуванні та комбінувати короткострокові та довгострокові моделі для отримання більш комплексної картини.

Нарешті, необхідно враховувати можливі сценарії розвитку подій та проводити сценарний аналіз - модель повинна бути здатною враховувати різні варіанти розвитку подій, такі як економічні кризи, зміни в екологічному законодавстві або техногенні катастрофи, це дозволить забезпечити більшу гнучкість та адаптивність моделі, а також підвищити точність прогнозів у умовах невизначеності. Окрім зазначених обмежень та припущень, варто також розглянути вплив суб'єктивних факторів та можливих системних помилок, що можуть виникати під час побудови моделей (наприклад, помилки, пов'язані з людським фактором, такі як помилки в обробці даних або упередження у виборі параметрів моделі, можуть суттєво вплинути на точність результатів - щоб мінімізувати ці ризики, важливо проводити верифікацію та валідацію моделей, залучати незалежних експертів для оцінки коректності вихідних даних та методології моделювання).

Також слід звернути увагу на обмеження, пов'язані з можливостями обчислювальних систем - складні математичні моделі можуть вимагати значних обчислювальних ресурсів, що може стати проблемою при обробці великих обсягів даних або при виконанні розрахунків в реальному часі. Оптимізація алгоритмів, використання потужних обчислювальних кластерів або хмарних технологій можуть допомогти подолати ці обмеження, але потребують додаткових витрат та технічної підтримки. Важливо також враховувати, що моделі часто базуються на певних ідеалізованих умовах, які можуть не відображати реальних ситуацій (наприклад, при моделюванні видобутку корисних копалин можуть використовуватися спрощені припущення щодо геологічної структури родовищ, що може призвести до неточних прогнозів - для підвищення точності необхідно проводити додаткові польові дослідження та використовувати більш детальні геологічні моделі).

Саме тому варто зазначити, що будь-яка модель є інструментом для підтримки прийняття рішень, але не може замінити собою комплексний аналіз та експертну оцінку. Результати моделювання повинні використовуватися у поєднанні з іншими методами аналізу та прийняття рішень, такими як SWOT-аналіз, ризик-менеджмент, консультації з фахівцями галузі тощо - це дозволить забезпечити більш зважений та обґрунтований підхід до управління ресурсами та планування розвитку галузі.

Також важливо розуміти, що модельні припущення можуть обмежувати універсальність моделі (наприклад, якщо модель створена для прогнозування видобутку певного типу корисних копалин у конкретних географічних умовах, її застосування до інших типів копалин або інших регіонів може вимагати значних коригувань - це означає, що модель потребує адаптації і не може бути автоматично застосована у всіх випадках без додаткової перевірки та налаштування). Крім того, моделі можуть бути чутливими до точності вхідних даних - недосконалість або неповнота вихідних даних може призвести до значних похибок у результатах моделювання. Тому важливо забезпечити високу якість даних, що використовуються для моделювання, та враховувати можливі варіації та невизначеності в цих даних. Використання методів оцінки якості даних, таких як верифікація та очищення даних, може значно покращити точність моделювання.

Ще одним аспектом є потреба у постійному оновленні моделей - технології, геологічні умови, економічні показники та інші фактори можуть змінюватися з часом, що впливатиме на точність і актуальність моделей. Регулярне оновлення вхідних даних та переоцінка параметрів моделей є необхідними для підтримки їхньої релевантності - це вимагає постійного моніторингу та готовності до внесення змін у модельні підходи.

Нарешті, варто зазначити, що моделі можуть враховувати лише ті фактори, які відомі та піддаються вимірюванню, проте існують численні невизначеності та непередбачувані події, які можуть впливати на результати моделювання, але які важко або неможливо врахувати в моделях - це підкреслює важливість комплексного підходу до аналізу та управління, який поєднує моделювання з іншими методами оцінки та прийняття рішень, враховуючи ширший контекст та потенційні ризики. Таким чином, використання моделей для прогнозування та планування у гірничодобувній галузі є потужним інструментом, але він має свої обмеження та вимагає обережного та відповідального підходу. Врахування можливих обмежень та припущень моделі дозволить підвищити її ефективність та надійність, сприяючи більш точному та обґрунтованому прийняттю рішень у галузі видобутку корисних копалин.

Загалом, така оцінка обмежень та припущень моделі дозволяє значно краще зрозуміти її потенційні слабкі місця та обмеження, а також визначити основні напрямки для подальшого вдосконалення моделі та підвищення її точності та надійності.

# 

# ВИСНОВКИ

Отже, у цій курсовій роботі було досліджено методологію для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин на основі математичного моделювання, методологія включає в себе формулювання математичних залежностей, аналіз чутливості моделі та оцінку можливих обмежень та припущень.Аналіз чутливості моделі є важливим етапом, який дозволяє оцінити вплив зміни вхідних параметрів на результати прогнозування - це допомагає визначити найбільш чутливі параметри та скоригувати модель для підвищення її точності. Також в роботі було виявлено ряд обмежень та припущень, які впливають на застосовність та точність моделі - важливо враховувати ці аспекти при інтерпретації результатів моделювання та плануванні подальших досліджень.

