Міністерство освіти і науки України
Криворізький національний університет
Факультет інформаційних технологій
Кафедра автоматизації, комп'ютерних наук і технологій

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття ступеню вищої освіти – магістр
за освітньо-професійною програмою
«Кіберфізичні системи в промисловості, бізнесі та транспорті»

зі спеціальності
174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка

тема роботи:

«*Автоматизоване керування стрічковим конвеєром з розробкою підсистеми адаптивного керування тепловими режимами роботи приводного барабана*»

Виконав ст. гр. АКІТР-23-2м. _____ Єфименко М.С.

Керівник _____ Курганов І.Д.

Нормоконтроль _____ Маринич І. А.

Завідувач кафедри _____ Рубан С. А.

Кривий Ріг – 2024

КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет: *інформаційних технологій*

Кафедра: *автоматизації, комп'ютерних наук і технологій*

Ступінь вищої освіти: *Магістр*

Спеціальність: *174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка*

ЗАТВЕРДЖУЮ

Зав. кафедри: *к.т.н. Рубан С.А.*

_____

« *5* » *липня* 2024 р.

ЗАВДАННЯ

на кваліфікаційну роботу магістра

студентові групи АКІТР-23-2м. *Єфименку Микиті Сергійовичу*

1. Тема кваліфікаційної роботи: *«Автоматизоване керування стрічковим конвеєром з розробкою підсистеми адаптивного керування тепловими режимами роботи приводного барабана»*

затверджено наказом по університету № *595с* від *04.07.2024 р.*

2. Термін здачі кваліфікаційної роботи: *01.12.2024 р.*

3. Склад кваліфікаційної роботи: *Пояснювальна записка обсягом 130с., додатки 22, презентація у Microsoft PowerPoint (20 слайдів) в електронному та друкованому вигляді*

4. Консультанти кваліфікаційної роботи:

Розділ 1-3 ст.викладач. Курганов І. Д.

Нормоконтроль доц. Маринич І. А.

5. Календарний план:

№	Етапи роботи	Термін виконання
1	*Вступ*	*10.07.24*
2	*Розділ 1*	*15.07.24*
3	*Розділ 2*	*18.08.24*
4	*Розділ 3*	*19.09.24*
5	*Висновки*	*15.10.24*
6	*Оформлення кваліфікаційної роботи*	*20.11.24*
7	*Підготовка презентації та графічного матеріалу*	*28.11.24*
8	*Підготовка доповіді до захисту*	*01.12.24*

6. Дата видачі завдання: *28.06.2024р.*

Керівник _____ /Курганов І. Д./

7. Запевнення: *Я, Єфименко Микита Сергійович, запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.*

Із чинним Положенням про академічну доброчесність Криворізького національного університету ознайомлений.

Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі умисних порушень робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.

Здобувач _____ / Єфименко М. С./

АНОТАЦІЯ

Єфименко М.С. Автоматизоване керування стрічковим конвеєром з розробкою підсистеми адаптивного керування тепловими режимами роботи приводного барабана.

Кваліфікаційна робота на здобуття ступеню вищої освіти магістр за освітньо-професійною програмою “Кіберфізичні системи в промисловості, бізнесі та транспорті” зі спеціальності 174 – Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка. – Криворізький національний університет, Кривий Ріг, 2024

Об'єктом досліджень є технологічний процес транспортування рудної маси стрічковими конвеєрами.

Предмет дослідження – методи оптимального управління натягом стрічки та швидкістю обертання приводного барабана стрічкового конвеєра із застосуванням інтегрального критерію якості управління тепловими втратами на приводному барабані.

У першому розділі здійснено дослідження технологічного процесу як об'єкта управління. Досліджено математичні моделі щодо його реалізації в системі автоматичного управління.

У другому розділі отримано математична модель визначення величини кута робочого ковзання, де відбувається випромінювання теплового джерела в результаті дії сил тертя. Розглянуто режими роботи приводного барабана та стрічки. Наведено принципи адаптивного керування натягом стрічки, а також швидкістю її руху для реалізації оптимального режиму роботи приводного барабана та стрічки конвеєра. Отримано математичну модель оптимального управління з розподіленими параметрами приводного барабана та стрічки, де кут робочого ковзання представлений граничною умовою, а зміна положення точки початку кута робочого ковзання при зміні натягу стрічки або швидкості її

руху представлено законом рухомого управління. Виконано цифрове моделювання теплового поля фрикційної пари методом кінцевих елементів.

В третьому розділі розроблено адаптивна система з еталонною моделлю САК з розподіленими параметрами. Виконано структурне моделювання системи автоматичного управління з розподіленими параметрами двомірного розподілу теплового поля фрикційної пари конвеєра для реалізації її у вигляді еталонної моделі управління натягом стрічки та швидкістю її руху.

АДАПТИВНА СИСТЕМА, РОЗПОДІЛЕНІ ПАРАМЕТРИ, КОНВЕЄР, ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ, ФРИКЦІЙНА ПАРА, НАТЯГ СТРІЧКИ.

ANNOTATION

Efymenko M.S. Automated control of a belt conveyor with the development of a subsystem for adaptive control of thermal operating modes of the drive drum.

Qualification work for the degree of higher education Master in the educational and professional program “Cyber-physical systems in industry, business and transport” in specialty 174 – Automation, computer-integrated technologies and robotics. – Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, 2024

The object of research is the technological process of transporting ore mass by belt conveyors.

The subject of research is methods of optimal control of the belt tension and the speed of rotation of the drive drum of the belt conveyor using the integral quality criterion of heat loss control on the drive drum.

In the first section, a study of the technological process as a control object is carried out. Mathematical models for its implementation in the automatic control system are investigated.

In the second section, a mathematical model for determining the value of the working slip angle, where the heat source is radiated as a result of the action of friction forces, is obtained. The operating modes of the drive drum and belt are

considered. The principles of adaptive control of the belt tension, as well as its speed of movement, are presented to implement the optimal operating mode of the drive drum and conveyor belt. A mathematical model of optimal control with distributed parameters of the drive drum and belt is obtained, where the working slip angle is represented by a boundary condition, and the change in the position of the starting point of the working slip angle when changing the belt tension or its speed of movement is represented by the law of moving control. Digital modeling of the thermal field of the friction pair is performed using the finite element method.

In the third section, an adaptive system with a reference model of the distributed parameters automatic control system is developed. Structural modeling of the automatic control system with distributed parameters of the two-dimensional distribution of the thermal field of the friction pair of the conveyor is performed to implement it as a reference model for controlling the belt tension and its speed.

ADAPTIVE SYSTEM, DISTRIBUTED PARAMETERS, CONVEYOR, OPTIMAL CONTROL, FRICTION PAIR, BELT TENSION.

ЗМІСТ

ВСТУП 9
РОЗДІЛ 1 13
ПОСТАНОВКА ЗАВДАНЬ ПРИ РОЗРОБЦІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ НАТЯЖКОЮ СТАНЦІЄЮ КОНВЕЄРА З ВИКОРИСТАННЯМ КОНТРОЛЮ ТЕПЛОВИХ РЕЖИМІВ ПРИВОДНОГО БАРАБАНУ 13
1.1 Оцінка існуючих способів керування конвеєром для визначення критерію керування натяжною станцією конвеєра 13
1.2 Аналіз способів керування конвеєрною установкою по взаємодії стрічки та приводного барабана 15
1.3 Аналіз теплових способів оцінки дуги робочого ковзання 21
1.4 Аналіз систем автоматичного керування натягом стрічки стрічкових конвеєрів 24
1.5 Постановка завдань досліджень та розробок 29
РОЗДІЛ 2. 31
РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ ОБ'ЄКТУ УПРАВЛІННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ПЕРЕДАЧІ РУХУ З ДОПОМОГОЮ ТЕРТЯ НА ПРИВІДНОМУ БАРАБАНІ СТРІЧКОВОГО КОНВЕЄРА 31
2.1 Основні складові кута обхвату при використанні гнучкого зв'язку барабан – стрічка 31
2.2 Умови рівноваги сил на елементарній ділянці, виділеній на дузі ковзання при взаємодії барабана зі стрічкою 35
2.3 Відносна втрата швидкості при передачі руху за допомогою тертя 38
2.4 Аналіз режимів роботи приводного барабана для отримання інформації про керуючі впливи, впливи що обурюють та контрольовані величини 43

2.5 Розробка математичної моделі системи адаптивного керування з розподіленими параметрами для об'єкта керування приводною парою барабан – стрічка 57
2.5.1 Рівняння теплопровідності. Постановка крайового завдання, початкові та кінцеві умови для її вирішення. 57
2.5.2 Цифрове моделювання температури фрикційної пари 68
2.6 Синтез критерію оптимального керування технологічним процесом транспортування рудної маси за допомогою керування натягом стрічки конвеєра 98
ВИСНОВКИ 103
РОЗДІЛ 3 105
СИСТЕМА АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ НАТЯЖКОЮ СТАНЦІЄЮ КОНВЕЄРА 105
3.1 Розробка адаптивної системи автоматичного керування натяжною станцією стрічкового конвеєра 105
3.2. Структурне моделювання системи автоматичного управління з розподіленими параметрами для реалізації її у вигляді еталонної моделі управління натягом стрічки та швидкістю її руху 111
ВИСНОВКИ 122
СПИСОК ВИКОРИСТАННОЇ ЛІТЕРАТУРИ 123
Додаток А 131
Режими роботи приводного барабана як моделі з розподіленими параметрами при зміні характеру завантаження конвеєра 131

ВСТУП

Конвеєрні установки застосовують для безперервного транспортування вантажів у багатьох галузях народного господарства. Вони є важливою сполучною ланкою між технологічними механізмами та агрегатами. До них відносяться стрічкові, лоткові та гвинтові конвеєри, ковшові елеватори та живильники (пластинчасті, стрічкові, гвинтові, дискові). Особливо велике значення конвеєрного транспорту у гірничорудній, гірничо-переробній, металургійній та інших галузях промисловості.

Нині є кілька напрямів. Одні вчені займаються удосконаленням конструкцій конвеєрних установок, що дозволяють підвищити їхню продуктивність і надійність роботи при зниженні масо-габаритних розмірів, а інші для досягнення тієї ж мети – автоматизованих систем управління, що знижують при цьому ще й енергоспоживання. Крім того, на багатьох підприємствах змінюється технологія, що веде до збільшення кількості завдань щодо раціонального використання стрічкових конвеєрів, основні напрямки, удосконалення яких полягають у наступному:

- підвищення їх продуктивності та надійності в експлуатації;

- поліпшення конструкторських та технологічних рішень з уточненням тягового фактору;

- застосування схемотехнічних та програмних рішень щодо реалізації способів контролю основних вузлів конвеєра та найчастіше - приводного барабана;

- використання систем автоматичного контролю та керування, зокрема шляхом регулювання натягом стрічки конвеєра.

Найменш довговічний і найдорожчий елемент конвеєрної установки - це її стрічка, від стану якої найбільше залежить продуктивність і надійність експлуатації конвеєра. Зазвичай її вартість та витрати на ремонт за термін

експлуатації конвеєра можна порівняти з вартістю механічного обладнання та його монтажу. Тому дана робота присвячена питанням створення універсальних систем автоматичного управління натяжними та приводними станціями конвеєрів з метою раціонального використання конвеєрної стрічки за максимально можливої тягової здатності та продуктивності конвеєра.

Актуальність теми. В основу роботи стрічкових конвеєрів, а конкретніше взаємодії приводного барабана та стрічки закладено принцип передачі руху за допомогою тертя, тобто принцип фрикційної передачі. У свою чергу фрикційна передача може бути реалізована тільки за наявності дуги (кута) робочого ковзання на дузі взаємодії барабан - стрічка. Від величини кута робочого ковзання залежить тяговий фактор, а також окружне зусилля, яке може передавати стрічковий конвеєр.

У системах автоматичного управління стрічковими конвеєрами, що застосовуються в даний час, закладено принцип розподілу навантаження між приводними барабанами. Це досягається двома способами:

- Регулюванням швидкості обертання приводних барабанів;

- Зміною натягу стрічки конвеєра.

Названі способи управління впливають на величину кута робочого ковзання, тому його можна вважати вихідним та вагомим параметром стрічкового конвеєра. Контролюючи величину кута робочого ковзання, можна задати найбільш раціональні режими експлуатації стрічкових конвеєрів, знизивши цим енергоспоживання та знос механічних частин конвеєрних установок. У зв'язку з цим, актуальним завданням є розробка нових способів контролю та дослідження систем автоматичного керування конвеєром, що забезпечують обмеження статичних навантажень на стрічку в пусковому режимі.

Ідея роботи полягає в автоматичному керуванні натягом стрічки або її швидкістю на основі інформації зосередженої в теплових втратах для контролю

та оптимального керування режимами роботи фрикційної пари приводний барабан – стрічка конвеєра.

Метою роботи є створення адаптивних підсистем автоматичного управління натяжною та приводною станціями конвеєрних установок з контролем кута робочого ковзання, що забезпечують раціональні режими роботи конвеєра.

Відповідно до цього в роботі було поставлено та вирішено такі завдання:

1. Отримати залежності розподілу зусиль та швидкості ковзання при розтягуванні та згинанні стрічки на дузі обхвату приводного барабана в процесі обертання.

2. Отримати математичну модель, для визначення величини кута робочого ковзання, в зоні якого відбувається випромінювання теплового джерела внаслідок дії сил тертя.

3. Розробити модель теплового поля фрикційної пари, отримана на основі цифрового моделювання засобами пакета MATLAB у додатку PDE Toolbox методом кінцевих елементів.

4. Розробити структурну схему оптимальної системи автоматичного управління конвеєра, що побудована без пошукових принципах адаптивного управління, що включає у собі еталонну модель.

5. Розробити структурну схему еталонної моделі САУ з розподіленими параметрами, що дозволяє реалізувати результати цифрового моделювання двовимірного розподілу теплового поля фрикційної пари барабан-стрічка.

Об'єктом досліджень є технологічний процес транспортування рудної маси стрічковими конвеєрами.

Предмет дослідження – методи оптимального управління натягом стрічки та швидкістю обертання приводного барабана стрічкового конвеєра із застосуванням інтегрального критерію якості управління тепловими втратами на приводному барабані.

Методи досліджень. Для вирішення поставлених у роботі завдань використовувалися аналітичний та експериментальний методи при обробці результатів чисельних розв'язків задач теплопровідності (розділ 2 п.2.4, 2.5). Використано теорію фрикційної передачі для стрічкових конвеєрів (розділ 2, п. 2.1-2.3). Теорія рухомого управління, яка застосовується в системах із розподіленими параметрами (розділ 2, п. 2.5). Метод кінцевих елементів, проекційний метод, метод Гальоркіна (розділ 2, п. 2.5.2).

РОЗДІЛ 1
ПОСТАНОВКА ЗАВДАНЬ ПРИ РОЗРОБЦІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ НАТЯЖКОЮ СТАНЦІЄЮ КОНВЕЄРА З ВИКОРИСТАННЯМ КОНТРОЛЮ ТЕПЛОВИХ РЕЖИМІВ ПРИВОДНОГО БАРАБАНУ

1.1 Оцінка існуючих способів керування конвеєром для визначення критерію керування натяжною станцією конвеєра

Дослідженням управління натяжною станцією займалися Н.Я. Біліченко, Волотковський, А.Г. Нохрін [22, 28, 27, 29 44, 45, 48], які дійшли висновку, що рівень натягу стрічки визначається рівнем завантаження матеріалу, його крупністю, а також терміном служби конвеєрної стрічки. При цьому керування натяжною станцією здійснювалося у функціях від виміряного натягу, від розподілу навантаження між приводними барабанами, від довжини польоту вантажу при переході через роликоопори, а також наведених витрат на експлуатацію конвеєра. Технічне рішення систем управління натяжними станціями було реалізовано на основі контролю зусилля у стрічці тензометричним способом та на основі гідравлічних регуляторів. В останньому випадку зміна зусилля в стрічці перетворювалася на поступальний рух поршня, який змінював тиск масла, що вимірюється манометром. Діапазон регулювання ставився положенням мікроперемикачів, встановлених у манометрі для верхньої та нижньої меж включення натяжної станції [55].

Найбільш прогресивним у вирішенні розглянутого автором завдання є підхід Назаренко В. М. [47], який враховує зміну терміну служби стрічки та енергетичних витрат на транспортування вантажу в залежності від зміни рівня натягу стрічки конвеєра. Однак, цей підхід не враховує вплив на роботу тягового органу крупності вантажу при втомному руйнуванні від здавлювання в місці його навантаження і на лінійній ділянці, тому необхідно було провести

дослідження для обліку вищезгаданого фактору. Ця наукова проблема вирішена у роботі [52], де представлені закономірності, що визначають термін служби стрічки під час транспортування вантажу різної фракції. Зміна натягу задає режим роботи приводного барабана, що розглянуто в роботах [32, 34] і більш детально проаналізовано у п. 1.2.

Таким чином, виникла потреба у формуванні нового критерію керування натяжною станцією, який відрізняється від відомого тим, що рівнем натягу керують, виходячи з компромісу енерговитрат, режиму роботи приводного барабана та терміну служби конвеєрної стрічки.

Перевагою даного критерію є те, що при різному рівні натягу стрічки враховується її знос у місці навантаження матеріалу, що транспортується, по всій довжині конвеєра, знос від розшарування стрічки при багаторазовому її перегині на роликоопорах і барабанах конвеєра, а також враховуються енерговитрати на транспортування вантажу.

1.2 Аналіз способів керування конвеєрною установкою по взаємодії стрічки та приводного барабана

Дослідженням процесів, які відбуваються під час роботи фрикційної пари барабан-стрічка, стрічкового конвеєра займалися автори: А.В. Андрєєв, Н.Я. Біліченко, В.С. Волотковський, Є.М. Височин, Є.Х. Завгородній, В.А. Дьяков, М.А. Котов, М.А. Малютін, С.І. Попов, В.М. Назаренко, Н.В. Тихонов, Л. І. Чугреєв, С.С. Усупов [20, 23, 27, 34, 61, 19, 33, 65, 69].

У роботах розглядалися такі питання:

- передача руху за допомогою сил тертя на приводному барабані стрічкового конвеєра;
- напруги, що виникають у стрічці при її взаємодії з пружним футеруванням приводного барабана;
- основні складові кута обхвату при використанні гнучкого зв'язку барабан – стрічка;
- відносна втрата швидкості при передачі руху за допомогою тертя;
- режими роботи приводного барабана стрічкового конвеєра;
- оцінка швидкості стирання нижньої обкладки конвеєрної стрічки.

Аналіз робіт виконаних В.С. Волотковським дозволив отримати такі результати. На стрічкових конвеєрах великої довжини від 467 до 1870 метрів, площа зірваної нижньої обкладки змінюється від 15% до 25%, що спричинено виникненням пробуксовування стрічки та великими значеннями напруги у нижній обкладці стрічки при її взаємодії з приводним барабаном.

Базуючись на досвіді раніше виконаних робіт, необхідно розробити спосіб контролю, який дозволить визначити точку початку дуги робочого ковзання на дузі обхвату приводного барабана і керувати її положенням на дузі обхвату за допомогою САУ.

Для роботи конвеєра без пробуксовування, у будь-якому з його режимів експлуатації необхідно, щоб натяг у точці збігання з приводного барабана відповідав умові

$$\frac{S_{нб}}{S_{зб}} \prec e^{\mu \cdot \alpha},$$

де $S_{нб}$ и $S_{зб}$ – зусилля у стрічці в точках набігання та збігання стрічки з приводного барабана;

$e^{\mu \cdot \alpha}$- тяговий фактор привода;

α - кут обхвату ;

μ - коефіцієнт зчеплення стрічки з приводним барабаном конвеєра [20].

Передача руху за допомогою тертя при транспортуванні вантажу гнучким тяговим органом у конвеєрних установках заснована на теорії фрикційної передачі та класичної теорії ремінних передач. Отже, передача руху гнучкого тягового органу (конвеєрної стрічки) на приводному барабані конвеєра описується формулою Ейлера

$$\frac{S_{нб}}{S_{зб}} = e^{\mu \cdot \alpha_{кв}},$$

де $\alpha_{кв}$ – кут робочого ковзання [20].

З наведених вище математичних виразів випливає, що параметрами, що визначають роботу фрикційної передачі барабан-стрічка, є коефіцієнт зчеплення та кут робочого ковзання. Зусилля у стрічці залежать від попереднього натягу стрічки та натягу, викликаного масою вантажу. З цього видно, що для визначення тягового фактору $e^{\mu\alpha_{кв}}$, що діє на приводному барабані, необхідно контролювати або коефіцієнт зчеплення μ, або кут робочого ковзання $\alpha_{кв}$, або обидва фактори.

Дані вирази відображають процес, що протікає на дузі робочого ковзання, яка передає окружне зусилля, що реалізується приводним барабаном. Для визначення точки її початку розглянемо фізику процесу, що протікає на дузі

відносного спокою. З робіт Андрєєва А.В., який, використовуючи метод фотопружності, показав розподіл дотичних напруг на дузі відносного спокою та дузі робочого прослизання, у стрічці виконаної з ігдантиту [20]. За результатами видно, що розподіл дотичних напруг на дузі відносного спокою носить інший характер порівняно з дугою робочого прослизання і матиме інший математичний вираз.

У роботах Дьякова В.А. та Котова М.А. отримані залежності, що описують розподіл дотичних напруг на дузі відносного спокою приводного барабана, з урахуванням процесів, що протікають у футеруванні. Таким чином, одна математична модель описує процеси, що протікають на дузі робочого прослизання, інша відображає процеси, що протікають на дузі відносного спокою, з урахуванням модуля пружності стрічки і жорсткості модуля футеровки приводного барабана [33, 34]. Точкою початку дуги робочого прослизання є точка перетину залежностей розподілу дотичних напруг на дузі робочого ковзання та дузі відносного спокою, тобто. точка, в якій виникають максимальні дотичні напруги.

Таким чином, необхідно вдосконалити математичну модель визначення кута робочого ковзання, яка відрізняється тим, що її рішення знаходиться в точці перетину залежностей розподілу дотичних напруг від величини кута відносного спокою і величини кута робочого ковзання. Дане рішення знаходиться при виконанні наступних обмежень, які задають режим роботи при керуванні приводним барабаном:

- відношення зусиль у точках набігання та збігання з приводного барабана не повинно бути більшим за тяговий фактор, який реалізується в зоні кута робочого ковзання;

- кут робочого ковзання не повинен перевищувати 80% кута обхвату приводного барабана стрічкового конвеєра.

Для достовірнішого визначення величини дуги робочого ковзання або коефіцієнта зчеплення необхідне експериментальне визначення. Необхідність безпосереднього вимірювання даних величин пов'язана з тим, що вони сильно залежать від зовнішніх факторів, таких як вологість, запиленість, зміна температури навколишнього середовища, механічне зношування робочих поверхонь фрикційної передачі, які мають місце при роботі стрічкових конвеєрів у виробничих умовах. Під впливом навколишнього середовища значення коефіцієнта зчеплення та кута робочого ковзання сильно змінюються порівняно з величинами, заданими проектним інститутом. Так було в роботах [69] зроблено експериментальні дослідження, якими було встановлено, що з проектуванні розрахункове значення коефіцієнта зчеплення становило (0.25), реальні значення становили від 0.75 до 0.81. У зв'язку з цим маса вантажу натяжної станції була змінена з 14200 кг до 2300 кг.

В іншій роботі [21] було застосовано пристрій, що дозволяє контролювати кут робочого ковзання. Необхідність застосування в такому пристрої датчика пов'язана з тим, що при навантаженні, що змінюється, величина зусилля необхідного для збереження постійного запасу сил тертя змінюється від 56.5 до 130% від номінального, навіть якщо коефіцієнт зчеплення залишається постійним. Якщо ж врахувати зміну коефіцієнта зчеплення, то діапазон зміни натяжного зусилля розширюється і становить від 42.5 до 264% від номіналу. Зміна натягу стрічки в таких широких межах ще раз доводить необхідність створення універсальної системи для контролю кута робочого ковзання або контролю коефіцієнта зчеплення.

Найбільш відомими на даний момент є способи визначення початку дуги прослизання по різниці швидкостей між обертанням приводного барабана та рухом стрічки [21, 19].

У основі цих способів лежить питання відносної втрати швидкості під час передачі руху у вигляді тертя. Першоджерелом є класична теорія ремінних

передач [26]. Для роботи стрічкових конвеєрів ці питання опрацьовані авторами Тихонов Н. В. та Малютін М. А. [62].

При розгляді існуючих пристроїв можна відзначити такі відмінні риси.

Датчик ковзання стрічки є механічною конструкцією [21], яка кронштейном кріпиться з внутрішньої сторони обичайки барабана так, що футерований ролик знаходиться у вирізі обичайки барабана, виступаючи над її поверхнею приблизно на 1 мм. Для обмеження повороту ролик має зріз.

Повертаючись разом з барабаном, ролик, пов'язаний зубчастою передачею з датчиком сельсин, періодично входить в контакт зі стрічкою, яка при своєму ковзанні по барабану провертає ролик. Після проходу дуги обхвату пружина повертає ролика, отже, і сельсин у вихідне положення.

Наведена конструкція пристрою дозволяє контролювати величину кута робочого ковзання по всій дузі обхвату і реєструвати кути повороту менше одного градуса. Недоліком пристрою є наявність двох додаткових електричних машин (сельсин датчика та приймач), що знижують надійність роботи пристрою.

Розроблений пристрій [19] дозволяє контролювати різницю швидкостей стрічки та приводного барабана, тобто, ковзання по всій дузі зчеплення стрічки з приводним барабаном. Датчик, що контролює швидкість руху стрічки, стоїть у зоні кута обхвату, що відповідає максимально можливій величині кута робочого ковзання. При цьому він не дозволяє контролювати кут робочого ковзання, якщо його величина виходить із зони його чутливості при зміні режиму роботи конвеєра.

Таким чином, підсумувавши всі переваги та недоліки існуючих пристроїв, необхідно розробити пристрій, який дозволить контролювати швидкість ковзання в декількох точках дуги обхвату, що дасть можливість отримувати інформацію при різних режимах приводного барабана. Для реалізації пристрою необхідно створення магніточутливого шару на конвеєрній стрічці та торцевій

частині приводного барабана. Використання такого шару дасть можливість на пружному матеріалі виконати запис магнітних міток із щільністю, достатньою для визначення найменшої різниці швидкостей між рухом барабана та конвеєрною стрічкою [53].

Простішим за технічним рішенням, але дорожчим, є система управління натяжною станцією функції розподілу температури в зоні взаємодії стрічки і приводного барабана [37]. Огляд існуючих способів, заснованих на вимірюванні теплового поля у зоні контакту стрічки та приводного барабана, розглянуто у п. 1.3.

1.3 Аналіз теплових способів оцінки дуги робочого ковзання

Збільшення дуги робочого ковзання призводить до зниження запасу тягової здатності, що може спричинити аварійне пробуксування. При цьому зростає температура в зоні зчеплення стрічки та барабана, яка досягає 300-350^{0}С [36, 54]. У випадку робочого ковзання відбуваються втрати енергії, що витрачаються на подолання сил тертя, частина яких викликає зміну температури в зоні контакту барабан – стрічка.

Дослідженням питань зміни температури займалися такі автори як М. А. Малютін, Л.І. Попов, В.Г. Пілецький та ін [41, 54]. В основі досліджуваного питання закладено теорію розподілу температурного поля в зоні контакту стрічки конвеєра та футерування приводного барабана. Поширення тепла, що утворюється на контакті поверхонь, що труться, описується диференціальним рівнянням теплопровідності Фур'є:

$$\frac{d\tau}{dt} = \zeta\left(\frac{d^2\tau}{dx^2} + \frac{d^2\tau}{dy^2} + \frac{d^2\tau}{dz^2}\right)$$

де τ- температура перегріву (понад температуру навколишнього повітря), град; t-час, сек; x,y,z-координати, м; ζ-коефіцієнт теплопровідності, м^2/сек.

Основні відмінності існуючих моделей розподілу температури у фрикційній парі барабан-стрічка, полягають у математичному описі кількості середовищ, що беруть участь у розподілі тепла, що відводиться від поверхонь, що труться. Чим більше середовищ враховується у розподілі тепла, тим складніше виходить модель. Наприклад, для розгляду температури тільки в зоні контакту достатньо одного рівняння. Якщо врахувати, що стрічка конвеєра зовнішньою поверхнею взаємодіє з повітрям, а футерування відповідно з металевою поверхнею приводного барабана, то розподіл температури у стрічці та у футеруванні на дузі обхвату буде різним. Отже, для математичного опису

необхідно використовувати систему диференціальних рівнянь у часткових похідних.

При врахуванні процесів нагріву (дуга робочого ковзання) та охолодження (дуга відносного спокою та дуга барабана не взаємодіє зі стрічкою) рівень складності доповнюється обмеженнями, що вводяться в модель. Для опису теплових процесів у моделях використовуються декартові чи полярні координати.

Результати рішення підтверджуються роботою [41], в якій проводилися дослідження температури тертя на контакті стрічка – барабан, конвеєрів комбінату «Апатит», що діють, методом термопари із записом на осцилографі. Тут результати показали, що температура на ковзному контакті за зміну (5 годин безперервної роботи) зростає від 79.5 до 127^0C.

Автором цієї роботи пропонується визначення температури використання інфрачервоного устаткування у зв'язку з тим, що вимірювання температури необхідно проводити на поверхнях, що рухаються, що спрощує методи вимірювань [37]. Використання портативного тепловізора дозволяє одержати повну картину розподілу тепла на дузі обхвату приводного барабана. Використання інфрачервоного термометра дозволяє дистанційно виміряти температуру в довільній точці, на поверхнях, що рухаються.

Таким чином, необхідно експериментально отримати значення температури в точках набігання та збігання неробочої поверхні конвеєрної стрічки з приводного барабана, щоб підтвердити зміну температури в зоні дуги робочого ковзання при різному завантаженні конвеєра та рівнях натягу стрічки.

Використовуваний прилад має цифровий та аналоговий вихід, тому пропонується створення системи управління рівнем натягу стрічки на основі контролю дуги ковзання в функції температури.

Використання запропонованої системи дозволить унеможливити аварії, пов'язані з пробуксовкою, а також збільшить термін служби стрічки конвеєра,

що знизить витрати на транспортування матеріалу та покращить економічні показники технологічного процесу.

1.4 Аналіз систем автоматичного керування натягом стрічки стрічкових конвеєрів

Наявність автоматичної системи керування режимами роботи стрічкового конвеєра зі зміною натягу стрічки розширює функціональні можливості та підвищує надійність конвеєрної установки, оскільки застосування регульованого натягу дозволяє задавати необхідне зусилля натягу конвеєрної стрічки при різних режимах роботи конвеєра.

Для реалізації розроблюваного критерію керування натягом стрічки конвеєра, розглянутого в п. 1.1, та залежностей, за допомогою яких можна визначити точку початку кута робочого ковзання на приводному барабані при зміні натягу стрічки, що розглянуто у п. 1.2 та п. 1.3, необхідно створення системи автоматичного керування, що дозволить реалізувати у собі запропоновані наукові рішення. Таким чином, система автоматичного керування натягом стрічки конвеєра має підтримувати найбільш раціональний режим експлуатації конвеєрної стрічки та знижувати енергоспоживання приводної станції конвеєра.

Аналіз теоретичних [20, 23, 26, 32, 34, 44, 47, 59] та експериментальних [20, 21, 22, 31, 45, 48, 52] робіт та досвід експлуатації підтверджує, що управління натягом стрічки конвеєра надає суттєвий вплив на стан стрічки, вартість якої становить 50 – 70% усієї вартості конвеєра. У наведених джерелах питанням з управління натягом стрічки у функції кута робочого ковзання приділялося мало уваги. Ряд авторів (п. 1.2 та 1.3) пропонують різні способи контролю ковзання стрічки на приводному барабані, які не дозволяють контролювати кут робочого ковзання. Щодо таких систем управління, то це питання залишається відкритим. Однак, розроблені системи автоматичного керування натягом стрічки у функції від таких параметрів конвеєра, як поточне натяг стрічки, розподіл навантаження між приводними барабанами, кут

робочого ковзання, швидкість ковзання стрічки на приводному барабані при пробуксуванні.

Розглянемо з прикладу існуючі системи управління натягом стрічки конвеєра.

У системі автоматичного керування [46, 51] за об'єкт управління взято багатобарабанний конвеєр з двома барабанами в голові та один приводний барабан, розташований у хвості, де використовується керована натяжна станція. У цій системі управління вхідними сигналами є струми в ланцюгах роторних електродвигунів приводу. На підставі отриманих струмів визначається відношення зусиль в набігаючій гільці та гільці, що збігає, тобто. тяговий фактор. Отриманий результат порівнюється із заданим значенням і формується сигнал керування натяжною станцією.

У цьому випадку підтримується мінімально допустимий запас тягової здатності, при цьому кут робочого ковзання не перевищує 80-90% від повного кута обхвату, що є умовою виключення пробуксування стрічки на барабанному барабані конвеєра. Такий режим підтримується за допомогою приводу натяжної станції під струмом упору. Привід натяжної станції виконаний за схемою АВК з асинхронним приводним двигуном з фазним ротором.

У цій системі здійснюється зміна кута робочого ковзання функції контрольованих струмів роторних ланцюгів електродвигунів.

Аналогічна система виконано у роботі [47]. Наведена система автоматичного керування, побудована на наступному принципі. Тяговий чинник конвеєра визначається струмами роторних ланцюгів електродвигунів. Далі коли величина $e^{\mu\alpha}$ визначена, в системі використовується нелінійний елемент, що задає зміну коефіцієнта зчеплення μ. При зміні тиску конвеєрної стрічки на футерування барабана регулюється зчеплення барабана зі стрічкою. У цьому виробляється сигнал управління натягу стрічки.

У системі автоматичного управління [19] кут робочого ковзання визначається різницею швидкостей між стрічкою конвеєра та приводним барабаном. На стрічку конвеєра та приводний барабан наносять магнітні мітки, потім їх зчитують магнітними датчиками та контролюють різницю між швидкістю руху барабана та стрічки. За наявності різниці швидкостей виробляється сигнал управління натяжною станцією. При цьому датчик контролю швидкості руху стрічки встановлюється у точці, де кут робочого ковзання становить 90% кута обхвату приводного барабана. Якщо швидкість стрічки конвеєра менше швидкості руху барабана, то виробляється сигнал збільшення натягу стрічки. Основна перевага цієї системи в тому, що підтримується максимальна тягова здатність конвеєра та постійно утримується кут робочого ковзання у зоні 90% кута обхвату приводного барабана. Недолік цієї системи полягає в тому, що якщо величина кута робочого ковзання буде меншою за задану величину і не потрапить у контрольований діапазон, система не отримає інформацію про дійсну величину і послаблюватиме натяг стрічки до величини кута робочого ковзання, рівного величині завдання, за відсутності вантажу на стрічці.

У роботі [21] був застосований датчик контролю кута робочого ковзання, в якому використовувалися сельсин-датчик, встановлений на приводний барабан, і приймач сельсин, який показував початок дуги робочого ковзання в зоні дуги обхвату приводного барабана стрічкою конвеєра. Сигнал із сельсин-приймача надходив у систему автоматичного управління, де вироблявся сигнал зміну натягу стрічки. Дана система дозволяє виміряти поточну величину кута робочого ковзання, але недостатньо надійна, тому що є контактні кільця для електричного зв'язку між сельсинами.

Система управління натягом стрічки, у роботі [40], заснована на використанні пристрою, що працює на принципі порівняння кутових

швидкостей приводного та натяжного барабанів конвеєра, з подальшою зміною натяжного зусилля за допомогою гідроциліндра з дросель-регулятором.

В роботі [25], для контролю натягу стрічки застосовувався силовимірювальний тензометричний датчик типу Р-10, як привод використовувалася натяжна лебідка. Система дозволяла виконувати дистанційне керування натягом стрічки, і при досягненні ним граничного значення включалася система контролю та сигналізації.

У системі автоматичного управління, розглянутої в роботі [55], керування натягом стрічки здійснюється при завантаженні або розвантаженні конвеєра при досягненні натягом стрічки граничних значень. Натяжне зусилля вибирається таким, щоб виконувалася умова, що відповідає формулі Ейлера.

Таким чином, усі розглянуті системи автоматичного керування здійснюють поточне керування залежно від одного параметра. При керуванні натягом стрічки не враховується технічний стан елементів конвеєра на даний момент часу, також не враховується зміна технологічних параметрів (погонної маси на стрічці, швидкості транспортування).

В результаті проведеного огляду існуючих наукових та технічних рішень автором пропонується система автоматичного управління натягом стрічки, яку можна віднести до адаптивних безпошукових систем автоматичного управління. У даній системі використовується еталонна модель, що дозволяє при поточних значеннях вантажопотоку (погонної маси на стрічці, швидкості транспортування) вибрати найбільш раціональний натяг з точки зору терміну служби стрічки, що дозволить знизити питомі витрати на транспортування вантажу як на одному конвеєрі, так і всієї лінії. Цю систему можна умовно поділити на два рівні. Перший рівень дозволяє зібрати поточну інформацію про стан окремо взятого працюючого конвеєра та вантажопотоку, який транспортується в даний момент часу. На цьому рівні здійснюється автоматичне керування натягом стрічки, яке порівнюється із сигналом завдання, також

задається режим роботи приводного барабана, що визначається по куті робочого ковзання. Величина кута робочого ковзання визначається непрямим шляхом через швидкість зростання температури нагрівання футерування приводного барабана. У випадку, якщо стрічка пробуксовує на приводному барабані, температура футеровки досягне граничного значення і конвеєр вимкнеться, що зупинить роботу всієї конвеєрної лінії.

Інформація, отримана першому рівні, надходить на другий, який є складовою АРМ диспетчера. Частина системи автоматичного керування, що реалізується на цьому рівні, є еталонною моделлю конвеєра, де аналітично розраховується натяг стрічки, що забезпечить найбільш раціональні умови експлуатації конвеєрної стрічки та енергоспоживання приводу конвеєра. Значення натяжного зусилля передається перший рівень як величини завдання, яким і здійснюється поточне управління натяжний станцією.

В результаті запропонована система автоматичного управління дозволить керувати зміною питомих витрат на транспортування вантажу, що позначиться як на техніко-економічних показниках, так і на показниках надійності всієї конвеєрної лінії.

Таким чином, для реалізації такої системи необхідно розробити математичні моделі, які дозволять розглянути динамічні процеси при керуванні натягом стрічки за швидкістю зростання температури футерування приводного барабана і поточного натягу стрічки, яке змінюється в результаті завантаження та розвантаження конвеєра.

1.5 Постановка завдань досліджень та розробок

З виконаного аналізу можна зробити такі висновки.

У проведених раніше дослідження не розглянуті питання режимів роботи приводного барабана з погляду його автоматичного управління. Недостатньо розглянуті питання вимірювання кута робочого ковзання як параметра системи автоматичного управління.

Розглянуті способи контролю не дозволяють повною мірою вимірювати кут робочого ковзання, а системи управління недостатньо виконують завдання управління натягом стрічки через контроль кута робочого ковзання.

При цьому існує необхідність створення системи автоматичного керування натяжною станцією для різних типів конвеєрів.

Виконати на основі теоретичних та експериментальних досліджень фрикційної пари барабан-стрічка розробку нових способів контролю кута робочого ковзання для зниження механічного та фізичного зносу та збільшення терміну служби стрічки конвеєра та футерування приводних барабанів.

Відповідно до цього в роботі було поставлено та вирішено такі завдання:

1. Отримати залежності розподілу зусиль та швидкості ковзання при розтягуванні та згинанні стрічки на дузі обхвату приводного барабана в процесі обертання.

2. Отримати математичну модель, для визначення величини кута робочого ковзання, в зоні якого відбувається випромінювання теплового джерела внаслідок дії сил тертя.

3. Розробити модель теплового поля фрикційної пари, отримана на основі цифрового моделювання засобами пакета MATLAB у додатку PDE Toolbox методом кінцевих елементів.

4. Розробити структурну схему оптимальної системи автоматичного управління конвеєра, що побудована без пошукових принципах адаптивного управління, що включає у собі еталонну модель.

5. Розробити структурну схему еталонної моделі САУ з розподіленими параметрами, що дозволяє реалізувати результати цифрового моделювання двовимірного розподілу теплового поля фрикційної пари барабан-стрічка.

РОЗДІЛ 2.
РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ ОБ'ЄКТУ УПРАВЛІННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ПЕРЕДАЧІ РУХУ З ДОПОМОГОЮ ТЕРТЯ НА ПРИВІДНОМУ БАРАБАНІ СТРІЧКОВОГО КОНВЕЄРА

2.1 Основні складові кута обхвату при використанні гнучкого зв'язку барабан – стрічка

При використанні фрикційної передачі барабан – стрічка представимо дугу обхвату як сукупність пружин та повзунів, показаних на рис. 2.1. Припустимо, що між стрічкою і барабаном немає ковзання, тоді повзун з т.1 пересунеться т.2, потім т.3 і т.д. до точки n, доки відокремиться від барабана. У цьому випадку відстань між повзунами залишаються постійними під час їхнього руху. При цьому на жодному з повзунів від 1 до n-1 не діє сила тертя. Тільки на останньому повзуні (з порядковим номером n) діятиме сила тертя T. Окружна сила W, яка буде реалізована на барабані, дорівнює

$$W = S_{\text{нб}} - S_{\text{зб}},$$

де $S_{\text{нб1}}=S_{\text{нб2}}=S_{\text{нбn}}$.

