

рмації з заданою точністю і необхідним обсягом інформації як для потреб країни, так і зацікавлених користувачів різних галузей.

### Список літератури

1. Daniel T. Gillins. Evaluation of the Online Positioning User Service for Processing Static GPS Surveys: OPUS-Projects, OPUS-S, OPUS-Net, and OPUS-RS / Daniel T. Gillins, Darren Kerr, Brian Weaver // Journal of Surveying Engineering. – 145(3). [Електронний ресурс]. – 2019. – Режим доступу: <https://www.researchgate.net/publication/>.
2. National geodetic survey [Електронний ресурс]. – 2023. – Режим доступу: <https://geodesy.noaa.gov/>.
3. Горковчук, Д. В. Аналіз інтегрування геоінформаційних ресурсів систем просторового планування територій в Європейську інфраструктуру геопросторових даних INSPIRE [Текст]: наук.-техн. зб. / Горковчук Д. В. // Містобудування та територіальне планування. – 2013. – № 50. – С. 118–125.
4. Горковчук, Д. В. Розроблення геоінформаційної моделі зонування міських територій для використання в системах містобудівного кадастру [Текст]: наук.-техн. зб. / Горковчук Д. В. // Scientific Journal «ScienceRise». – 2016. – № №12/2(29). – С. 11–18.
5. Земельний кодекс України [Електронний ресурс] // Верховна Рада України. – 2001. – Режим доступу: <https://goo.gl/jnT3A2>.
6. Карпінський Ю.О. Еталонна модель бази топографічних даних / Ю.О. Карпінський, А. А. Лященко, Р. В. Рунець // Вісник геодезії та картографії. – 2010. – № 2. – С. 28–36.
7. Карпінський Ю.О. Концептуальні засади оцінювання та забезпечення якості геопросторових даних / Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко, М.В. Горковчук // Вісник геодезії та картографії. – 2012. – № 4. – С. 33–42.
8. Карпінський Ю.О. Концептуальні засади створення національної інфраструктури геопросторових даних України / Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2005. – С. 295–301.
9. Карпінський Ю.О. Концептуальні засади створення системи державного топографічного моніторингу місцевості / Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко, Т. М. Квартич // Вісник геодезії та картографії. – 2011. – № 3. – С. 27–31.
10. Карпінський Ю.О. Системотехнічні аспекти формування топологічного земельно-кадастрового покриття / Ю.О. Карпінський // Вісник геодезії та картографії. – 2015. – № 5. – С. 62 – 68.
11. Карпінський Ю.О. Склад і принципи розроблення національного профілю стандартів з географічної інформації / Ю. О. Карпінський, А. А. Лященко, Окада Ясуюкі // Інженерна геодезія. – 2016. – Вип. 63. – С. 110–121.
12. Карпінський Ю.О. Уніфікація структури, правил кодування та цифрового опису векторних моделей у базах топографічних даних / Ю.О. Карпінський, А. А. Лященко, Р. В. Рунець // Вісник геодезії та картографії. – 2010. – № 5. – С. 35–41.
13. Лященко А. А. Принципи цифрового подання та організації зберігання містобудівної документації в геоінформаційній системі містобудівного кадастру / А. А. Лященко, Д. В. Горковчук, Ю. С. Максимова, М.М. Шматько // Вісник геодезії та картографії. – 2015. – № 4. – С. 31–37.
14. Мартин А.Г. Формування кадастрово-реєстраційної системи в Україні: моногр. / А.Г. Мартин, О.В. Тищенко. – К.: Медінформ, 2015. – 580 с.
15. Постанова КМ «Про Державну службу України з питань геодезії, картографії та кадастру» [Електронний ресурс] Кабінет Міністрів України. – 2015. – Режим доступу: <https://goo.gl/r6XdTk>.
16. Тревого І. Аналіз сучасного стану ДГМ України / І. Тревого, Є Ільків, М. Галярник // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2019. – Вип. 2. – С. 54–60.
17. Тревого І. Стан і перспективи використання кадастрової карти України / І. Тревого, Ю. Карпінський // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2013. – Вип. 2. – С. 137–147.
18. Юрченко І.В. Управління земельними ресурсами в контексті реалізації земельно-кадастрової політики Європейського Союзу / І.В. Юрченко // Економіка агропромислового комплексу. – К., 2017. – № 9. – С. 63–66.