Модель може бути використана для планування та оптимізації процесів видобутку корисних копалин, а також для розробки стратегій управління родовищами з урахуванням геологічних та експлуатаційних умов, також у роботі на було проведено комплексне дослідження, яке дозволило досягти основних цілей та вирішити поставлені завдання.

Проведено детальний аналіз існуючих математичних моделей для прогнозування обсягів видобутку корисних копалин. Виявлено, що моделі, засновані на диференціальних рівняннях та методах чисельного моделювання, демонструють високу точність і надійність у прогнозуванні. Показано, що моделі, засновані на варіаційних принципах, мають певні обмеження, пов'язані з проблемами збіжності рішень, тоді як моделі на основі другого закону Ньютона забезпечують кращу динамічну відповідність і прямий облік часу протікання процесів.

Розроблено модель прогнозування обсягів видобутку корисних копалин для підземних родовищ, що враховує ключові фактори, такі як геологічні характеристики родовища, технологічні параметри видобутку та економічні умови - модель була валідація на основі даних за період 2004–2019 років, що дозволило перевірити її точність і надійність. Результати моделювання показали високу кореляцію з фактичними даними, що підтверджує адекватність запропонованої моделі.

Проведено аналіз чутливості моделі до змін вхідних параметрів - встановлено, що модель є найбільш чутливою до змін геологічних та технологічних параметрів, таких як густота корисної копалини, швидкість видобутку та витрати на видобуток. Виявлено, що економічні параметри, такі як ціна на корисні копалини та операційні витрати, також значно впливають на результати моделювання, що вимагає постійного моніторингу та оновлення вхідних даних.

Визначено основні обмеження моделі, пов'язані з її залежністю від якості вхідних даних та припущень щодо стабільності геологічних і технологічних умов, враховано можливість адаптації моделі для різних типів родовищ та умов видобутку, що дозволяє використовувати її як універсальний інструмент для прогнозування обсягів видобутку корисних копалин.

Запропонована модель може бути використана як ефективний інструмент для планування видобутку корисних копалин та управління ресурсами на підприємствах гірничодобувної галузі, рекомендовано застосовувати модель для оцінки економічної доцільності розробки нових родовищ, оптимізації видобутку та мінімізації екологічних ризиків. Таким чином, результати дослідження підтвердили доцільність використання математичного моделювання для прогнозування обсягів видобутку корисних копалин при підземній розробці родовищ, що сприяє більш ефективному плануванню та управлінню гірничодобувними проектами.

Результати магістерської роботи вказують на необхідність подальших досліджень для уточнення моделі, збору додаткових даних та врахування більш складних процесів, що відбуваються в родовищі. Загалом, магістерська робота демонструє потенціал застосування математичного моделювання для прогнозування об'ємів видобутку корисних копалин і підкреслює важливість комплексного підходу до аналізу та оптимізації процесів видобутку.

**ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. BaibatshaA. B., Muszyński A., Shaiyakhmet T. K., Shakirova G. S. 3D modeling for estimation of engineering-geological conditions of operating mineral deposits. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences, 4(442), 2020. С. 19-27.
2. Pysmennyi S., Peremetchyk A., Chukharev S., Fedorenko S., AnastasovD., Tomiczek K. The mining and geometrical methodology for estimating of mineral deposits. In IOP Conference Series: Earth and Environmental Science (Vol. 1049, No. 1, p. 012029). IOP Publishing, 2022. 11c.
3. Vaziri V., Sayadi A. R., Mousavi A., Parbhakar-Fox A., Monjezi, M. Mathematical modeling for optimized mine waste rock disposal: Establishing more effective acid rock drainage management. Journal of cleaner production, 288, 125124, 2021. С. 288.
4. Li S., Chen J., & Liu C. Overview on the development of intelligent methods for mineral resource prediction under the background of geological big data. Minerals, 12(5), 2022. С. 616.
5. Станжицький О. М., Таран Є. Ю., Гординський Л. Д. Основи математичного моделювання. К.: Видавничо-поліграфічний центр Київський університет, 2006.
6. Гейко О. О. Забезпечення правильності комп'ютерних моделей через верифікацію та валідацію. Вченізаписки, 4202330, 2023. C. 30-37.
7. Bossel H. Modeling and simulation. AK Peters/CRC Press, 2018. 502 с.
8. ДолинськийІ. П., Лобасов О. П. Математичне і технологічне забезпечення 3D геологічного моделювання в ГІС-середовищі. Геоінформатика, (1), 2013. С. 49-53.
9. Дячук Б. А., Шпарбер М. Є.Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції «Розвиток будівництва та житлово-комунального господарства в сучасних умовах».Рекомендовано Вченою радою Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля (протокол № 5 від 27 листопада 2020 р.), С. 17.
10. Forbes T. G., Priest E. R.. A comparison of analytical and numerical models for steadily driven magnetic reconnection. Reviews of Geophysics, 25(8), 1987. С. 1583-1607.
11. Основні поняття та визначення теорії моделювання. URL: <https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/286460/mod_resource/content/1/%D0%9B%D0%B5%D0%BA%D1%86%D1%96%D1%8F%20%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F%20-%201.pdf>
12. Fuerstenau M. C., HanK. N. Principles of mineral processing. SME, 2003. 573 с.
13. Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.; Zhu, J.Z. (2005). The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals (Sixth ed.). Butterworth-Heinemann. ISBN 0750663200.
14. Katsaga T. (2016). Stability evaluation of underground opening using a Discrete Fracture Network Engineering approach. Applied Numerical modeling in geomechanics.-Itasca international Inc. Paper 01-01.
15. Purvance, M. D., D. Russell, D. Potyondy and S. Emam (2011). “Spatial Searching and Contact Detection in PFC 5.0,” in Continuum and Distinct Element Modeling in Geomechanics — 2011 (Proceedings, 2nd International FLAC / DEM Symposium, Melbourne, February 2011), Paper 14-01, pp. 783-790. D. Sainsbury et al., Eds. Minneapolis: Itasca International Inc.
16. Nazymko, V., &Griniov, V. (2016). Implementing FLAC3D model for simulating deformation mechanism of steel frame support set by actual profile. Mining of Mineral Deposits, 10(1), 57-62. http://dx.doi.org/10.15407/mining10.01.057.
17. Diedich, I. Assessment of goaf degassing wells shear due to their longwall undermining/ I.Diedich, V.Nazimko/ Progressive Technologies of Coal, Coalbad Methane, and Ores Mining. - The Netherlands: CRS Press/Balkema, 2014: 137-140.
18. NazimkoV.V. andNazimkoI.V. (2002). Investigation of Land-Slide Development. International Conference on Civil Engineering CEWorld, USA, 9-10 August 2002. Virtual Presentation in section Land Slide Development. Geotechnology.
19. Бодюк, А.В. (2013). Економіко-ресурсний аспект досліджень корисних копалин. Формування ринкових відносин в Україні, 12(151), 176–179.
20. Волков, В.П., Горошкова, Л.А. (2013a). Спосіб прогнозування розвитку складних систем. Патент 82983, МПК (2013.01) G06Q90/00; G06Q10/06 (2012.01) (Украина). u 201301645; заявл. 11.02.2013 р.; опубл. 27.08.2013 р. Бюлетень, 16.
21. Волков, В.П., Горошкова, Л.А. (2013b). Прогнозування розвитку складних техніко-економічних систем мезорівня. Економічний вісник університету, 20/2, 257–263.
22. Волков, В.П., Горошкова, Л.А. (2014). Малі економічні цикли: теорія та вітчизняна практика. Науковий вісник Ужгородського університету. Економіка, 1 (42), 270–276.
23. Волков В.П., Горошкова Л.А. (2018). Управління раціональним видобуванням та використанням мінерально-сировинних ресурсів України. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Геологія, 3(82), 25–35.
24. Горошкова, Л.А. (2011). Економічна циклічність розвитку металургійної та забезпечуючих галузей. Економічний вісник університету, 17/2, 47–54.
25. Довгий, С.О., Шестопалов, В.М., Коржнев, М.М. та ін. (2007). Реструктуризація мінерально-сировинної бази України та її інформаційне забезпечення. К.:Наукова думка.
26. Закон України "Про затвердження Загальнодержавної програми розвитку мінерально-сировинної бази України на період до 2030 року". (2011). № 4731-VI від 17.05.2012 р. Відомості Верховної Ради України (ВВР), 44, 457.
27. Коржнев, М.М., Михайлов, В.А., Міщенко, В.С. та ін. (2006) Основи економічної геології. Навч. посібник. К.: Логос.
28. Костенко, М.М. (2014). Мінерально-сировинна база України. Стаття 3. Стан мінерально-сировинної бази неметалічних корисних копалин України та основні напрями геологорозвідувальних робіт. Мінеральні ресурси України, 4, 6–13.
29. Лисенко, О.А. (2017). Геолого-економічна оцінка корисних копалин (актуальні питання й методичні аспекти). Мінеральні ресурси України, 3, 22–26.
30. Лисенко, О.А., Василенко, А.П., Костенко, М.М. (2017). Геологія рудних і нерудних корисних копалин – важливий напрям наукових досліджень Українського державного геологорозвідувального інституту. ЗбірникнауковихпрацьУкрДГРІ, 2, 20–32.