УДК 622.723: 004.275

М.П. ТИХАНСКИЙ<sup>-</sup>, канд. техн. наук, доц., С.Л. ЦВИРКУН, преподаватель Криворожский национальный университет

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА КЛАСТЕРОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ГУСТАФСОНА-КЕССЕЛЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РАЗНОВИДНОСТЕЙ ЖЕЛЕЗНОЙ РУДЫ

Рассмотрена задача кластерного анализа в условиях неопределенности для формирования автоматического управления процессом сортировки крупнокускового железорудного сырья с оперативным распознаванием его минералого-технологических разновидностей отдельных кусков в потоке на конвейерной ленте учитывая физикомеханические свойства. Кластер-анализ получил широкое применение в различных отраслях, где имеются множества объектов произвольной природы, которые необходимо автоматически разбить на кластера. Все алгоритмы кластеризации можно подразделить на две группы: алгоритмы с заданным количеством кластеров и алгоритмы, которые сами устанавливают оптимальное количество кластеров. Наиболее предпочтительными алгоритмами кластеранализа являются алгоритмы, которые сами устанавливают количество кластеров или алгоритмы самоорганизации, одним из которых является алгоритм Густавссона-Кесселя. Оценка качества кластеризации была проведена с использованием скалярных мер достоверности. Проведены экспериментальные исследования показателей качества кластеризации от количества кластеров для определения минералого-технологических разновидностей железной руды. Было установлено по результатам проведенных исследований, что для формирования автоматического управления сортировкой кусковой руды с оперативным распознаванием минералого-технологических разновидностей отдельных кусков в потоке, с помощью нечеткой кластеризации её характеристик, оптимальным количеством кластеров, является 7, при этом необходимо 29 итераций.

**Ключевые слова:** нечеткая кластеризация, кластер, метод Густафсона-Кесселя, рудоподготовка, сортировка руды.

Проблема и ее связь с практическими задачами. Необходимость снижения себестоимости и повышения технико-экономических показателей обогащения магнетитовой руды ставит задачи совершенствования технологии и методов управления обогащением в целом и рудоподготовкой в частности. На данный момент отечественные горнообогатительные комбинаты перерабатывают в среднем 5-8 технологических разновидностей руды со значительным различием значений характеристик в каждой [1,2]. В таких условиях одним из наиболее перспективных технологических и экономических производственных резервов является снижение затрат на транспортировку горной массы и энергетических затрат на переработку отдельных технологических разновидностей руды, в частности относящихся к «доменной» руде, которая после добычи может быть направлена в металлургический передел без переработки на обогатительной фабрике. Несмотря на значительное количество выполненных работ, задача формирования достаточно эффективного автоматического управления процессом предобогащения железных руд в условиях подземной добычи и обогатительных фабрик не получила достаточно полного решения. Следовательно, вопросы автоматизации процессов управления сортировкой кускового рудного материала с учетом физико-механических свойств технологических разновидностей железных руд являются важными, актуальными и требуют проведения дальнейших исследований.

**Анализ исследований и публикаций.** Для формирования автоматического управления процессом сортировки крупнокускового железорудного сырья с оперативным распознаванием его технологических разновидностей отдельных кусков в потоке целесообразно использовать операцию кластеризации. Кластер-анализ, или автоматическая классификация получили широкое применение в различных отраслях, всюду где имеются множества объектов произвольной природы, описываемых в виде векторов  $x = \{x_1, x_2, ..., x_N\}$ , которые необходимо автоматически разбить на группы "схожих" объектов, называемых кластерами.

Большинство алгоритмов кластеризации не опираются на традиционные для статистических методов допущения. Они могут использоваться в условиях почти полного отсутствия информации о законах распределения данных. Кластеризацию проводят для объектов с количественными, качественными или смешанными признаками.

<sup>©</sup> Тиханский М.П., Цвиркун С.Л., 2015

Существует множество методов кластеризации, которые можно классифицировать на четкие и нечеткие. Четкие методы кластеризации разбивают исходное множество объектов X на несколько непересекающихся подмножеств. При этом любой объект из Х принадлежит только одному кластеру.