Рукопис подано до редакції 16.04.2023

УДК 622.1:622.271.3

А.В. ПЕРЕМЕТЧИК, канд. техн. наук, доц.,  
С.О. ФЕДОРЕНКО, Т.О. ПОДОЙНІЦИНА, старші викладачі  
Криворізький національний університет

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЯКОСТІ ЗАЛІЗНИХ РУД

**Мета.** Розробка методики геометризації та якісних показників залізрудних родовищ для побудови такої гірничо-геометричної моделі родовища, яка давала б можливість описати закономірності розміщення найважливіших якісних показників у просторі для того, щоб спрогнозувати їх зміну в процесі розвитку гірничих робіт.

**Методи дослідження.** Застосовано комплексний метод досліджень, що включає проведення теоретичних дос-

ліджень, лабораторні та промислові експерименти. Рівняння геохімічного поля і випадкового геохімічного поля реалізуються на основі використання аналітичних методів прогнозування, що самоорганізуються. Графоаналітична модель родовища будується з допомогою геостатистичних методів.

**Наукова новизна.** Описано методіку прогнозування, на основі методів, що самоорганізуються, ефективно реалізує рівняння математичної моделі багатовимірного випадкового геохімічного поля. Описано розроблений авторами багатовимірний евристичний алгоритм прогнозування, який використовує поліном довільного ступеня, що дозволяє описати будь-яку функціональну залежність. Показано, що як математичний опис елементів прогнозованого гірського масиву доцільно приймати систему рівнянь багатовимірного випадкового геохімічного поля.

**Практичне значення.** Розроблено гірничо-геометричний метод прогнозування якісних показників залізорудних покладів, що дозволяє вирішувати завдання перспективного та поточного планування за результатами, отриманими під час геометризації. Особливо важливим аспектом геометризації родовищ залізорудних корисних копалин є гірничо-геометричне прогнозування їх якісних показників для вирішення завдань перспективного та поточного планування для того, щоб налагодити з максимальною ефективністю роботу гірничодобувного підприємства в режимі усереднення якості руди та підвищити раціоналізацію освоєння родовища.

**Результати.** Запропоновано вирішення актуального наукового завдання, що полягає у розробці гірничо-геометричного методу прогнозування якісних показників залізорудних родовищ, заснованого на математичній моделі багатовимірного випадкового геохімічного поля, яка реалізована на основі раніше існуючих та розроблених методів, що самоорганізуються. Визначено, що на родовищах Кривбасу метод крайінгу є найбільш прийнятним для оцінки та підвищення достовірності вихідної геологічної інформації, оскільки детальна геологічна розвідка проводиться за допомогою нерегулярної мережі свердловин.

**Ключові слова:** геометризація, гірничо-геометричні методи прогнозування, геостатистичні методи, крайінг, багатовимірне випадкове геохімічне поле, евристичні алгоритми прогнозування.

**Проблема та її зв'язок з науковими і практичними завданнями.** Сталий економічний розвиток на основі науково-технічних досягнень неможливий без подальшого розвитку гірничодобувної промисловості, що потребує розширення сировинної бази гірничодобувних підприємств, удосконалення технологій видобутку, обґрунтування методів видобутку, вибір раціональних технічних засобів гірничого виробництва. Це, у свою чергу, потребує вдосконалення наукових основ прогнозів та геологічної оцінки родовищ корисних копалин, підвищення повноти використання корисних копалин та застосування комплексного підходу. Для вирішення цих проблем необхідно створити моделі родовищ, які забезпечують достовірність гірничо-геологічних даних, отриманих геометричними методами.