Якщо $T \geq W$, то повзун не переміщатиметься щодо барабана, тоді стиснення відбудеться тільки після його відокремлення від барабана. Якщо почнемо збільшувати $S_{\text{нб}}$, то за певної умови $W>T$, повзун ковзатиме по барабану в напрямку, протилежному обертанню барабана. Між наступним (n-1) повзуном та барабаном виникне сила тертя, яка збільшує окружну силу барабана. При подальшому збільшенні $S_{\text{нб}}$ все більше повзунів переміщатиметься щодо барабана.

Таким чином, при передачі руху за допомогою тертя кут на приводному барабані розділиться на дві його складові (див. рис. 2.2).

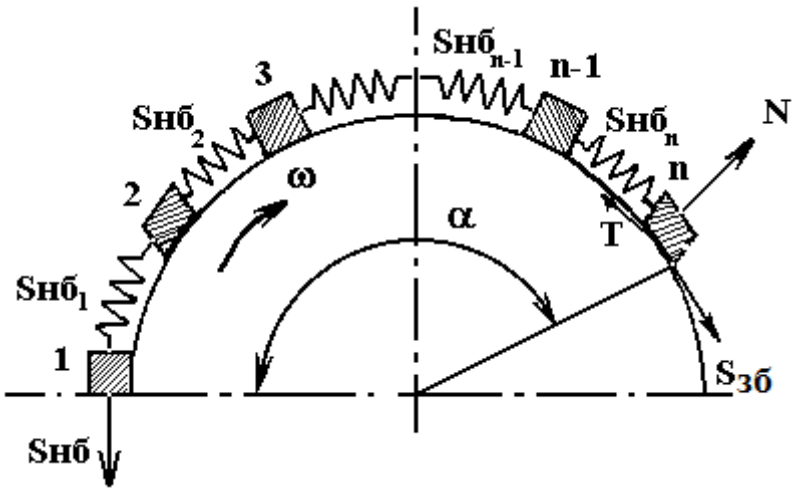


Рис. 2.1 Фізичне подання гнучкого зв'язку барабан-стрічка

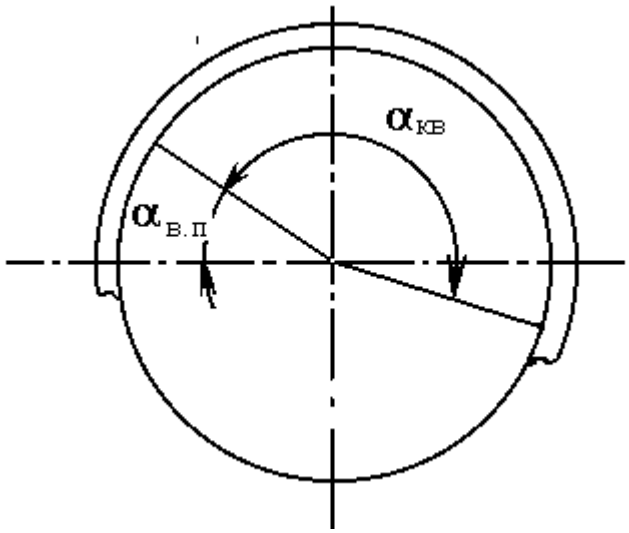


Рис. 2.2 Розподіл дуги обхвату

Одна з них є кутом робочого ковзання $\alpha_{кв}$, де рух передається стрічці та її величина на приводному барабані та визначає тягову здатність конвеєра. Друга його складова є кутом відносного спокою, який дозволяє виключити пробуксовку стрічки на приводному барабані конвеєра.

Розглянемо докладніше процеси, які у стрічці конвеєра, при фрикційної передачі барабан-стрічка. У процесі руху стрічки, по барабану, що обертається, вона відчуває розтяг, зсув і вигин. При обертанні приводного барабана на дузі обхвату утворюється дуга ковзання $\alpha_{кв}$ із спадним розтягуванням, тиском N та поворотом поперечного перерізу (див. рис. 2.3). З боку гілки конвеєрної стрічки, що набігає, утворюється дуга відносного спокою $\alpha_{в.п}$., в межах якої величина τ_{max} і нормальний тиск стрічки N мають максимальну величину і коливаються в невеликих межах. На дузі $\alpha_{в.п}$ ізокліни спрямовані приблизно по радіусах, що свідчить про наявність чистого розтягування майже на всій довжині дуги $\alpha_{в.п}$ [20].

У той же час на дузі $\alpha_{кв}$ з боку гілки стрічки відбувається поступовий поворот нормальних напруг, що досягають в кінці дуги $\alpha_{кв}$ максимального значення (див. поворот ізоклін рис. 2.3) [20].

Таким чином, можна констатувати, що при роботі приводу з гнучким об'ємним зв'язком з боку гілки стрічки конвеєра, що збігає, утворюється дуга ковзання $\alpha_{кв}$, в межах якої реалізується основна частина тягової сили. На кордоні дуг $\alpha_{кв}$ та $\alpha_{в.п.}$ виникають максимальні дотичні напруги.

Експериментальні дослідження, що проводяться з гумовою стрічкою, підтверджують наявність дуг $\alpha_{кв}$ та $\alpha_{в.п.}$ При проведенні експериментів між гумовою стрічкою та приводним барабаном встановлювався металевий стрижень діаметром 0.5-1 мм, вигнутий у вигляді вказівної стрілки. При обертанні барабана стрижень, встановлений у точці набігу стрічки на барабан, проходить зону дуги відносного спокою, залишаючись нерухомим. Переходячи

в межу дуг $\alpha_{кв}$ та $\alpha_{в.п.}$, стрижень починає повертатись і при подальшому повороті барабана продовжує обертатися до точки збігання стрічки з барабана.

З проведених досліджень встановлено, що крім пружного ковзання (зміщення) стрічки по приводному барабану в межах дуги ковзання $\alpha_{кв}$ спостерігається також і загальне ковзання пружного гнучкого зв'язку щодо приводного барабана, тому дугу, в межах якої натяг гнучкого зв'язку залишається рівним $S_{нб}$, назвали дугою відносно спокою $\alpha_{в.п}$ [20]. Загальне ковзання (по всій дузі обхвату) пружного гнучкого зв'язку (стрічки) інтенсивно зростає в момент, коли дуга відносного спокою при збільшенні навантаження ($S_{нб}$) зменшується до величини [20],

$$\alpha_{вп} \cong 0.2 \cdot \alpha \quad ,$$

де α-кут обхвату.

При збільшенні загального ковзання падає коефіцієнт корисної дії приводу з гнучким зв'язком, так як зменшується поступальна швидкість стрічки і енергія двигуна витрачається на шкідливу роботу сил тертя (нагрів, стирання і т.д.).

У цьому величина дуги відносного спокою $\alpha_{в.п}$. не повинна бути меншою за довжину зони поширення в стрічці місцевих напруг і складати 6h, а в момент, що передує моменту буксування, дорівнює

$$\alpha_{вп} \cong 20 \cdot h, \qquad (2.1)$$

де *h*-товщина стрічки, мм [20].

Отже, рухливість контакту збільшує довжину нестійких зон із 6h до 20h, тобто. приблизно 3 рази.

2.2 Умови рівноваги сил на елементарній ділянці, виділеній на дузі ковзання при взаємодії барабана зі стрічкою

Розглянемо питання передачі руху у вигляді тертя лише на рівні сил, що у елементарної площині стрічки конвеєра. Для цього складемо рівняння осі у елементарної площини k-c-m-n, що представлено на рис. 2.4, виділеної в межах дуги ковзання з спадним зсувом.

Рівняння має вигляд.

$$dN - S_\alpha d\alpha_{ск} = 0 , \qquad (2.2)$$

де S_α–нормальна сила по відношенню до граней *k*-l і *m*-*n*, викликана напругою σ_α

$$dS_\alpha = k\, dT_k , \qquad (2.3)$$

де dT_k - контактні сили, що впливають на нескінченно малий елемент площини; *k* - безрозмірний коефіцієнт, менший за одиницю, *k*= 0.75 - для стрічки прямокутного перерізу [20].

За законом Кулона елементарна сила тертя дорівнює

$$dT_k = dN\, f , \qquad (2.4)$$

де f - коефіцієнт тертя.

Тоді із рівнянь (2.2), (2.3) и (2.4)

$$dS_\alpha = k\, S_\alpha d\alpha_{кв}\, f.$$

Перетворюючи рівняння (2.3), отримаємо

$$\frac{dS_\alpha}{S_\alpha} = d\alpha_{кв} \cdot k \cdot f \cdot$$

Проінтегруємо обидві частини цього рівняння у відповідних межах

$$\int_{S_{зб}}^{S_{нб}} \frac{dS_\alpha}{S_\alpha} = \int_0^{\alpha_{кв}} d\alpha_{кв} \cdot k \cdot f ,$$

за результатами отримаємо

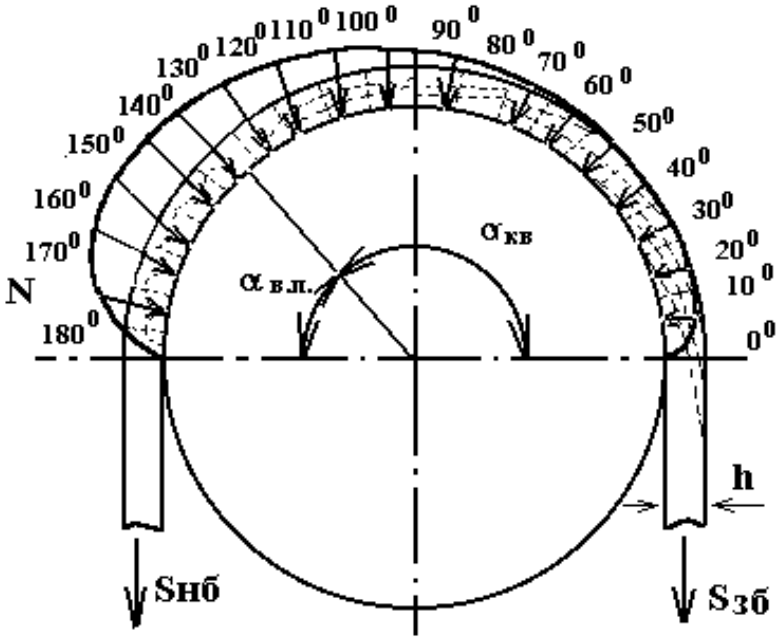


Рис. 2.3 Розподіл дотичних напруг у пружній стрічці після повороту барабана на 180°

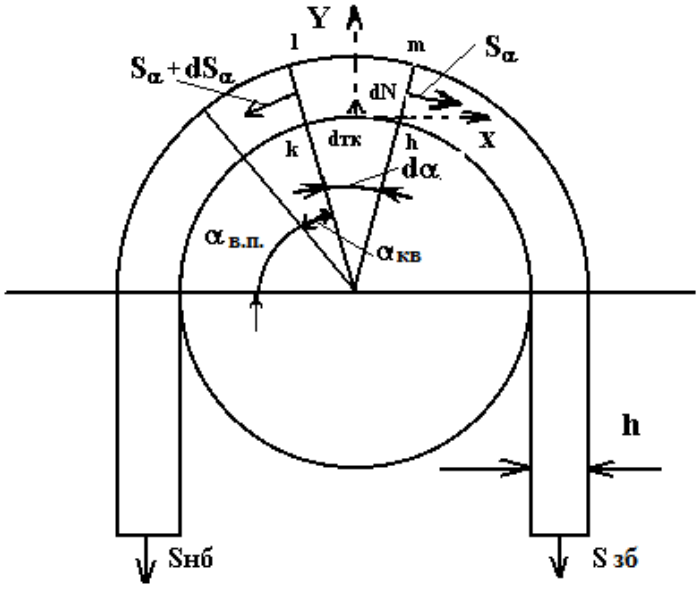


Рис. 2.4 Умови рівноваги елемента k-l-m-n, виділеного зі стрічки на дузі ковзання

$$\frac{S_{нб}}{S_{зб}} = e^{\alpha_{кв} \cdot k \cdot f}, \qquad (2.5)$$

$$\mu = k\, f,$$

де μ – коефіцієнт зчеплення між приводним барабаном та стрічкою конвеєра [20].

Однак, наведена формула (2.5) вимагає ще одного істотного уточнення, жоден привід з гнучким зв'язком не може стійко працювати в режимі, що відповідає початку буксування. Тому необхідно мати певний запас сили тертя чи інакше потрібно створити деяку дугу відносного спокою $\alpha_{в.п}$.

Викладені вище фізичні основи передачі сил контактом тертя дозволяють обґрунтувати необхідну величину дуги, яка гарантувала б стійку роботу приводу.

З формули (2.1) виразимо величину дуги $\alpha_{в.п}$. в рад., де отримаємо

$$\alpha_{в.п}. = 20 \cdot \frac{h}{R}.$$

Зважаючи на те, що $\alpha_{кв} = \alpha - \alpha_{в.п}$ (где α- вся дуга обхвату), з рівняння (2.5) будемо мати

$$\frac{S_{нб}}{S_{зб}} = e^{(\alpha - 20 \cdot \frac{h}{R}) \cdot k \cdot f}. \qquad (2.6)$$

Таким чином, рівняння (2.6) відбиває, що сила тяги приводу з гнучким зв'язком залежить від величини відношення товщини стрічки до радіуса барабана. Чим більший радіус барабана, тим менше h/R і, отже, тим більша сила тяги може реалізувати привід [20].

2.3 Відносна втрата швидкості при передачі руху за допомогою тертя

При передачі руху між приводним барабаном і стрічкою конвеєра закладено принципи класичної теорії ремінних передач, що належать до плоскоремінної передачі, згідно з якою реалізація окружних сил відбувається не на всій дузі обхвату, а лише на її частині, в межах якої відбувається ковзання. На частині дуги обхвату, яка розташована з боку набігання стрічки, дотичні сили не виникають і натяг стрічки, що набігає на барабан, не змінюється.

Вперше таку думку про роботу фрикційної передачі було висловлено Грасгофом у 1881 р. У його основу закладено умову сталості маси стрічки конвеєра за зміни її натягу [26].

Ця умова використовується при визначенні співвідношення швидкостей гілок стрічки, а також швидкості ковзання стрічки в різних точках дуги обхвату, яке випливає з аналогії між рухом стрічки, що встановився, і перебігом рідини:

$$q_x v_x = \text{const}, \tag{2.7}$$

де q_x і v_x – маса одиниці довжини стрічки та її швидкість під час проходження даного перерізу [26].

Якщо q маса одиниці довжини недеформованої стрічки, то при її розтягуванні

$$q_x = \frac{q}{(1+\varepsilon_x)}, \tag{2.8}$$

де ε_x-відносне подовження стрічки, взяте у певному її перерізі. Підставивши вираз (2.7) у вираз (2.8) і нехтуючи зміною площі поперечного перерізу стрічки при зміні її натягу, отримаємо умову сталості маси у вигляді

$$\frac{v_x}{1+\varepsilon_x} = \frac{v_x}{1+\frac{\sigma_x}{E}} = \frac{v_x}{1+\frac{S_x}{E \cdot S}} = \text{const}, \tag{2.9}$$

де σ_x - напруга розтягування в розрізі стрічки, Н/см^2;

E- модуль пружності, Н/см^2;

S - площа поперечного перерізу стрічки, см^2 [26].

З рівняння (2.9) випливає, що частини стрічки, що розтягується, з різними натягами стрічки мають різні швидкості, причому швидкість стрічки більша в тих точках, де стрічка конвеєра більше розтягнута. Оскільки окружна швидкість барабана однакова у всіх точках дуги обхвату, зміна натягу стрічки на дузі обхвату має супроводжуватися ковзанням конвеєрної стрічки щодо барабана. При немаксимальних окружних силах, коли

$$\frac{S_{нб}}{S_{зб}} \le e^{\mu \cdot \alpha}, \qquad (2.10)$$

де $S_{нб}$ і $S_{зб}$ - зусилля в точках набігання та збігання стрічки з барабана Н; μ - коефіцієнт зчеплення; α - кут обхвату стрічки конвеєра з приводним барабаном, рад.; ковзання не може відбуватися по всій дузі обхвату. В іншому випадку сили тертя ковзання діяли б також на всій дузі, і остання нерівність перетворилося б до рівності

$$\frac{S_{нб}}{S_{зб}} = e^{\mu \cdot \alpha}.$$

Значить, при виконанні нерівності (2.10) дуга ковзання займає лише частину дуги обхвату шківа. Частина, що залишилася, є дугою спокою. Частини дуги обхвату мали б однакові швидкості і відповідно до рівняння (2.9), однакові натяги, що, можливо, лише за холостому ході.

За постійної кутової швидкості приводного барабана швидкість руху стрічки конвеєра, за умови виконання нерівності (2.10), незмінна, тобто. не залежить від переданої окружної сили. Разом з тим, згідно з рівнянням (2.9), зв'язок між швидкостями в набігаючої та збігаючої гілками, визначається рівністю

$$\frac{v_1}{1+\frac{S_{нб}}{E \cdot S}} = \frac{v_2}{1+\frac{S_{зб}}{E \cdot S}}, \qquad (2.11)$$

де v_1- швидкість приводного барабана та стрічки в точці набігання, м/с;

v_2- швидкість руху стрічки в точці збігання, м / с.

З якого випливає, що зі збільшенням окружної сили $W_{окр}= S_{нб}-S_{зб}$ збільшується і різниця v_1-v_2. Оскільки v_1 = const, то збільшення різниці швидкостей може відбуватися тільки в результаті зменшення (зі збільшенням окружної сили) швидкості v_2 гілки, що збігає.

Для визначення швидкості руху стрічки на дузі ковзання, а також натягу стрічки в будь-якому її шарі вираз має вигляд

$$\frac{v_{R,\alpha}}{1+\frac{S_x}{E \cdot S}} = \frac{v_1}{1+\frac{S_{нб}}{E \cdot S}} = \frac{v_2}{1+\frac{S_{зб}}{E \cdot S}} = const,$$

де R та α координати точки на дузі ковзання, в якій визначається співвідношення між швидкістю та напругою стиснення стрічки конвеєра [20, 26].

Відносною втратою швидкості або відносним ковзанням у передачі руху вважають величину

$$\varepsilon_c = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = 1 - \frac{v_2}{v_1}. \qquad (2.12)$$

Відношення швидкостей гілок стрічки при передачі навантаження можна визначити з рівності (2.11), переписавши його у вигляді

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1+\frac{S_{нб}}{E \cdot S}}{1+\frac{S_{зб}}{E \cdot S}}$$

Застосувавши розкладання в ряд і, обмежившись членом порядку S_x/ES [26], отримаємо вираз

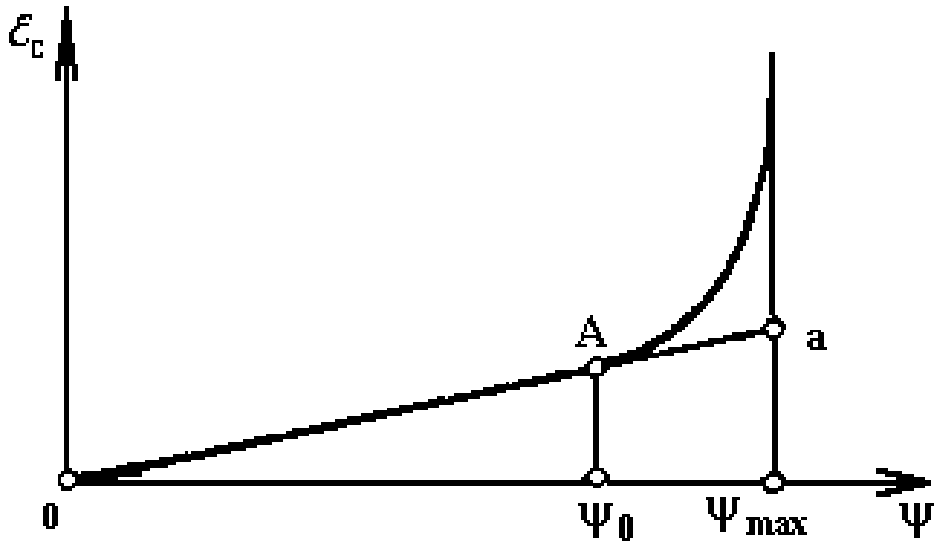


Рис. 2.5 Типова крива ковзання

$$\frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{S_{нб} - S_{зб}}{E \cdot S} = 1 - \frac{W_{окр}}{E \cdot S},$$

підставивши його у формулу (2.12), знайдемо

$$\varepsilon_c = \frac{W_{окр}}{E \cdot S} = \frac{\sigma_n}{E},$$

де $\sigma_П$- корисна напруга у стрічці, Н/см^2:

Для оцінки тягової здатності ремінних передач широко використовують експериментальні тягові характеристики (криві ковзання), одна з яких представлена на рис. 2.5. Вона виражена залежністю відносної втрати швидкості під час передачі руху від коефіцієнта тяги

$$\psi = \frac{W_{окр}}{2 \cdot S_{ххэ}},$$

де $S_{ххэ}$ - ефективне натяг у стрічці при холостому ході, Н.

Коефіцієнт тяги характеризує рівень використання ефективного натягу стрічки [26].

Таким чином, за величиною абсолютної або відносної втрати швидкості можна судити про величину кута робочого ковзання, а за розподілом напруги у стрічці про точку його початку на дузі обхвату приводного барабана.

2.4 Аналіз режимів роботи приводного барабана для отримання інформації про керуючі впливи, впливи що обурюють та контрольовані величини

З огляду на фізичні процеси у фрикційної парі приводний барабан – стрічки, розглянемо їх вплив на режими роботи стрічкового конвеєра.

У роботі стрічкового конвеєра можна виділити кілька режимів роботи. Початковим режимом роботи є пуск конвеєра, наступним, найбільш тривалим режимом його роботи є сталий режим і заключним режимом, що призводить до зупинки конвеєра, є режим гальмування.

Так як одним із завдань даної роботи є створення системи управління, яка дозволила б контролювати ковзання стрічки на приводному барабані конвеєра і керувати ним, то інтерес становлять усі названі режими роботи. Тому що в кожному з них є такий параметр як ковзання. Найбільший для нас інтерес представляє сталий режим роботи конвеєра, оскільки перехідні процеси в роботі конвеєра вже досить добре досліджені.

Проблема вирішення поставленої задачі полягає в тому, що немає можливості контролювати коефіцієнт зчеплення барабана зі стрічкою конвеєра в процесі його роботи, а він багато в чому залежить від умов роботи конвеєра. Вплив навколишнього середовища призводить до сильних відхилень величини коефіцієнта зчеплення від його проектної величини, що позначається на роботі конвеєра. Складність полягає у неможливості визначення точки поділу дуги обхвату, на дугу відносного спокою та дугу робочого ковзання. При цьому на дузі робочого ковзання величину коефіцієнта зчеплення можна визначити за формулою Ейлера для умови буксування, що стосується дуги відносного спокою, то величина коефіцієнта зчеплення не підпорядковується цьому закону і за величиною значно вище, тому що немає ковзання стрічки. Залежно від режиму роботи конвеєра співвідношення вище названих дуг буде різним, отже, і

величина коефіцієнта зчеплення змінюватиметься. Для більш детального розгляду режимів роботи конвеєра, режим, що встановився умовно розділимо на три різновиди: робота без пружного ковзання, робота з пружним ковзанням і пробуксовування. Авторами більш ранніх робіт стверджувалося, що основне тягове зусилля передається на дузі робочого ковзання [20, 44, 62], а дуга відносного спокою є запасом тягової здатності приводу. Для найбільш оптимальної роботи стрічкового конвеєра дуга відносного спокою повинна становити 20% дуги обхвату.

Інші автори стверджують, що тягове зусилля передається частково на дузі ковзання, частково на дузі спокою [31, 32, 33].

При дослідженні режимів роботи конвеєра недостатньо задаватися 20% запасом тягової здатності. В даному випадку можна визначити лише граничне значення дуги ковзання, а зміни, що відбуваються з дугою ковзання, безпосередньо в роботі, не враховуються. При використанні футерованих барабанів процес передачі руху на приводному барабані дещо змінюється. Цей вплив надає деформація футерування барабана. Як правило, барабани конвеєрів футерують конвеєрною стрічкою того ж типу, що і транспортерна стрічка конвеєра. Величина деформації такої футеровки порівнянна з пружним подовженням конвеєрної стрічки, що змінює характер взаємодії стрічки і барабана.

Облік деформації футерування дозволяє говорити про передачу тягового зусилля і на дузі спокою, що дуже важливо при аналізі вищезгаданих різновидів режимів при нормальному режимі функціонування (роботи) конвеєра.

Припустимо, що барабан з еластичною футеровкою радіусом R обгинається конвеєрною стрічкою на дузі $\alpha_{об}$ (дуга обхвату складається з дуги спокою та дуги ковзання) (див. рис. 2.6). У точці контакту конвеєрної стрічки з поверхнею футеровки, що відповідає межі дуги спокою і дуги ковзання відбувається зрив контакту і починається пружне ковзання стрічки барабаном

(див. рис. 2.7). Деформація футерування пропорційна дотичним напругам, що діє в контакті стрічки з барабаном, на межі дуг спокою і ковзання ця деформація досягає максимального значення. Отже, на дузі спокою відбувається зростання деформації футерування і відповідно дотичних напруг від нуля до їх максимального значення τ_{max}. Сумарна дія наявних на дузі спокою дотичних напруг τ, що впливають на конвеєрну стрічку, говорить про тягове зусилля, яке розвиває приводний барабан на дузі спокою.

При аналізі деформації відзначимо на поверхні футерування точку а і парну точку b на стрічці, в момент її дотику з барабаном (див. рис. 2.8). При повороті барабана на кут α під дією дотичних напруг поверхню футеровки зміститься і точка а потрапить не в точку а1, як це мало б місце при жорсткому футеровці, а в точку а. Різниця шляхів точки а (а1-а') є деформацією футерування у. Оскільки шлях а-а1 дорівнює $R\alpha$, то

$$y=\nu R\alpha,$$

де $$\nu = \frac{\omega_б - \omega_ф}{\omega_б}$$ [34].

Під дією дотичних напруг відбувається також зменшення натягу конвеєрної стрічки, внаслідок чого стрічка не прослизає, тоді скорочення конвеєрної стрічки має викликати додаткове переміщення поверхні футерування. Таким чином, повне зміщення поверхні футерування х можна подати у вигляді суми:

$$x=\Delta+y$$

(При абсолютно жорсткому футеруванні у=0; при абсолютно нерозтяжній стрічці Δ=0). Абсолютне подовження відрізка конвеєрної стрічки завдовжки $R\alpha$ під дією сили dS [34]

$$d\Delta = \varepsilon R\alpha = \frac{dS}{E} R\alpha.$$

Сила dS є результат дії дотичних напруг τ

$$dS=\tau R d\alpha,$$

звідки $$\Delta = \frac{R^2}{E}\int_0^{\alpha}\tau\alpha d\alpha$$

та остаточно $$x = \frac{R^2}{E}\int_0^{\alpha}\tau\alpha d\alpha + R\alpha\nu. \qquad (2.13)$$

З іншого боку, знаючи модуль зсуву G і товщину футерування h, і, визначивши її жорсткість $j=\frac{G}{h}$, можна знайти τ:

$$\tau=jx. \qquad (2.14)$$

(Величина жорсткості дорівнює дотичним напруженням на поверхні футерування при зміщенні поверхні на 1 см).

Вирішуючи спільно (2.13) та (2.14), отримуємо

$$\tau = \frac{R^2}{E}j\int_0^{\alpha}\tau\alpha d\alpha + Rj\alpha j\ . \qquad (2.15)$$

При снижении проскальзывания на приводном барабане до минимального значения, первый член выражения (2.15) стремится к нулю.

При зниженні ковзання на приводному барабані до мінімального значення перший член виразу (2.15) прагне до нуля.

Дотичні напруги, що виникають у цьому випадку, наростатимуть пропорційно куту повороту

$$\tau=Rj\nu\alpha.$$

При цьому максимальне значення дотичних напруг $\tau(\alpha)=\tau_{max}$ буде в точці перетину двох кривих у точці τ_{max}:

$$\tau_{max} = \nu Rj\alpha_n; \tau_{max} = \frac{1}{2}\frac{S_{зб}}{B\cdot h}e^{kf\alpha_{кв}},$$

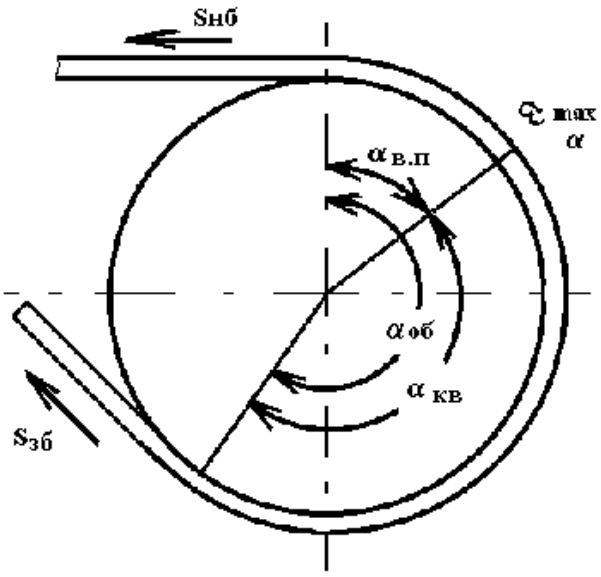


Рис. 2.6 Схема визначення тягової сили, переданої приводним барабаном стрічкового конвеєра

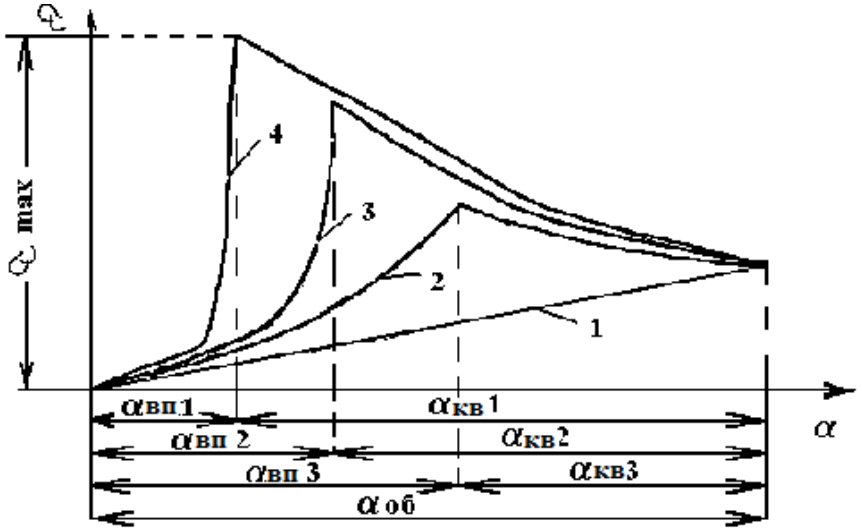


Рис. 2.7 Графік зміни дотичних напруг.

1 крива на дузі спокою та відсутність дуги ковзання;

2 крива, що містить дугу спокою і дугу ковзання;

3 крива при ковзанні дуги спокою та збільшення дуги ковзання;

4 крива при максимально можливій передачі тягової сили

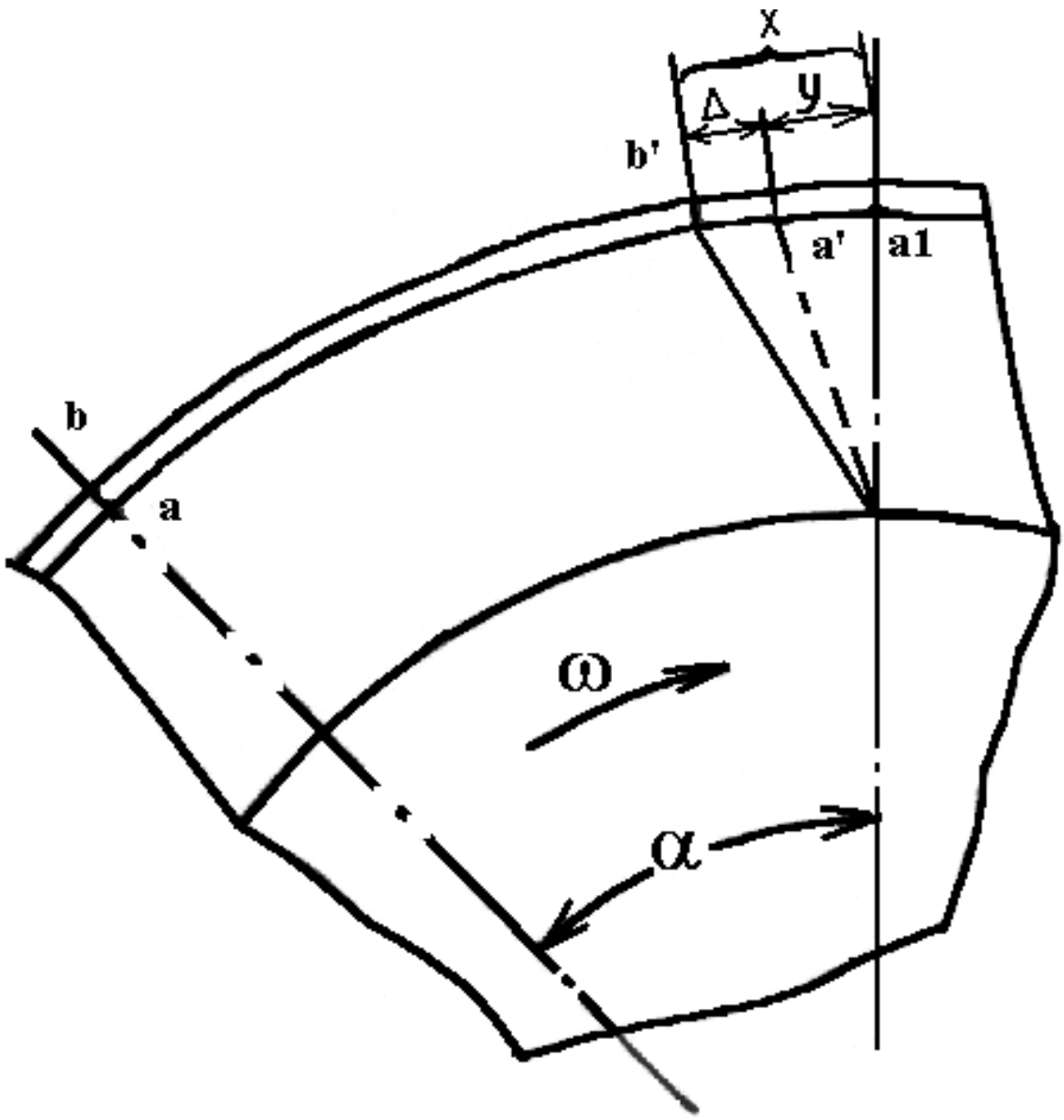


Рис. 2.8 Деформація футерування та пружного укорочення стрічки на дузі спокою [34]

що відповідає межі дуг спокою та ковзання. Це продемонстровано на рис. 2.6 та рис. 2.7. (Крива 1, 2).

Користуючись методикою розрахунку, проведеною авторами роботи [34], була отримана залежність розподілу дотичних напруг на дузі спокою $\alpha_{вп}$ для гумових стрічок.

У цьому випадку точкою початку дуги прослизання або межею дуг спокою і прослизання буде перетин кривих у точці $\tau_{max}=\tau(\alpha)$

на дузі покою
$$\tau_{max} = j\nu R\alpha_0\left[\psi\left(e^{\frac{R^2 j}{E/2\xi}\cdot\alpha^2_{вп}}-1\right)+1\right]; \qquad (2.16)$$

на дузі ковзання
$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\cdot\frac{S_{зб}}{B\cdot h}\cdot e^{k\cdot f\alpha_{кв}}.$$

Сімейство кривих, одержаних на дузі спокою, представлене на рис. 2.10. Розподіл дотичних напруг для гумотканевих стрічок показано на рис. 2.7 (криві 3,4), але в рис. 2.9 представлено розподіл дотичних напруг на дузі робочого ковзання.

Аналіз рішення рівняння (2.10) для $\alpha_{вп}=1$: $\tau_{max}=28$ Н/см2 при різних значеннях E та j (див. рис. 2.10) показує, що вид залежності $\tau(\alpha)$ на дузі спокою визначається співвідношенням $\frac{E}{j}$ та при використанні тросових стрічок τ практично пропорційно α [34].

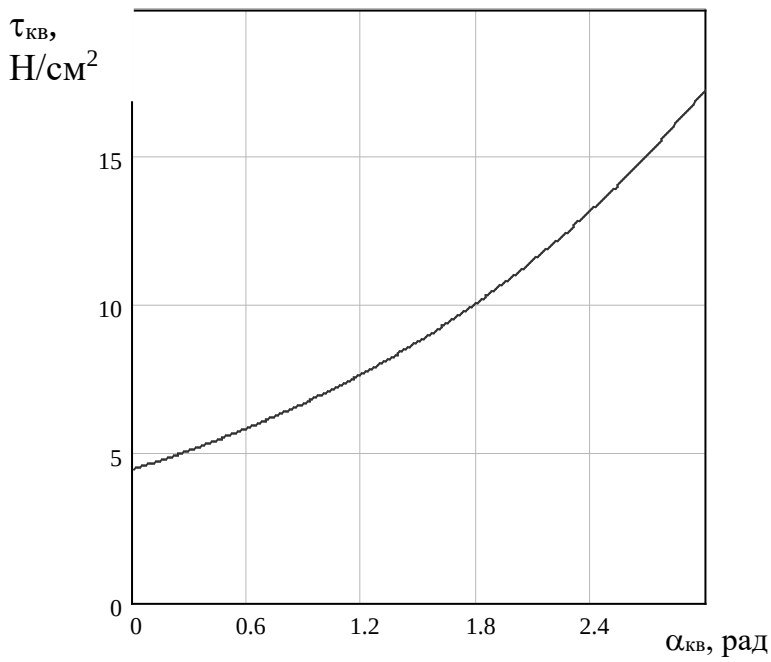


Рис. 2.9 Зміна дотичних напруг на дузі робочого ковзання $\alpha_{ск}$, Н/см^2

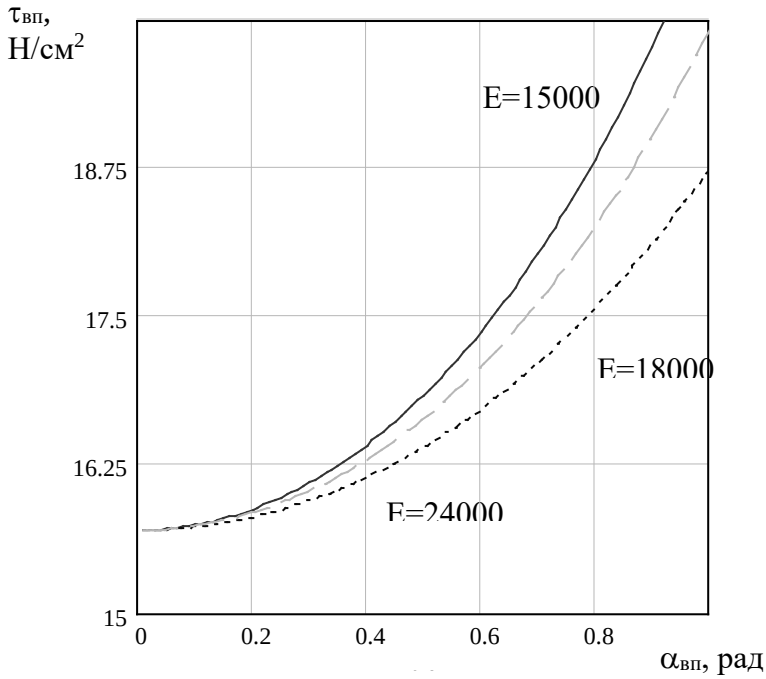


Рис. 2.10 Зміна дотичних напруг на дузі спокою $\alpha_{оп}$=1 рад при різних співвідношеннях E и j

Таким чином, розглянуті вище режими роботи залежать спочатку від матеріалів стрічки конвеєра і футеровки барабана, що і задає встановився режим роботи, який буде оптимальним для того чи іншого конвеєра. При впливі зовнішніх факторів, які викликають його відхилення від оптимальної величини, необхідно надавати зовнішню дію, що дозволяє повернути роботу конвеєра в нормальний режим. Це можливо тільки зміною тягового зусилля, що передається, яке в свою чергу залежить від натягу стрічки. Змінюючи натяг стрічки, змінюється положення точки перетину кривих дотичних напруг, які розподілені на дузі відносного спокою і дузі робочого ковзання приводного барабана. В результаті змінюється величина кута робочого ковзання, що є контрольованим параметром системи автоматичного керування.