Нечеткие методы кластеризации позволяют одному и тому же объекту принадлежать одновременно нескольким (или даже всем) кластерам, но с различной степенью.

Нечеткая кластеризация во многих ситуациях более "естественна", чем четкая, например, для объектов, расположенных на границе кластеров [3,4].

Все известные алгоритмы кластеризации можно подразделить на две основные группы: алгоритмы с априорно заданным количеством кластеров и алгоритмы, сами устанавливающие оптимальное количество кластеров.

Если количество кластеров неизвестно, то наиболее предпочтительными алгоритмами являются алгоритмы, сами устанавливающие количество кластеров или алгоритмы самоорганизации, одним из которых является алгоритм Густавссона-Кесселя [5].

Цель исследования. При распознавании технологических разновидностей железорудного сырья были проведены исследования с целью определения оптимального количества кластеров при использовании метода Густафсона-Кесселя.

Изложение материала и результаты. Кластеризация производилась по следующему алгоритму [6,7]. В процессе оптимизации были приняты следующие значения параметров: весовой показатель m=2, значение допуска для остановки вычислений  $\varepsilon=0.001$ , определитель для каждого кластера  $\rho=1$ .

После инициализации матрицы принадлежности случайными значениями  $U^{(0)} \in M_{\ell c}$  на каждом шаге l=1,2,... выполняем следующие шаги.

Вычисляем центры кластеров

$$v_i^{(l)} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{N} (\mu_{ik}^{(1-1)})^{m_{Xk}}}{\sum\limits_{k=1}^{N} (\mu_{ik}^{(1-1)})^{m}}, 1 \le i \le c.$$
(1)

Вычисляем ковариационные матрицы кластеров

$$F_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^{N} (\mu_{ik}^{(1-1)})^m (x_k - v_i^{(l)}) (x_k - v_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^{N} (\mu_{ik}^{(1-1)})^m}, 1 \le i \le c.$$
 (2)

Добавляем масштабированную единичную матрицу

$$F_i := (1 - \gamma)F_i + \gamma(F_0)^{1/n}I. \tag{3}$$

 $F_i := (1-\gamma)F_i + \gamma (F_0)^{1/n}I \ . \eqno(3)$  Определяем собственные значения  $\lambda_{ij}$  и собственные вектора  $\phi_{ij}$ , определяем  $\lambda_{i,\max} = \max_j \lambda_{il}$  . Восстанавливаем значение  $F_i$ 

$$F_{i} = [\phi_{i}, 1...\phi_{i,n}] diag(\lambda_{i,1}...\lambda_{i,n}) [\phi_{i,1}..\phi_{i,n}]^{-1}.$$
(4)

Вычисляем расстояния

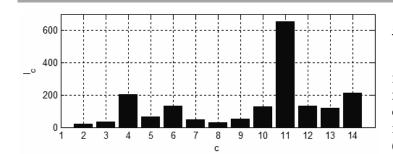
$$D_{ik_{A1}}^{2}(x_{k}, y_{i}) = (x_{k} - v_{i}^{(l)})^{T} \left[ (\rho_{i} \det(F_{i}))^{\frac{1}{n}} F_{i}^{-1} \right] (x_{k} - v_{i}^{(l)}).$$
 (5)

Рассчитываем значения элементов матрицы принадлежности по формуле

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{e} \left( D_{ikA}, (x_k, v_i) D_{jk}(x_k, v_j) \right)^{2/(m-1)}}, 1 \le i \le c, 1 \le k \le N.$$
 (6)

До тех пор пока не будет выполнено условие остановки расчетов  $\left\|U^{(l)}-U^{(1-1)}\right\|<arepsilon$  .

В процессе оптимизации были приняты следующие значения параметров: m=2,  $\varepsilon=0.001$ ,  $\rho=1$ для каждого кластера. В процессе исследования количество кластеров с варьировалось от 2 до 14.