Геометричні графіки, що відображають якість родовищ, дозволяють встановити певний зв'язок між компонентами корисної копалини, визначаючи таким чином розташування цих компонентів. Це має велике значення для проектування та експлуатації родовища. Такі графіки дозволяють планувати видобуток корисних копалин з певним складом, необхідним для їх видобутку та переробки.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Сталий безпечний економічний розвиток, залежний від використання надр, потребує як поглиблення гірничих робіт, так промислова переробка руд з низьким вмістом заліза і складним мінеральним складом. Застосування технологічних схем і обладнання великої одиничної потужності призводить до збільшення кількісних і якісних втрат корисної складової, що впливає на переробку, і зниження якості концентрату через неефективну переробку, викликану нерівномірністю якості руди. Якісний склад руди найбільше впливає на вартість кінцевого продукту металургійної обробки. При цьому слід мати на увазі, що поліпшити техніко-економічні показники металургійної обробки можна за рахунок не тільки підвищення вмісту заліза, але й досягнення високого ступеня купажування руди на основі геометричної оцінки масиву.

Збільшення глибини розробки призводить до напружено-деформованого стану гірського масиву, а також до необхідності пошуку надійних матеріалів для кріплення гірничих виробок. Проблема стійкості та геометричного моніторингу гірського масиву набуває актуальності.

Особливо важливим аспектом застосування геометризації залізорудних родовищ є геометричне прогнозування їх якісних показників для вирішення завдань поточного та перспективного планування з метою забезпечення найефективнішої роботи гірничопромислового підприємства щодо змішування руд та підвищення раціоналізації розробка родовища. Також велике значення має проведення гірничих робіт з мінімальним впливом на навколишнє середовище та гірський масив. Цього можна досягти на основі чіткого розуміння властивостей порід і розподілу геологічних показників у масиві.

**Постановка задачі.** Гірничо-геометричні графіки розташування параметрів покладу широко використовуються при вирішенні широкого кола практичних завдань розвідки, проектування та експлуатації покладу, але в ряді випадків вони не відповідають практичним вимогам як за своєю точністю, так і за ефективністю використання геолого-розвідувальних даних. Велику роль тут відіграє низька якість оцінки геологічних даних у надрах. Достовірність оцінки геологічних даних в умовах високої мінливості розподілу показників у масиві можна підвищити за допомогою геостатистичних методів оцінки.

Багато методів геометризації засновані на спрощеному представленні математичної моделі геологічного положення у вигляді геохімічного поля і випадкового геохімічного поля. При цьому методи геометризації покладів, засновані на принципах самоорганізації, можуть найбільш повно описати моделі розміщення гірничо-геологічних параметрів у надрах. Такі моделі дозволяють описувати складні закономірності розташування показників, що дозволяє з високою точністю прогнозувати розташування геологічних показників у надрах і на цій основі планувати раціональну роботу гірничого підприємства. Розробці таких методів присвячено дану роботу.

**Викладення матеріалу та результати.** Авторами розроблено методологію геометризації залізородного родовища та прогнозування якісних показників його запасів на основі самоорганізованих алгоритмів.

Залежно від координат простору  $x, y, z$  і час  $t$ , закономірність розташування параметра  $P$  можна описати функцією загального типу (геохімічне поле П.К. Соболевського):

$$P = f(x, y, z, t). \quad (1)$$

Якщо розташування параметра  $\varphi(P)$  є випадковим, математична модель його розташування може бути записана у вигляді випадкового геохімічного поля:

$$P = f(x, y, z, t) + \bar{\phi}(p), \quad (2)$$

де  $\bar{\phi}(p) \{ \delta_x(p); \delta_y(p); \delta_z(p); \delta_i(p) \}$ ;  $\delta_x(p), \delta_y(p), \delta_z(p), \delta_i(p)$  – дисперсії параметра в просторі та часі  $t$ .

Ці моделі, за допомогою яких було вирішено ряд основних теоретичних і практичних завдань, вже не можна вважати адекватними за складністю досліджуваним об'єктам. Таким чином, існуючі методи геометризації мають низку серйозних обмежень, які або неможливо подолати в принципі в рамках прикладних математичних моделей, або викликають великі теоретичні та практичні труднощі.