Таким чином, щоб визначити кут робочого ковзання необхідно знайти точку перетину залежностей дотичних напруг, розподілених на дузі відносного спокою та дузі робочого ковзання.

В результаті була отримана математична модель визначення кута робочого прослизання, яка відрізняється тим, що рішення знаходиться на перетині залежностей дотичних напруг, що виникають у стрічці конвеєра, і розподілених у зонах кута відносного спокою та кута робочого прослизання. Ця математична модель включає обмеження, які задають режим роботи при керуванні приводним барабаном:

- відношення зусиль у точках набігання та збігання з приводного барабана не повинно перевищувати тягового фактора, що реалізується в зоні кута робочого прослизання;

- кут робочого прослизання не повинен перевищувати 80% кута обхвату приводного барабана стрічкового конвеєра [55]. Приклад розрахунку подано нижче.

Визначення величини кута робочого ковзання дозволяє виділити зону дуги обхвату, де відбувається випромінювання теплового джерела внаслідок дії сил тертя.

Використовуючи методику, виконану Малютін М. А. і Поповим Л.І. [41] з розрахунку середнього збільшення контактної температури проведемо розрахунок різниці температур між точками набігання та збігання стрічки з приводного барабана.

Для виконання розрахунків необхідно використовувати такі вихідні дані, отримані в результаті тягового розрахунку стрічкового конвеєра:

1. Окружне зусилля, що передається на приводному барабані, Н

$$W = 4.41 \times 10^4.$$

2. Ширина B, товщина стрічки h, діаметр приводного барабана D, м

$$B = 1.4; \qquad h = 0.02; \qquad D = 1.$$

3. Площа контакту стрічки та приводного барабана, м^2

$$S_к = B \cdot \frac{\pi \cdot D}{2}; \qquad S_к = 2.199.$$

4. Щільність конвеєрної стрічки ρ, кг/м^3

V- об'єм досліджуваного матеріалу, м^3

m- маса погонного метра конвеєрної стрічки, кг

$$m = 25; \qquad V = B \cdot h \cdot l; \; \rho = \frac{m}{V}.$$

5. Кут робочого ковзання на дузі обхвату приводного барабана стрічкою конвеєра $\alpha_{кв}$, град та довжина дуги ковзання, L м

$$\alpha_{кв} = 150; \qquad L = \frac{\pi \cdot D \cdot \alpha_{кв}}{360}.$$

6. Швидкість ковзання стрічки на приводному барабані, м/с

$$V_{кв} = 0.6.$$

7. Коефіцієнт зчеплення між приводним барабаном та стрічкою конвеєра

$$\mu = 0.4.$$

8. Питомий середній тиск стрічки на футерування приводного барабана p, Н/м^2

$$p_б = \frac{W}{S_к} \quad ; \quad p_б = 2.005*10^4. \qquad (2.17)$$

9. Питоме тепловиділення джерела за одиницю часу за рівномірної передачі тепла q, Вт/м^2

$$q_б = \frac{\frac{p_б \cdot v_{кв} \cdot \mu}{427 \cdot 9.8}}{4.1868 \cdot 10^3}; \quad q_б = 3.09*10^{-4}. \qquad (2.18)$$

10. Середнє збільшення контактної температури футерування приводного барабана $d\tau_s$, град. Параметри, що входять до складу виразу:

λ - коефіцієнт теплопровідності тіла, Вт/м·град;

$C_т$ - питома теплоємність тіла, Дж/кг·град;

ρ- щільність тіла, що нагрівається, кг/м^3;

ζ- коефіцієнт температуропровідності, м^2/сек;

$\alpha 1$- коефіцієнт розподілу тепла між поверхнями, що труться.;

γ- питома вага тіла, кг/м^3.

$$t = 1{,}60\ldots7200; \quad \gamma = \rho;$$

$$\alpha 1 = 0.5 \quad ; \quad \lambda = 3.296\times10^{-5}; \quad C_т = 7.882\times10^{-5};$$

$$\zeta = \frac{\lambda}{C_т \cdot \rho}; \ \zeta = 4.683\times10^{-4}; \quad d\tau 1_{кв}(t) = \frac{\alpha \cdot q}{\sqrt{C_T \cdot \gamma \cdot \lambda}} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{\zeta \cdot t}}{\pi \cdot L} \right) \cdot \sqrt{t}\ .$$

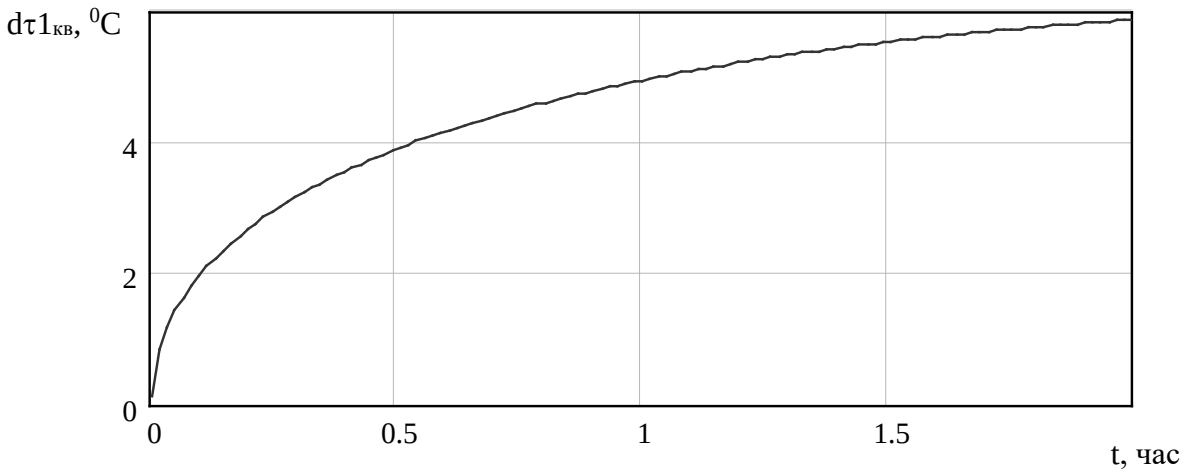


Рис. 2.11 Збільшення різниці температур на дузі обхвату приводного барабана

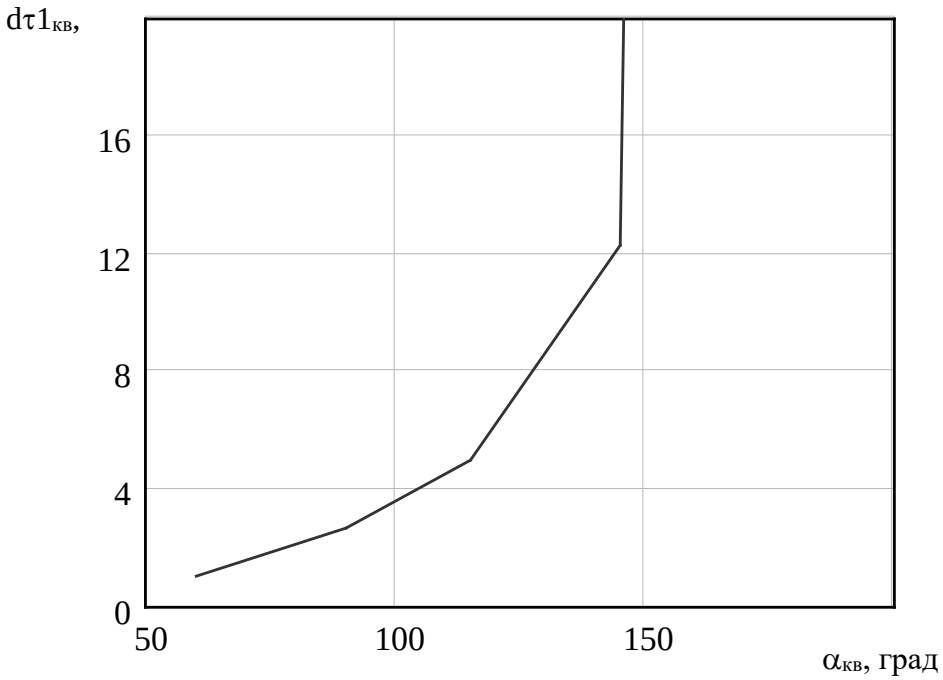


Рис. 2.12 Збільшення різниці температур на дузі обхвату приводного барабана при зміні кута робочого ковзання

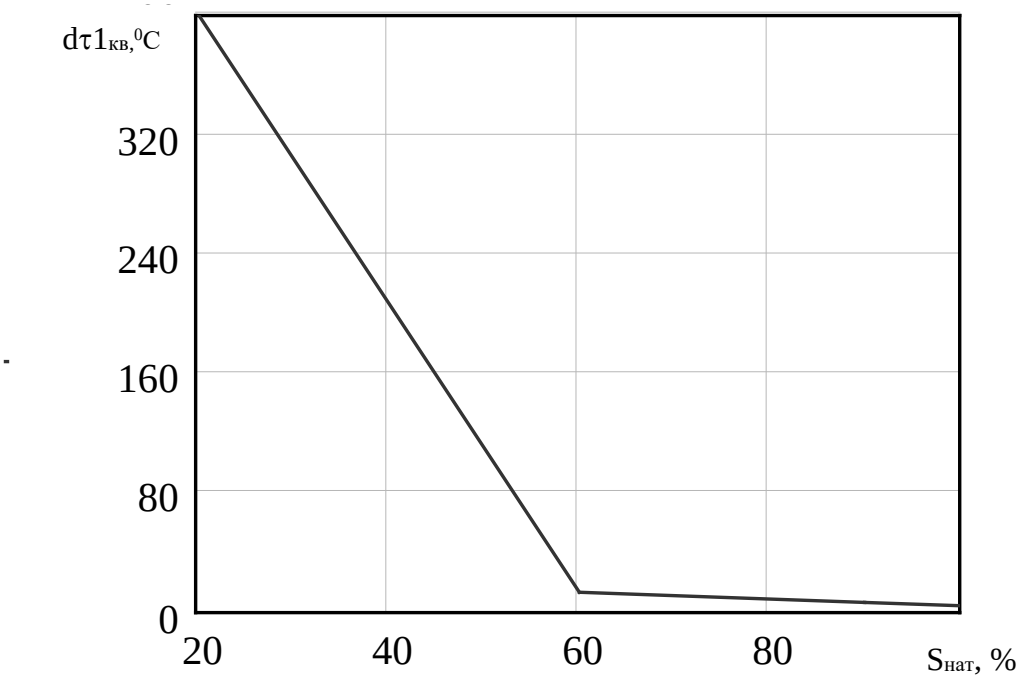


Рис. 2.13 Приріст різниці температур на дузі обхвату приводного барабана при зміні натягу стрічки конвеєра

Розрахунок зміни різниці температури проводився для двох годин роботи конвеєра з кроком одну хвилину. Результати обчислень подано на рис. 2.11.

Для отримання залежностей $d\tau 1_{кв}(\alpha_{кв})$ та $d\tau 1_{кв}(S_{нат})$ необхідно одночасно змінювати декілька параметрів, які зведені до таблиці 2.1. Отримані залежності подано на рис. 2.12 та рис. 2.13.

Таблиця 2.1

Збільшення різниці температур на дузі обхвату приводного барабана при зміні кута робочого ковзання

$d\tau 1_{кв}$, ^0C	$\alpha_{кв}$, град	$S_{нат}$, %	$V_{кв}$, м/с	$S_к$, $м^2$	W, Н
400	180	20	1.5	0.07	$4.4 \cdot 10^4$
12.3	145	60	0.6	0.75	$4.0 \cdot 10^4$
5	115	90	0.5	1.32	$3.0 \cdot 10^4$
2.6	90	100	0.4	1.75	$2.5 \cdot 10^4$
1	60	100	0.3	2.2	$1.8 \cdot 10^4$

Таким чином, отримані результати підтверджують зміну температури поверхонь приводного барабана, що труться, а величина нагріву дозволяє використовувати її як контрольований параметр для систем контролю і управління натягом стрічки. Як параметр обурення виступає кут робочого ковзання.

2.5 Розробка математичної моделі системи адаптивного керування з розподіленими параметрами для об'єкта керування приводною парою барабан – стрічка

2.5.1 Рівняння теплопровідності. Постановка крайового завдання, початкові та кінцеві умови для її вирішення.

Вирішення проблеми створення системи автоматичного управління фрикційною парою приводний барабан – стрічка висуває як центральне питання завдання побудови математичної моделі розподілу температура на дузі обхвату як об'єкта управління.

Управління такого роду об'єктами обумовлюється технологічною необхідністю компенсації проковзування стрічки на приводному барабані конвеєра, в основі якого лежить процес передачі руху за допомогою тертя і реалізується шляхом зміни теплового поля на дузі обхвату за допомогою зміни натягу стрічки конвеєра або швидкості обертання барабана.

Проблема управління сприймається як завдання оптимального управління з розподіленими параметрами.

Підхід до побудови системи управління ґрунтується на побудові детермінованої адаптивної моделі пари барабан-стрічка та організація управління за цією моделлю. Під моделлю фрикційної пари приводної барабан-стрічка розуміється теплове поле $\tau 1(x, y, z, t)$, де (x, y, z) – декартові координати точки на приводному барабані або $\tau 1(R, \varphi, z, t)$, Де (R, φ, z) - циліндричні координати точки, t-час.

Вважаємо, що температура по ширині барабана розподіляється рівномірно, у цьому випадку завдання розглядається лише в одній просторовій площині декартової (x, y) або циліндричної (R, φ).

Крайова задача зводиться до класу двовимірних рівнянь теплопровідності із постійними коефіцієнтами.

Таким чином, з точки зору теорії управління системами з розподіленими параметрами в процесі управління тепловим полем приводного барабана та стрічки як керована координата виступає температура або її розподіл на дузі обхвату.

При виборі керуючих впливів, що визначають режим охолодження (нагріву) робочої області фрикційної пари (дуги ковзання), необхідно дотриматися технологічних обмежень на допустиму величину температури робочої області, як вихідна координата об'єкта управління необхідно мати безпосередньо температурне поле τ1(R, φ, z, t) або величину температури в заданій точці простору.

Процес управління будується так, щоб найкращим чином за вибраним критерієм оптимальності домогтися найкращого наближення величини теплового джерела до бажаної його величини за дотримання природних обмежень на управління та стан об'єкта.

Управління процесом нагрівання або охолодження здійснюється шляхом зміни натягу стрічки або швидкості обертання барабана. Опишемо цю дію деякою функцією S(t), і підкоримо цю функцію наступному обмеженню:

$$A_1 \le S(t) \le A_2, \qquad (2.19)$$

де константи А1 та А2 відповідають граничним значенням керуючої величини.

Тепер необхідно встановити зв'язок між $\tau 1(t)$ і $S(t)$. Відповідно до термінів теорії автоматичного управління потрібно визначити передатну функцію системи, входом якої служить зміна натягу стрічки або швидкості обертання барабана $S(t)$, а виходом температура нагріву $\tau 1(t)$ на дузі обхвату приводного барабана та стрічки конвеєра при їх фрикційному взаємодії. Можливі принаймні два способи опису цієї передавальної функції. Найпростіший із них полягає в наступному. Вважатимемо, що між входом і виходом системи є лише два елементарних ланки: ланка запізнення, що характеризує затримку роботи приводу натяжної станції та кінцевої довжини конвеєра, та інерційна ланка, що

враховує поступовість наростання температури при стрибкоподібній зміні натягу стрічки. При цьому зв'язок між $\tau 1(t)$ і $S(t)$може бути виражений наступним рівнянням:

$$B \cdot \frac{d\tau 1}{dt} + \tau 1 = k \cdot S(t - \tau), \tag{2.20}$$

де τ- час запізнення, B - постійна часу інерційної ланки, k-статичний коефіцієнт передачі. Дане рівняння дає дуже спрощену картину роботи конвеєра, тому що натяг стрічки не може змінюватися стрибком, а змінюється під дією вантажу на стрічці та роботою приводу натяжної станції.

Більш точний опис зв'язку між функціями $\tau 1(t)$ і $S(t)$ може бути отриманий, якщо зробити повний тепловий розрахунок фрикційної пари барабан-стрічка, вирішуючи спільно з рівнянням теплопровідності, яке описує теплообмін у системі футерування барабана - дуга робочого ковзання – стрічка конвеєра

$$\frac{d\tau 1}{dt} = \zeta\left(\frac{d^2\tau 1}{dx^2} + \frac{d^2\tau 1}{dy^2} + \frac{d^2\tau 1}{dz^2}\right),$$

$$\frac{d\tau 1}{dt} = \zeta\left(\frac{d^2\tau 1}{dR^2} + \frac{1}{R}\cdot\frac{d\tau 1}{dR} + \frac{1}{R^2}\cdot\frac{d^2\tau 1}{d\varphi^2} + \frac{d^2\tau 1}{dz^2}\right),$$

де $\tau 1$- температура перегріву (понад температуру навколишнього повітря), град; ζ- коефіцієнт температуропровідності, м^2/сек.

Як критерій якості управління виберемо наступний функціонал

$$J = \int\int_D\int \left[\tau 1^*(x, y, z) - \tau 1(x, y, z, T)\right]^2 dxdydz, \tag{2.21}$$

$$J = \int\int_D\int \left[\tau 1^*(R, \varphi, z) - \tau 1(R, \varphi, z, T)\right]^2 dRd\varphi dz, \tag{2.21}$$

де D - деяка просторова область, T – час процесу управління, $\tau 1^*(R, \varphi, z)$- необхідний температурний розподіл.

Структурно математичну модель можна у наступному вигляді (рис. 2.14). Натяг стрічки, що змінюється приводом натяжної станції, змінює тягову

здатність приводного барабана, що призводить до зміни температури в зоні обхвату дуги фрикційної пари. Сигнал керування $\tau 1(t)$ та сигнал обурення $\alpha_{кв}(t)$ надходять на вхід блоку температурного поля, який представимо у вигляді функції

$$\tau 1(R, \varphi, z, t)=A(\tau 1(t), \alpha_{ск}(t)),$$

де A – деякий оператор. Практично цей оператор є в загальному випадку рішенням диференціального рівняння в приватних похідних, яке описує процес теплообміну у фрикційній парі приводний барабан-стрічка. Знаходження оператора для опису динаміки шуканих координат процесу управління і становить завдання управління.

Розглянемо детально формування крайової задачі, що включає рівняння теплопровідності, а також початкові та граничні умови.

Подібні крайові завдання раніше виконувались авторами [41, 54] під час моделювання теплових процесів взаємодії приводного барабана та стрічки.

Рівняння теплопровідності є параболічним рівнянням, що характеризують нестаціонарні процеси температурного розподілу.

$$\frac{d\tau 1}{dt}=\zeta\left(\frac{d^2\tau 1}{dR^2}+\frac{1}{R}\cdot\frac{d\tau 1}{dR}+\frac{1}{R^2}\cdot\frac{d^2\tau 1}{d\varphi^2}+\frac{d^2\tau 1}{dz^2}\right)+q \qquad t>0;\ R1\le R\le R2;\ 0\le\varphi\le 2\pi, \tag{2.22}$$

$$\frac{d\tau 2}{dt}=\zeta\left(\frac{d^2\tau 2}{dR^2}+\frac{1}{R}\cdot\frac{d\tau 2}{dR}+\frac{1}{R^2}\cdot\frac{d^2\tau 2}{d\varphi^2}+\frac{d^2\tau 2}{dz^2}\right)+q \qquad t>0;\ R2\le R\le R3;\ 0\le\varphi\le\pi,$$

де $\tau 2$ – температура стрічки, град; $R1$, $R2$ – внутрішній та зовнішній радіуси барабана, включаючи футерування, м; $R3$ – зовнішній радіус стрічки огинаючої барабан, м (див. рис.2.15); q – джерело теплового потоку.

Як початкові умови задаємо температурний розподіл у початковий момент часу

$$\tau 1(R, \varphi,0)= \tau 1_0. \tag{2.23}$$

Як граничні умови використовуємо умову |||- го роду, для опису процесів теплообміну футерування барабана та стрічки конвеєра та теплообміну з навколишнім середовищем. При цьому не враховуємо теплообмін з навколишнім середовищем торцевих поверхонь стрічки та барабана, а також внутрішньої поверхні барабана та зовнішньої поверхні стрічки. Розглянуті тіла вважаємо однорідними ізотропними з постійними теплофізичними характеристиками. Вважаємо, що температура по ширині барабана розподіляється рівномірно, у цьому випадку завдання розглядається тільки в одній просторовій площині, циліндричній (*R, φ)*

Граничні умови представимо у вигляді:

$$\lambda \cdot \frac{\partial \tau 1}{\partial R}|_{R=R1} = \alpha_2 \cdot [\tau 1(R1, \varphi, t) - t_0] \qquad 0 \le \varphi \le 2\pi \qquad (2.24)$$

$$\lambda \cdot \frac{\partial \tau 2}{\partial R}|_{R=R2} = \alpha_1 \cdot [\tau 1(R2, \varphi, t) - t_0], \; 0 \le \varphi \le \pi \qquad (2.25)$$

$$\lambda \cdot \frac{\partial \tau 2}{\partial R}|_{R=R3} = \alpha_2 \cdot [\tau 2(R3, \varphi, t) - t_0], \qquad 0 \le \varphi \le 2\pi \qquad (2.26)$$

$$\lambda \cdot \frac{\partial \tau 1}{\partial R}|_{R=R2} = \alpha_2 \cdot [\tau 1(R2, \varphi, t) - t_0], \qquad \pi \le \varphi \le 2\pi \qquad (2.27)$$

$$\tau 1(R, \varphi, t) = \tau 1(R, \varphi + 2\pi \cdot n, t) \qquad (2.28)$$

$$\frac{\partial \tau 1}{\partial \varphi}|_{\varphi=\varphi'} = \frac{\partial \tau 1}{\partial \varphi}\Big|_{\varphi=\varphi'+2\cdot\pi\cdot n}, \qquad n=0,1,2,\ldots, \qquad (2.29)$$

$$\frac{\partial \tau 2}{\partial \varphi}|_{\varphi=0} = \frac{\partial \tau 2}{\partial \varphi}\Big|_{\varphi=\pi} = 0$$

де λ коефіцієнт теплопровідності матеріалу барабана та стрічки, $\frac{Вт}{м \cdot град}$; $\alpha 1$ – коефіцієнт теплообміну між поверхнями барабана і стрічки, що труться., $\frac{Вт}{м^2 \cdot град}$; $\alpha 2$ - коефіцієнт теплообміну із повітрям зовнішньої поверхні барабана, $\frac{Вт}{м^2 \cdot град}$ [57].

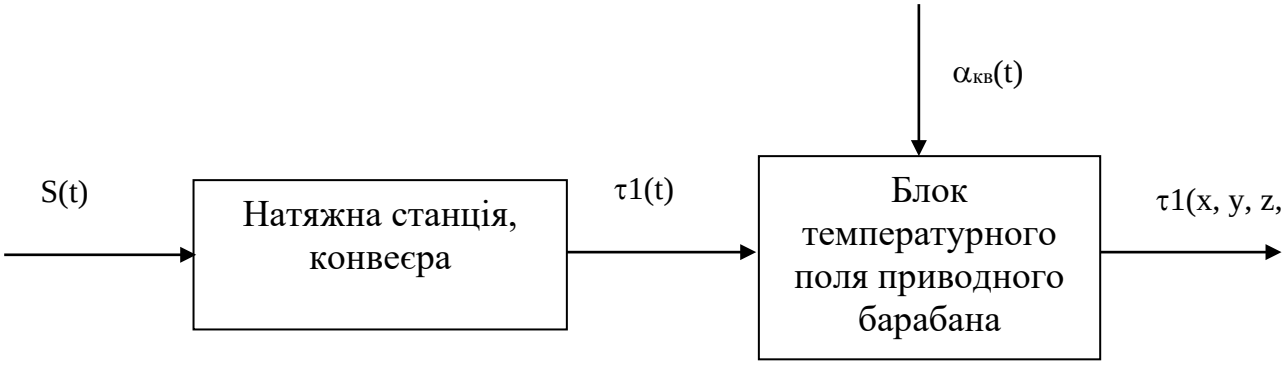


Рис. 2.14 Структурна схема моделі системи управління

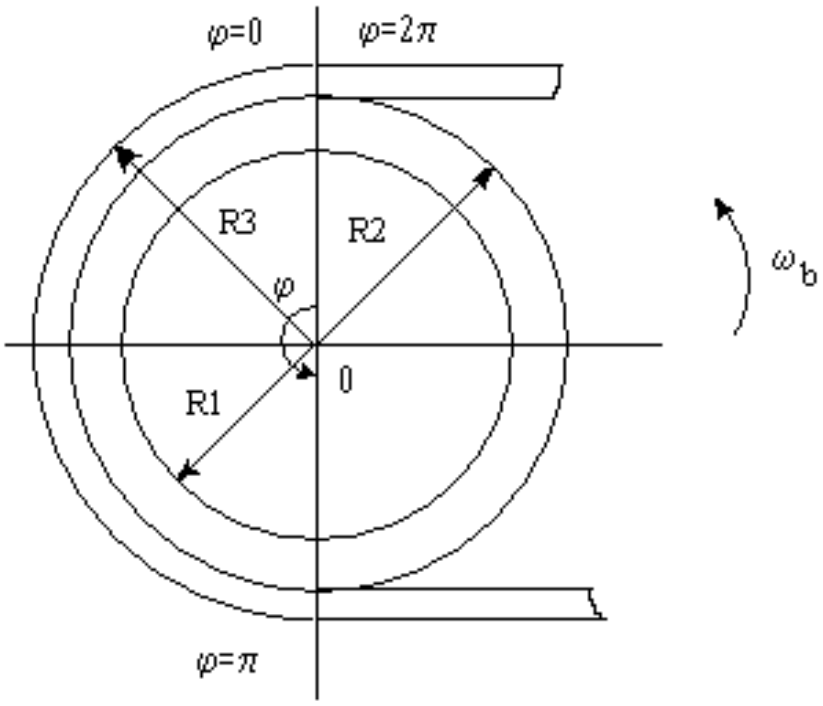


Рис.2.15 Фрикційна пара барабан-стрічка конвеєра

Коефіцієнти ζ и λ зв'язані співвідношенням $\zeta = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$, де ρ - щільність нагрітого тіла, $\frac{кг}{м^3}$; c – теплоємність, $\frac{Дж}{кг \cdot град}$.

Таким чином, завдання оптимального управління може мати таке формулювання.

Для рівняння теплопровідності (2.22) з початковими та граничними умовами (2.23)-(2.29), включаючи рівняння зв'язку (2.20) потрібно підібрати таке управління $S(t)$, $0 \le t \le T$, що задовольняє умові (2.19), щоб функціонал (2.21) задовольнив умову $J \le \delta$ (де δ - деяке позитивне число, що характеризує точність наближення до бажаного розподілу) за мінімально можливий час Т. У зв'язку з тим, що при зміні окружного зусилля на приводному барабані змінюється тиск стрічки на футерування барабана, що призводить до зміни величини теплового потоку як по амплітуді, так і за просторовим розподілом (змінюється величина дуги робочого прослизання $\alpha_{кв}$, тобто площа пружної взаємодії).

Таким чином, розглянуту задачу оптимального управління можна з повною підставою вважати завданням, що належать до класу задач теорії рухомого управління. Розглянемо її математичне представлення згідно з теорією автоматичного управління.

Для опису математичної моделі з розподіленими параметрами з точки зору автоматичного управління доцільно її розглядати у вигляді імпульсної перехідної функції, використовуючи основні вхідні вихідні співвідношення для типових лінійних об'єктів управління з розподіленими параметрами.

Для аналізу характеристик та вхід - вихідних співвідношень об'єктів з розподіленими параметрами достатньою інформацією про зовнішній вплив є його належність до відповідного функціонального простору. У цьому випадку опис об'єкта керування можливо виразити через дельта-функції. В результаті основні співвідношення, що пов'язують вихід об'єкта при заданому початковому

стані з вхідними впливами, може бути представлено в наступній інтегральній формі:

$$\tau 1(x,t) = \int_{x_0}^{x_1} N_0(x,\xi,t)\cdot \tau 1_0^0(\xi)d\xi + \int_{x_0}^{x_1} N_1(x,\xi,t)\tau 1_0^1(\xi)d\xi + \int_0^t\int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t,\tau)f(\xi,\tau,u(\xi,\tau))d\xi d\tau + \\ + \int_0^t K_0(x,t,\tau)g_0(\tau,u_0(\tau))d\tau + \int_0^t K_1(x,t,\tau)g_1(\tau,u_1(\tau))d\tau, \quad (2.30)$$

де ξ і τ - змінні інтегрування, відповідно, за просторовою координатою та часом. З метою спрощення написання виразів, у загальному вигляді розглядаємо розподіл теплового джерела за однією просторовою координатою *x*, однак *y* нашому випадку необхідно розглядати у двомірному просторі *x, y*.

Тут перші два інтеграли за просторовою змінною визначають складову загального рішення, що описує вплив на $\tau 1(x,t)$ початкових розподілів $\tau 1_0^{(0)}(x)$ та $\tau 1_0^{(1)}(x)$; останні два інтеграли за часом враховують зосереджені вхідні впливи g_0 і g_1 Неймана і Діріхле в початковій і кінцевій точці простору за граничними умовами, а подвійний інтеграл за просторово-часовою областю зміни просторового (x) і тимчасового (τ) аргументів розподіленого вхідного впливу *f* відображає його внесок у реакцію об'єкта.

Вихід об'єкта $\tau 1(x,t)$ пов'язується із зовнішніми впливами *f*, g_0, g_1 та початковим станом $\tau 1_0^{(0)}(x)$ відповідними ядрами лінійних інтегральних операторів (функціями впливу) N_0, N_1, G, K_0, K_1, що відображають внутрішні властивості об'єкта стосовно відповідних входів. Як випливає з теорії лінійних рівнянь у похідних приватних, всі ці ядра можуть бути виражені в кінцевому вигляді (за допомогою лише операцій диференціювання) тільки через одну з них - функцію $G(x,\xi,t,\tau)$ (під знаком подвійного інтеграла) звану функцією Гріна аналізованої системи з розподіленими параметрами, яка цим відповідно до виразу (2.30) з вичерпною повнотою визначає власні характеристики об'єкта управління, які залежать від характеру вхідних впливів. Якщо розглядати початкові умови нульові, а граничні однорідні умови, тобто

$\tau 1_0^{(0)}(x) = \tau 1_0^{(1)}(x) = 0 \; x \in [x_0, x_1] \; g_0(t, u_0(t)) = g_1(t, u_1(t)) = 0, \; t > 0,$

і функція f є множенням

$$f(x,t,u(x,t)) = \delta(x-\xi_0)\cdot\delta(t-\tau_0) \tag{2.31}$$

дельта-функцій $\delta(x-\xi_0)$ *и* $\delta(t-\tau_0)$, що залежать від просторової змінної та змінної часу відповідно, і зосереджених у точках $x=\xi_0 \in [x_0, x_1]$ та $t=\tau_0 \geq 0$,, то відповідно до відомих властивостей дельта-функцій вираз (2.30) призводить до співвідношенню:

$$\tau 1(x,t) = \int_0^t \int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t,\tau)\cdot\delta(\xi-\xi_0)\cdot\delta(\tau-\tau_0)d\xi d\tau = G(x,\xi_0,t,\tau_0)$$

Таким чином, функція Гріна є рішенням крайової задачі, в нашому випадку, представлену виразами (2.22-2.29) і, відповідно, відповідно до (2.31) описує реакцію розподіленої системи, що керується, з нульовими початковими і однорідними граничними умовами в будь-якій точці $x \in [x_0, x_1]$ та будь-який момент часу $t \geq 0$ на точкове імпульсний вплив виду дельта-функції, прикладений у довільно, але фіксованій точці $\xi_0 \in [x_0, x_1]$ у момент часу $t=\tau_0 \geq 0$ [57].

Аргументи ξ та τ функції $G(x,\xi,t,\tau)$ є вхідними аргументами, або аргументами входу, а аргументи x та t – вихідними аргументами, або аргументами виходу.

Для класу стаціонарних систем із незалежними від часу параметрами імпульсна перехідна функція подається у вигляді

$$G(x,\xi,t,\tau) = G(x,\xi,t-\tau),$$

тобто функція Гріна в цьому випадку є функцією вже не чотирьох, а фактично лише трьох аргументів, серед яких єдиний аргумент $t-\tau$, який характеризує її тимчасову залежність [57].

У випадку при довільному характері зміни коефіцієнтів диференціального оператора це завдання виявляється аналітично нерозв'язною навіть у одновимірному випадку, тут доводиться використовувати наближені методи.

У випадку при довільному характері зміни коефіцієнтів диференціального оператора це завдання виявляється аналітично нерозв'язною навіть у одновимірному випадку, тут доводиться використовувати наближені методи.

Труднощі отримання явних виразів функцій Гріна для багатовимірних розподілених систем багаторазово зростають насамперед для просторових областей складної геометричної форми.

Вирази, що зв'язують ядра N_0, N_1, K_0, K_1, інтегральних операторів (2.30) з функцією Гріна $G(x,\xi,t,\tau)$, можуть бути визначені залежно від конкретного виду коефіцієнтів диференціального оператора в рівнянні теплопровідності та в граничних умовах .

Аналітичне рішення функції Гріна представляється в характерній формі розкладання в нескінченний ряд Фур'є за тригонометричною системою функцій, з коефіцієнтами, що залежать від часу, у вигляді експонент з негативними показниками ступеня, що швидко зростають по абсолютній величині

$$G(x,\xi,t-\tau)=\frac{1}{x_1}\cdot\left[1+2\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\cos\left(\frac{\pi\cdot n\cdot x}{x_1}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot n\cdot \xi}{x_1}\right)\cdot\exp\left[-\frac{a\cdot\pi^2\cdot n^2}{x_1^{\,2}}(t-\tau)\right]\right],$$

де x_0=0 за нульових граничних умов Неймана.

Опис об'єктів з розподіленими параметрами в загальній формі крайової задачі породжує безліч різних можливих варіантів її постановок для різних початкових станів $\tau 1_0(x)$ та впливів $g(x, t)$ за граничними умовами, що враховуються загальними рішеннями досить складного виду. Виявляється, що можна підібрати таку функцію $w(x, t)$ замість $f(x, t)$ (2.30), яка "компенсує" ефект вплив на вихідну величину ненульових початкових і неоднорідних граничних умов, забезпечуючи рівність рішень (2.30) і вирази, представленого в гранично простій формі

$$\tau 1(x,t) = \int_0^t \int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t-\tau)\cdot w(\xi,\tau)d\xi d\tau\,. \qquad (2.32)$$

В результаті нова форма запису являє собою універсальну, стандартну форму запису об'єктів з розподіленими параметрами. При цьому *w(x, t)* з наступних доданків:

$$w(\xi,\tau) = A_1\delta(\tau)\cdot\tau 1_0^{(0)}(\xi) + (w_1(\xi,\tau) - w_0(\xi,\tau)) + f(\xi,\tau,u(\xi,\tau))\,,$$

де А1 – коефіцієнт за першої похідної за часом, *δ(τ)* – дельта – функція. Перший доданок враховує для вихідного завдання ненульові початкові розподіли *τ1(x, 0)*, самої функції стану, а друге – ефект зовнішніх вхідних впливів за неоднорідними граничними умовами.

Таким чином, опис об'єктів з розподіленими параметрами за допомогою імпульсних перехідних функцій значно спрощує форму переставлення об'єкта керування та більш практично з точки зору теорії автоматичного керування. Проте інтегральна форма запису з допомогою дельта - функцій не спрощує аналітичного рішення, а для нашого випадку, у двомірному просторовому управлінні досить трудомістка. Тому, як говорилося, на вирішення завдання оптимального управління з розподіленими параметрами доцільно застосувати чисельні методи рішень. Розглянемо найбільш поширений на даний момент і програмно забезпечений метод кінцевих елементів, що представляє розв'язання задачі, у зручному для аналізу графічному режимі та відповідно у табличному (матричному) виведенні результатів.

2.5.2 Цифрове моделювання температури фрикційної пари

Реалізуємо завдання керування за допомогою чисельного методу кінцевих елементів. Метод заснований на кінцевоелементної апроксимації, яка полягає в тому, що для вирішення крайової задачі в приватних похідних розрахункову область представляють у вигляді сукупності геометричних фігур, що не перекриваються, досить простої форми. Розміри таких фігур, як правило, бувають малі в порівнянні з розмірами розрахункової області. Ці елементарні фігури називають кінцевими елементами. Тривимірні розрахункові області зазвичай розбивають на багатогранники, а двовимірні – на багатокутники. Найпростіші багатогранники (прямолінійні чотирьохвузлові тетраедри) та найпростіші багатокутники (прямолінійні трьохвузлові трикутники) називають симплекс – елементами (див. рис.2.16). Вся сукупність кінцевих елементів у розрахунковій області називається кінцевою елементною сіткою. Вершини цих багатогранників чи багатокутників називають вузлами кінцевоелементної сітки [66].

Зазвичай для розбиття розрахункової області елементи використовується спеціальний алгоритм покриття, що забезпечує автоматичну генерацію сітки.

Одна з таких процедур працює так (див. рис. 2.17).

Спочатку проводиться нанесення з деяким кроком вузлів на кордон області. Після цього всередині області будується допоміжна крива еквідистантного кордону. На криву також наносяться вузли. Почергове з'єднання вузлів першому і другому контурах дає симплексы. Далі всі операції повторюються до заповнення симплекс всієї області [39].

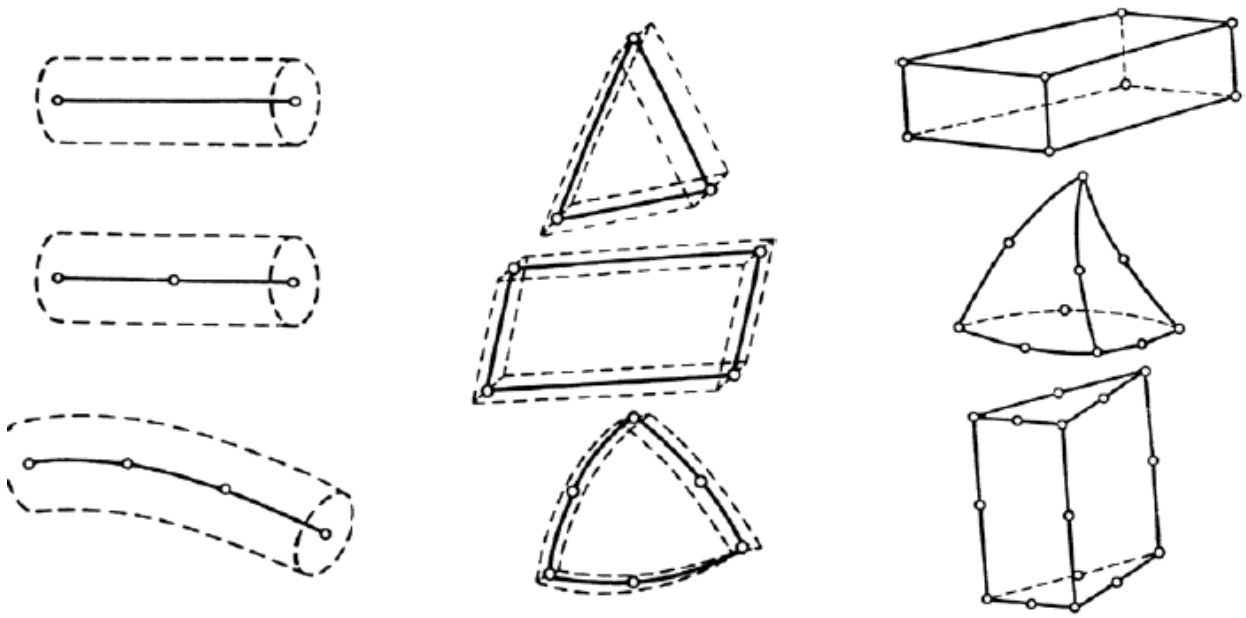


Рис. 2.16. Деякі види кінцевих елементів:

а – одновимірні; б – двомірні; в – тривимірні

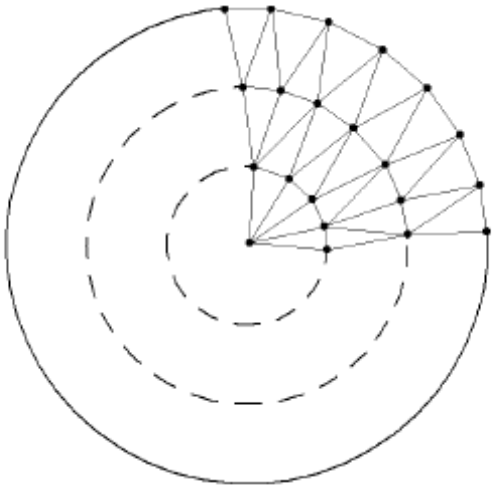


Рис.2.17. Побудова сітки кінцевих елементів

Для розуміння принципу роботи методу кінцевих елементів розглянемо побудову апроксимації на одновимірному прикладі. Нехай потрібно знайти розподіл деякої безперервної функції u(x) вздовж стрижня (див. рис. 2.18 а). Насправді ця функція може описувати, наприклад, розподіл температури чи деформацію стрижня.