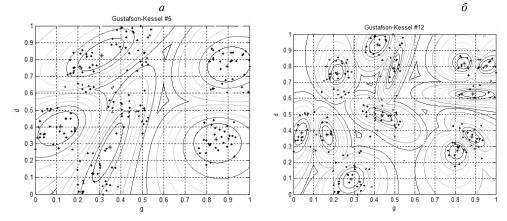


**Рис. 1.** Количество итераций при различном количестве кластеров

Наименьшее количество итераций потребовалось при разделении характеристик проб железорудного сырья на 2 кластера - 20, наибольшее - 654 при разделении на 11 (рис. 1).

Результаты кластеризации ха-

рактеристик руды кусковой руды приведены на рис. 2.



**Рис. 2.** Результаты кластеризации характеристик кусков руды при различном количестве кластеров: a - 5 кластеров;  $\delta$  - 12 кластеров

Оценка качества кластеризации была проведена с использованием скалярных мер достоверности [7].

Графическое представление зависимостей показателей качества кластеризации от количества кластеров по алгоритму Густафсона-Кесселя приведено на рис. 3-9.

Коэффициент распределения РС, зависимость которого от количества кластеров показана на рис. 3, является недостаточно информативным [4].

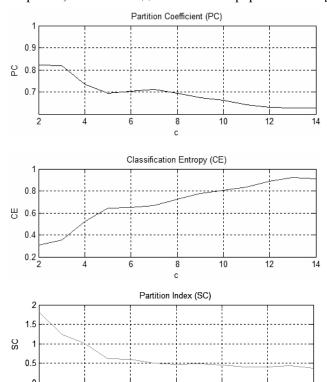


Рис. 3. Коэффициент распределения (РС)

При этом, следует отметить локальный всплеск при количестве кластеров c=7.

Слабую зависимость от анализируемых данных имеет показатель энтропии классификации СЕ: с увеличением количества кластеров значение функции монотонно возрастает (рис. 4).

Рис. 4. Энтропия классификации (СЕ)

Показатель распределения SC сравнительно быстро убывает при увеличении количества кластеров с 2 до 7 (рис. 5), после чего убывание существенно замедляется [8].

Рис. 5. Показатель распределения (SC)

Зависимость показателя разделения S от количества кластеров приведена на рис. 6 [8].

Здесь наблюдаются существенные колебания показателя при увеличении количе-

ства кластеров с 2 до 7 и сравнительно медленный спад при дальнейшем увеличении.

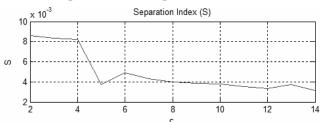


Рис. 6. Показатель разделения (S)

Показатель Кси-Бени XB изменяется достаточно сильно (рис. 7), что не позволяет однозначно определить оптимальное количество кластеров [9].

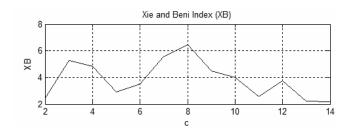


Рис. 7. Показатель Кси-Бени

Показатель Данна DI (рис. 8) указывает на то, что оптимальным количеством кластеров является c=7 [6].

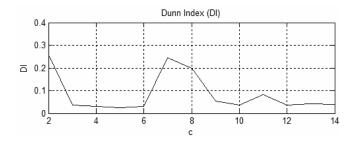


Рис. 8. Показатель Данна

Значение альтернативного показателя. Данная ADI, зависимость которого от количества кластеров приведена на рис. 9, достаточно сильно убывает с увеличением количества кластеров до 7, а с последующим увеличением практически не изменяется.

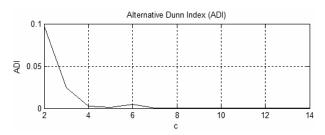
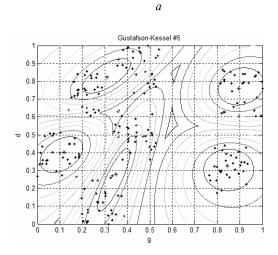


Рис. 9. Альтернативный показатель Данна

Результаты проведенных исследований показали, что оптимальным количеством кластеров при определении технологических разновидностей железорудного сырья является c=7, при этом необходимо 29 итераций.