Крім того, переважно лінійна інтерполяція, яка використовується при побудові гірничих схем, може призвести до значних помилок параметрів у міжсвердловинному просторі. Застосування для цієї мети інших типів інтерполяції (квадратної, кубічної та ін.) не завжди дає хороші результати, оскільки немає надійних методик визначення типу інтерполяції, відповідного складності поверхні, що розглядається. Крім того, побудова моделей з нелінійною інтерполяцією дуже трудомістка.

Вищезазначене призводить до пошуку більш досконалої та складної моделі розташування параметрів та нових методів на її основі для вирішення широкого кола гірничо-геометричних задач. Моделлю такого типу є багатовимірне випадкове геохімічне поле. Ця модель є послідовною та логічно розвиває та уточнює наявні математичні моделі розташування.

Залізородні родовища Кривбасу мають дуже неоднорідну геологічну будову. Закономірності розташування показників багатогранні. Тому для їх опису за математичну модель приймається багатовимірне випадкове геохімічне поле:

$$P = f(\bar{p}) + \bar{\phi}(p), \quad (3)$$

де  $\bar{p} \{ x, y, z, t, p_1, p_2, \dots, p_m \}$  та  $\bar{\phi}(p) \{ \delta_x(p); \delta_y(p); \delta_z(p); \delta_i(p); \delta_{p1}; \delta_{p2}; \dots, \delta_{pm} \}$ .

З рівняння (3) випливає, що значення геологічного параметра  $P$  складається з багатовимірного вектора  $f(\bar{p})$  що описує схему розташування параметра в залежності від просторово-часових координат  $x, y, z, t$  та інші геологічні параметри  $p_1; p_2; p_3; \dots; p_m$ , а також багатовимірною дисперсією розташування  $\bar{\phi}(p)$ .

Практично побудова моделі (3) можлива з використанням принципів евристичної самоорганізації математичних моделей складних систем. Враховуючи обмежену кількість даних в окремих областях, груповий метод обробки даних (GMDH) є найбільш бажаною процедурою для прогнозування показника в межах їх меж.

Ідея GMDH полягає в тому, що математична модель складної системи будується поступово, в процесі так званого багаторівневого відбору. Перед побудовою моделі задається список можливих аргументів рівняння та елементів майбутнього рівняння (базова функція). Відповідно до алгоритму на основі запропонованих критеріїв відбору шляхом багаторазового пошуку будуються рівняння (підбираються їх змінні та коефіцієнти), які оптимально відповідають складності (варіативності) та ступеню вивченості модельованого об'єкта.

У процедурі GMDH всі вхідні дані

$$\{P_i\}_{i=1}^n; \{\bar{x}_j\}_{j=1}^n.$$

де  $P$  – прогнозований показник;  $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  – можливі аргументи рівнянь прогнозу;  $i = 1, 2, \dots, n$  – показники  $P$  і  $\bar{x}$  точки спостереження, поділяються на дві групи: навчальну  $\{P_i\}_{i=1}^r$ ;  $\{\bar{x}_j\}_{j=1}^r$  і контрольну  $\{P_i\}_{i=1}^k$ ;  $\{\bar{x}_j\}_{j=1}^k$ , при цьому  $r + k = n$ .

На першому наборі точок будується рівняння (модель навчається), на другому, який є зовнішнім доповненням, контролюється якість отриманого рівняння, його прогнозні властивості.

Важливою особливістю GMDH є те, що повний багатовимірний опис природного об'єкта замінюється декількома шарами спеціально підібраних індивідуальних описів (базових функцій), складених для пар вхідних аргументів:

$$\begin{aligned} P &= a_0 + a_1 x_g + a_2 x_c; \\ P &= a_0 + a_1 x_g + a_2 x_c + a_3 x_g x_c; \\ P &= a_0 + a_1 x_g + a_2 x_c + a_3 x_g x_c + a_4 x_g^2 + a_5 x_c^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Побудова математичної моделі починається з розрахунку методом найменших квадратів коефіцієнтів будь-якого з окремих описів у точках навчального набору:

$$P_1 = f_1^{(1)}(x_1, x_2); P_2 = f_2^{(1)}(x_1, x_2), P_s = f_s^{(1)}(x_{m-1}, x_m), \quad (5)$$

де  $s = \overline{c}_m$ ; (1) – номер шару виділення.