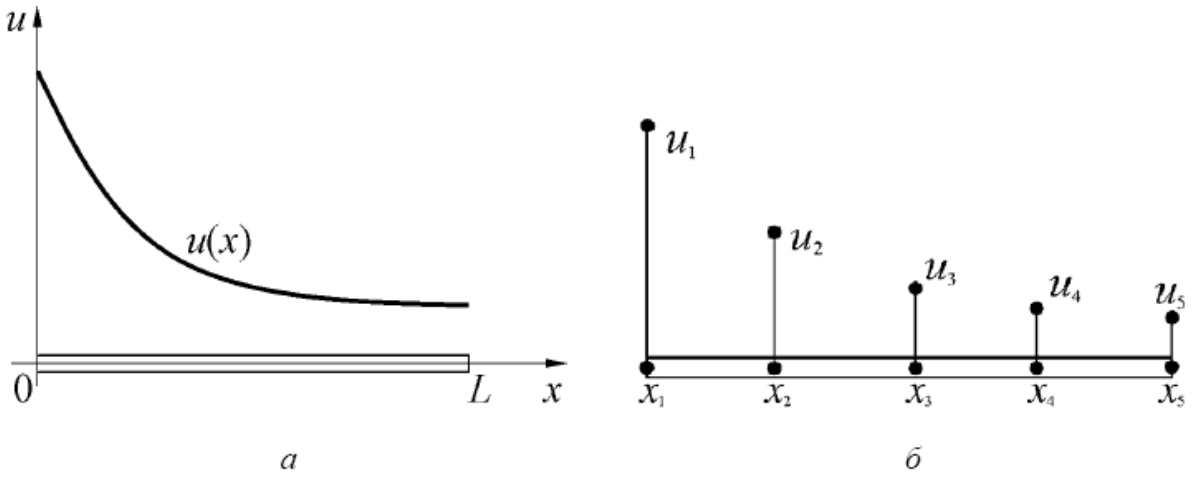


Рис. 2.18. Одномірний розподіл

Виберемо та пронумеруємо ряд точок уздовж осі x – це вузлові точки (рис. 2.18, б). У нашому прикладі взято лише п'ять точок. Взагалі кажучи, їх може бути довільна кількість, і вони можуть розташовуватися не на рівній відстані один від одного. Припустимо, значення u(x) у вузлових точках відомі. Вони позначені на рис. 2.18, б відповідно до номерів вузлів – u1, u2, u3, u4, u5.

Розбиття розрахункової області, тобто стрижня, кінцеві елементи може бути проведено різними способами. Можна, наприклад, виділити чотири елементи, включивши до кожного з них по два сусідні вузли (рис. 2.19, а).

А можна виділити в стрижні всього два елементи, що містять по три вузли (Рис. 2.19, б).

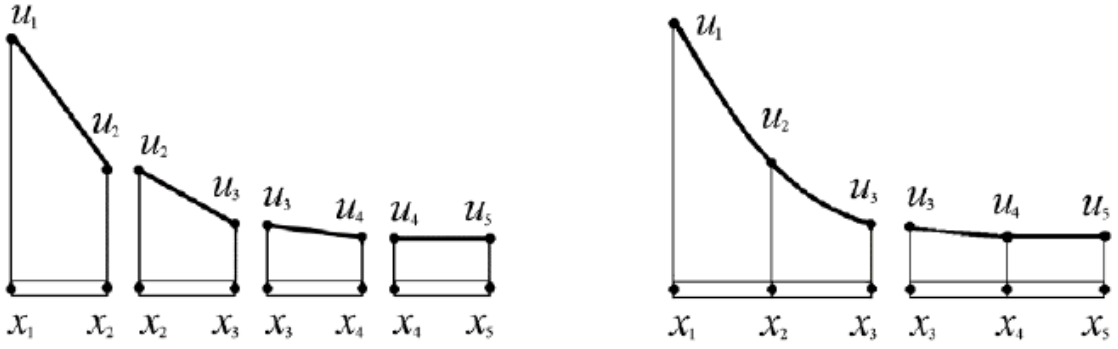


Рис. 2.19. Варіанти розбиття стрижня на елементи

При використанні чотирьох елементів, кожен з яких включає тільки два вузли, функція апроксимує в межах елемента буде лінійна по x, так як дві точки однозначно визначають пряму лінію. Загальна апроксимація залежності u(x) по всій довжині стрижня складається з чотирьох відрізків прямих (рис. 2.19 а).

Залежність $u(x)$ у межах одного елемента, обмеженого двома сусідніми вузлами x_i та x_j ($j = i + 1$), можна уявити лінійним інтерполяційним поліномом $u(x) \approx \alpha + \alpha_x x$. Визначивши параметри α і α_x за відомими у точках x_i та x_j значеннями функції u_i та u_j, запишемо інтерполяційний поліном, тобто функцію елемента наступним чином:

$$u(x) \approx \frac{x_j - x}{x_j - x_i} \cdot u_i + \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \cdot u_j = N_i \cdot u_i + N_j \cdot u_j = \left[N^{(e)}\right] \cdot \left[u^{(e)}\right], \quad (2.33)$$

де N_i и N_j – так звані функції форми кінцевого елемента, u_i и u_j – значення функції $u(x)$ в точках x_i і x_j, $[N^{(e)}] = [N_i \; N_j]$ – матричний рядок функцій форми елемента $\left[u^{(e)}\right] = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}$ – вектор-стовпець.

У разі розбиття області на два елементи (рис. 2.19 б) три вузлові точки в кожному з них дозволяють однозначно визначити функції елементів у вигляді поліномів другого ступеня. Відповідно розподіл u(x) по всій довжині стрижня буде апроксимуватися шматково-безперервною квадратичною функцією. При

цьому загальна апроксимація для стрижня може містити злам через розбіжності кутів нахилу графіків поліномів (їх перших похідних) у третьому вузлі.

Для двовимірної чи тривимірної задачі апроксимація будується аналогічним чином. Залежно від виду елементів (кількості вузлів, що використовуються в них) також застосовується лінійна або нелінійна апроксимація. Приклади апроксимації двовимірної безперервної функції u(x,y) наведено на рис. 2.20.

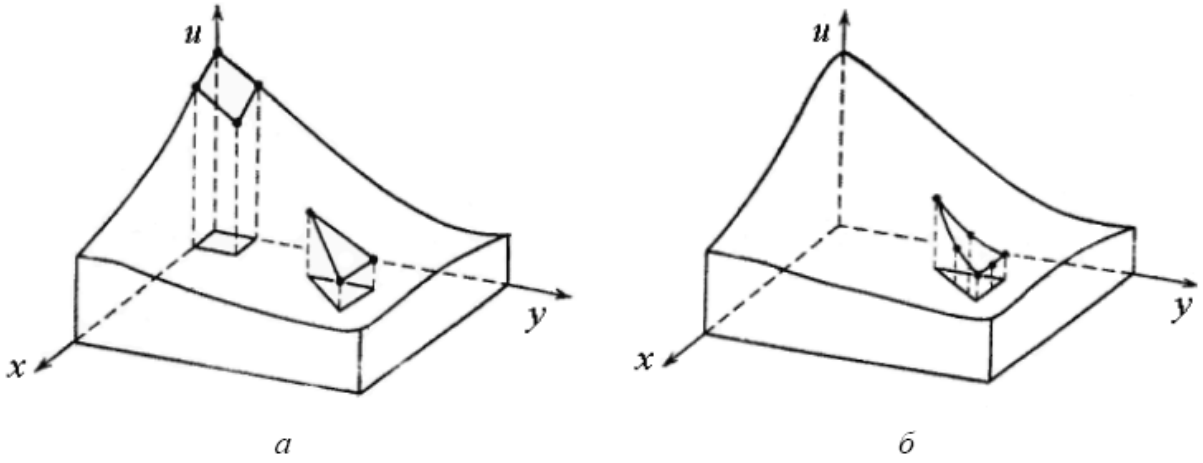


Рис. 2.20. Моделювання двовимірної скалярної функції за допомогою лінійної (а) та нелінійної (б) апроксимації

Функція форми елемента буде представлена площиною, якщо йому взято мінімальне число вузлів, яке трикутного елемента дорівнює трьом, а чотирикутного – чотирьом. У цьому випадку використовують лінійну апроксимацію $u(x,y) \approx \alpha + \alpha_x x + \alpha_y y$.

За аналогією з одновимірним випадком лінійний багаточлен інтерполяційний для найпростішого трикутного елемента, що включає тільки три вузли, записують у вигляді

$$u(x,y) \approx N_i \cdot u_i + N_j \cdot u_j + N_k \cdot u_k = \left[N^{(e)}\right] \cdot \left[u^{(e)}\right], \qquad (2.34)$$

де N_i , N_j , N_k – функції форми елемента, u_i , u_j , u_k – значення функції у вузлах, що належать елементу, $[N^{(e)}]$ – матричний рядок функцій форми елемента, $[u^{(e)}]$ – вектор стовпець значень функції $u(x,y)$ у його вузлах. Якщо

елемент містить більшу кількість вузлів, то апроксимуюча функція елемента відображатиметься криволінійною поверхнею.

Для всієї розрахункової області апроксимацією розподілу *u(x,y)* є кусково-лінійна (або кусково-нелінійна) поверхня, кожна з ділянок якої визначається на окремому елементі за допомогою значень *u(x,y)* у вузлах, що належать йому.

Для побудови апроксимації так, як було показано вище, необхідно знати розподіл *u(x,y)* у всій розрахунковій області. Однак до вирішення завдання ця залежність зазвичай якраз і не відома. Проте, використовуючи апроксимуючі формули (2.33) або (2.34), рішення можна отримати. Методи пошуку рішення розглянуті нижче.

Для вирішення поставленої задачі використовуємо додаток PDE Toolbox (від англ. Partial Differential Equation – диференціальне рівняння у приватних похідних), який містить пакет MATLAB. Додаток забезпечує вирішення диференціальних рівнянь у приватних похідних методом кінцевих елементів двомірної постановки. Воно включає графічний інтерфейс; інструменти завдання форми рівнянь та граничних умов; процедуру автоматичної генерації сітки кінцевих елементів; засоби для візуалізації отриманого рішення та його анімації.

У першому етапі до виконання рішення необхідно створення геометричної області. Програма PDETool переходить у режим введення (промалювування) геометрії за командою Draw Mode. У цьому режимі можливе створення, знищення та зміна геометричних об'єктів у розрахунковій області. Стандартними геометричними фігурами є прямокутник (в окремому випадку квадрат), еліпс (в окремому випадку коло), багатокутник. На рис.2.21 представлена розрахункова область, у нашому випадку це взаємодія футерованого приводного барабана та стрічки конвеєра. Розрахункова область представлена чотирма стандартними об'єктами. Привідний барабан конвеєра представлений областю C3. Область C2 характеризує наявність футерування на

приводному барабані. Конвеєрна стрічка представлена областю C1. Оскільки розглядається фрикційна пара з кутом обхвату рівним 180 градусів необхідно обмежити область C1 областю R1. У результаті розрахункову область можна подати таким виразом

$$((C1 - R1) + C2) - C3.$$

Отримана розрахункова область представлена рис. 2.22. описується змінними, які експортуються до базової робочої області MatLab.

За промовчанням імена цих змінних gd, sf, ns:

gd – матриця геометричних об'єктів (кожен стовпець відповідає об'єкту). Перший елемент шпальти – код типу об'єкта: 1 – коло, 2 – багатокутник, 3 – прямокутник, 4 – еліпс.

sf – рядок символів, що містить формулу геометрії розрахункової області.

ns - числова матриця, кожному стовпцю якої відповідає геометричний об'єкт. Елементами стовпця є ASCII коди символів імені відповідного об'єкта. Число рядків матриці ns дорівнює числу символів найдовшого імені геометричного об'єкта. Коротші імена доповнюються нульовими кодами [66].

Наступний етап полягає у формуванні граничних умов досліджуваного об'єкта. Програма входить у режим введення граничних умов за допомогою Boundary Mode. Під час вирішення рівняння теплопровідності програма PDETool дозволяє вводити граничні умови першого роду (умова Діріхле) або умови другого роду (умови Неймана). Умови Діріхле мають вигляд:

$$h \cdot u = r ,$$

де h, r – скалярные коэффициенты.

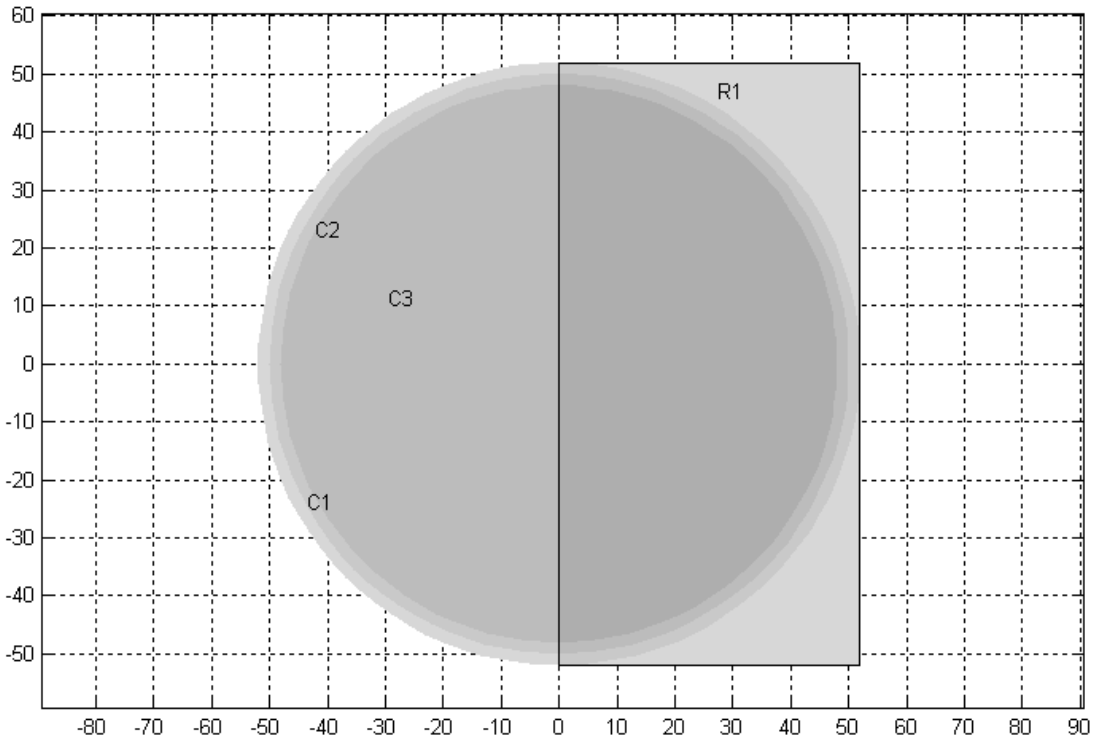


Рис. 2.21. Геометричне уявлення об'єкта, що розраховується

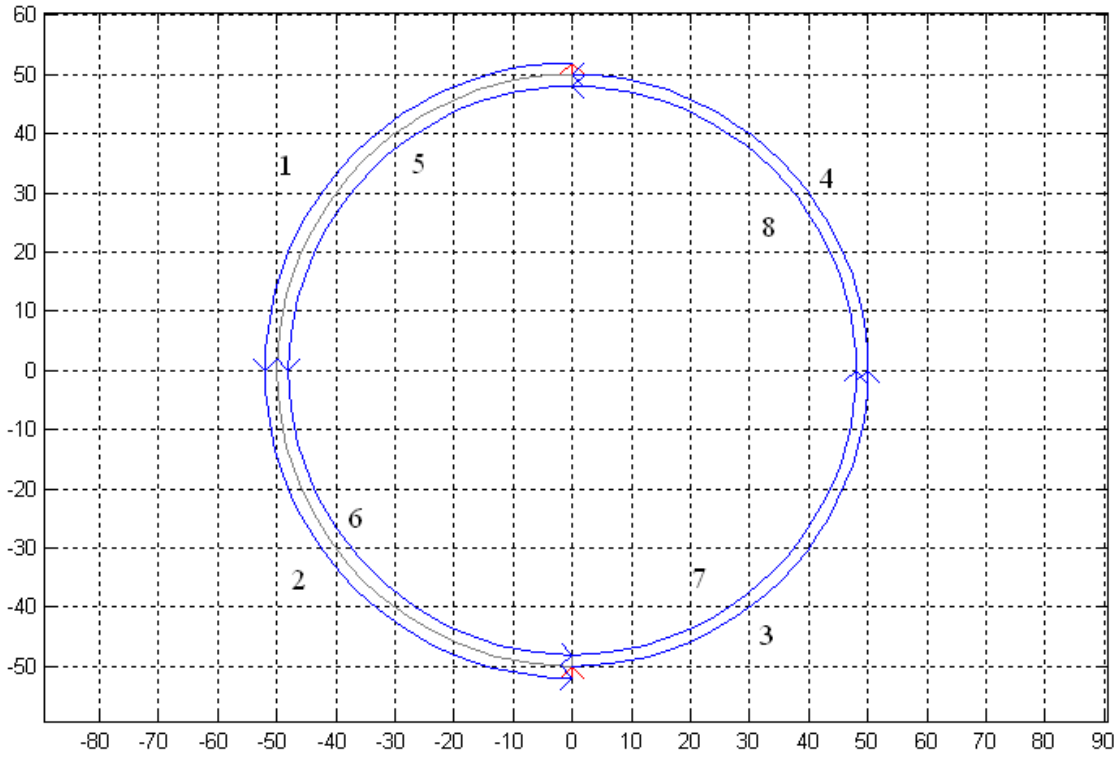


Рис. 2.22. Гранична область об'єкта, що досліджується

Условия Неймана имеют вид:

$$n \cdot c \cdot grad\, u + q \cdot u = g\ ,$$

де n - вектор одиничної зовнішньої нормалі до межі розрахункової області; c – коефіцієнт PDE; q та g – скалярні коефіцієнти. Його фізичний зміст — завдання потоку температури на кордоні протягом усього процесу.

Якщо r чи g = 0, то граничні умови називаються нульовими. Якщо завдання на власні значення задані ненульові граничні умови, всі вони автоматично змінюються на нульові.

Для всіх сегментів застосовуємо граничні умови Неймана. Сегмент 1 відповідає дузі відносного спокою $\alpha_{в.п.}$, тому приймаємо значення q=0 та g=0, оскільки джерело тепла не проявляється, тому що відсутнє ковзання. Процес теплообміну на цій ділянці нехтується, оскільки стрічка приходить з температурою навколишнього середовища і процес тепла від барабана до стрічки передається незначно. На ділянці сегмента 2 відбувається значне виділення тепла, так як це зона дуги робочого ковзання $\alpha_{кв.}$, І тепло від джерела передається як барабану так стрічці. На цій ділянці конвеєрна стрічка є теплоносієм, тому приймаємо q=1 і g=0. Сегменти 3 і 4 беруть участь у процесі теплообміну футерування барабана з повітрям. Приймаємо q=1. Сегменти 5, 6, 7 та 8 беруть участь у теплообміні між барабаном зовнішнім середовищем, тому приймаємо значення q=1. Значення граничних умов експортуються до базової робочої області у вигляді матриць, імена яких за умовчанням g і b. Кожному стовпцю цих матриць відповідає граничний сегмент.

На наступному етапі необхідно встановити значення коефіцієнтів рівняння теплопровідності. Для цього потрібно перейти в режим PDE Mode. Через війну розрахункова область розбивається кілька зон. Для кожної із зон необхідно ввести значення коефіцієнтів рівняння. У загальному вигляді рівняння теплопровідності нестаціонарного завдання записується у такому вигляді

$$d \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - div(c \cdot gradu) + a \cdot u = f \ ,$$

де *c, a, f, d* коефіцієнти рівняння. Значення цих коефіцієнтів описуються змінними *c, a, f, d* експортуються базову область MatLab. Якщо крайова задача пов'язана з рішенням одного скалярного PDE, то ці змінні є рядками символів з виразами, які були вписані в рядки введення діалогового вікна введення коефіцієнтів PDE. Якщо при введенні будь-якого коефіцієнта його значення записується у вигляді виразу для відповідних зон, то відповідна змінна MatLab являє собою рядок символів, що складається з послідовності виразів для зон, розділених знаком оклику.

Рівняння у діалоговому вікні представлено у такому вигляді

$$rho \cdot C \cdot div(k \cdot grad(T)) = Q + h \cdot (Text - T) .$$

Тут прийняті такі позначення змінних (полів): *rho* - щільність речовини ρ; *C* - питома теплоємність речовини *C*; *k* – теплопровідність речовини λ; Q - об'ємна щільність потужності сторонніх джерел тепла Q. Другий доданок правої частини рівняння у цьому вікні записано некоректно. "*h*(Text-T)*" - це не об'ємно розподілене джерело тепла, а складова щільності потоку теплової потужності через зовнішню межу розрахункової області, пропорційна різниці температур навколишнього середовища та межі розрахункової області. Насправді цей доданок відноситься до граничних умов, які в завданнях електромагнетизму називаються "імпедансними". Тут *h* - коефіцієнт конвективного або кондуктивного теплообміну розрахункової області з довкіллям, Вт м-2 К-1; *Text* - температура навколишнього середовища при нескінченному віддаленні від розрахункової області (тут передбачається, що розрахункова область оточена нескінченним однорідним середовищем без джерел тепла); *T* - температура межі розрахункової області [66].

Значення коефіцієнтів рівняння розраховані п. 2.4., де детально здійснено розрахунок величини теплового джерела.

Для подальшої побудови рішення необхідно провести об'єднання кінцевих елементів у ансамбль. Значення $u1$, $u2$, $u3$... у вузлах розглядаються як невідомі змінні, які необхідно знайти. Сформуємо з цих значень, взятих по всій розрахунковій області, стовпцеву матрицю, яку позначимо $[u(\Sigma)]$. Кожному рядку $[u(\Sigma)]$ відповідає вузол сітки кінцевих елементів. Тоді апроксимацією для всієї розрахункової області (у двомірному випадку) буде

$$u(x,y) \approx [N(\Sigma)]\,[u(\Sigma)]\,, \qquad (2.35)$$

де $[N(\Sigma)]$ – матричний рядок функцій форми всіх кінцевих елементів, що входять до розрахункової області. При складанні матриць $[N(\Sigma)]$ и $[u(\Sigma)]$ проводиться наскрізна нумерація вузлів.

Апроксимація розрахункової області в PDETool здійснюється переходом у режим Mesh Mode - побудова кінцевої сітки (див. рис. 2.23). На рис. 2.24 представлений фрагмент розрахункової області у збільшеному вигляді з номерами вузлів кінцевої сітки.

За командою Mesh/Parameters можна встановити параметри режиму генерації кінцевої сітки:

• Maximum edge size – максимальна довжина сторони трикутників, що генеруються (за замовчуванням – порожнє значення, тобто не лімітується);

• Mesh growth rate – максимальний показник нерегулярності трикутників. У PDETool і взагалі PDE Toolbox MATLAB як такий показник використовується відношення максимальної довжини сторони трикутника до мінімальної;

Кнопка Jiggle mesh - якщо ця кнопка включена, то в процесі генерації сітки проводиться також її регулювання, інакше регулювання не проводиться.

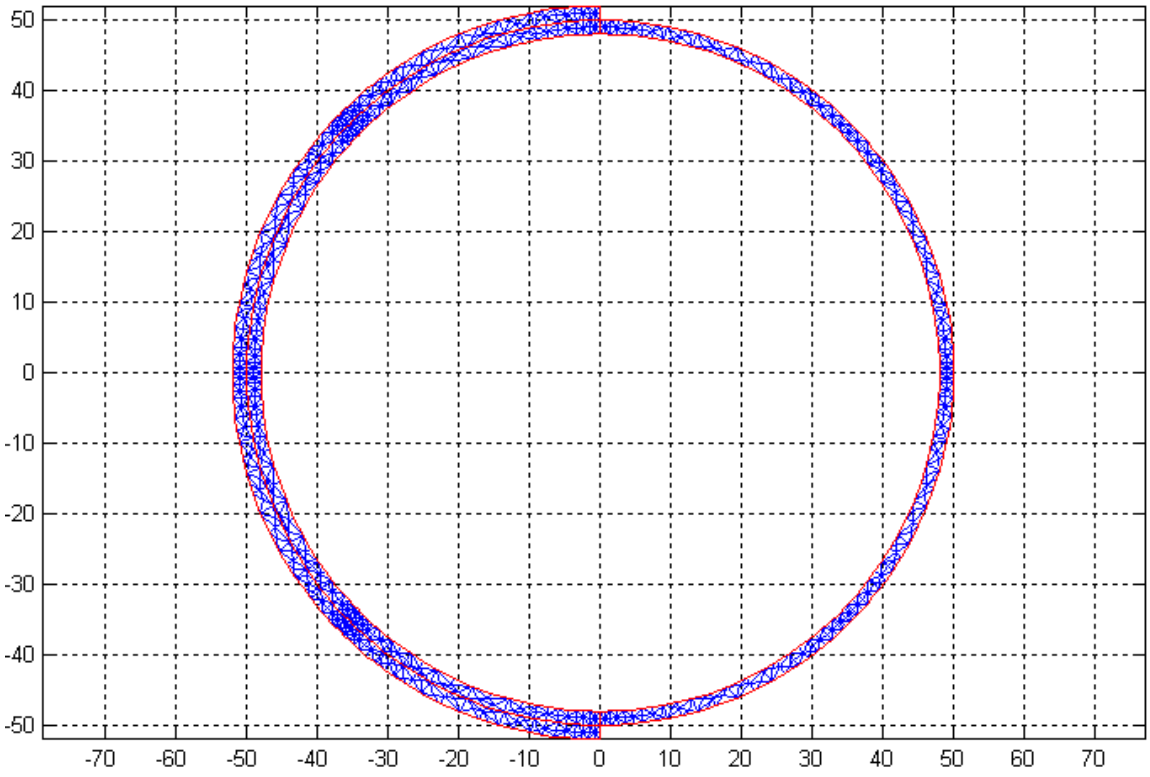


Рис. 2.23. Генерація кінцевої сітки

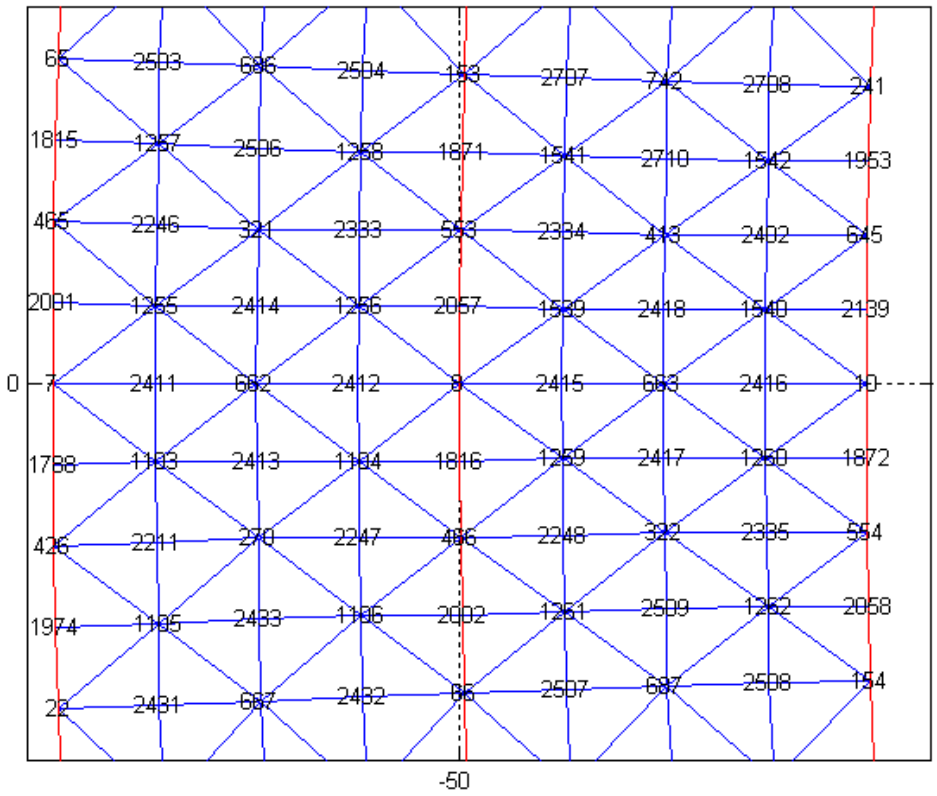


Рис. 2.24. Фрагмент розрахункової області у збільшеному масштабі

Регуляризация зводиться до усунення вузлів сітки, щоб показник регулярності трикутників був максимальний;

Параметр Jiggle mode може приймати одне з трьох можливих значень (вони вводяться за допомогою спадного меню):

- on – незалежно від результату за командою Jiggle mesh виконується задане число ітерацій регулювання сітки;

- optimize minimum – критерієм оптимізації сітки є мінімальний по всій сітці показник регулярності трикутника; ітераційний процес достроково завершується, якщо цей показник досягне 0.6;

- optimize mean – критерієм оптимізації сітки є середній по всій сітці показник регулярності трикутника; ітераційний процес достроково завершується, якщо цей показник досягне 0.9;

• Number of jiggle iterations – максимальна кількість ітерацій регуляризації сітки (порожнє значення відповідає одній ітерації, якщо Jiggle mode = on; 20 ітераціям інакше);

• Параметр Refinement method може приймати одне з двох можливих значень (вони вводяться за допомогою спадного меню):

- regular – “регулярне перевизначення”, коли кожен перевизначуваний трикутник поділяється чотирма трикутника;

- longest - трикутники діляться на два так, що велика сторона ділиться навпіл.

Показником регулярності трикутника називається безрозмірна величина, яка визначається за формулою:

$$q = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{a}{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2},$$

де a – площа трикутника; $h1$, $h2$, $h3$ - Довжини сторін трикутника.

Експорт кінцево-елементної сітки в базову робочу область здійснюється командою Export Mesh.

Розглянемо призначення та структуру матриць опису кінцевоелементної сітки.

Перша змінна (за умовчанням її ім'я p) – матриця вузлів кінцевоелементної сітки, кожен стовпець якої відповідає вузлу. Перший рядок – координати x вузлів, другий рядок – координати y вузлів.

Друга змінна (за умовчанням її ім'я e) – матриця граничних елементів на межах розділу зон або всієї розрахункової області:

- стовпцям відповідають граничні елементи (сторони кінцевих елементів, що належать межам розділу зон або межі розрахункової області);

- перші два рядки – номери початкових та кінцевих вузлів граничних елементів;

- рядки 3, 4 - довжина "дуги" від початку граничного сегмента до початкового та кінцевого вузла граничного елемента, віднесена до довжини "дуги" граничного сегмента;

- рядок 5 – номери граничних сегментів, яким належать граничні елементи;

- рядки 6, 7 – номери зон, що примикають ліворуч та праворуч до граничних елементів (“ліворуч” та “праворуч” – маються на увазі при русі від початку до кінця граничного сегмента, тобто у напрямку його обходу);

Третя змінна (за умовчанням її ім'я t) – матриця трикутних кінцевих елементів (стовпчикам відповідають трикутники):

- t(1:3,ie) – глобальні номери вузлів трикутника з номером ie,

t(4,ie) – номер зони, якій належить трикутник із номером ie.

Матриці p, e, t мають найважливіше значення для вирішення PDE поза PDETool, а також для аналізу результатів розрахунку полів, що моделюються. Ці матриці використовуються як вхідні параметри для більшості функцій PDE Toolbox MATLAB [66].

Наступний етап - побудова роздільної здатності алгебраїчних рівнянь на основі кінцево-елементної апроксимації. В результаті вирішення задачі вузлові значення *u*1, *u*2, *u*3, ... повинні бути "підібрані" так, щоб вони забезпечували найкраще наближення до розподілу *u(x,y)*. Цей "підбір" може здійснюватися у різний спосіб.

Існують варіаційне та проекційне формулювання методу кінцевих елементів. При варіаційному підході провадиться мінімізація деякого функціоналу, пов'язаного з вихідним диференціальним рівнянням. PDE Toolbox Matlab підтримує лише проекційне формулювання. Проекційні кінцевоелементні методи є окремим випадком методів зважених нев'язок. Проекційний метод заснований на мінімізації нев'язки в диференціальному рівнянні при підстановці до нього наближеного рішення на місце точного. У методі кінцевих елементів оцінка нев'язки проводиться за окремими елементами і також зводиться до вирішення системи рівнянь алгебри щодо вузлових значень u (x).

При побудові рішення функції форми N дозволяють визначати в межах кожного елемента просторові диференціальні оператори першого порядку від скалярного або векторного поля, наприклад:

$$\overrightarrow{grad(u)} = \overrightarrow{grad\left[N^{(e)}\right]} \cdot \left[u^{(e)}\right], \qquad div\vec{A} = \overrightarrow{grad\left[N^{(e)}\right]} \cdot \left[A^{(e)}\right],$$

де $\left[\overrightarrow{A^{(e)}}\right]$ - вузловий розподіл векторного поля в межах елемента, $\overrightarrow{grad\left[N^{(e)}\right]} = \left[\alpha_x\right] \cdot \overrightarrow{e_x} + \left[\alpha_y\right] \cdot \overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_x}$ и $\overrightarrow{e_y}$ - одиничні базисні вектори (орти) декартової системи координат [39].

Розглянемо математичну основу проекційного методу. Нехай у N-вимірній ділянці G евклідового простору EN необхідно розрахувати розподіл деякої фізичної величини, який описується диференціальним рівнянням у приватних похідних (PDE):

$$L\,u - f = 0\,,\ x \in G \qquad (2.36)$$

з граничними умовами

$$L_\Gamma u = f_\Gamma , x \in \Gamma ,$$

де $u=u(x)$ – аналізована фізична величина; x – точка простору E_N , L и L_Γ – диференціальні оператори; Г – границя області G; функції f, f_Γ описують розподіл внутрішніх та граничних джерел досліджуваного поля.

Розглянемо простір M функцій, визначених на ділянці G, такий, що якщо $u_1(x) \in M$, $u_2(x) \in M$, то $u_3(x) = a_1u_1(x)+a_2u_2(x) \in M$ (будь-яка лінійна комбінація функцій, що належать простору M, також належить простору M). Введемо скалярний добуток функцій:

$$(u,v) = \int_G u(x) \cdot v(x) dG ,$$

тоді нормою функції u I M будемо називати невід'ємне число

$||u|| = (u,u)^{1/2}$, відстань між функціями u и v будемо називати величину, рівну нормі $||u–v||$. Такий простір M називається гільбертовим простором [58].

Методи зважених нев'язок (проекційні методи)[35, 64] можна розділити на три великі групи:

1) граничні методи (якщо наближене рішення точно задовольняє диференціальне рівняння);

2) внутрішні методи (коли наближене рішення точно задовольняє граничні умови);

3) змішані методи (не задовольняються ні граничні умови, ні диференціальне рівняння).

Розглянемо деякі внутрішні методи. Введемо нев'язку наближеного рішення u_a диференціального рівняння (2.36): $R = L\, u_a – f$.

$$u_a(x) = u_0(x) + \sum_{i=1}^{N'} a_i \cdot \varphi_i(x) ,$$

де φ_i - відомі аналітичні функції, які часто називають пробними; a_i - коефіцієнти, що підлягають визначенню; $u_0(x)$ вибирається так, щоб функція ua

по можливості найточніше задовольняла граничним умовам. Рівняння визначення коефіцієнтів a_i можна отримати з умови: $(R,w_k(x))=0$, где $k = 1, \ldots, N'$; $w_k(x)$ називається ваговою, або перевірочною функцією. Відповідно до вибору виду функцій $w_k(x)$ розрізняють метод підобластей, метод колокацій, метод найменших квадратів, метод Галеркіна (коли як вагові функції беруться пробні:) та інші [64].

Розглянемо крайову задачу (2.36) для тривимірної однозв'язкової області V з кордоном S. Нехай область $V+S$ просторово дискретизована: вважатимемо, що вона "натягнута" на M вузлів з фіксованими координатами $x_i, y_i, z_i, i=1, \ldots M$. Тоді кінцевоелементна апроксимація наближеного рішення ua крайового завдання (2.36) має вигляд (2.35).

Нехай поверхня S складається із двох частин: $S=S_1+S_2$. Нехай на частини граничної поверхні S_1 задано розподіл шуканої величини u:

u = поверхневий розподіл, (2.37)

а на частині граничної поверхні S_2 встановлено розподіл нормальної або тангенціальної складової деякого диференціального оператора розподілу шуканої величини u:

$n*L\Gamma u$ або $n**L\Gamma u$ = поверхневий розподіл. (2.38)

При рішенні PDE (2.36) граничні умови першого роду задовольняються шляхом завдання відповідних значень величини u граничних вузлах.

Якщо використовувати метод Галеркіна стосовно апроксимації (2.35), то диференціальне рівняння (2.36) перетворюється на інтегральне матричне рівняння щодо вузлових значень шуканої величини:

$$\int_V [N]^T L \cdot ([N] \cdot [u(\Sigma)]) \cdot dV = \int_V [N]^T \cdot f \cdot dV \qquad (2.39)$$

Матриця $[u(\Sigma)]$ може бути винесена за знак об'ємного інтеграла праворуч. Якщо диференціальний оператор L містить порядку z, то необхідно гарантувати кускову диференційованість похідних порядку z –1 від функцій форми $[N]$, що

використовуються [35], інакше в точках їх розриву похідні порядку z будуть необмежені, що призведе до появи невизначеності в інтегралах, що містяться в (2.39).

[35] показано, що інтеграл у лівій частині (2.39) може бути замінений виразом виду

$$\int_V \left(E[N]^T\right)\cdot\left(D[N]\right)dV\cdot[u(\Sigma)]+\int_S ...dS\,,$$

де оператори E і D мають нижчий порядок диференціювання, ніж вихідний оператор L. Така заміна дозволяє знизити вимоги до гладкості функцій форми $[N]$.

Модифіковане таким чином рівняння (2.39) можна перетворити на матричне алгебраїчне рівняння виду $[K]*[u(\Sigma)] = [F]$. Для виконання такого перетворення інтеграли в модифікованому рівнянні (2.39) можна обчислювати шляхом підсумовування кінцевих елементів.

Рішення модифікованого рівняння (2.39) у додатку PDE Toolbox MATLAB засноване на застосуванні методу Галеркіна з кінцевими елементами. Розглянемо математичний опис цього методу на прикладі еліптичного рівняння PDE

$$-div(c\cdot gradu)+a\cdot u=f\,. \qquad (2.40)$$

Застосування методу Галеркіна до рівняння (2.40) дає таке інтегральне рівняння:

$$\int_V [N]^T\left(-div\left(c\cdot grad(u)\right)+a\cdot u\right)dV=\int_V [N]^T\cdot f dV\,, \qquad (2.41)$$

Щоб знизити порядок диференціального оператора в лівій частині (2.41), потрібно матрицю-стовпець вагових функцій, рівних функцій форми, записати під знак дивергенції:

$$\int_V -div([N]^T\cdot c\cdot grad(u))dV+\int_V (grad[N]^T\cdot c\cdot grad(u)+[N]^T\cdot a\cdot u)dV=\int_V [N]^T\cdot f dV$$

Применим теорему о дивергенции к первому интегралу последнего уравнения, перенесём его в правую часть и применим конечноэлементную аппроксимацию (2.14) к искомому полю u:

$$\int_V \left(grad[N]^T \cdot c \cdot grad[N] + [N]^T \cdot a \cdot [N] \right) dV \cdot [u(\Sigma)] = \int_V [N]^T \cdot f \cdot dV + \oint_S [N]^T \cdot c \cdot grad(u) \cdot dS$$

або коротше $[K]\cdot[u(\Sigma)] = [F]$, (2.42)

де $[K] = \int_V \left(grad[N]^T \cdot c \cdot grad[N] + [N]^T \cdot a \cdot [N] \right) dV$ – глобальна матриця коефіцієнтів (матриця "жорсткості") [60]);

$[F] = \int_V [N]^T \cdot f dV + \oint_S [N]^T \cdot c \cdot grad(u) \cdot dS$ – глобальна матриця-стовпець правої частини (матриця "навантажень").