<sup>с</sup> Результаты кластеризации с помощью алгоритма Густафсона-Кесселя при количестве кластеров от пяти до девяти приведены на рис. 10.

б



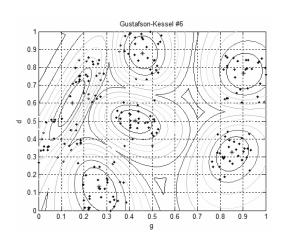
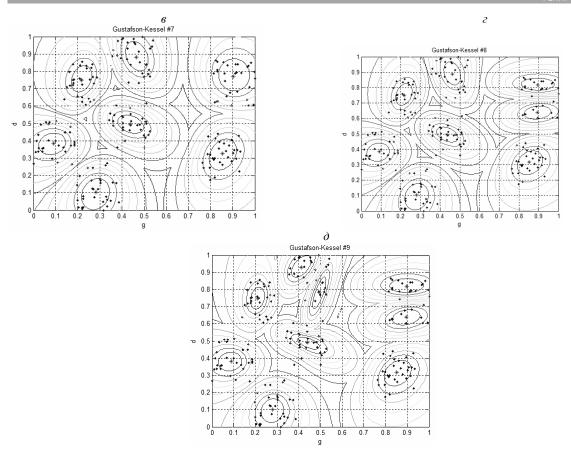


Рис. 10. Результаты кластеризации характеристик кусков руды при различном количестве кластеров



**Рис. 10.** Результаты кластеризации характеристик кусков руды при различном количестве кластеров (Продолжене рис. 10)

**Выводы.** Таким образом, формирование автоматического управления сортировкой кусковой руды с оперативным распознаванием минералого-технологических разновидностей отдельных кусков в потоке, осуществлялось с помощью нечеткой кластеризации её характеристик с использованием алгоритма Густафсона-Кесселя.

Результаты проведенных исследований показали, что оптимальным количеством кластеров при определении технологических разновидностей железорудного сырья, гематитовых разновидностей руд месторождений Кривбасса, является c=7, при этом необходимо 29 итераций вычисленных с заданной точностью.

## Список литературы

- 1. **Губіна В. Г.** Проблема залізовмісних відходів гірничо-металургійного комплексу України системний підхід / **В. Г. Губіна, Б. О. Горлицький** // 3б. наук. праць Інституту геохімії навколишнього середовища. 2009. Вип. 17. = С. 79-92.
- 2. **Губін Г. Г.** Гірничо-металургійний комплекс України між кризами / **Г. Г. Губін, А. Г. Губіна** // Вісник КТУ. –2010. Вип. 25. С. 218-224.
- 3. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику / С.Д. Штовба. Режим доступа: //http:matlab/exponenta.ru/fuzzylogic/book1.
  - 4. Bezdek J. C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms. Plenum Press, 1981.
- 5. **Gustafson D.E., Kessel W.C.** Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix // Proc. IEEE CDC, San Diego, CA. 1979. P. 761-766. Vol. 7. P. 773-781.
  - 6. Balasko B. Fuzzy Clustering and Data Analysis Toolbox / Balasko B., Abonyi J., Feil B. 74 p.
- 7. **R. Babuka, P.J.** van der Veen, and U. Kaymak. Improved covariance estimation for Gustafson-Kessel clustering. In Fuzzy Systems, 2002. FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on, volume 2, pages 1081 1085, 2002.
- 8. **Bensaid A.M., Hall L.O., Bezdek J.C., Clarke L.P., Silbiger M.L., Arrington J.A., Murtagh R.F.** Validityguided (Re)Clustering with applications to imige segmentation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4:112-123, 1996.
  - 9. Xie X. L. and Beni G. A. Validity measure for fuzzy clustering. IEEE Trans. PAMI, 3(8):841 [846, 1991.
- 10. **Morkun V., Tcvirkun S.** Investigation of methods of fuzzy clustering for determining ore types. Metallurgical and Mining Industry, 2014, No.5, p.p. 12-15. http://www.metaljournal.com.ua/assets/Journal/3-MorkunTs.pdf. Рукопись поступила в редакцию 28.03.15