У контрольних точках, які не беруть участі в розрахунку коефіцієнтів цих моделей, їх якість перевіряється за критерієм середнього квадратичного відхилення виміряного від розрахованих за рівняннями (5) значень прогнозованого показника:

$$\overline{\delta}_k^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \delta_i^2}; \delta_i = P_i - P_i^c. \quad (6)$$

Далі всі рівняння (5) ранжуються за критерієм (6), а найкращі з них (за мінімальними значеннями  $\overline{\delta}_k$ ) приймаються як аргументи у рівняння (4) на другому шарі відбору моделі, після чого розраховуються коефіцієнти нових залежностей у точках навчальної множини:

$$y_1 = f_1^{(2)}(P_1, P_2); y_2 = f_2^{(2)}(P_1, P_3), \dots, y_V = f_V^{(2)}(P_{T-1}, P_T). \quad (7)$$

У точках контрольної множини, критерій  $\overline{\delta}_k^{(2)}$  (6) обчислюється знову для кожного рівняння (7) і  $T$  найкращі рівняння ранжуються та відбираються відповідно до нього. Якщо  $\overline{\delta}_{k_{\min}}^{(1)} > \overline{\delta}_{k_{\min}}^{(2)}$ , необхідно перейти до третього шару виділення, де всі описані процедури повторюються. Модель будується до нерівності  $\overline{\delta}_{k_{\min}}^{(j-1)} > \overline{\delta}_{k_{\min}}^{(j)}$ .

Складність побудованого рівняння зростає від шару до шару відбору через збільшення кількості вхідних змінних та їх потужності. При застосуванні першого опису з рівнянь (4) збільшується лише кількість врахованих аргументів, при застосуванні другого та третього додатково враховується потужність.

Кожен окремий опис (4) є функцією двох змінних, що дозволяє будувати надійні залежності на невеликій кількості експериментальних точок (7-10 точок). Отримані описаним способом математичні моделі типу (3) є оптимальними як за складністю, так і за ступенем вивченості прогнозованого показника та пов'язаних із ним аргументів. З великої кількості аргументів системи «депозит» метод дозволяє вибрати лише ті, які дійсно пов'язані з прогнозованим показником, і встановити тип і силу цього зв'язку. Знайдене рівняння описує схему розташування прогнозованого показника. Значення (6) оцінює похибку передбачення цього рівняння і є багатовимірною дисперсією моделі.

Подальше моделювання родовища виконується за допомогою розробленого авторами багатовимірного евристичного алгоритму прогнозування (МНРА). Цей алгоритм з максимальною ефективністю реалізує рівняння математичної моделі багатовимірного випадкового геохімічного поля.

Ідея алгоритму полягає в знаходженні оптимального типу функції розташування показника, який дає мінімальне відхилення суми абсолютних значень розрахункових значень від фактичних

$$f_i = [c_i^p (a_{11}^p x_1^p + b_{11}^p x_1^p)^p \cdot (a_{12}^p x_2^p + b_{12}^p x_2^p)^p \cdot \dots \cdot (a_{1n}^p x_n^p + b_{1n}^p x_n^p)^p \cdot (a_{21}^p x_1^p + b_{21}^p x_1^p)^p \cdot (a_{22}^p x_2^p + b_{22}^p x_2^p)^p \cdot \dots \cdot (a_{mn}^p x_n^p + b_{mn}^p x_n^p)^p], \quad (8)$$

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = d_i^p [f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \dots + f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^p + k^p, \quad (9)$$

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = g^p [F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \dots + F_n(x_1, x_2, \dots, x_n)]^p + h^p, \quad (10)$$

де  $a, b, c, d, k, h$  – числові коефіцієнти.