При виконанні розрахунків глобальне матричне рівняння (2.42) формується шляхом накопичення під час розгляду всіх кінцевих елементів:

$$[K] = \sum_{(e)} \left[K^{(e)} \right]; \qquad [F] = \sum_{(e)} \left[F^{(e)} \right] + \sum_{(\Gamma e)} \left[F^{(\Gamma e)} \right],$$

де $\left[K^{(e)} \right] = \int_{V^{(e)}} \left(grad\left[N^{(e)} \right]^T \cdot c \cdot grad\left[N^{(e)} \right] + \left[N^{(e)} \right]^T \cdot a \cdot \left[N^{(e)} \right] \right) dV$ – локальна (елементна) матриця коефіцієнтів;

$\left[F^{(e)} \right] = \int_{V^{(e)}} \left[N^{(e)} \right]^T \cdot f dV$ – елементна матриця правої частини;

$\left[F^{(\Gamma e)} \right] = \oint_{S^{(e)}} \left[N^{(e)} \right]^T \cdot c \cdot grad(u) \cdot dS$ – граничноелементна матриця правої частини;

$V^{(e)}$ – об'єм кінцевого елемента;

$S^{(e)}$ – поверхневий елемент межі розрахункової області,

dS – вектор диференціал площі граничної поверхні.

При моделюванні плоскопаралельних полів об'ємні інтеграли (2.42) можна замінити на двовимірні, а поверхневі – на криволінійні, враховуючи, що dV = z ·dU, dS = z dl··1$_z$, і z можна скоротити в лівій та правій частині (2.42). . Тут

dU – диференціал двовимірної розрахункової області у площині z = const, dl – векторний диференціал довжини межі розрахункової області.

PDE Toolbox MATLAB підтримує лише симплекс – елементи та лише двовимірні крайові завдання. У зв'язку з цим формули для обчислення елементних матриць, що відповідають рівнянню (2.40), мають вигляд

$$\left[K^{(e)}\right]=0.5\cdot c^{(e)}\Delta^{(e)}\cdot\left(\left[a_x\right]^T\cdot\left[a_x\right]+\left[a_y\right]^T\cdot\left[a_y\right]\right)+a^{(e)}\cdot\frac{\Delta^{(e)}}{24}\cdot\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix};$$

$$\left[F^{(e)}\right]=f^{(e)}\cdot\frac{\Delta^{(e)}}{6}\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix};$$

$$\left[F^{(\Gamma e)}\right]=\left(b_x^{(\Gamma e)}\cdot\Delta y^{(\Gamma e)}-b_y^{(\Gamma e)}\cdot\Delta x^{(\Gamma e)}\right)\cdot\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=b_n^{(\Gamma e)}\cdot\left|\Delta l^{(\Gamma e)}\right|\cdot\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\qquad(2.43)$$

де $c^{(e)}$, $a^{(e)}$, $f^{(e)}$ – постійні значення параметрів рівняння (2.40) у межах кінцевого елемента;

$\Delta^{(e)}$ – визначник елемента, що дорівнює його подвоєній площі;

$\Delta\boldsymbol{l}^{(\Gamma e)}=\Delta x^{(\Gamma e)}*\mathbf{1}_x+\Delta y^{(\Gamma e)}*\mathbf{1}_y$ – вектор довжини граничного елемента;

$\boldsymbol{b}^{(\Gamma e)}=b_x^{(\Gamma e)}*\mathbf{1}_x+b_x^{(\Gamma e)}*\mathbf{1}_y=c*\mathrm{grad}(u)$ – постійне значення вектора в межах граничного елемента (відповідно до заданих граничних умов Неймана).

Формули (2.43) випливають із співвідношень, властивих двовимірним симплекс – елементам [60]:

$$\int\limits_{U^{(e)}}N_1^a\cdot N_2^b\cdot N_3^c dU=\Delta^{(e)}\cdot\frac{a!\cdot b!\cdot c!}{(a+b+c+2)};\qquad\int\limits_L N_1^a\cdot N_2^b dl=l\cdot\frac{a!\cdot b!}{(a+b+1)!}$$

де L – відрізок прямої, l – його довжина; a, b, c – довільні цілі числа >=0;

$$\Delta^{(e)}=\det\left(\begin{bmatrix}1&x_1&y_1\\1&x_2&y_2\\1&x_3&y_3\end{bmatrix}\right).$$

Таким чином, кінцевоелементна технологія розв'язання задач математичної фізики зводиться до обчислення елементних матриць, відповідних заданому PDE, складання з них глобального матричного рівняння, вирішення цього рівняння та аналізу вузлового розподілу шуканої величини.

Для вирішення рівняння в PDE Toolbox MATLAB необхідно переключиться в режим розв'язання PDE задачі за командою Solve/Solve PDE. У цьому режимі відбувається формування глобальної розрідженої матриці коефіцієнтів, глобальної правої частини, а також розв'язання великої розрідженої системи рівнянь щодо вузлового розподілу шуканої величини, що входить до PDE або PDE. Коли закінчується процес вирішення, PDETool переходить або в режим візуалізації рішення, або в попередній режим, в якому було подано команду Solve/Solve PDE.

Параболічні рівняння PDE – це нестаціонарні PDE. PDE Toolbox MATLAB підтримує рішення тільки лінійних нестаціонарних рівнянь і тільки на статичній сітці, тільки за нульових початкових умов і лише для часу time=0:1:10.

За командою Export Solution відбувається експорт до базової робочої області MATLAB вузлового розподілу рішення PDE. За умовчанням вузловий розподіл шуканої величини записується в змінну під назвою u. Що стосується одного нестаціонарного рівняння PDE u – прямокутна матриця розміру (NP,t+1), де кожному стовпцю відповідає власний час.

Використовуючи математичну модель з розподіленими параметрами, представлену в п. 2.5 та результати з таблиці 2.1, також залежності (див. рис.2.12 та рис.2.13) отримані результати розподілу теплового поля при зниженні величини теплового джерела, що прикладається в зоні дуги робочого ковзання при зміні натягу. Початкова температура нагрітої фрикційної пари становила 75 °С, тобто. температура при якій зупиняють конвеєрну лінію у

випадку аварійної пробуксовки. Теплове поле фрикційної пари, що працює, представлено на рис. 2.25.

У нашому випадку розглядається нерухомий приводний барабан та процес його охолодження. В результаті при розрахунку не враховується вплив холодної стрічки, що набігає на барабан, яка істотно впливає на процес охолодження і прискорює його. З малюнка видно, що в зоні взаємодії нерухомої стрічки та приводного барабана температура значно вища порівняно з тією частиною футерування приводного барабана, яка взаємодіє з повітрям.

При моделюванні фрикційної пари, що обертається, необхідно було змінювати початкові умови при кожному обороті барабана, що значно ускладнює вирішення завдання управління і робить його неможливим засобами MatLAB.

Таким чином, динаміку зміни температури в результаті керування натягом оцінюємо за швидкістю охолодження футерування, що взаємодіє з повітрям. В результаті час охолодження нагрітої фрикційної пари (75 ^{o}C) до температури навколишнього середовища (20 ^{o}C) становило 650 сек. з зміни керуючого впливу.

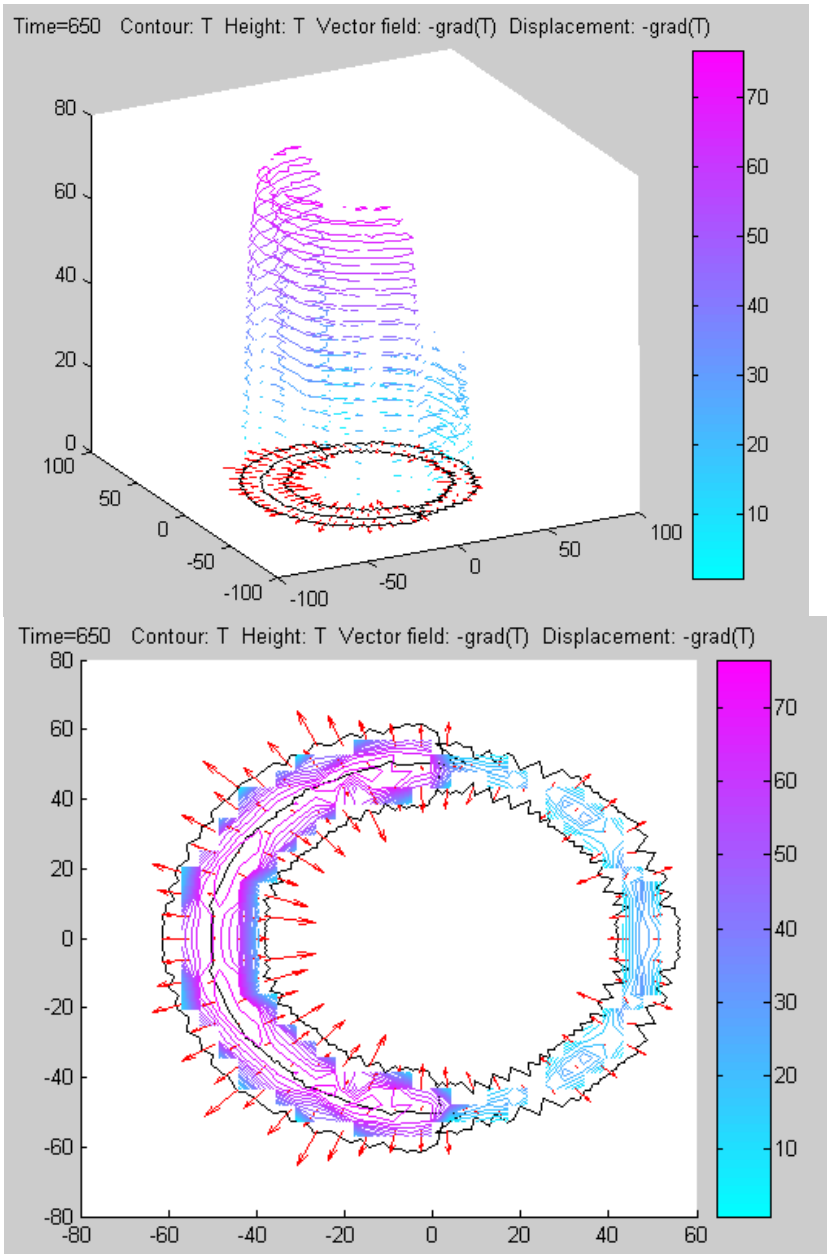


Рис. 2.25 Розподіл теплового поля у фрикційній парі барабан-стрічка при охолодженні внаслідок зміни натягу

Внаслідок проведення детального аналізу фізики процесу фрикційної передачі необхідно підкреслити такі особливості. Величина кута (дуги) робочого ковзання є зоною випромінювання теплового джерела внаслідок передачі руху у вигляді тертя. При управлінні натягом стрічки величина дуги робочого ковзання зменшується або збільшується, тим самим змінюючи зону

теплового випромінювання. У цьому змінюється також величина питомого джерела тепловиділення.

Таким чином, розглянуту задачу оптимального управління можна з повною підставою вважати завданням, що належать до класу задач теорії рухомого управління.

Моделювання керування конвеєром за допомогою регулювання натягу стрічки. Проведемо детальне моделювання, використовуючи отриману модель фрикційної пари барабан-стрічка у вигляді моделі з розподіленими параметрами. Як вихідні дані використовуємо результати обчислень, які були проведені в п.2.4. Вхідні дані, що використовуються у моделі з розподіленими параметрами, зведені до таблиці 2.1

Таблиця 2.2

Вихідні дані для моделювання

q, Вт/м^2	$\alpha_{кв}$, град	$S_{нат}$, %	$v_{кв}$, м/с	$S_к$, м^2	W, Н	Додаток
0,024	180	20	1.2	0.07	$4.4\cdot10^4$	рис.А.1
0.000822	145	60	0.6	0.75	$4.0\cdot10^4$	рис. А.2
0.0003	115	90	0.5	1.32	$3.0\cdot10^4$	рис. А.3
0.000147	90	100	0.4	1.75	$2.5\cdot10^4$	рис. А.4
0.000063	60	100	0.3	2.2	$1.8\cdot10^4$	рис. А.5

Керуючим параметром використовуємо натяг стрічки ($S_{нат}$), вихідний контрольованої величиною моделі виступає температура нагрівання футерування барабана та стрічки конвеєра в зоні їх фрикційного контакту. Як обурювальний параметр розглядається кут робочого ковзання ($\alpha_{кв}$). Вхідною величиною системи з розподіленими параметрами є величина джерела теплового потоку (q). Час роботи модельованого процесу розглядалося для інтервалу 900 сек., тобто. 15 хв. роботи приводного барабана конвеєра з

моменту зміни керуючого впливу при початковій температурі футерування приводного барабана, що дорівнює температурі навколишнього середовища 20^0С, а також з моменту пуску конвеєра. Всі отримані результати представлені у вигляді зображення теплового розподілу поверхні приводного барабана.

Посилання на малюнки, що відповідають вхідним даним, представлені в таблиці 2.2. У першому випадку на рис.А.1 розглядається моделювання для режиму пробуксовки, коли натяг стрічки склало 20% від номінального, окружне зусилля W=4.4·104 Н, кут робочого ковзання $\alpha_{кв}$=180 град., що відповідає зриву зчеплення стрічки конвеєра з приводним . Розмір джерела теплового потоку, у разі, становила q=0,024 Вт/м2 (див. табл.2.2). В результаті при заданих даних режиму роботи приводного барабана температура в фрикційної зоні взаємодії зростає до 350^0С протягом 900 сек. з моменту пуску конвеєра (див. рис. А.1 а та рис. А.1 б). Збільшення температури на приводному барабані для аварійного режиму пробуксовки представлено на рис. А.1 в (Додаток А).

Розглянемо режим роботи приводного барабана, що відповідає його максимальній тяговій здатності. В даному випадку натяг стрічки приймається 60% від номінально, окружне зусилля W=4.0·104Н, кут робочого ковзання становив $\alpha_{кв}$=145 град., а величина джерела теплового потоку для заданих вихідних даних становить q=0.000822 Вт/м2. В результаті розрахунку отримано розподіл температури на приводному барабані, який представлений на рис. А.2а тривимірної області. Двовимірне подання розподілу температури в системі декартової координат відображено на рис. А.2б. Збільшення температури на приводному барабані для режиму роботи, що розглядається, представлено на рис. А.2в (Додаток А).

Тепловий режим роботи приводного барабана, що відповідає номінальному натягу стрічки, показаний на рис. А.3. В даному випадку окружне зусилля дорівнює W=3.0·104 Н, кут робочого ковзання становив $\alpha_{кв}$=115 град., а величина джерела теплового потоку для вихідних даних становить q=0.0003

Вт/м2. Розподіл температури на приводному барабані показано тривимірному поданні рис. А.3а та двомірному рис. А.3б. Збільшення температури в зоні фрикційної взаємодії приводного барабана та стрічки показано на рис. А.3в (Додаток А).

При зменшенні завантаження конвеєра зменшується окружне зусилля, що передається приводним барабаном W=2.5·104 Н. При цьому натяг стрічки підтримується номінальним 100%. Кут робочого ковзання становить $\alpha_{кв}$ = 90град.

Розмір джерела теплового потоку дорівнює q=0.000147Вт/м2. Результати моделювання подано на рис. А.4 (Додаток А).

При подальшому зниженні завантаження конвеєра окружне зусилля приймає значення W=1.8·104 Н, знижується кут робочого ковзання $\alpha_{кв}$ =60 град., натяг стрічки підтримується номінальним 100%. Розмір джерела теплового потоку, для цього випадку, дорівнює q=0.000063 Вт/м2. Розподіл температури змінюється незначно проти попереднім результатом. Результати обчислень подано на рис.А.5 (Додаток А).

Таким чином, отримані результати, які представлені на рис.А.1 – А.5, відображають зміну температури нагрівання приводного барабана та стрічки конвеєра, а також зміну теплового розподілу при керуванні натягом стрічки. На малюнках явно виражено зменшення зростання температури протягом 15 хв. роботи конвеєра внаслідок збільшення натягу стрічки, що зменшує окружне зусилля на приводному барабані, що зменшує кут робочого ковзання та призводить до зменшення величини джерела теплового потоку. Як результат величина температури знизилася від 300^{o}С до температури довкілля 20^{o}С, тобто фрикційна пара при поточному навантаженні встигає, повністю охолонуть за рахунок взаємодії з навколишнім середовищем і охолодженою стрічкою, що набігає на приводний барабан конвеєра.

Моделювання керування конвеєром за допомогою регулювання швидкості обертання приводного барабана. Зміна швидкості обертання приводного барабана дозволяє впливати безпосередньо на швидкість прослизання стрічки на приводному барабані, що тим самим змінює величину джерела теплового потоку, від якого залежить температура в зоні фрикційної взаємодії стрічки та барабана. В результаті зміни швидкості прослизання змінюється величина кута робочого прослизання, що змінює площу контакту стрічки та барабана. При зміні площі контакту стрічки та барабана, змінюється питомий тиск, який робить стрічка конвеєра з вантажем на футерування приводного барабана, що також змінює величину джерела теплового потоку.

Таким чином, регулюючи швидкість обертання приводного барабана можна досягти таких же показників, як і при керуванні, натягом стрічки, де змінюється величина окружного зусилля, яка змінює кут робочого ковзання, внаслідок цього змінюється питомий тиск на приводний барабан, що впливає на величину джерела теплового потоку у зоні фрикційної взаємодії.

Вихідні дані для моделювання представлені у табл.2.3.

Таблиця 2.3

Вихідні дані для моделювання

$\alpha_{кв}$ = 3,14 рад. (180град.); W=4,4·10^{4}Н; $S_{нат}$=60%				$\alpha_{кв}$ = 2,5 рад. (145 град.); W=4,4·10^{4}Н; $S_{нат}$=60%				$\alpha_{кв}$ = 2 рад. (115 град); W=4,0·10^{4}Н; $S_{нат}$=60%			
q, Вт/м^2	$v_{кв}$, м/с	v, м/с	рис.	q, Вт/м^2	$v_{кв}$, м/с	v, м/с	рис.	q, Вт/м^2	$v_{кв}$, м/с	v, м/с	рис.
0,013	0,8	1,5	А.6	0,001	0,7	1,5	А.10	0,0005	0,632	1,5	А.14
0,0097	0,645	1,2	А.7	0,00087	0,576	1,2	А.11	0,00039	0,506	1,2	А.15
0,00867	0,537	1	А.8	0,00075	0,5	1	А.12	0,000326	0,42	1	А.16
0,007	0,43	0,8	А.9	0,0006	0,4	0,8	А.13	0,00026	0,337	0,8	А.17
$\alpha_{кв}$ = 1.57 (90 град.); W=4.0·10^{4}Н; $S_{нат}$=60%				$\alpha_{кв\,к}$ = 1.047 (60град.); W=4.0·10^{4}Н; $S_{нат}$=60%							
q, Вт/м^2	$v_{кв}$, м/с	v, м/с	рис.	q, Вт/м^2	$v_{кв}$, м/с	v, м/с	рис.				
0,000317	0,54	1,5	А.16	0,000187	0,4	1,5	А.18				
0,00025	0,432	1,2	А.17	0,00015	0,32	1,2	А.19				
0,0002	0,36	1	А.18	0,000125	0,267	1	А.20				
0,00017	0,288	0,8	А.19	0,0001	0,213	0,8	А.21				

При моделюванні розглядаються п'ять режимів роботи пари фрикційної барабан-стрічка конвеєра для різних величин кута робочого ковзання в результаті регулювання швидкості обертання приводного барабана. При цьому окружне зусилля та натяг стрічки приймається постійним значенням. В результаті регулювання швидкості обертання приводного барабана змінюється значення швидкості ковзання, що змінює значення джерела теплового потоку, що є вхідною величиною для моделі з розподіленими параметрами фрикційної пари і тим самим змінює тепловий розподіл та величину температури в зоні нагріву при фрикційній взаємодії.

Розглянемо в першому випадку варіант, який близький до аварійного режиму приводного барабана. Кут робочого ковзання для такого режиму роботи відповідає величині кута обхвату і дорівнює $\alpha_{кв}$ = 180 град. Окружне зусилля і натяг стрічки приймаємо всім моделюваних режимів постійними величинами, які відповідно W=4.4·104Н, $S_{нат}$=60%. При швидкості руху приводного барабана v=1.5 м/с швидкість проковзування становитиме $v_{кв}$ = 0.8 м/с. В даному випадку величина джерела теплового потоку складе q = 0.013 Вт/м2. Результати моделювання подано на рис.А.6. Розрахунок виконувався для проміжку часу в 900 сек.(15 хв.) з моменту пуску конвеєра, результати розрахунків представлені в тривимірних (див. рис.А.6а) та у двовимірних декартових координатах (див. рис.А.6б) (Додаток А).

Осі x та y відбивають просторове розташування об'єкта дослідження, а вісь z відбиває зміна температури. Температурний розподіл виражений у кольорі, який відповідає представленій на малюнках колірній лінійці. Збільшення температури на приводному барабані є залежністю на рис. А.6в, що на 15 хв. роботи конвеєра становило $\Delta\tau$ =185 C^0. Регулювання швидкості обертання приводного барабана призводить до зниження швидкості ковзання і відповідно до величини джерела теплового потоку. На рис.А.6-А.9 представлені

результати моделювання, коли змінюється лише швидкість обертання приводного барабана, решта вихідних даних задавалися постійними.

Проведемо моделювання режиму роботи приводного барабана, що відповідає максимальній тяговій здатності конвеєра. Кут робочого ковзання дорівнює $\alpha_{кв}$=145 град. Окружне зусилля та натяг стрічки відповідно дорівнюють W=4.4·10^{4}Н, $S_{нат}$=60%. Регулювання швидкості обертання приводного барабана проводилося в діапазоні від 1.5 м/с до 0.8 м/с (див. табл. 2.3). Результати моделювання подано на рис.А.10-А.13 (Додаток А).

Наступним промоделюємо номінальний режим роботи приводного барабана. Кут робочого ковзання для даного режиму дорівнює $\alpha_{кв}$ = 115 град.

Окружне зусилля та натяг стрічки мають відповідні значення W=4.0·10^{4}Н, $S_{нат}$=60%. Регулювання швидкості змінюємо у діапазоні від 1.5 м/с до 0.8 м/с (див. табл. 2.3). Результати моделювання представлені на рис.А.14-А.17 (Додаток А) у вигляді тривимірного подання розподілу температури, розподіл температури у двомірній декартовій площині та збільшення температури в процесі роботи приводного барабана. Аналізуючи отримані результати на рис. А.14-А.17 можна відзначити, що при зменшенні швидкості руху приводного барабана від 1.5 м/с до 0.8 м/с знижується і температура нагрівання футерування приводного барабана від 26^{0}С до 23^{0}С при вихідних параметрах, властивих режиму роботи, що розглядається.

При моделюванні режиму роботи приводного барабана для значень кута робочого ковзання, що дорівнює $\alpha_{кв}$=90 град. Окружне зусилля та натяг стрічки мають відповідні значення W=4.0·10^{4}Н, $S_{нат}$=60%. Швидкість руху приводного барабана 1.5 м/с та 1.2 м/с. Виявилося, що одержані результати моделювання для даного режиму роботи відповідають результатам моделювання попереднього режиму роботи (див. рис.А.16 та А.17). Результати моделювання для значень швидкості 1.0 м/с та 0.8 м/с представлені на рис.А.18 та рис.А.19 (Додаток А).

Розглянемо режим роботи приводного барабана, що відповідає зниженій продуктивності конвеєра. Вихідні дані (див. табл. 2.3) мають такі величини: кут робочого ковзання рівний $\alpha_{кв}$ = 60 град; окружне зусилля та натяг стрічки мають відповідні значення W=4.0·10^{4}Н, $S_{нат}$=60%; швидкість змінюється у діапазоні від 1.5 м/с до 0.8 м/с.

Результати моделювання представлені на рис.А.19-А.22(Додаток А) у вигляді тривимірного подання зростання температури, у двомірному просторі для відображення розподілу температури в перерізі стрічки та барабана, а також представлено залежністю збільшення зростання температури в процесі роботи приводного барабана протягом 900 сек. з зміни керуючого впливу. Для даного режиму роботи за отриманими результатами можна зробити висновок про те, що підвищення температури дуже незначне і становить від 2 до 0.5^{0}С.

Таким чином, отримані результати, що представлені на рис.А.6 - А.22 (Додаток А) відображають зміну температури нагрівання приводного барабана та стрічки конвеєра, а також зміна теплового розподілу при керуванні швидкістю обертання приводного барабана. На малюнках явно виражено зменшення зростання температури протягом 15 хв. роботи конвеєра внаслідок зменшення швидкості обертання приводного барабана від 1.5 до 0.8м/с, для значень кута робочого ковзання від 180 до 60 град., що призводить до зменшення швидкості прослизання і внаслідок зменшення величини джерела теплового потоку. Як результат, величина температури знизилася від 180^{o}С до температури довкілля 20^{o}С, тобто. фрикційна пара при поточному навантаженні встигає, повністю охолонуть за рахунок взаємодії з навколишнім середовищем і охолодженою стрічкою, що набігає на барабан конвеєра.

2.6 Синтез критерію оптимального керування технологічним процесом транспортування рудної маси за допомогою керування натягом стрічки конвеєра

У попередньому розділі було попередньо розглянуто та сформульовано завдання управління, вирішення якого полягає наступним. Для рівняння теплопровідності (2.22) з початковими та граничними умовами (2.23)-(2.29), включаючи рівняння зв'язку (2.32) потрібно підібрати таке керування $S(t)$, $0 \le t \le T$, яке задовольняє умові (2.19), щоб функціонал (2.21)) задовольнив умову $J \le \delta$ (де δ - деяке позитивне число, що характеризує точність наближення до бажаного розподілу) за мінімально можливий час Т.

Як критерій якості управління було запропоновано вибрати наступний функціонал

$$J = \int\int_D\int \left[\tau 1^*(x, y, z) - \tau 1(x, y, z, T)\right]^2 dxdydz, \qquad (2.21)$$

де D - деяка просторова область, T – час процесу управління, $\tau 1^*(x, y, z)$- необхідний температурний розподіл.

Реалізація управління згідно з виразом 2.21 дозволяє змінювати температурний розподіл у кожній точці дуги обхвату конвеєрною стрічкою приводного барабана, тобто його мінімізація щодо заданого значення температурного розподілу кожної точки досліджуваного простору. В результаті контролюється теплова картина досліджуваної зони та існує задана теплова картина, щодо якої здійснюється керування. Виконання обчислень для тривимірної області дослідження відповідно до запропонованого функціоналу досить трудомістка робота, у розроблюваної системі управління необхідно спрощення щодо реалізації завдань управління. Спираючись на представлений матеріал у п.2.4 про принципи управління приводним барабаном стрічкового конвеєра при транспортуванні рудної маси було запропоновано контролювати

температуру дуги фрикційної взаємодії барабана та стрічки в одній або двох точках (на вході та виході або тільки на виході). Саме управління реалізується з метою можливої мінімізації втрат тертя, підвищення к.к.д. приводного барабана, збільшення терміну служби елементів конвеєра за допомогою зниження впливу зовнішніх факторів, що обурюють, які змінюють режим роботи конвеєра.

Таким чином, доцільно застосування функціоналу, який дозволить виконати оптимальне керування розподілу температури на дузі обхвату приводного барабана в часовій області, задане значення температурного розподілу задавалося для декількох точок досліджуваного простору або одним значенням для всієї дуги обхвату. В результаті функціонал представлений наступним виразом

$$J = \int_0^T \left[\tau 1^*(x, y, z) - \tau 1(x, y, z, t)\right]^2 dt \to \delta . \qquad (2.44)$$

Складність вирішення поставленої задачі управління полягає ще в тому, що керуючий вплив не входить безпосередньо в умову крайової задачі, а лише впливає на зміну величини внутрішніх джерел тепла, що виникають в результаті тертя робочих поверхонь фрикційної передачі.

Таким чином, для формування критерію якості управління необхідно встановити зв'язок між величиною, що управляє, і параметрами, що входять в крайову задачу, щоб здійснити єдине рішення задачі управління, використовуючи пропонований критерій якості управління *J*.

Проведемо аналіз рішення представленого у п. 2.4 з розрахунку збільшення температури фрикційної пари приводної барабан-стрічка. Розглянемо параметри виразу (2.18) яким визначається питома величина тепловиділення джерела в одиницю часу, тобто. величина, що характеризує внутрішні джерела теплового потоку, що входить до рівняння теплопровідності.

Для нас цікавить величина питомого тиску стрічки на футерування і швидкість ковзання стрічки на приводному барабані.

Питомий тиск стрічки на барабан визначається виразом (2.17), окружне зусилля W поділене на площу контакту стрічки з барабаном $S_к$. Слід зазначити, що під площею контакту розуміється та площа, де немає прослизання стрічки на приводному барабані.

Кільцеве зусилля визначається з різниці зусиль $S_{нб}$ і $S_{зб}$ в точках набігання та збігання стрічки з приводного барабана. Останні величини визначаються із тягового розрахунку стрічкового конвеєра. Величина зусилля натягу стрічки $S_{нат}$ у місці встановлення натяжної станції також входить у вирази за визначенням $S_{нб}$ та $S_{зб}$. В результаті завантаження або розвантаження конвеєра змінюється опір руху стрічки верхньої гілки (змінюється стріла провисання стрічки), що змінює окружне зусилля на приводному барабані. Змінюючи натяг стрічки $S_{нат}$ змінюється опір руху стрічки, що змінює величину окружного зусилля.

Швидкість ковзання залежить від тягового фактору, що реалізується на приводному барабані, який залежить від поточного кута робочого ковзання $\alpha_{кв}$.

Таким чином, можна констатувати, що величина теплового потоку випромінюваного в процесі роботи фрикційної пари залежить від натягу стрічки $S_{нат}$ і кута робочого ковзання $\alpha_{кв}$ і призводить до зміни величини теплового потоку як по амплітуді, так і за просторовим розподілом (змінюється величина дуги робочого ковзання $\alpha_{кв}$, тобто площа пружної взаємодії). Це означає, що керування процесом нагрівання або охолодження можна здійснювати шляхом зміни натягу стрічки або швидкості обертання барабана. Опишемо цю функцію $S_{нат}(t)$, і підпорядкуємо цю функцію наступному обмеженню:

$$S_{min} \le S_{нат}(t) \le S_{доп},$$

де константи S_{min} і $S_{доп}$ відповідають граничним значенням керуючої величини. Натяг стрічки в місці знаходження натяжної станції змінюється в межах від натягу, що виключає провисання стрічки (S_{min}) до натягу ($S_{доп}$), що

забезпечує десятковий запас міцності стрічки. Гранично допустима величина ($S_{доп}$) обмежується також міцністю вулканізації стиків стрічки [26]. Даний параметр $S_{нат}(t)$ є вхідним в системі, що розробляється і сильно залежить від кута нахилу конвеєра і місця розташування натяжної станції, що впливає на його використання для управління.

Зусилля, що передається приводним барабаном ($W_{окр}$) в режимі, що встановився, можна прийняти постійним, а його зміну вважати тільки в процесі завантаження або розвантаження конвеєрної стрічки. Тобто від початкового моменту заповнення та до заповнення стрічки конвеєра по всій його довжині (процес завантаження) і навпаки (процес розвантаження). Його величина прагне значення забезпечує паспортну продуктивність конвеєра

$$W \rightarrow W_{зад}.$$

Величина кута робочого ковзання ($\alpha_{кв}$) є визначальним параметром для системи управління, тому що його величина залежить як від параметрів конвеєра, так і від умови навколишнього середовища (вологість, запиленість), і від стану робочих поверхонь стрічки конвеєра і футерування приводного барабана. Тому від величини завантаження конвеєра кут робочого ковзання ($\alpha_{кв}$) змінюється в діапазоні, при холостому ході, від величини ($\alpha_{кв.\ хх}$.), а при максимально можливому завантаженні конвеєрного полотна до величини ($0.8\alpha_{об}$). При впливі зовнішнього середовища та інших неврахованих факторів він може виходити з цього діапазону, що призводить до аварійних режимів роботи

$$\alpha_{кв.\ хх} \leq \alpha_{кв} \leq 0.8\ \alpha_{об}.$$

При заданих обмеженнях критерію управління як контрольований параметр, використовуємо температуру, що виділяється в результаті подолання сил тертя $\tau 1(x, y, z, T)$ досліджуваної точки простору.

Метою управління є компенсація збурень (кута робочого ковзання $\alpha_{кв}$), викликаних зміною навколишнього середовища в процесі роботи конвеєра, та зниження витрат на експлуатацію конвеєра.

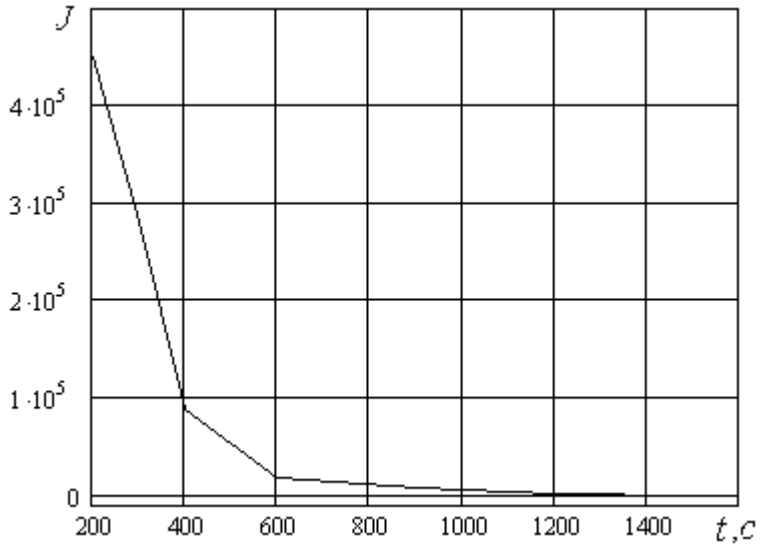


Рис.2.26 Зміна значення функціоналу під час керування натягом стрічки

За результатами розв'язання задачі управління, що представлені в табл. 2.1 отримано залежності зміни збільшення температури для різних значень кута робочого ковзання (рис. 2.12) та зміни натягу стрічки (див. рис.2.13). За викладеними вище даними (див. табл. 2.1 та табл. 2.2) згідно з виразом (2.44) отримано залежність на рис.2.26, яка відображає зміну функціоналу протягом часу *T*. Для значення *T*=1500 с. мінімальне значення функціоналу становило *J*=254.

Таким чином, вираз (2.44) є інтегральна оцінка якості системи, що розробляється, і характеризує середньоквадратичне відхилення контрольованої величини від заданого значення. При цьому функціонал повинен задовольняти умові $J \le \delta$ (де δ - деяке позитивне число, що характеризує точність наближення до бажаного розподілу температури) за мінімально можливий час T, що відповідає вимогам щодо показників якості системи, що розробляється.

ВИСНОВКИ

1. Виконано математичну моделювання визначення величини кута робочого ковзання, в зоні якого відбувається випромінювання теплового джерела внаслідок дії сил тертя. Відмінною особливістю її є те, що рішення знаходиться на перетині залежностей дотичних напруг, що виникають у стрічці конвеєра, та розподілених у зонах кута відносного спокою та кута робочого ковзання.

2. У діапазоні регулювання натягом стрічки конвеєра від 40 до 100% номінального значення, окружне зусилля, що передається приводним барабаном, змінюється від $4.2 \cdot 10^4$ до $1.8 \cdot 10^4$ Н, а температура нагріву футерування від 1 до 180°С, що підтверджується швидкістю нагрівання температури футерування. Розрахунок зміни температури проводився на дві години роботи конвеєра.

3. Регулювання швидкості обертання приводного барабана змінює швидкість пружного ковзання стрічки конвеєра від 0,3 до 0,6 м/с, що дозволяє змінювати температуру нагрівання в зоні тертя фрикційної пари від температури навколишнього середовища (20^0С) до 80^0С. Подальше зростання швидкості ковзання призводить до стрімкого зростання температури.

4. Динамічна зміна теплового поля фрикційної пари, отримана на основі цифрового моделювання засобами пакета MATLAB у додатку PDE Toolbox методом кінцевих елементів. Отримані результати для аварійного режиму (пробуксовування), коли температура футерування барабана досягає 350°С і для режиму транспортування вантажу, що встановився, при якому температура футерування перевищує температуру навколишнього середовища на 5°С.

5. Вирішення крайової задачі з початковими та граничними умовами, що описують процес транспортування матеріалу приводним барабаном і стрічкою

конвеєра, дозволяє сформулювати завдання оптимального управління, як окремий випадок задачі рухомого управління.

РОЗДІЛ 3
СИСТЕМА АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ НАТЯЖКОЮ СТАНЦІЄЮ КОНВЕЄРА

3.1 Розробка адаптивної системи автоматичного керування натяжною станцією стрічкового конвеєра

При розробці автоматичної системи керування натяжною станцією необхідно вибрати тип системи автоматичного керування та відповідні їй методи керування. Для реалізації критерію управління натяжною станцією та використання залежностей оптимального режиму роботи приводного барабана найбільш підходять оптимальні системи та адаптивні системи автоматичного управління.

В основу оптимальних систем керування натяжною станцією закладено принцип керування, при якому забезпечується найкраще значення показника якості, що далі називаються критеріями оптимальності. Як критерій оптимальності виступає мінімальний час переходу з одного встановленого стану в інший, максимально можлива точність виконання завдання управління, мінімум витрат енергії, мінімум капітальних витрат, величина температури нагріву футерування приводного барабана та інше при дотриманні заданих обмежень.

При управлінні натяжною станцією як критерій управління виступає деяка цільова функція або функціонал, які є функцією від перерахованих вище змінних (див. р. 2 п. 2.6). Змінні задаються як залежності, які обмежують вирішення завдання управління, і представляються як система нерівностей. Для виконання завдання керування необхідно підтримувати оптимальне значення критерію керування (максимальне або мінімальне) під час виконання умов, заданих нерівностями (обмеженнями).

Для реалізації викладеного в роботі критерію управління оптимальні системи управління повністю підходять у тому випадку, якщо технічні параметри конвеєрної установки в процесі роботи не змінювалися. Так, мінімальне значення капітальних витрат витрачених на стрічку, які припадають на рік роботи конвеєра, змінюється залежно від величини завантаження конвеєрного полотна та натягу конвеєрної стрічки. Закон зміни має випадковий характер, тому необхідно постійно визначати величину натягу стрічки, при якому величина капітальних витрат буде мінімальною. При цьому значення отриманого натягу буде величиною завдання управління натяжною станцією стрічкового конвеєра. Внаслідок зміни натягу стрічки або величини завантаження конвеєра може змінитися режим роботи приводного барабана, тому необхідно виконувати постійний контроль температури його футерування. У разі перевищення заданого значення керувати натягом стрічки зі зміни температури нагрівання футерування, щоб уникнути ковзання стрічки. Усі вищеназвані параметри впливають термін служби стрічки.

Таким чином, необхідна реалізація системи керування, яка забезпечувала вибір оптимального режиму роботи конвеєра і приводного барабана із забезпеченням мінімальних витрат.

Для реалізації системи автоматичного керування пропонуємо адаптивну систему, яка пристосовується до змін параметрів об'єкта керування і тим самим забезпечує точність керування.

Особливість таких систем полягає в тому, що їх структура включає додатковий контур адаптації (самоналаштовування), призначений для переробки інформації по змінних умовах роботи і вироблення керуючого впливу, що надходить на регулятор основного контуру управління. Функціональна схема адаптивної системи представлена на рис. 3.1 [56]. Основний контур включає в себе керуючий пристрій і об'єкт управління і є звичайною неадаптивною системою управління.

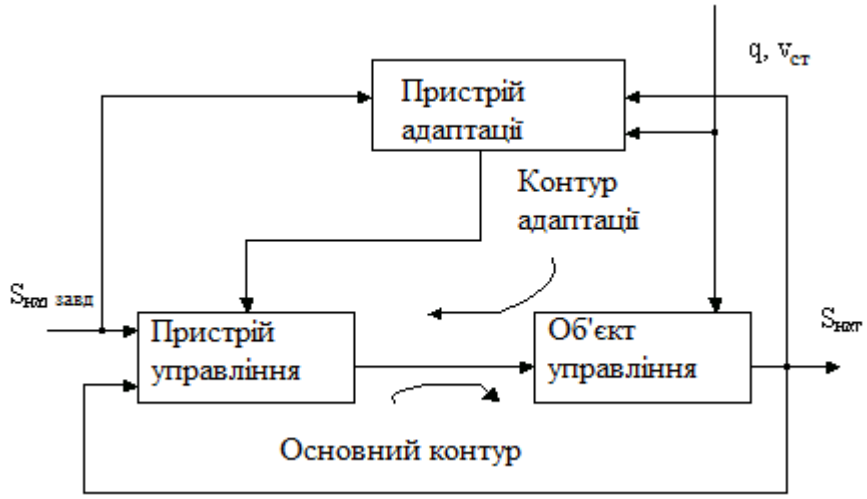


Рис. 3.1 Функціональна схема адаптивної системи

Пристрій адаптації отримує інформацію про вхідний вплив (завдання натягу стрічки $S_{нат\ завд}$), впливи що обурюють (погонна маса вантажу q і швидкість руху стрічки $v_л$), і вихідної величини (натяг стрічки $S_{нат}$) і впливає на пристрій керування основного контуру. Таким чином, адаптивна система автоматичного керування, окрім основного контуру, має контур адаптації. Для цього контуру об'єктом керування є вся основна система автоматичного керування.