Функції (8) – (10) – це степені поліномів, коефіцієнти яких можуть мати як цілі, так і дробові чи від'ємні значення. Ступені, у свою чергу, можуть бути функціями того ж роду, що й весь многочлен. Збільшення порядку степенів або кількості змінних, які додаються до полінома, не обмежені.

Порядок застосування алгоритму наступний. На родовищі є сітка детальних розвідувальних свердловин. Необхідно знайти функціональну залежність між показниками якості, які визначаються свердловинами, і вмістом магнітного заліза в підірваній масі, а потім поширити її на необроблені ділянки покладу. У міжсвердловинному просторі значення, отримані з детальних розвідувальних свердловин, інтерполюються в точки з відомими значеннями магнітного заліза в підірваній масі та приймаються як аргументи. За поліноміальні аргументи доцільно прийняти показники із законом розподілу, подібним до того, що передбачається. В даному випадку це вміст загального та магнітного заліза в детально розвідувальних свердловинах. Відстані від точки до найближчої детально розвідувальної свердловини необхідно приймати як аргументи, оскільки точність інтерполяції зменшується зі збільшенням відстані від свердловини. Введення цих відстаней дозволяє покращити регулярність зміни точності та визначення поправок.

За критерій ефективності алгоритму приймається сукупність відхилень розрахункових абсолютних значень від фактичних у всіх точках покладу з відомими показниками якості. Індивідуальні відхилення вносяться в підсумок з вагою, обернено пропорційною відстані від даної точки до найближчої свердловини. Таким чином, більш точні результати побудови функції мають вищий пріоритет при оцінці якості побудованої прогностичної функції.

Алгоритм складається з кількох основних алгоритмів, таких як алгоритм подвійного збільшення (зменшення) числового коефіцієнта, заснований на збільшенні модуля коефіцієнта за аргументом до виконання умови оптимальності функцій (8) – (10), і модифікований напівінтервальний алгоритм, що покращує результати попереднього алгоритму. Робота обох алгоритмів, а також послідовність їх використання регулюється системою умовних переходів, яка дає можливість при зменшенні результатів знаходження числових коефіцієнтів прогностичної функції переходити до додавання нових коефіцієнтів, або до іншого методу пошуку оптимального виду вже наявних коефіцієнтів. У цьому алгоритмі змінюються числові коефіцієнти і фіксуються значення прогностичної функції спеціальним методом. За допомогою наведених вище алгоритмів

мів знову шукають числові коефіцієнти, починаючи з того, який дає найбільшу зміну прогностичної функції та показує найбільшу чутливість. Потім враховується коефіцієнт, який дає найменшу зміну та чутливість тощо. Якщо цей метод пошуку не дає позитивних результатів, розгляд починається з коефіцієнта, який дає найменшу зміну, коли його виключають. Таким чином, визначено оптимальний спосіб і напрямок пошуку типу прогностичної функції. Далі здійснюється перехід до алгоритму групування даних за значеннями відхилень та побудови локальних прогностичних функцій для окремих ділянок родовища за вищеписаними методиками.

При діленні на нуль або знаходженні парного кореня від'ємного значення, яке може зустрічатися в окремих точках відкладення, в алгоритмі умовно приймається будь-яке постійне значення, яке найкраще задовольняє критерію ефективності. Це дає можливість описати розривну функціональну залежність. Виходячи з природи полінома, можна описати будь-яку функціональну залежність.

Геометризація та моделювання показників якості родовищ корисних копалин базується на оцінці геологічних даних. У табл. 1 представлено порівняння найбільш часто використовуваних методів оцінки геологічних даних.

Порівняння методів оцінки якості руд надр

Таблиця 1

Розподіл компонентів у масиві	Похибка оцінки (%), отримана методами				
	середнє зважене арифметичне	вага обернено квадрату відстаней	анізотропія зважування та обліку	дискретний крігінг	універсальний крігінг
$Fe_{mag}$	12.1	11.8	11.5	9.6	8.3
$Fe_{zuc}$	18.1	18.2	18.1	16.4	16.4
$Si$	8.5	8.6	8.4	8.5	–

Як видно з табл. 1, найбільш ефективними для оцінки геологічних даних є геостатистичні методи оцінки, у тому числі крігінг.

До переваг геостатистичних методів можна віднести чітку математичну формулювання; можливість аналітичної постановки розрахунків і високий ступінь їх уніфікації; при підрахунку запасів порівнюють середні значення показників з геометричною формою блоків та їх просторовим розташуванням, а також враховують анізотропію мінералізації.

Крігінг вирішує дві основні задачі: оцінку запасів руди і визначення точності цієї оцінки.

Середній вміст блоку визначається за формулою

$$z^* = \sum_{i=1}^n a_i \cdot z(x_i), \quad (11)$$

де  $z(x_i)$  – вміст корисних компонентів у пробах, %;  $a_i$  – ваговий коефіцієнт (крігінг).

Коефіцієнт  $a$  визначається розв'язуванням системи рівнянь крігінгу. Значення  $a$  залежить від якісних характеристик мінливості вмісту в межах досліджуваного рудного тіла та до якого блоку належить. У цьому випадку основна мета полягає в тому, щоб знайти такі вагові коефіцієнти, які дозволяють найкраще оцінити зміст і найменшу помилку оцінки.

Існує кілька типів крігінгу, вибір якого залежить від даних геологічної розвідки та відбору проб, системи видобутку, розмірів оцінюваних блоків та їх геометричного розташування.

Таким чином, для обробки вхідних даних і результатів моделювання доцільно застосовувати геостатистичні методи.

Розроблена методика була застосована для оцінки Скелевацького родовища Кривбасу.

На Скелевацькому родовищі залізистих кварцитів залізистий горизонт  $PR_{1sx}^{4f}$  видобувається. Він включає сім геологічних підгоризонтів, продуктивна товща включає п'ять з них –  $PR_{1sx}^{4f2}$ ,  $PR_{1sx}^{4f3}$ ,  $PR_{1sx}^{4f4}$ ,  $PR_{1sx}^{4f5}$ ,  $PR_{1sx}^{4f6}$ . Два підгоризонти  $PR_{1sx}^{4f1}$  і  $PR_{1sx}^{4f7}$  не видобуваються через високу неоднорідність порід.

На родовищі залізистих кварцитів існує тісний зв'язок між вмістом магнетиту у руді і виходом концентрату з руди і, в свою чергу, між загальним вмістом заліза і магнетитом. У більшості випадків відбирають проби на вміст загального та магнітного заліза. Тому необхідно знайти залежність між вмістом цих компонентів і технологічними параметрами руд, що видобуваються.

Виділено ділянки із закономірним характером мінливості середнього вмісту корисних компонентів. Кожній із виділених областей приписується загальне значення показника, що в ній

прогнозується. Цей показник приймається як залежність між магнітним залізом і виходом концентрату з руди. На цій основі виконується прогнозне гірничо-геометричне моделювання.

Мінливість геологічних даних, на яких базується прогноз, значною мірою залежить від розташування параметрів родовища. Варіабельність показника виявляється і вважається стандартною. Різні методи оцінки мінливості можуть дати неоднозначні результати. Якщо відстань між точками відбору перевищує критичний інтервал геологічної розвідки, геологорозвідувальна сітка вважається непридатною, оскільки не розкриває характер розташування показників у надрах. Це вимагає так званого згущення розвідувальної сітки, тобто додавання додаткових точок відбору проб, що є дорогим і не завжди можливим. Однак, можливо, метод оцінки геологорозвідувальної сітки не підходить для оцінки поточної сітки, оскільки закономірність розташування геологічних показників не узгоджується з оціночними можливостями цього методу. У зв'язку з цим виникає проблема вибору методу оцінки геологічної мережі.

Частку випадкової та регулярної мінливості на заданому інтервалі дослідження можна отримати зі співвідношення

$$\sigma_{зак}^2 = \sigma^2 - \sigma_n^2, \quad (12)$$

де  $\sigma^2$  – стандарт;  $\sigma_n^2$  – спостережувана мінливість.