Для контролю режиму роботи приводного барабана використовуються значення швидкості зростання температури при нагріванні футерування приводного барабана $\Delta\tau=\tau(t_n)-\tau(t_{n-1})$ та її допустиме значення температури нагрівання $\Delta\tau_{завд}$ (див. рис.3.2), яке формується за допомогою еталонної моделі оптимального управління з розподіленими параметрами на основі аналізованих впливів, що обурюють.

Для реалізації адаптивної системи автоматичного управління, у нашому випадку, найбільше підходить створення без пошукової системи управління, яка стабілізувала значення натягу стрічки згідно з програмно реалізованим законом управління. За основу була взята адаптивна система автоматичного управління,

що включає еталонну модель. Функціональна схема системи управління представлена на рис. 3.2.

Сигнали із датчиків надходять на вхід еталонної моделі. На виході отримуємо сигнал керованої величини, що виконує функцію сигналу завдання. У той же час отримуємо поточне значення керованої величини та порівнюємо зі значенням, отриманим на виході еталонної моделі. Різниця величин між поточним та еталонним значенням буде сигналом помилки, який надійде на вхід керуючого пристрою.

Таким чином, система автоматичного управління, що розробляється, дозволяє керувати натяжною станцією, в результаті компенсується натяг стрічки в залежності від завантаження або розвантаження конвеєра. В результаті управління задається раціональний режим експлуатації приводного барабана.

Розглянемо пусковий режим, управління яким зосереджує основну увагу на роботі приводної станції конвеєра і керуючий процес будується так, щоб виключити аварійну пробуксовку при пуску та забезпечити раціональний режим роботи приводного барабана. Для цього режиму здійснюється керування натягом стрічки та швидкістю обертання приводного барабана. У результаті формування значень завдань використовується еталонна модель. Вона враховує наявність вантажу на стрічці та формує значення натягу. Якщо пуск здійснюється без вантажу на стрічці, то достатньо задати мінімальне натяг. При пуску конвеєра в завантаженому стані, натяг стрічки збільшується до значення завдання, яке здійснить пуск конвеєра без пробуксовки, і забезпечить рівномірний знос стрічки в режимі роботи. Еталонна модель з розподіленими параметрами формує значення швидкості зростання температури і максимально допустимого значення температури фрикційної пари приводний барабан-стрічка. Ці величини використовуються регулювання швидкості обертання приводного барабана в момент пуску.

Таким чином, для здійснення пуску конвеєра без пробуксування необхідно використовувати контур управління натяжною станцією і контур управління приводною станцією. На формування величин завдання задіяні еталонні моделі, тобто. контур адаптації.

Режим роботи конвеєра, що встановився, підтримується при керуванні натягом стрічки у функції завантаження і розвантаження конвеєрного полотна. Цього управління достатньо, якщо при експлуатації конвеєра не відображається вплив зовнішнього середовища, конструктивні неполадки та інші можливі фактори, які не піддаються обліку.

Враховувати фактори, в результаті яких відбувається надмірне стирання не робочої обкладки конвеєрної стрічки, а також футерування приводного барабана на дузі робочого ковзання фрикційної пари, то необхідно використовувати другу еталонну модель. Розглядаються обурення супроводжуються зростанням температури в зоні контакту тертя стрічки і барабана приводу конвеєра. Причини, що викликають зростання температури футерування приводного барабана, дуже різні. Це зниження температури довкілля, тобто. намерзання вантажу на стрічці, підмерзання стрічки до роликоопорів, заклинювання роликів, їх відсутність, підвищена вологість у зоні фрикційного взаємодії стрічки і футерування приводного барабана. У результаті система видає сигнал про аномальний режим роботи, внаслідок якого необхідно визначиться з першопричиною, яка викликала подібне обурення і виконати керуючий вплив. Якщо причина усувається за допомогою системи автоматичного управління, тоді задіюється адаптивний контур еталонної моделі з розподіленими параметрами і здійснюється управління натягом по швидкості зростання температури. Таким чином, корекція натягу стрічки виконується з урахуванням швидкості зростання температури у фрикційній парі приводу конвеєра.

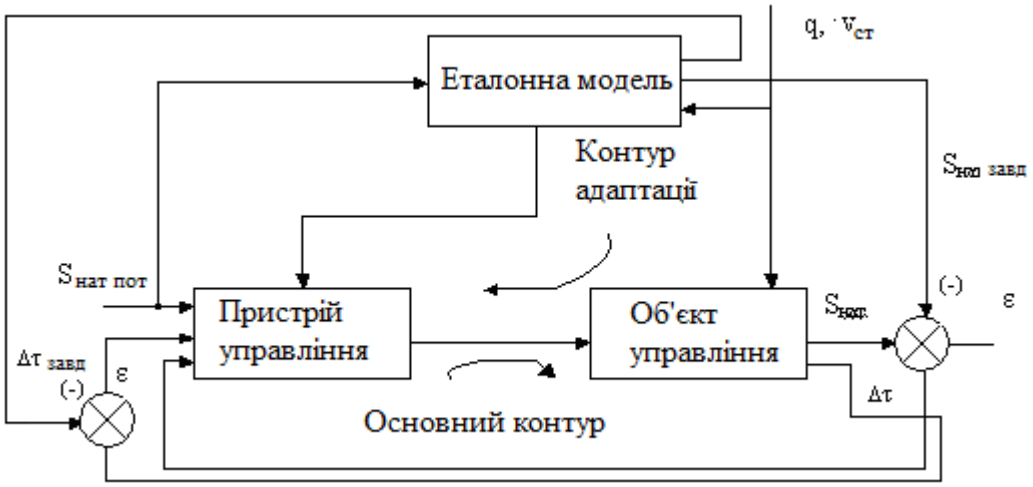


Рис. 3.2 Функціональна схема адаптивної системи

Контрольований сигнал надходить на вхід регулятора, де порівнюється з величиною завдання, яка визначається для поточного режиму роботи приводного барабана за допомогою системи оптимального управління з розподіленими параметрами. Вона реалізована в еталонній моделі. Тому що обчислення теплового поля фрикційної пари конвеєра займають суттєвий час, і виконувати управління в реальному часі досить складно.

В результаті отримана структурна схема оптимальної системи автоматичного управління технологічним процесом транспортування рудної маси. Система побудована без пошукових принципах адаптивного управління і включає у собі еталонну модель, для формування сигналів завдання управляючих впливів. Програмний регулятор здійснює управління стосовно режиму роботи конвеєра і використовує один або кілька контурів. Розробка алгоритму роботи програмного регулятора детально представлена в наступному підрозділі.

3.2. Структурне моделювання системи автоматичного управління з розподіленими параметрами для реалізації її у вигляді еталонної моделі управління натягом стрічки та швидкістю її руху

Реалізація системи автоматичного управління з розподіленими параметрами фрикційної пари барабана - стрічка у вигляді еталонної моделі заснована на структурному моделюванні та поданні системи типовими ланками. В результаті структурне представлення виразу ((2.32) див. п.2.5) у вигляді типового об'єкта з розподіленими параметрами, де вхідним впливом виступає функція $w(x, t)$, а виходом $\tau 1(x, t)$ відображено на рис. 3.3а. Таке представлення об'єктів із розподіленими параметрами доцільно для структурного моделювання розподілених систем за методами аналогічними, що застосовуються до завдань аналізу та синтезу систем із зосередженими параметрами теорії автоматичного управління. Аналогічне уявлення ланки із зосередженими параметрами, де вхідна і вихідна величина змінюється лише у часі відбито на рис.3.3б. Однак поняття розподіленого блоку передбачає залежність вхідного і вихідного сигналів ще від просторових змінних.

Для практичного застосування стандартизованої функції вхідного впливу $w(\xi,\tau)$ доцільно її подати у вигляді

$$w(\xi,\tau)=\beta(\xi)\cdot\nu(\tau)$$

із зосередженим впливом $\nu(\tau)$ та фіксованими законами $\beta(\xi)$ просторового розподілу вхідного сигналу.

Якщо об'єкт розглядати при початкових нульових і граничних умовах і функція розподіленого управління дорівнює, $f(x,t,u(x,t))=f_1(\xi)\cdot u(\tau)$ то отримаємо для випадку вхідного впливу по зосередженому внутрішньому управлінню $\nu(\tau)=u(\tau)$ з фіксованими законами $\beta(\xi)=f_1(\xi)$ його просторового розподілу отримуємо вираз стандартизуючої функції

$$w(\xi,\tau)=f_1(\xi)\cdot u(\tau).$$

У результаті вираз (2.32) можна записати у такому вигляді

$$\tau 1(x,t) = \int_0^t \int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t-\tau)\cdot\beta(\xi)\cdot v(\tau)d\xi d\tau =$$

$$= \int_0^t \left[\int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t-\tau)\cdot\beta(\xi)d\xi \right] \cdot v(\tau)d\tau = \int_0^t S(x,t-\tau)v(\tau)d\tau$$

де

$$S(x,t-\tau) = \int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t-\tau)\cdot\beta(\xi)d\xi .$$

В результаті отримаємо типовий х-блок із зосередженим входом та розподіленим виходом, який представлений на рис.3.4

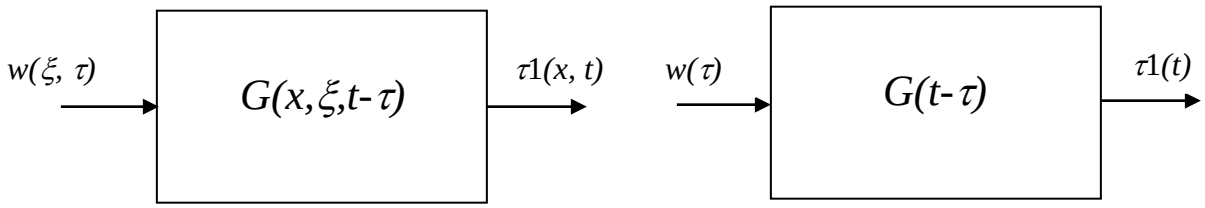
Для подальших досліджень поведінки систем з розподіленими параметрами необхідно використання операційного обчислення тобто застосування перетворення Лапласа по тимчасовій змінній *t* до розглянутого вхід - вихідному співвідношенню. Звичайні правила застосування перетворення Лапласа для функцій стану виходу $\tau 1(t)$ зосереджених систем повністю переносяться на розподілені функції стану виходу $\tau 1(x, t)$, де у разі просторова змінна *x* виступає у ролі “стороннього” параметра.

Використовуючи відоме правило операційного обчислення, згідно з яким зображення L_t по змінній *t* згортки функцій дорівнює виконанню зображень цих функцій, отримаємо, перетворюючи за Лапласом обидві частини виразу (2.32)

$$L_t(\tau 1(x,t)) = \tau 1'(x,p) = L_t\left[\int_0^t \int_{x_0}^{x_1} G(x,\xi,t-\tau)\cdot w(\xi,\tau)d\xi d\tau \right] =$$

$$= \int_{x_0}^{x_1} \left\{ L_t\left[\int_0^t G(x,\xi,t-\tau)\cdot w(\xi,\tau)d\tau \right] \right\} d\xi = \int_{x_0}^{x_1} G'(x,\xi,p)\cdot w'(\xi,p)d\xi$$

де $\tau 1'(x, p)$, $G'(x,\xi,p)$ и $w'(\xi, p)$ – відповідно зображення виходу об'єкта $\tau 1(x, t)$, функція Гріна $G(x,\xi,t)$ та стандартизуюча функція $w(\xi, \tau)$, *p* - комплексна змінна перетворення Лапласа.



а) б)

Рис. 3.3 Структурне подання лінійного об'єкта управління:

а – стаціонарний розподілений блок; б – стаціонарний об'єкт із зосередженими параметрами

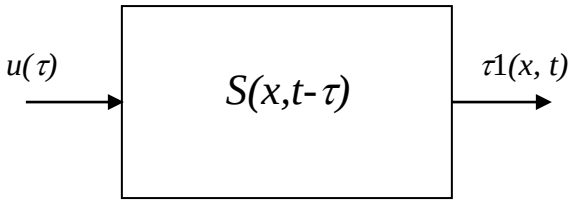


Рис. 3.4 Структурне представлення розподіленого х-блоку із зосередженим входом та розподіленим виходом

За аналогією із зосередженою системою, для якої подібне співвідношення пов'язує зображення входу та виходу за допомогою передавальної функції в об'єктах з розподіленими параметрами передавальної функцією є зображення функції Гріна

$$W(x,\xi,p) = G'(x,\xi,p).$$

Таким чином, передавальна функція як для зосередженої, так і для розподіленої системи є зображенням її імпульсної перехідної функції, і повністю характеризує властивості об'єкта, дозволяючи отримати зображення реакції вихідної величини при довільному вхідному впливі. Однак специфіка розподіленої системи полягає в тому, що замість звичайного множення передавальної функції та зображення входу тут використовується операція

інтегрування за просторовим аргументом входу, для отримання зображення функції стану об'єкта, яка надалі іменуватиметься просторовою композицією.

В результаті для х-блоку подання в операторній формі має такий вигляд

$$\tau 1^{'}(x,p)=\int_{x_0}^{x_1} G^{'}(x,\xi,p)\cdot w^{'}(\xi,p)d\xi = v^{'}(p)\int_{x_0}^{x_1} G^{'}(x,\xi,p)\cdot\beta(\xi)d\xi = S^{'}(x,p)v^{'}(p).$$

Передатна функція для х-блоку може бути представлена в наступному вигляді

$$W_x(x,p)=S^{'}(x,p)=\int_{x_0}^{x_1} G^{'}(x,\xi,p)\cdot\beta(\xi)d\xi=\int_{x_0}^{x_1} W(x,\xi,p)\cdot\beta(\xi)d\xi.$$

В результаті зображення вихідної величини *τ1'(x, p)* х-блоку представляється для кожного фіксованого значення просторової координати *x*, у вигляді добутку

$$\tau 1^{'}(x,p)=W_x(x,p)\cdot v^{'}(p)$$

Передавальної функції та зображення вхідного впливу, за аналогією із зосередженими системами.

У даному випадку представлено математичне опис і його структурне представлення для одномірних об'єктів з розподіленими параметрами. Досліджуваний об'єкт описується багатовимірною математичною моделлю, задіяні три просторові змінні і одна змінна часу. При обґрунтуванні цифрового моделювання об'єкта, що досліджується, було встановлено, що для отримання теплової картини фрикційної пари приводної барабана – стрічка конвеєра достатньо використовувати двомірний простір.

Таким чином, необхідно отримати структурне представлення цифрової моделі фрикційної пари барабан-стрічка конвеєра для двовимірного простору. Реалізувати рішення поставленої задачі необхідно через уявлення структури моделі на основі типових ланок об'єктів з розподіленими параметрами, як і в об'єктах із зосередженими параметрами. Опираючись на теорію автоматичного

управління систем з розподіленими параметрами, реалізуємо математичну модель у двомірному просторі через її одновимірне уявлення. У цьому випадку структурне представлення моделі виражається за допомогою паралельного з'єднання типових ланок, які містять у своєму описі одну просторову змінну.

Нехай нам відомі передатні функції $W_1(x_1,\xi,p)$ та $W_2(x_2,\xi,p)$ двох розподілених блоків, вихідні сигнали яких $\tau 1_1'(x, p)$ та $\tau 1_2'(x, p)$ визначені на просторових областях $D_1 \in x_1$ та $D_2 \in x_2$. При паралельному з'єднанні цих двох блоків із загальним входом $w'(\xi, p)$ їх вихідні сигнали складаються в кожній точці $x \in D$ просторової області D, на якій визначена ця сума $\tau 1'(x, p)$, що розглядається як вихід -так даного з'єднання, і отже, $D= D_1 \cap D_2$ є перетином D_1 та D_2 [57].

В результаті якщо $D_1 = D_2$ то $D= D_1 = D_2$ таким чином $x= x_1= x_2$, а вихідний сигнал дорівнює

$$\tau 1'(x,p) = \tau 1_1'(x_1,p) + \tau 1_2'(x_2,p) = \int_{x_0}^{x_1} G_1'(x_1,\xi,p)\cdot w'(\xi,p)d\xi + \int_{x_0}^{x_1} G_2'(x_2,\xi,p)\cdot w'(\xi,p)d\xi =$$

$$= \int_{x_0}^{x_1}\left[G_1'(x_1,\xi,p) + G_2'(x_2,\xi,p)\right]w'(\xi,p)d\xi = \left[G_1'(x_1,\xi,p) + G_2'(x_2,\xi,p)\right]\otimes w'(\xi,p) =$$

$$= \left[W_1(x_1,\xi,p) + W_2(x_2,\xi,p)\right]\otimes w'(\xi,p) = W(x,\xi,p)\otimes w'(\xi,p)$$

де

$$W(x,\xi,p) = W_1(x_1,\xi,p) + W_2(x_2,\xi,p);$$

$$x_1 \in D_1;\ x_2 \in D_2;\ x=(x_1, x_2),\ x \in D = D_1 \cap D_2.$$

Таким чином, реакція системи з розподіленими параметрами на вхідну дію виражається множенням у вигляді просторової композиції

$$\tau 1'(x,\xi,p) = W(x,\xi,p)\otimes w'(\xi,p).$$

Така ж методика використовується для подання багатовимірних областей через типові блоки, які описують одномірні об'єкти.

Рівняння теплопровідності, яким описується об'єкт, що досліджується (2.22) представлено в наступному вигляді

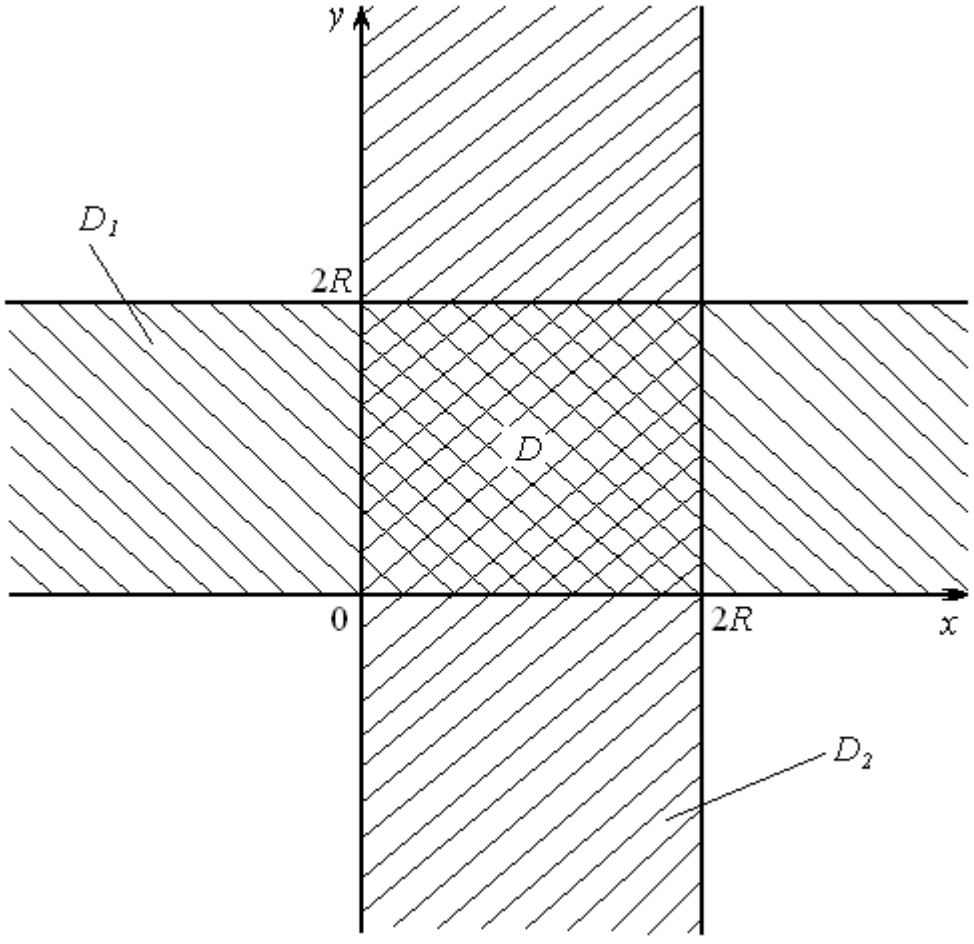
$$\frac{d\tau 1(x,y,t)}{dt} = \zeta\left(\frac{d^2\tau 1(x,y,t)}{dx^2} + \frac{d^2\tau 1(x,y,t)}{dy^2}\right)$$

з початковими та граничними умовами, описаними виразами (2.23-2.29), див. п.2.5.

На основі вищевикладеної методики теплове поле $\tau 1(x, y, t)$ подаємо у вигляді суми

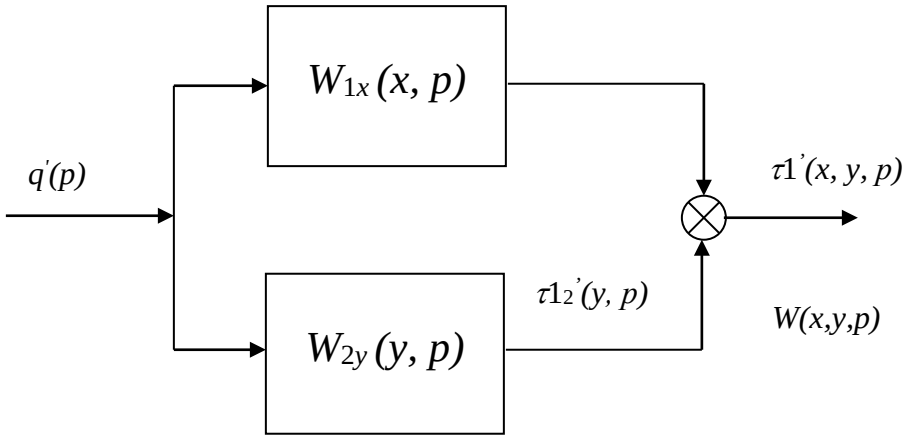
$$\tau 1(x,y,t) = \tau 1_1(x,t) + \tau 1_2(y,t)$$

одновимірних температурних полів $\tau 1_1(x, t)$ та $\tau 1_2(y, t)$.



а)

$\tau 1_1'(x, p)$



б)

Рис.3.5 Структурне представлення двовимірного температурного поля

У результаті рівняння, що описує двовимірну область, перетворюється на систему одновимірних рівнянь з початковими і граничними умовами по кожній координаті окремо

$$\begin{cases} \dfrac{d\tau 1(x,t)}{dt} = \zeta\left(\dfrac{d^2\tau 1(x,t)}{dx^2}\right) \\ \dfrac{d\tau 1(y,t)}{dt} = \zeta\left(\dfrac{d^2\tau 1(y,t)}{dy^2}\right) \end{cases}.$$

У такому випадку об'єкт при керуванні внутрішнім джерелом теплового потоку *q(t)* можна розглядати як паралельне з'єднання розподілених х-блоків із загальним зосередженим входом *q(t)* і передатними функціями $W_{1x}(x, p)$ і $W_{2y}(y, p)$. Передатна функція *W(x, y, p)* визначається тепер сумою

$$W(x, y, p) = W_{1x}(x, p) + W_{2y}(y, p).$$

$$x \in D_1;\ y \in D_2;\ D = D_1 \cap D_2$$

де області D_1 та D_2 являють собою одновимірні області, що становлять єдину двомірну область *D*, як представлено на рис 3.5а.

Структурне представлення двомірної моделі з розподіленими параметрами на основі паралельного з'єднання типових одновимірних блоків показано на рис.3.5б.

Таким чином, еталонна модель, що відображає динамічні властивості досліджуваного об'єкта представлена у вигляді паралельного з'єднання типових блоків з передатними функціями $W_{1x}(x, p)$ і $W_{2y}(y, p)$ ланок при аналітичному методі вирішення задачі з розподіленими параметрами [57].

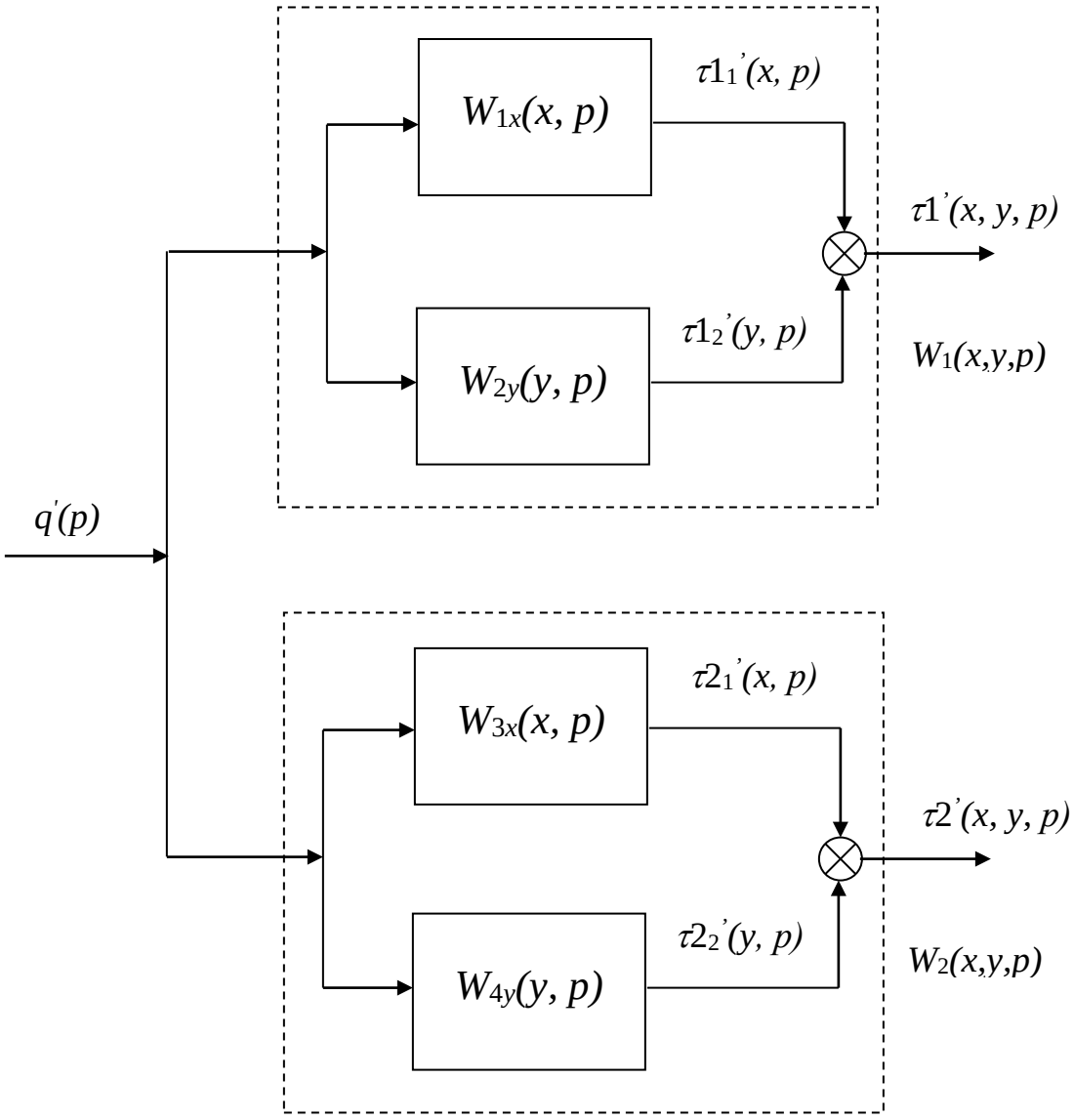


Рис. 3.6 Структурна схема еталонної моделі фрикційної пари приводної – барабан стрічка конвеєра

На цьому етапі розглянуто структурне моделювання моделі розподілу температурного поля на приводному барабані. Для структурного моделювання фрикційної пари приводний барабан – стрічка конвеєра (2.22) необхідно виконати структурний опис теплового поля стрічки.

Так як температурний розподіл фрикційної пари описується системою двох однотипних рівнянь теплопровідності, які відрізняються тільки початковими і граничними умовами, то структурна модель температурного поля стрічки конвеєра на приводному барабані аналогічна моделі приводного барабана (див. рис.3.5б). В результаті структурна модель фрикційної пари приводний барабан - стрічка конвеєра має один вхідний вплив і два виходи. Як вхідний вплив виступає внутрішнє джерело теплового потоку, який для спрощення прийнятий зосередженим вхідним впливом, що не залежить від просторової координати і рівномірний на всій дузі робочого ковзання. Вихідними сигналами системи прийняті температурні поля приводного барабана $\tau 1(x, y, t)$ та стрічки конвеєра $\tau 2(x, y, t)$, яка взаємодіє з приводним барабаном на дузі обхвату. Структурна схема моделювання відбито на рис.3.6. Значення температур, одержуваних на виходах системи, відобразимо у вигляді теплового поля, яке для аварійного режиму роботи приводу конвеєра представлене на рис.3.7. Розподіл температури на фрикційній парі приводний барабан - стрічка при режимі роботи конвеєра, що встановився, показано на рис.3.8.

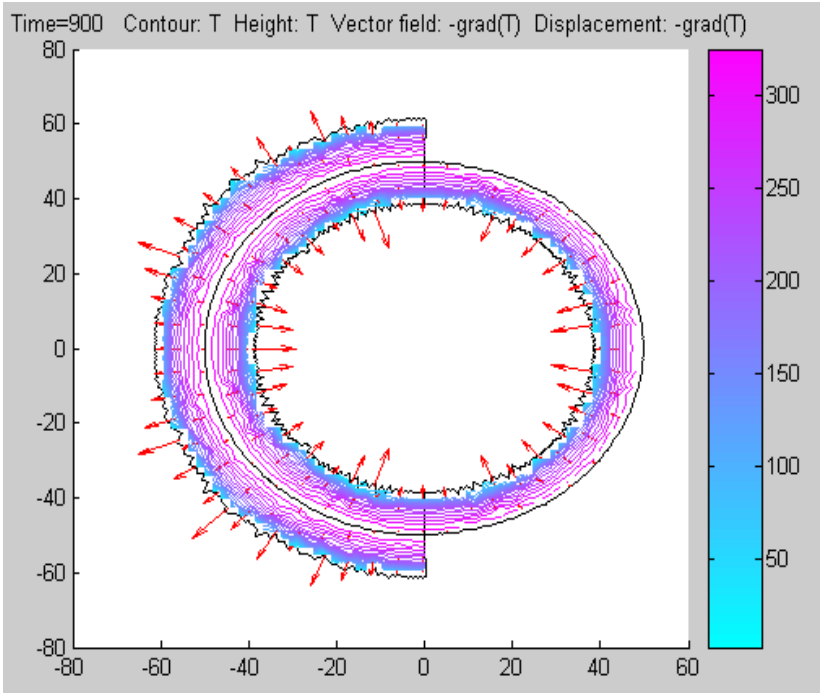


Рис.3.7 Розподіл температури у двомірній просторовій площині при аварійному пробуксуванні

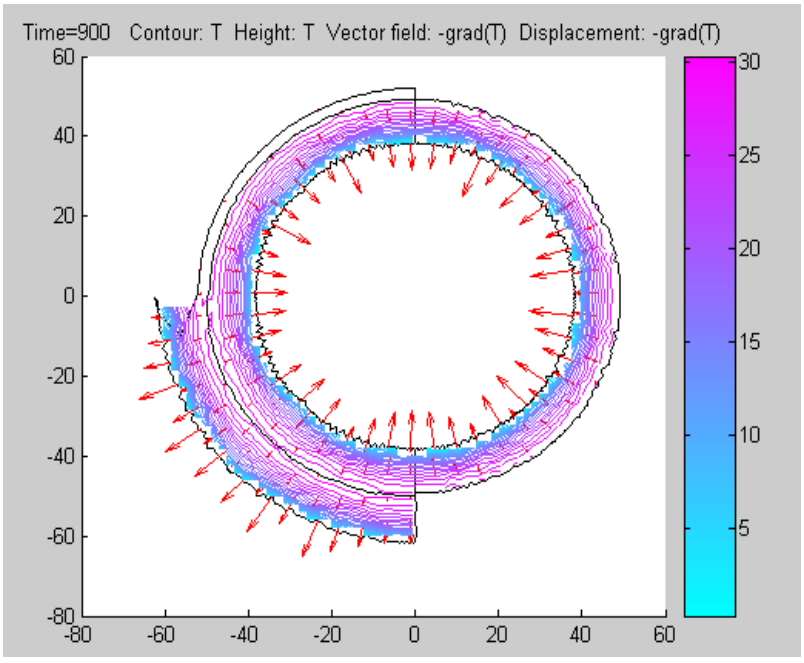


Рис.3.8 Розподіл температури в двовимірній просторовій площині при режимі роботи конвеєра, що встановився, при його максимальній тяговій здатності

Таким чином, в результаті отримано структурну схему еталонної моделі з розподіленими параметрами, на основі якої визначається розподіл теплового поля фрикційної пари барабан-стрічка конвеєра. Отриманий результат дозволяє сформувати величину завдання для виконання поточного управління натягом стрічки або швидкістю її руху, залежно від контрольованої температури в зоні фрикційної взаємодії, а також від швидкості її зростання. Результати обчислень, які виходить на виході еталонної моделі детально представлені у вигляді цифрового моделювання в п.2.5 методом кінцевих елементів за допомогою програми PDE Toolbox математичного пакета MATLAB.

ВИСНОВКИ

1. Сформовані принципи оптимального управління, які доцільно реалізувати на основі адаптивної системи автоматичного управління з двома незалежними контурами при управлінні для різних режимів роботи конвеєра. Як вихідний параметр системи в обох контурах буде використовуватися температура нагрівання зони фрикційного тертя приводного барабана, а точніше швидкості її зростання. Для формування завдання швидкості зростання температури та її граничного значення необхідно використовувати еталонну модель на основі математичної моделі з розподіленими параметрами.

2. Розроблена структурна схема оптимальної системи автоматичного управління конвеєра, що побудована без пошукових принципах адаптивного управління, що включає у собі еталонну модель, формує сигнали завдання, вироблення управляючих впливів.

3. Розроблена структурна схема еталонної моделі САУ з розподіленими параметрами, дозволяє реалізувати результати цифрового моделювання двовимірного розподілу теплового поля фрикційної пари барабан-стрічка конвеєра у вигляді системи оптимального управління.

4. Отримано результати цифрового моделювання системи автоматичного управління натягом стрічки за швидкістю зміни температури нагрівання футерування приводного барабана, за допомогою програми PDE Toolbox пакета MATLAB.

СПИСОК ВИКОРИСТАННОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Alan Exton Understanding T2 Tensioning Requirements and The Philosophies Pertaining thereto. Nepean Conveyors (Pty) Ltd.- South Africa. 2003. BELTCON 12. URL: http://www.saimh.co.za/beltcon.htm (дата звернення 12.12.2023)

2. Alan Exton, Jose Carlos The perils & pitfalls of intelligent conveying. Nepean Conveyors (Pty) Ltd.- South Africa. 2005. BELTCON 13. URL: http://www.saimh.co.za/beltcon.htm (дата звернення 12.12.2023)

3. Application of Self-Adaptive Neural Fuzzy Network in Early Detection of Conveyor Belt Fire/ Guo Jian, Zhu Jie, Zhao Mingru, Sun Yuan. Information Engineering and Computer Science, 2009: ICIECS 2009. International Conference on.- 2009.- Page(s) 1 – 5

4. Ashley J., G. Nuttall, Gabriël Lodewijks Dynamics of Multiple Drive Belt Conveyor Systems. NOV. 2007. Pages 365–369

5. Athol Surtees Conveyors system design auditing, dynamic testing and condition monitoring of steel cord belts. South Africa. 2007. BELTCON 14. URL: http://www.saimh.co.za/beltcon.htm (дата звернення 12.12.2023)

6. Chunsheng Yang, Pingyuan Xi Dynamic simulation of the belt conveyor in neural network. Computer and Automation Engineering (ICCAE) 2010: The 2nd International Conference on. 2010. Page(s) 748 – 751

7. Dynamic simulation of belt conveyor based on virtual prototyping / Yong-cun Guo, Kun Hu, Peng-yu Wang, Ying Wang. Mechanic Automation and Control Engineering (MACE), 2010: International Conference on. 2010. Page(s) 5986 - 5988

8. Jisheng Li, Guodong You, Shuying Lei Fuzzy and Frequency Control System Study on Belt Conveyor. Bioinformatics and Biomedical Engineering (iCBBE). 2010: 4th International Conference on. 2010. Page(s) 1–4

9. Kruse, D. J. Data Acquisition Techniques and Measurement Equipment for Belt Conveyors. South Africa.- 2005.- BELTCON 13 URL: http://www.saimh.co.za/beltcon.htm (дата звернення 20.12.2023)

10. Leehter Yao Fuzzy control of belt conveyor in the manufacturing process. Industrial Automation and Control: Emerging Technologies, 1995: International IEEE/IAS Conference on.- 1995.- Page(s) 748 – 754

11. Load equalization for high-power induction motors by speed control in limited range / Jeftenic B., Bebic M., Gvozdenovic M., Rasic N., Ristic L., Jevtic D., Lucic P., Slavkovic D. Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2008: SPEEDAM 2008. International Symposium on. 2008. Page(s) 842 – 847

12. Optimal utilization of the bulk material transportation system based on speed controlled drives /Jeftenić, B., Ristić, L., Bebić, M., Štatkić, S., Mihailović, I., Jevtić, D. Electrical Machines (ICEM), 2010: XIX International Conference on. 2010. Page(s) 1 – 6

13. Peter Warner Electronic soft starters for conveyors. Anglo American pIc: South Africa.-2005. BELTCON 13. URL: http://www.saimh.co.za/beltcon.htm (дата звернення 20.12.2023)

14. Wu Li, Yang Zheng, Dong Xinfa The design and research of belt transport system based on PLC. Advances in Energy Engineering (ICAEE), 2010: International Conference on. - 2010.-Page(s) 120 – 124

15. Xi Pingyuan, Song Yandong Dynamic Simulation on the Belt Conveyor on Emergency Braking Intelligent Computation Technology and Automation, 2009: ICICTA '09. Second International Conference on . 2009. Page(s) 34 - 36

16. Xian-Min Ma Genetic Taboo Hybrid Strategy for PID Regulator Parameter Adaptation in Belt Conveyor. Machine Learning and Cybernetics: 2006 International Conference on . 2006. Page(s) 607 – 612

17. Zhang Shirong Model predictive control of operation efficiency of belt conveyor. Control Conference (CCC), 2010: 29th Chinese. 2010. Page(s) 1854 – 1858.

18. А. С. №1027116 СССР. Назаренко В. М., Сокотнюк Ю. А., Савицкий А. И. Устройство для измерения величины проскальзывания ленты конвейера. Опубл. в Б. И. 1983. №25.

19. А.С. №1456344А1 СССР. Устройство для контроля проскальзывания ленты конвейера относительно приводного барабана. / Мелашенко В. А., Кудряшов И. П., Федосеев В. Д., Донцов В. Е..- Опубл. в Б. И. 1989 №5.

20. Андреев А.В. Передача трением. Москва: МАШГИЗ, 1963.-109с.

21. Анчаров И.Л. Автоматизация работы натяжных устройств ленточных конвейеров с помощью датчиков упругого скольжения. Горные машины и автоматика. 1962. №2(25). С. 97-100.

22. Биличенко Н.Я., Попов С.И. Работа автоматических натяжных станций ленточных конвейеров. Днепропетровский горный институт. Материалы научно-технической конференции по вопросам разработки месторождений полезных ископаемых. 1969. Т.56. С.54-61.

23. Биличенко Н. Я., Высочин Е. М., Завгородний Е. Х. Эксплуатационные режимы ленточных конвейеров. Гостехиздат УССР. 1964.

24. Биличенко Н. Я., Попов С. И. Работа автоматических натяжных станций ленточных конвейеров. Днепропетровский горный институт. Материалы научно-технической конференции по вопросам разработки месторождений полезных ископаемых. 1969. Т.56. С.54-61.

25. Влияние параметров натяжной станции на эксплуатационную надежность мощного ленточного конвейера / Щука Ю. В., Колодько В. Ф., Тесленко В. Ф., Салкуцан И. С. Металлургическая и горнорудная промышленность. 1977. №2(104). С.54-56.

26. Вирабов Р.В. Тяговые свойства фрикционных передач. Москва: Машиностроение 1982. 263с.

27. Волотковский В.С., Нохрин А.Г. Методика расчета долговечности конструктивных элементов конвейерных лент. Ин-т горного дела. М-во черной металлургии СССР. Труды. Свердловск. 1976. Вып.50. 115с.

28. Волотковский В. С. Повышение срока службы ленточных конвейеров на горнорудных предприятиях. Центральный институт черной металлургии. Экспресс-информация. Серия 1. Вып. 7.14 1975.

29. Волотковский В.С. Особенности применения и износа конвейерных лент на установках большой протяженности. Тр. Ин-та горн. дела. М-во черн. металлургии СССР. Вып. 50 Сверловск 1976 С.70-76.

30. Дмитриев В.Г., Вороновский К.Ф., Савиных В.В. Термодинамические режимы работы конвейерной ленты в безроликовых ленточных конвейерах. Изв. Вузов. Горный журнал. 1977. №7. С.107-110.

31. Дьяков В.А. Оборудование для исследования взаимодействия упругой футеровки приводного барабана с конвейерной лентой. Научные сообщения . Ин-т горного дела им. Скочинского. 1965. №26. С.88-94.

32. Дьяков В.А. Передача тяговой силы в приводе ленточного конвейера на дуге покоя. Горные машины и автоматика. 1965. №1. С.30-32.

33. Дьяков В.А. Оценка скорости истирания нижней обкладки ленты на приводе конвейера. Горнорудные машины и автоматика. Вып.1. Москва: Недра. 1965. 150с.

34. Дьяков В.А., Котов М. А. Режимы работы приводного барабана ленточного конвейера. Научные сообщения. Ин-т горного дела им. Скочинского. 26. 1965. 116с.

35. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. Москва: Мир, 1986. 318 с.

36. Конвейерные ленты. Махлис Ф. А., Леонов И. И., Карбасов О. Г., Никитин В. В. Москва: Химия, 1991.- 184 с.

37. Курганов И. Д. Контроль угла рабочего проскальзывания с использованием тепловизора. Республиканский межведомственный научно-технический сборник “Разработка рудных месторождений”. 2000. №70. С. 77-81.

38. Курганов И. Д. Режимы работы приводного барабана ленточного конвейера. Республиканский межведомственный научно-технический сборник “Разработка рудных месторождений”. 2001. №77. С. 106-109.

39. Левицький А.А. ІНФОРМАТИКА ОСНОВЫ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ. Лабораторный практикум. Красноярск: КГТУ. 2005. 111 с.

40. Либерман Я. Л., Горбунова Л.Н. Определение условий работоспособности устройства для автоматического натяжения. Изв. Вузов. Горный журнал. 1981. №5. С. 76-79.

41. Малютин М. А., Попов Л.И. Исследование контактной температуры в приводах ленточных конвейеров. Изв. Вузов. Горный журнал. 1972. №2. С. 115-119.

42. Малютин М. А. О толщине изношенного слоя обкладок лент и футеровок барабанов ленточных конвейеров при их взаимодействии. Изв. Вузов. Горный журнал. 1971. №8. С. 116-121.

43. Малютин М. А. Об относительном проскальзывании лент и износа футеровок в приводах ленточных конвейеров. Изв. Вузов. Геология и разветка. 1968. №4. С. 106-111

44. Малютин М. А. Об относительном проскальзывании лент и износа футеровок в приводах ленточных конвейеров. Изв. Вузов. Геология и разветка. 1968. №4. С. 102-105.

45. Малютин М. А. О толщине изношенного слоя обкладок лент и футеровок барабанов ленточных конвейеров при их взаимодействии Изв. Вузов. Горный журнал. 1971. №8. С. 116-121.

46. Назаренко В. М. Эксплуатационные режимы шкивов трения в регулируемом приводе ленточных конвейеров. Изв. вузов. Горный журнал. 1986. №10.

47. Назаренко В. М. Новые решения в области управления тяжелыми ленточными конвейерами. Изв. вузов. Горный журнал. 1975. №8. С.102-105.

48. Назаренко В. М. Экономические показатели ленточного конвейера. Изв. вузов. Горный журнал. 1992. №1. С. 72-78.

49. Назаренко В. М. Критерий оптимальной работы конвейера в условиях гибкого автоматизированного производства рудоподготовки. Изв. вузов. Горный журнал. 1992. №2. С. 90-94.

50. Назаренко В. М. Экономические показатели ленточного конвейера. Изв. вузов. Горный журнал. 1992. №1. С. 72-78.

51. Назаренко В. М., Иончиков А. Н. Оптимальные системы управления ленточными конвейерами. Электротехника. 1975. №8. С.3-6.

52. Нохрин А. Г. Анализ факторов, влияющих на повышение срока службы конвейерных лент. Ин-т горного дела. М-во черной металлургии СССР. Труды. Свердловск. 1983. Вып.71. 79с.

53. Основные факторы оценки режимов работы конвейерного транспорта / Савицкий А. И., Алистратенко Ю. В., Чубаров В. А., Курганов И. Д. Сборник научных трудов Национальной горной академии Украины. 1998. №4. С. 106-110.

54. Пилецкий В.Г. Исследование теплового сигнала на движущейся лента конвейера после его остановки. Гірнича електромеханіка та автоматика. 1999. №2(61). С.220-224.

55. Попов С. И. Исследование параметров и режимов работы автоматических натяжных станций мощных ленточных конвейеров. Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. К 048740. Днепропетровск. 1970. 292с.

56. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування. Київ: ЛИБІДЬ, 1997. 535с.

57. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. Москва: Высш. шк., 2003. 299с.

58. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. Москва: Мир, 1985. 589 с

59. Рощин А. С., Шелудько Н. М., Белашапко В. А. Измерение коэффициента сцепления ленты с барабаном на ленточных конвейерах. Изв. вузов. Горный журнал. 1976. №3. С.90-91.

60. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. Москва: Мир, 1979. 392 с.

61. Системы управления технологическими механизмами для получения железорудного концентрата, отвечающего требованиям современного уровня / Назаренко В. М., Савицкий А. И., Гвоздик В. С., Назаренко М. В., Тиханський М. П., Ефименко Л. И., Смирнова Н. В., Курганов И. Д., Прохорец С. А., Мякушин М. В. Второй международный симпозиум “Оперативный контроль и управление качеством минерального сырья при добыче и переработке“ Сборник научных трудов. 1999. С. 47-50.

62. Тихонов Н. В., Малютин М. А. Об износе барабанов и потерях на трение в приводах ленточных конвейеров. Изв. вузов. Горный журнал. 1969. №2. С. 98-104.

63. Тихонов Н. В., Малютин М. А. Экспериментальные исследования проскальзывания и износа конвейерных лент. Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых 1971. №4. С. 103-107.

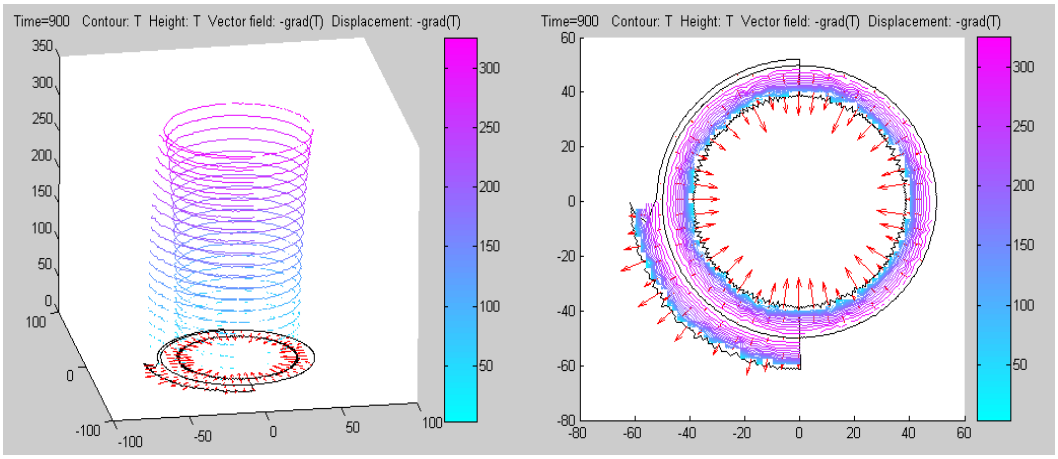
64. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина. Москва: Мир, 1988. 352 с

65. Чугреев Л. И., Усупов С.С. Тяговое усилие при переменном коэффициенте трения между лентой и барабаном ленточного конвейера. Изв. вузов. Горный журнал. 1990. №7. С. 72-75

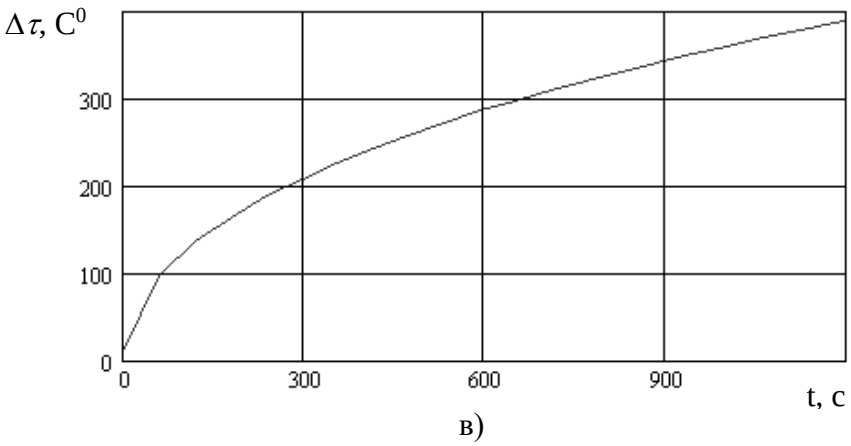
66. Шмелев В.Е. Partial Differential Equations Toolbox. Инструментарий решения дифференциальных уравнений в частных производных. URL: https://www.mathworks.com/help/pde/getting-started-with-partial-differential-equation-toolbox.html?s_tid=CRUX_lftnav (дата звернення: 13.08.2024).

Додаток А

Режими роботи приводного барабана як моделі з розподіленими параметрами при зміні характеру завантаження конвеєра



а) б)



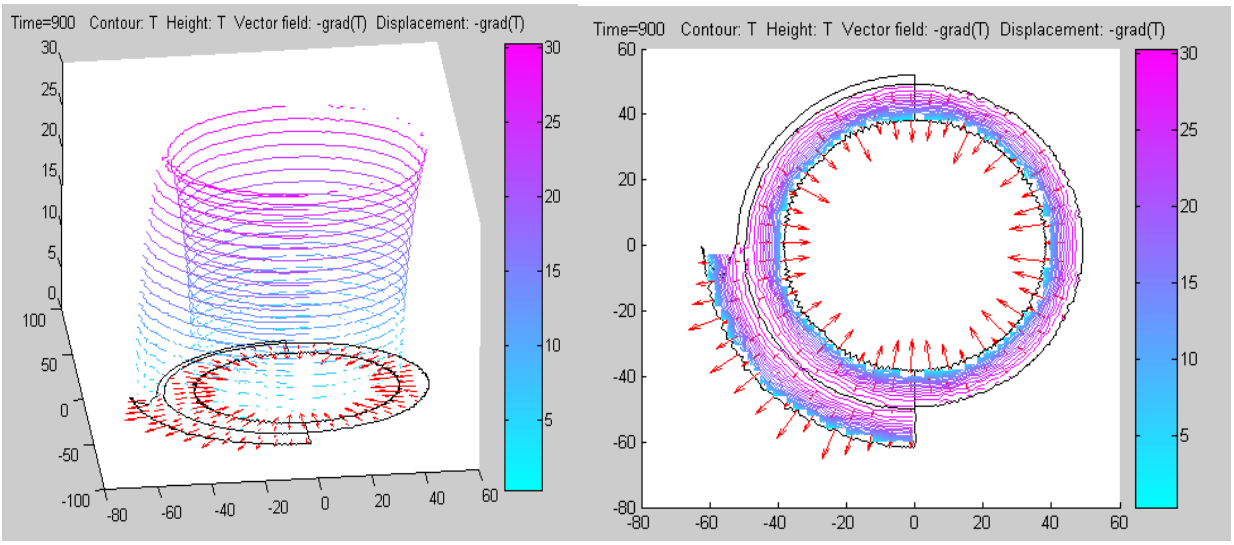
в)

Рис. А.1 Розподіл температури на приводному барабані внаслідок пробуксування стрічки:

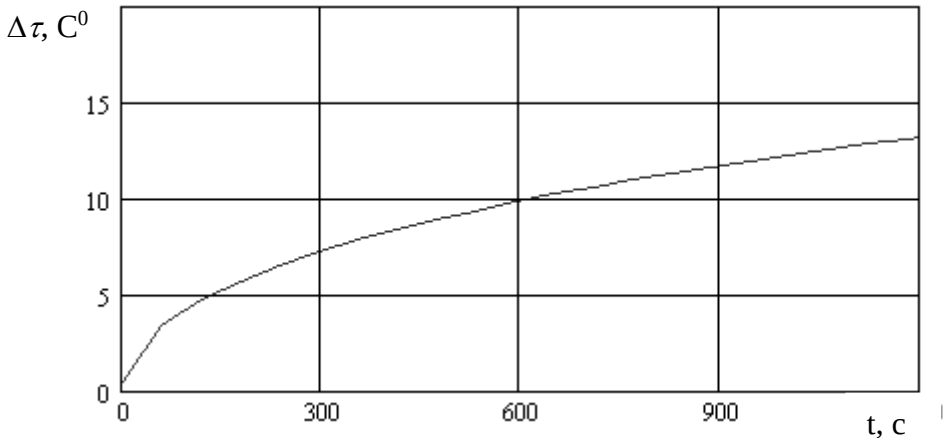
а) розподіл температури у тривимірній області;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



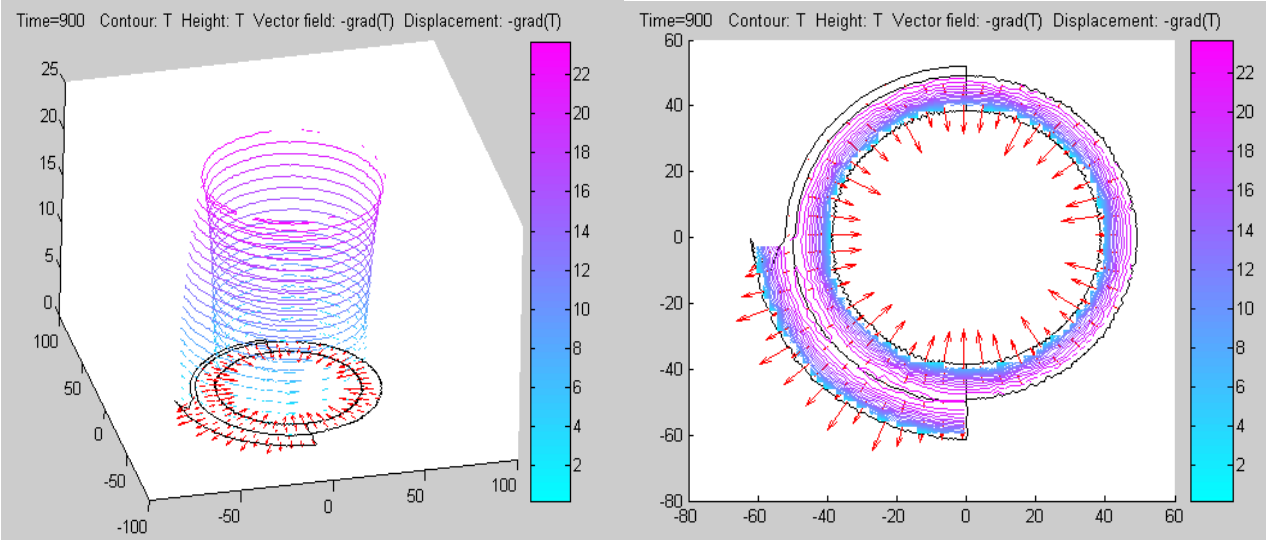
в)

Рис. А.2 Результати моделювання температурного розподілу при максимальній тяговій здатності конвеєра:

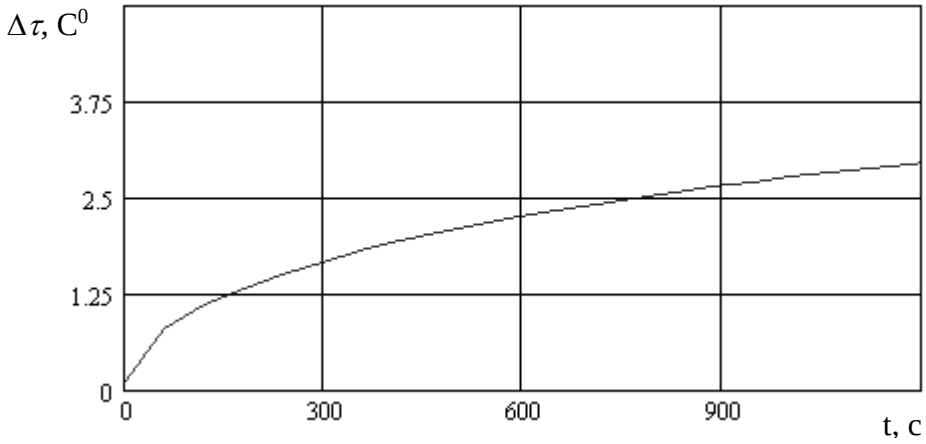
а) розподіл температури у тривимірній області;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



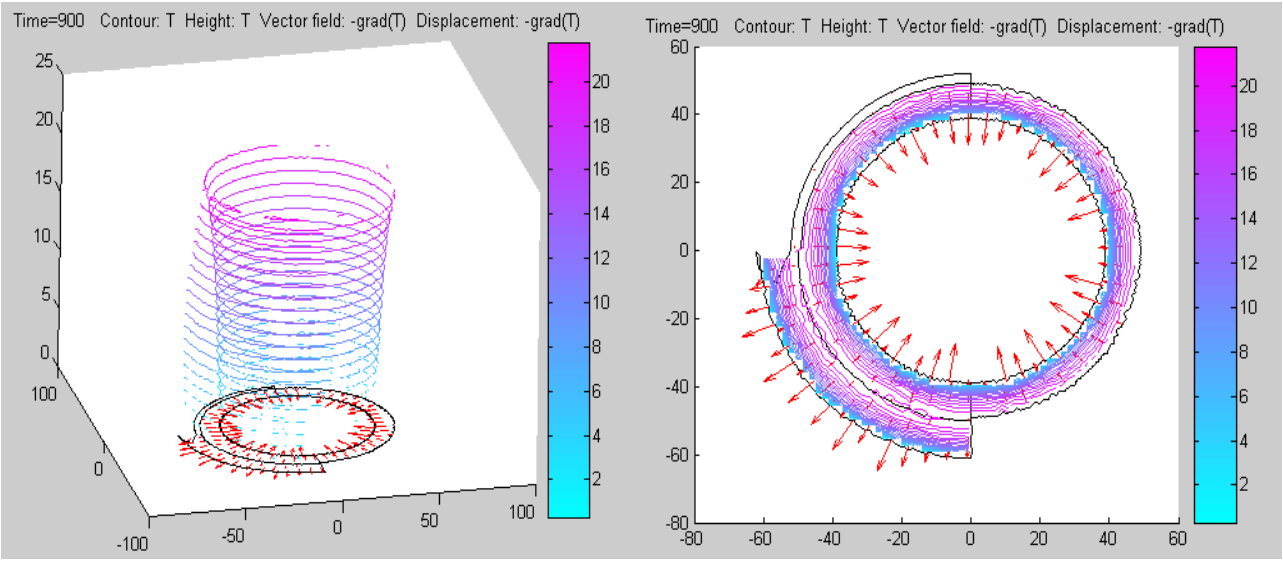
в)

Рис. А.3 Результати моделювання режиму роботи приводного барабана при номінальному натягу стрічки:

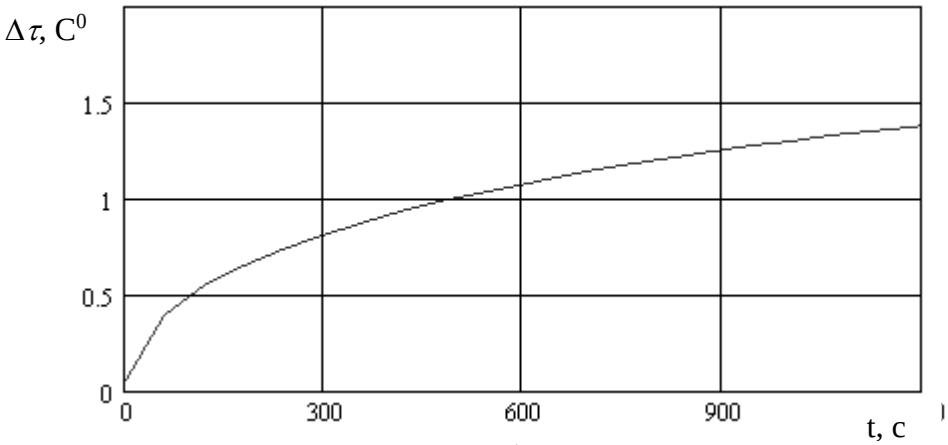
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



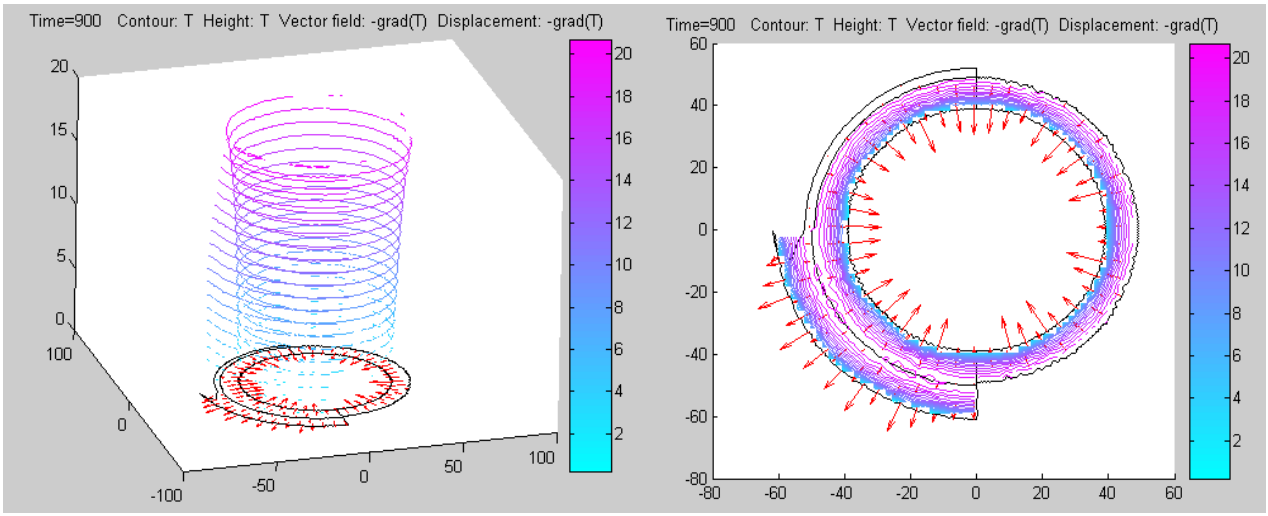
в)

Рис. А.4 Результати моделювання роботи приводного барабана при окружному зусиллі W=2.5·10^4 Н та $S_{нат}$=100 %:

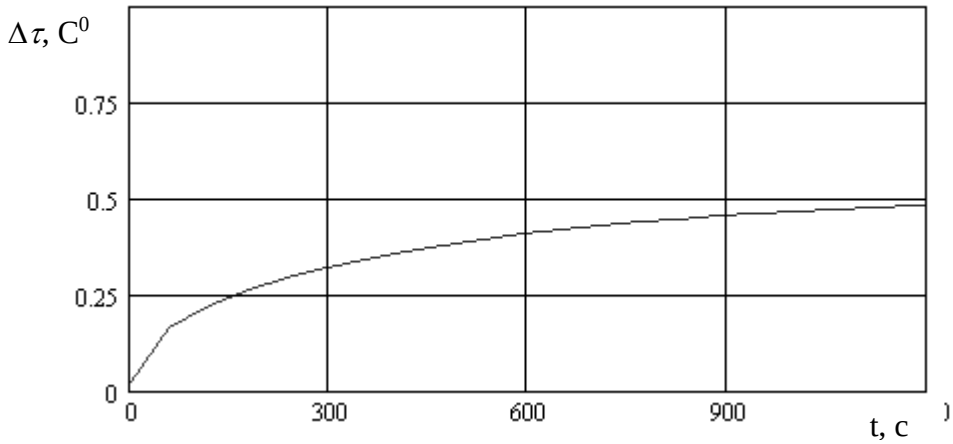
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



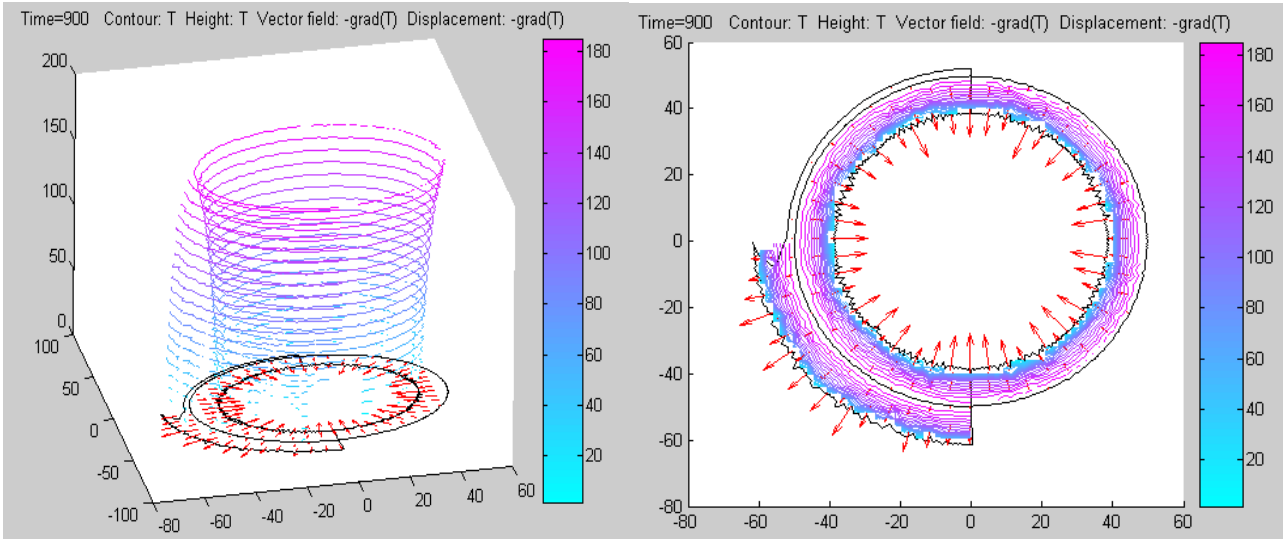
в)

Рис. А.5 Результати моделювання роботи приводного барабана при окружному зусиллі W=1.8·10^4 Н та $S_{нат}$=100 %:

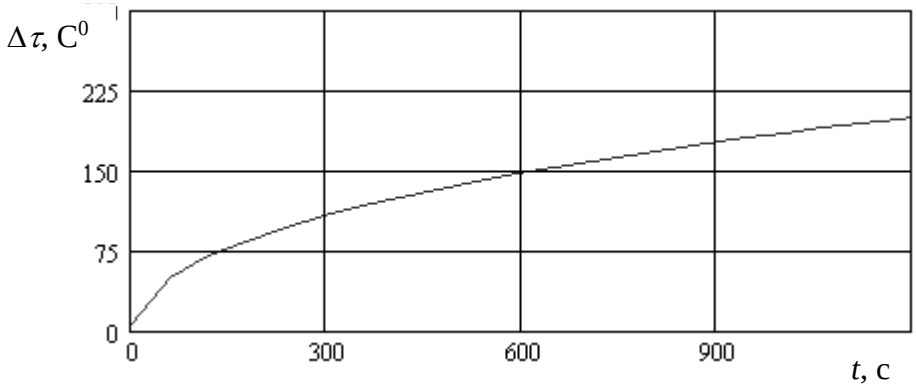
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



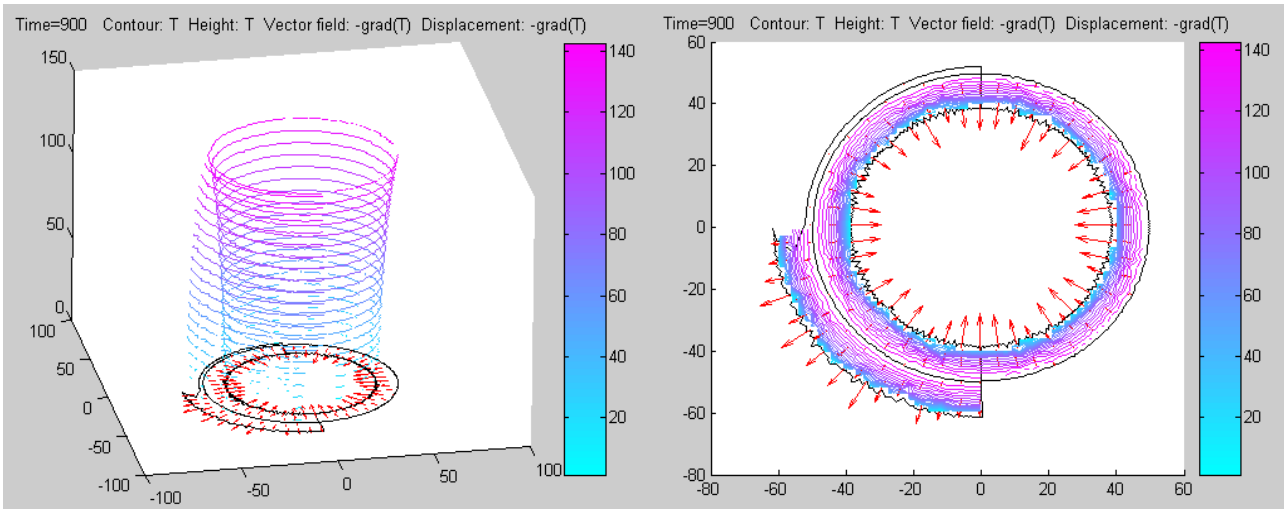
в)

Рис. А.6 Результати моделювання аварійного режиму роботи:

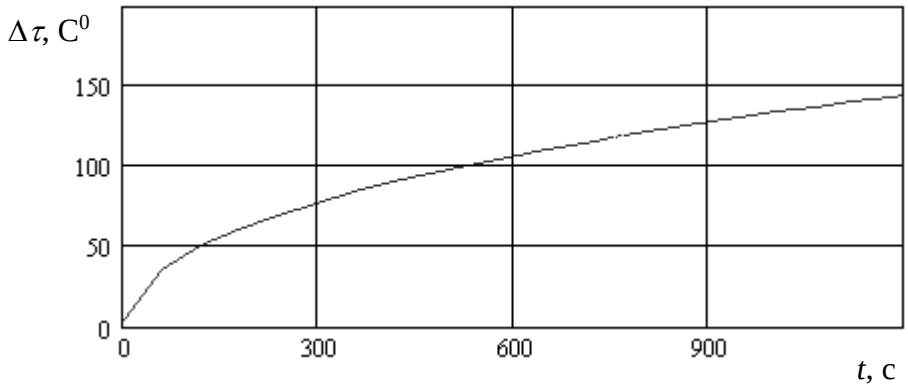
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



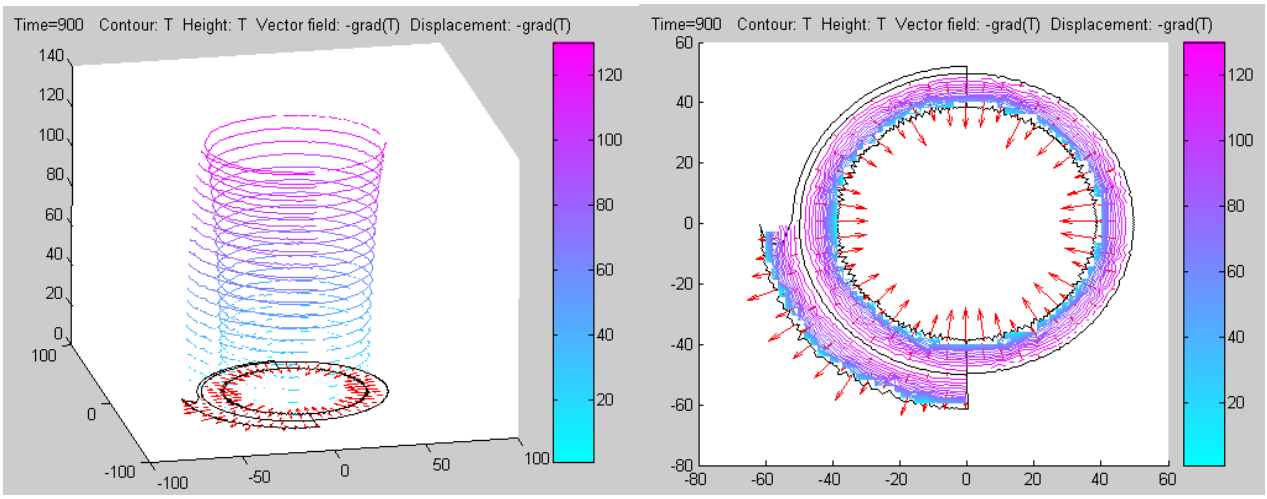
в)

Рис. А.7 Результати моделювання для режиму роботи v=1.2 м/с, $\alpha_{кв}$=180 град.:

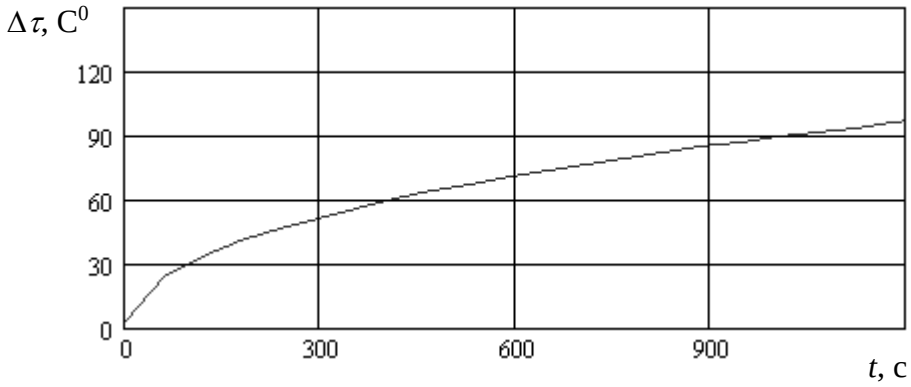
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



в)

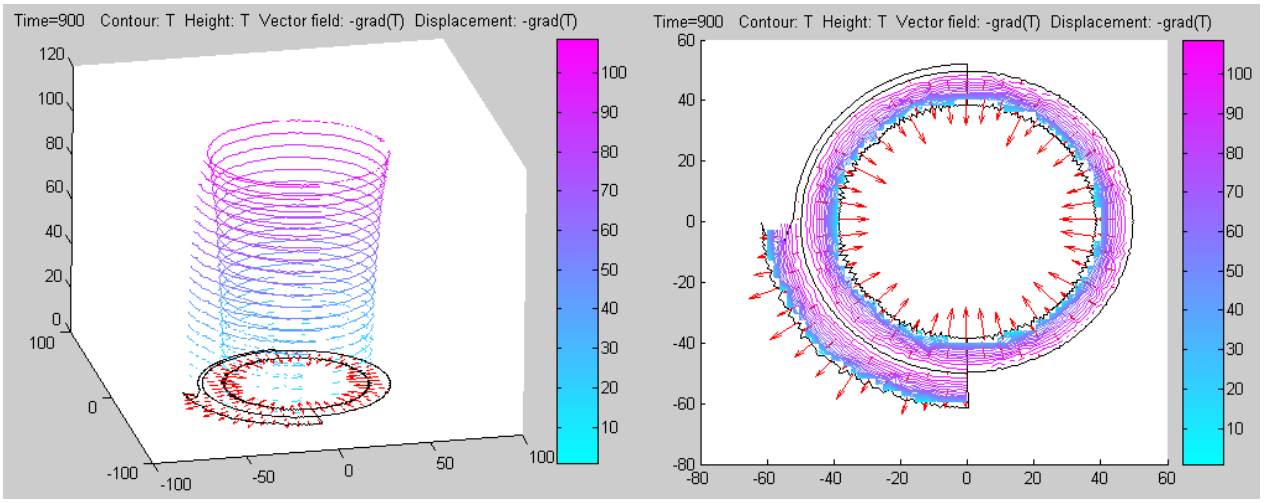
Рис. А.8 Результати моделювання для режиму роботи

v=1.0 м/с, $\alpha_{кв}$=180 град.:

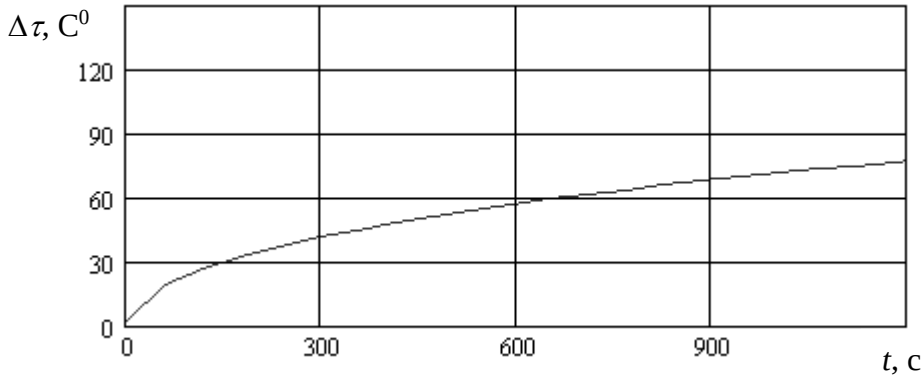
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



в)

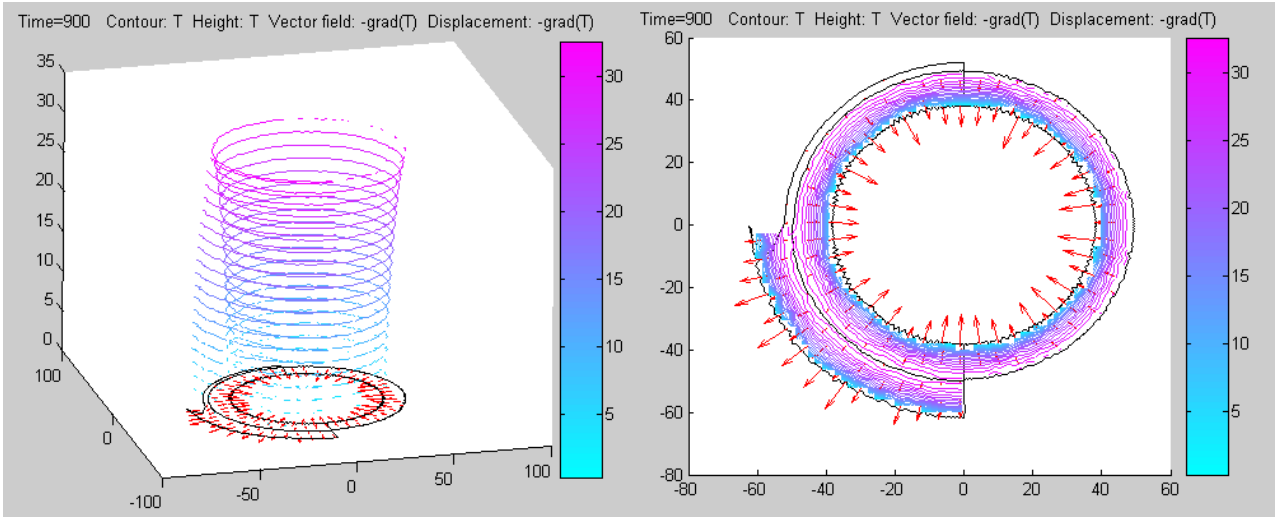
Рис. А.9 Результати моделювання для режиму роботи

v=0.8 м/с, $\alpha_{кв}$=180 град.:

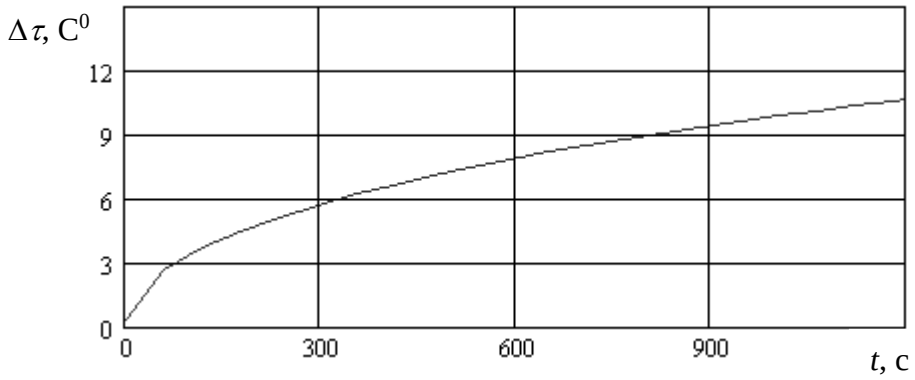
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



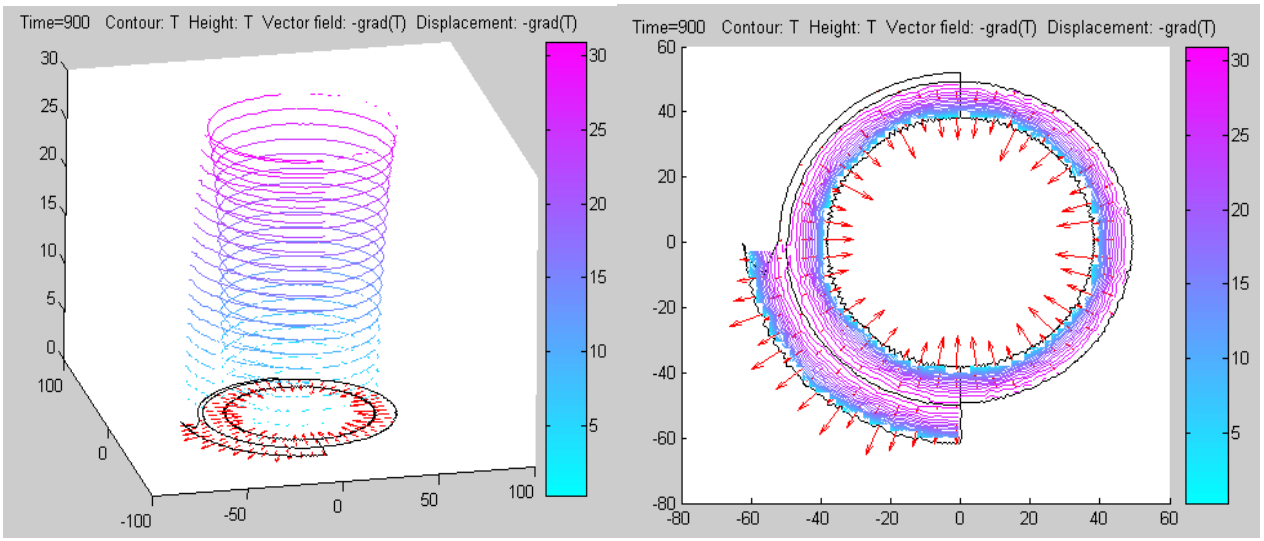
в)

Рис. А.10 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана для v=1.5 м/с, $\alpha_{кв}$=145 град.:

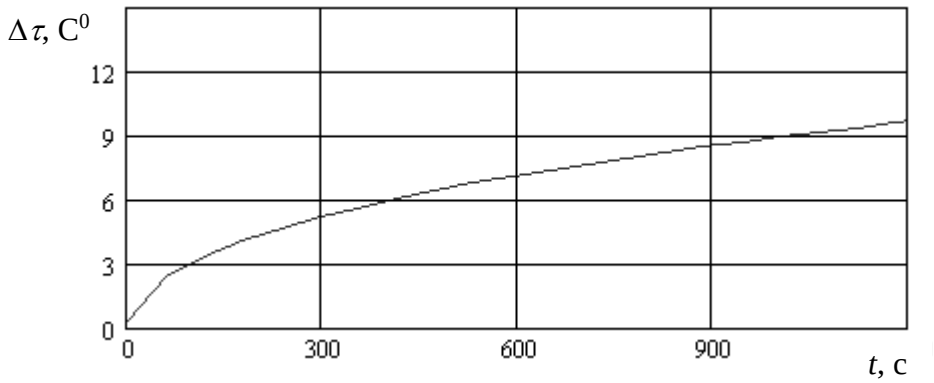
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



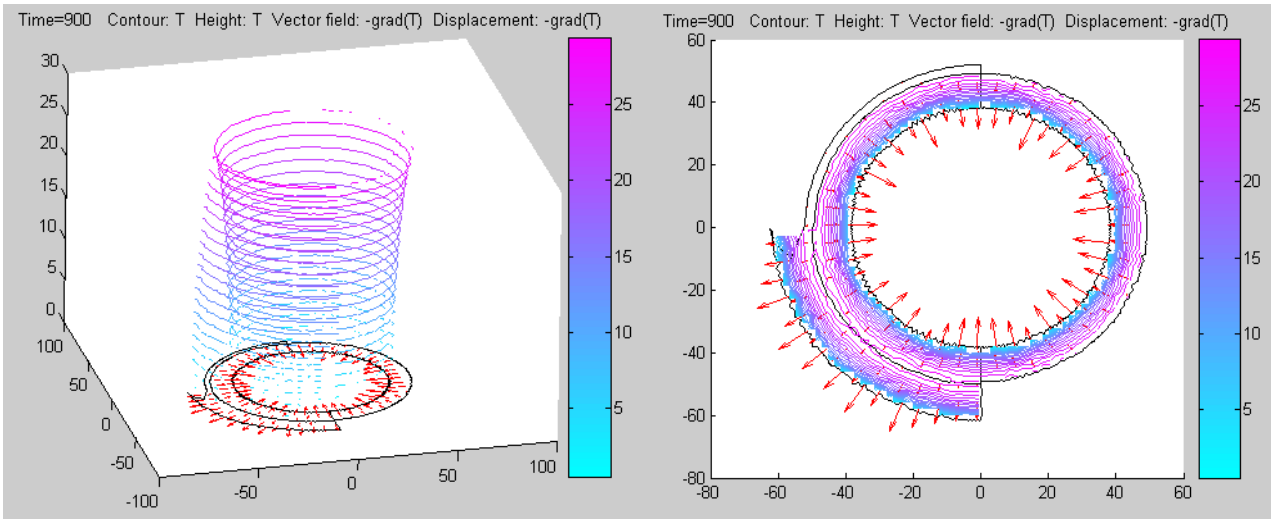
в)

Рис. А.11 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.2 м/с, $\alpha_{кв}$=145 град.:

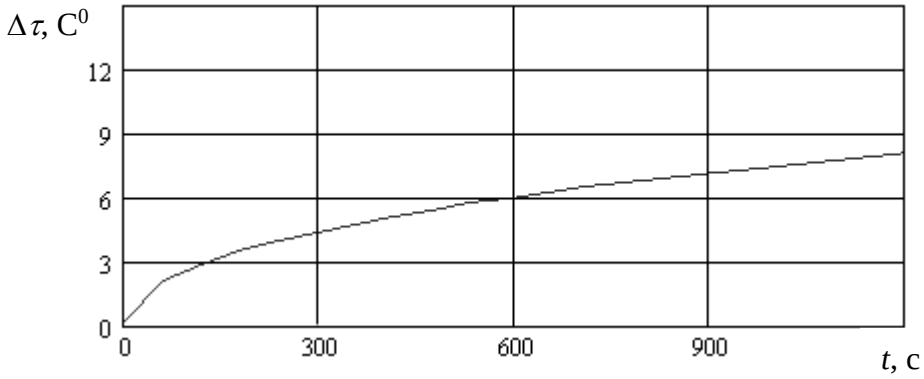
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



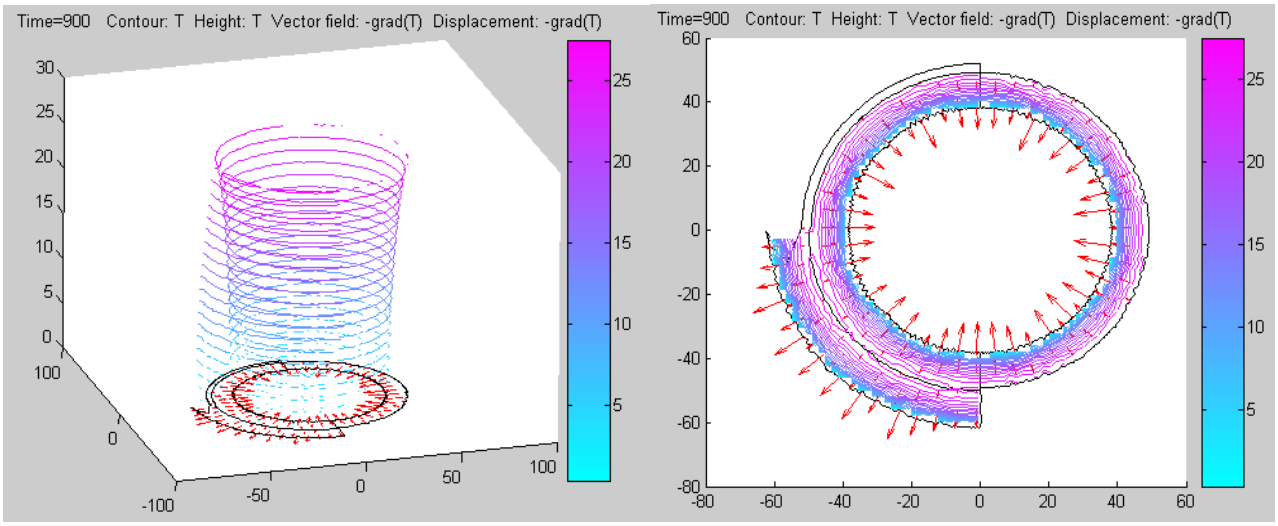
в)

Рис. А.12 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.0 м/с, $\alpha_{кв}$=145 град.:

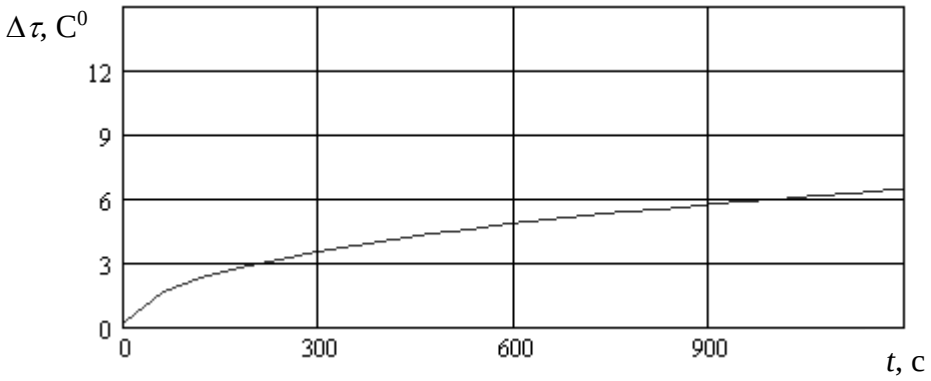
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



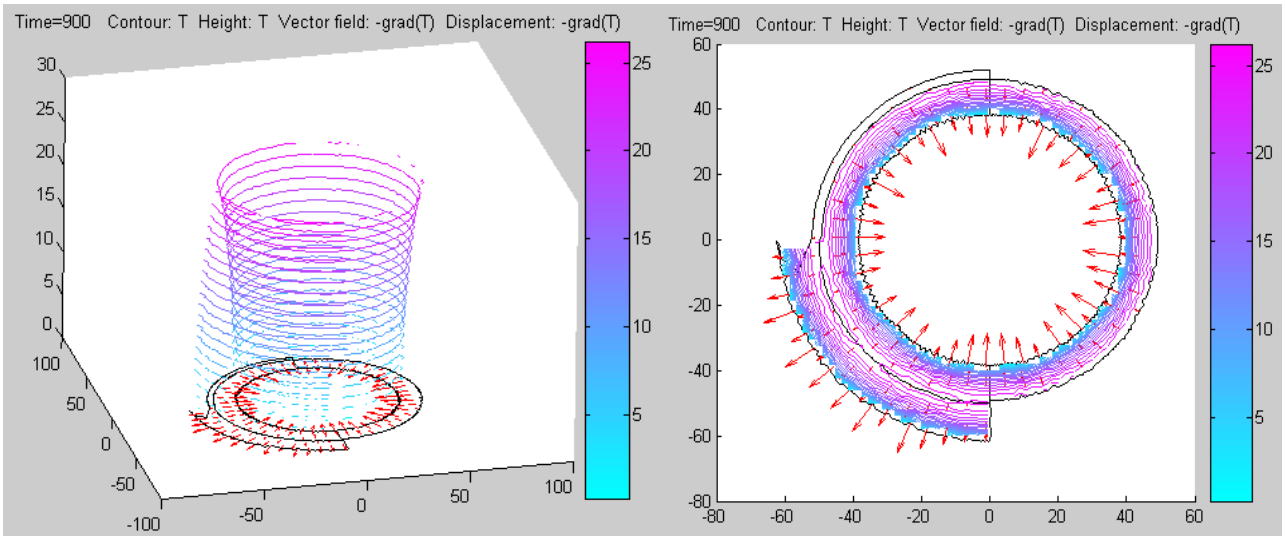
в)

Рис. А.13 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=0.8 м/с, $\alpha_{кв}$=145 град.:

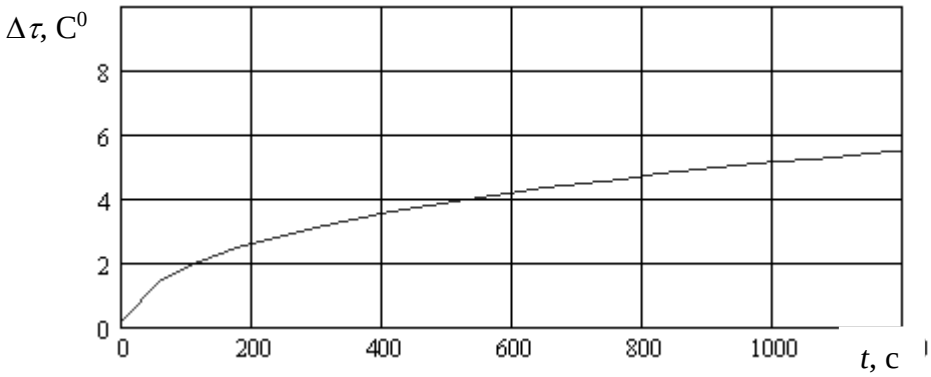
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



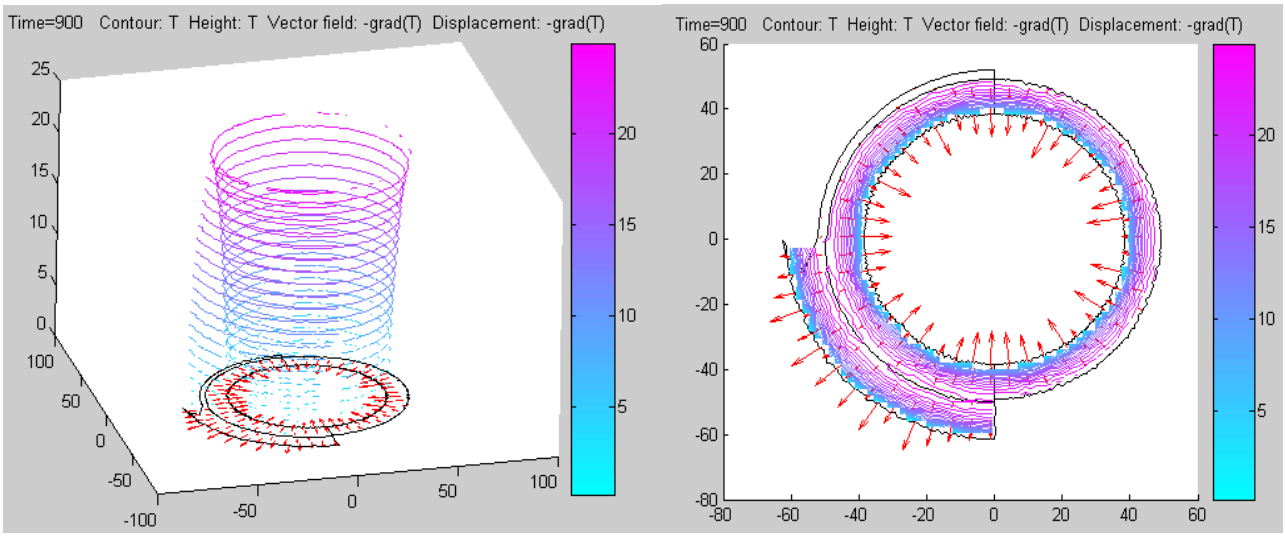
в)

Рис. А.14 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.5 м/с, $\alpha_{кв}$=115 град.:

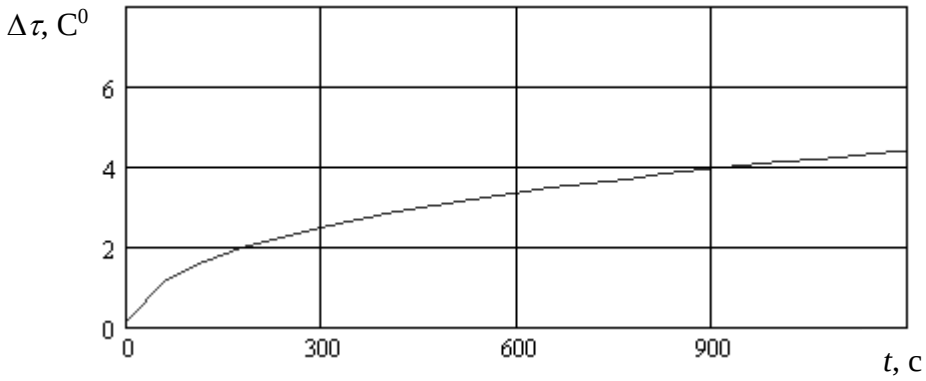
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



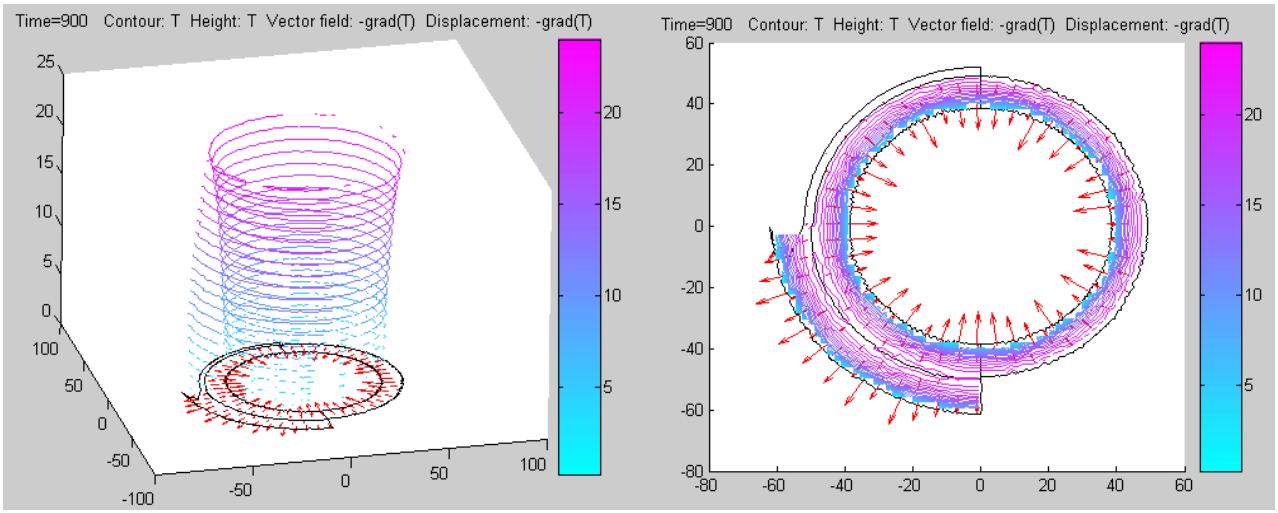
в)

Рис. А.15 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.2 м/с, $\alpha_{кв}$=115 град.:

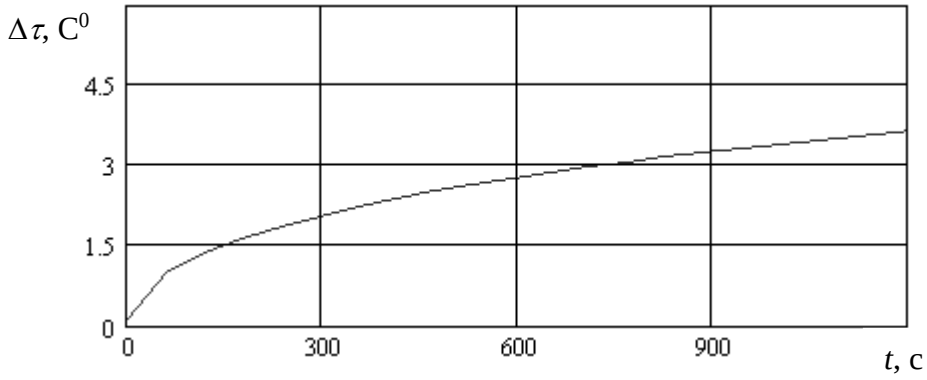
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



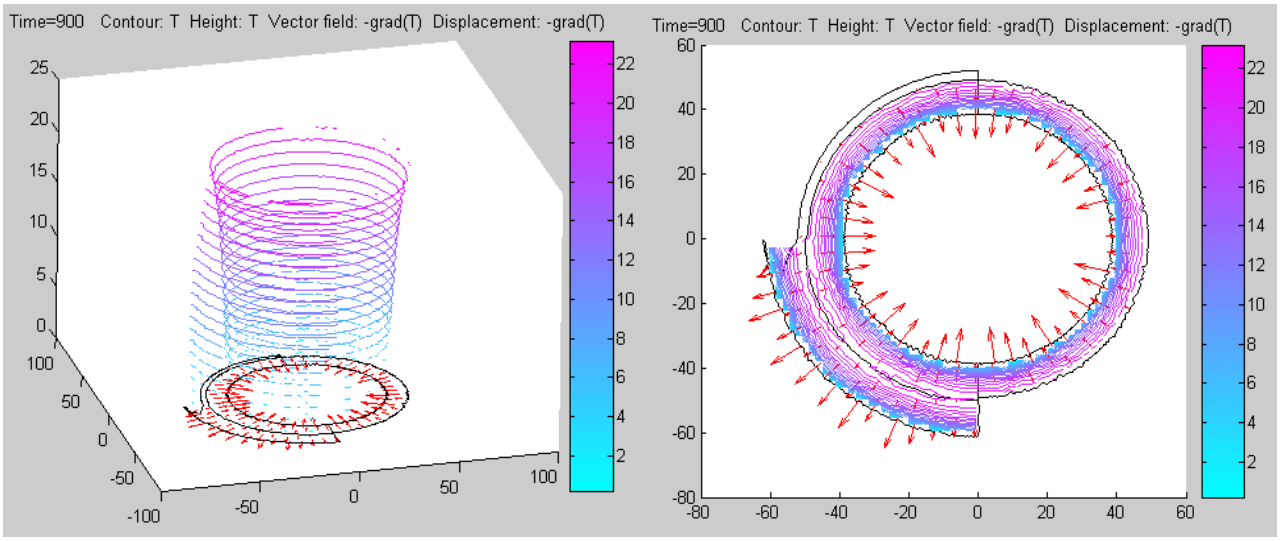
в)

Рис. А.1. Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.0 м/с, $\alpha_{кв}$=115 град. и v=1.5 м/с, $\alpha_{кв}$=90град.:

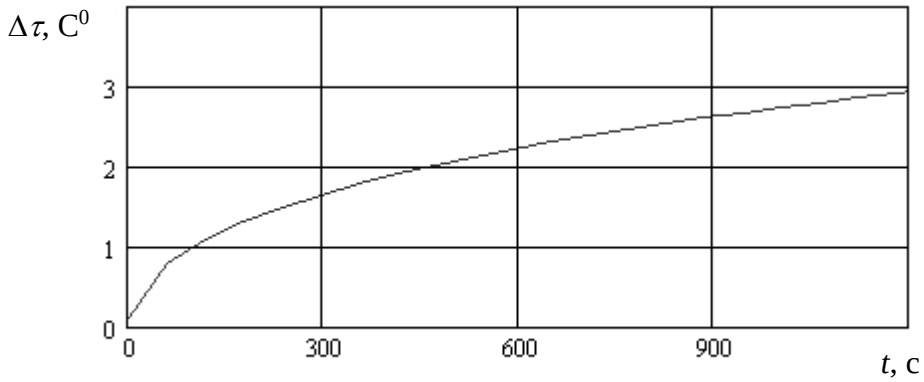
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



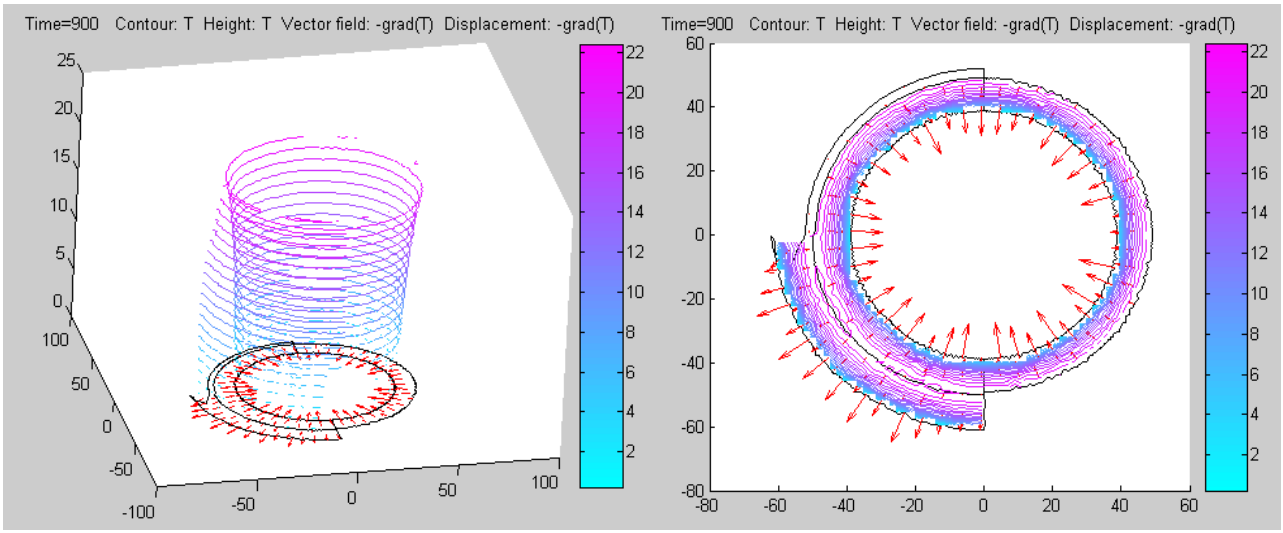
в)

Рис. А.17 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=0.8 м/с, $\alpha_{кв}$=115 град. и v=1.2 м/с, $\alpha_{кв}$=90град.:

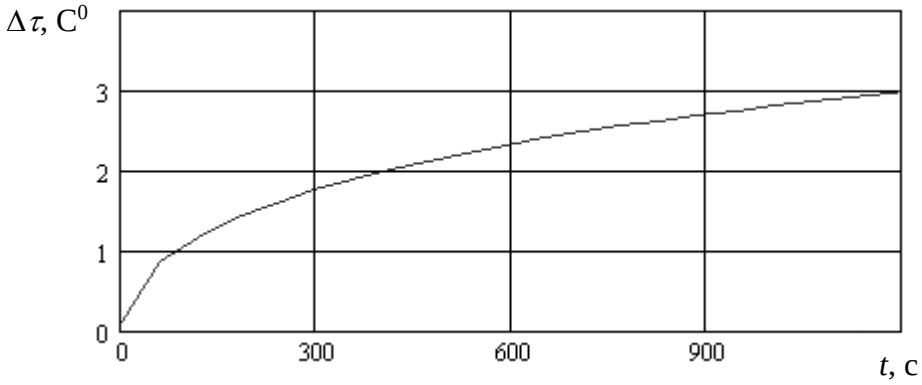
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



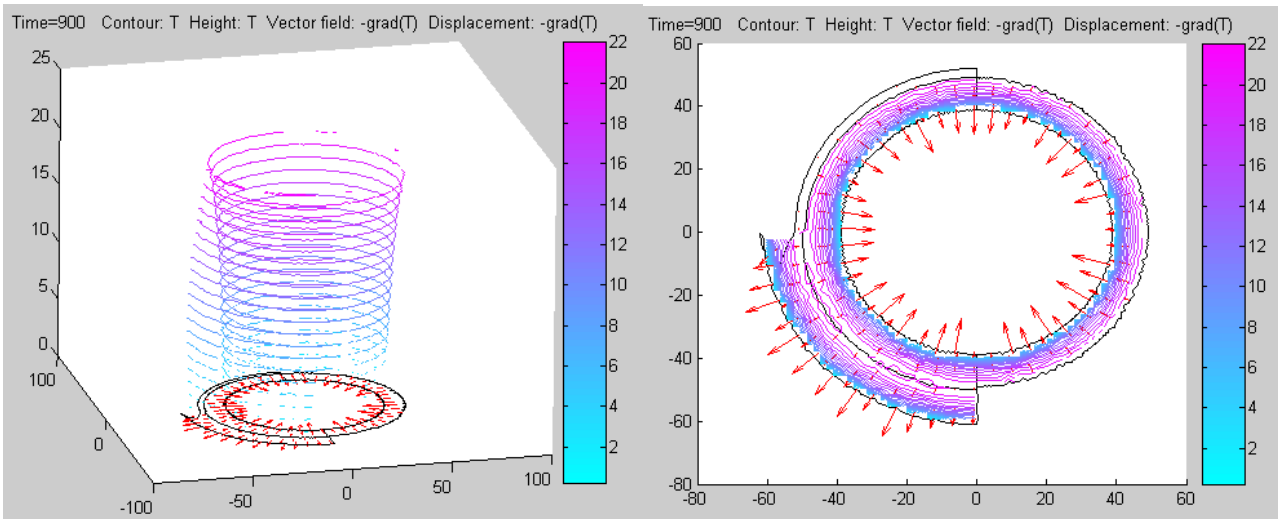
в)

Рис. А.18 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.0 м/с, $\alpha_{кв}$=90град.:

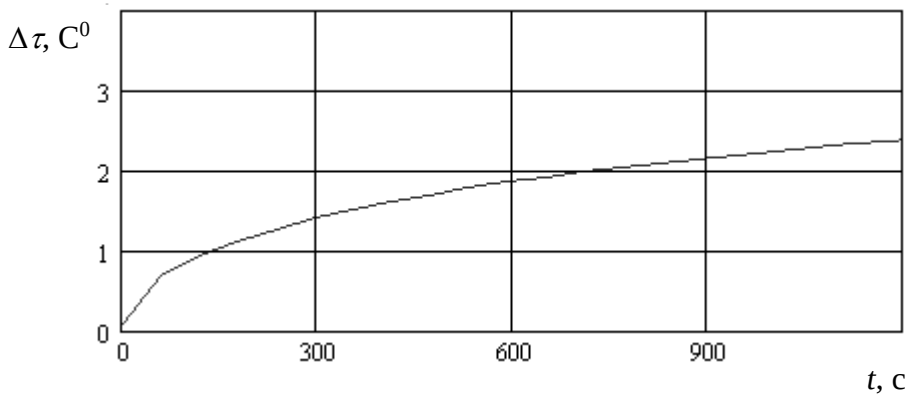
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



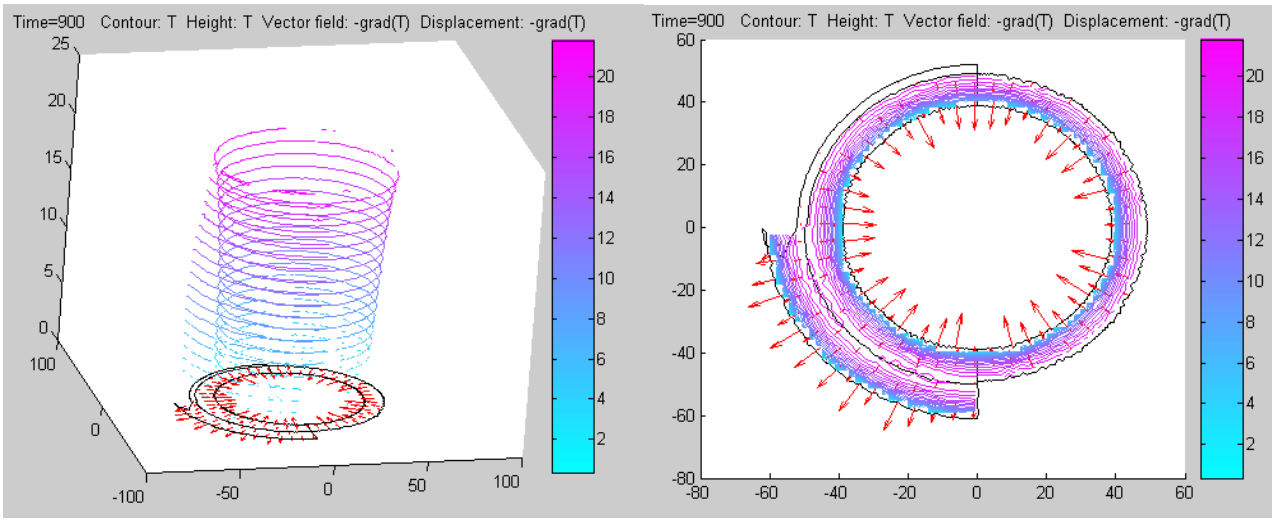
в)

Рис. А.19 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=0.8 м/с, $\alpha_{кв}$=90град. и v=1.5 м/с, $\alpha_{кв}$=60град.:

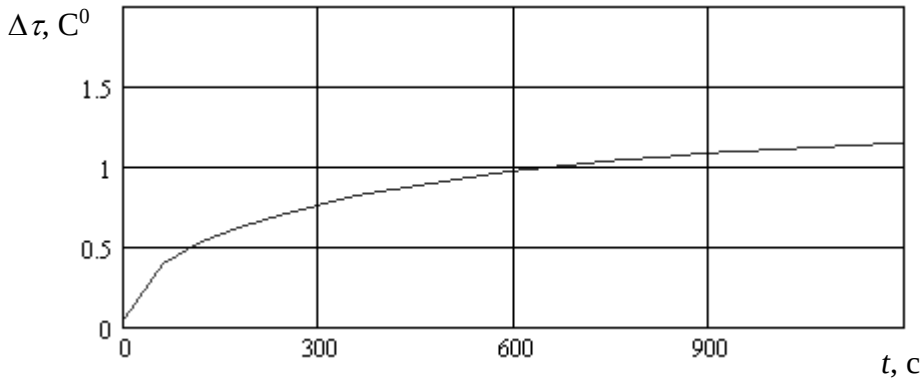
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



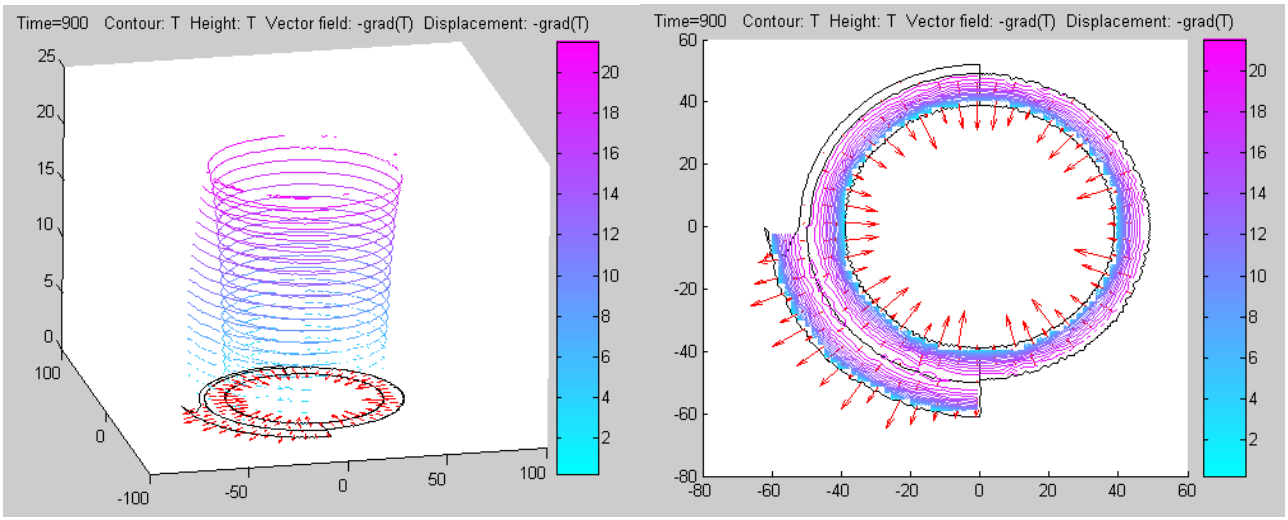
в)

Рис. А.20 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.2 м/с, $\alpha_{кв}$=60град.:

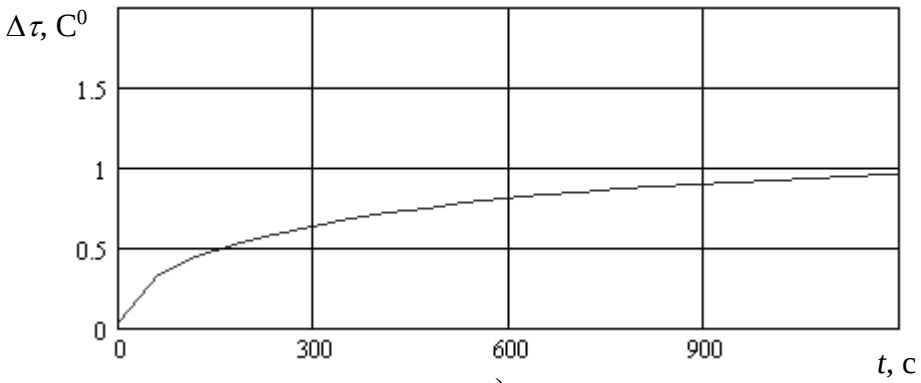
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



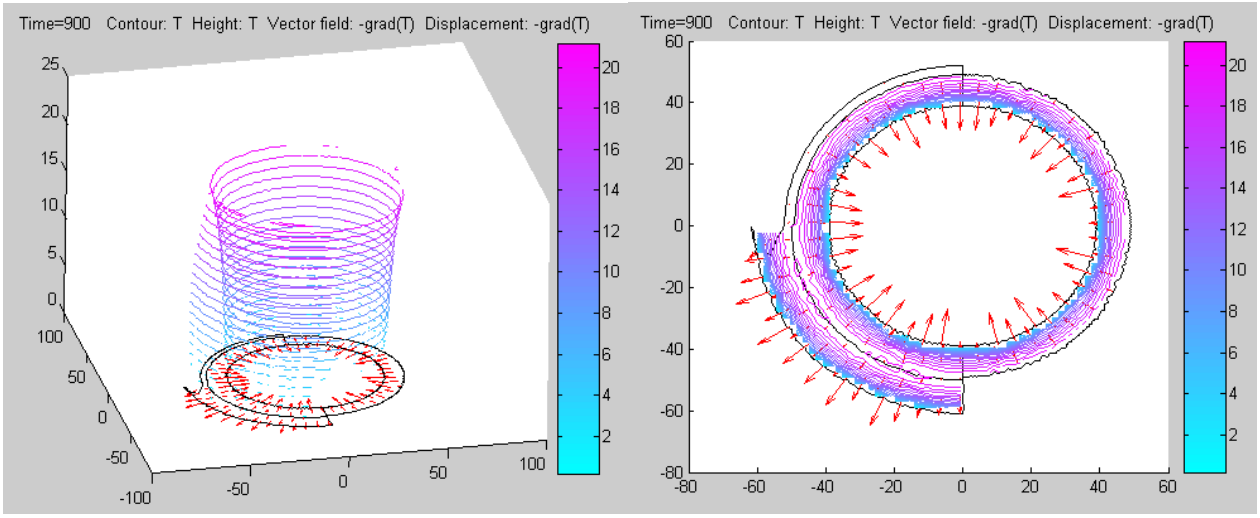
в)

Рис. А.21 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=1.0 м/с, $\alpha_{кв}$=60град.:

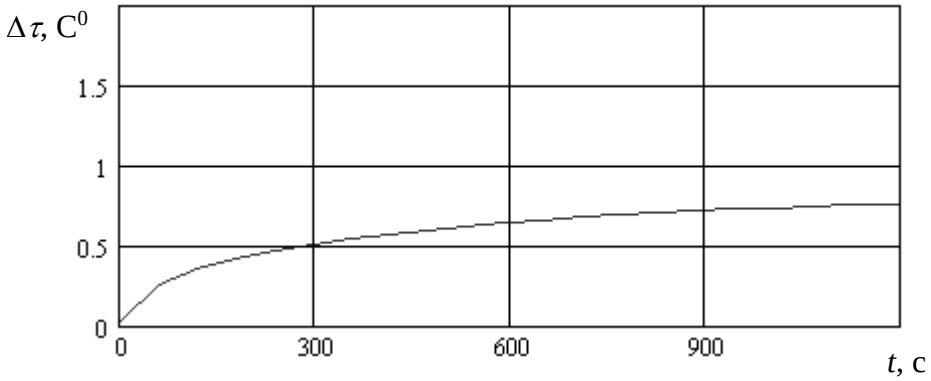
а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані



а) б)



в)

Рис. А.22 Результати моделювання для режиму роботи приводного барабана v=0.8 м/с, $\alpha_{кв}$=60град.:

а) розподіл температури у тривимірному поданні;

б) розподіл температури у двомірній просторовій площині;

в) збільшення температури на приводному барабані