Залежність оцінки спостережуваної мінливості від інтервалу вибірки та стандарту можна визначити з виразів

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (u_{i+1} - u_i)^2; \quad (13)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2, \quad (14)$$

де  $\bar{u} = \frac{1}{n} \sum u_i$  – середнє арифметичне серій спостережень параметра;  $n$  – інтервал вибірки.

Для визначення радіуса автокореляції використовується автокореляційна функція, окремі значення якої розраховуються за формулою

$$\rho_x(l) = k(l) = \frac{1}{\sigma^2(N-k)} \sum_{i=1}^{N-k} (u_i - \bar{u})(u_{i+k} - \bar{u}), \quad (15).$$

де  $\bar{u} = \frac{1}{n} \sum u_i$  – середнє арифметичне серії спостережень параметра;  $\sigma^2$  – дисперсія цього ряду;

$k = 1, \dots, N-1$  – інтервал розвідки;  $N$  – загальна кількість кроків розвідувальної сітки по розрізу.

За методикою GMDH визначено основні закономірності розподілу геологічних показників у залізистих підгоризонтах родовища.

Підготовчі операції включають виділення геологічно однорідних ділянок для прогнозування, вибір змінної області, необхідної для рівняння прогнозу, і вибір точок наборів навчання та контролю.

Подальше моделювання родовища проводилося за допомогою розробленого авторами багатовимірного евристичного алгоритму прогнозування (МНРА). Проведено моделювання вмісту магнітного заліза в підірваному гірському масиві. Вміст магнітного заліза в свердловинах розвідувальної сітки брали як аргументи прогнозувальної функції. В результаті роботи алгоритму здійснено групування даних та виявлено функціональні залежності прогнозного вмісту  $Fe_{mag}$  у підірваній масі.

Методами крігінгу створено графоаналітичну модель родовища з використанням знайдених прогностичних функцій (рис. 1, 2).

В результаті дослідження отримано прогноз просторового розміщення магнітного чавуну в підірваному масиві порід. Це найважливіший технологічний показник, від якого залежить стійка робота гірничого підприємства. Знання просторового розміщення цього показника дає можливість поточного та перспективного планування діяльності підприємства, вибору оптимальних параметрів гірничих робіт та підвищення ефективності видобутку корисних копалин.

Розроблена методика прогнозування впроваджена на кар'єрі ПівдГЗК і використовується для оцінки поточних і прогнозних запасів родовища та планування гірничих робіт у кар'єрі.

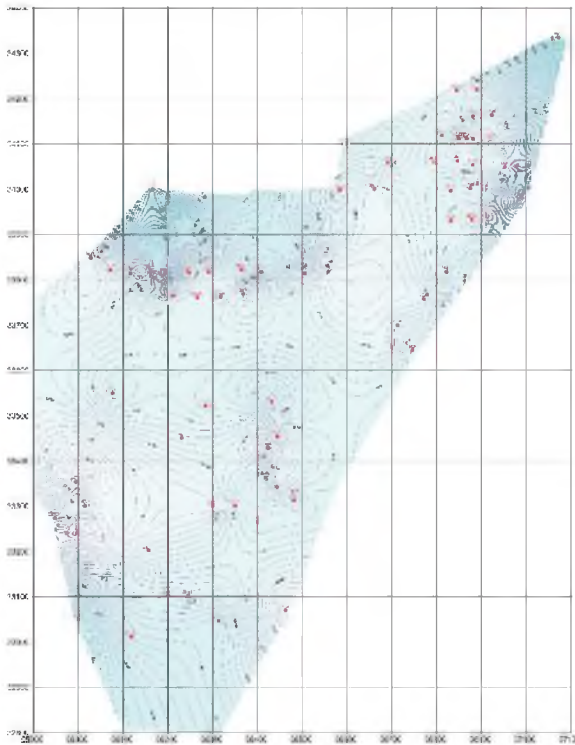


Рис. 1. Графоаналітична модель ізоліній прогнозного змісту  $Fe_{mag}$  у підірваному масиві кар'єру ПівдіЗК

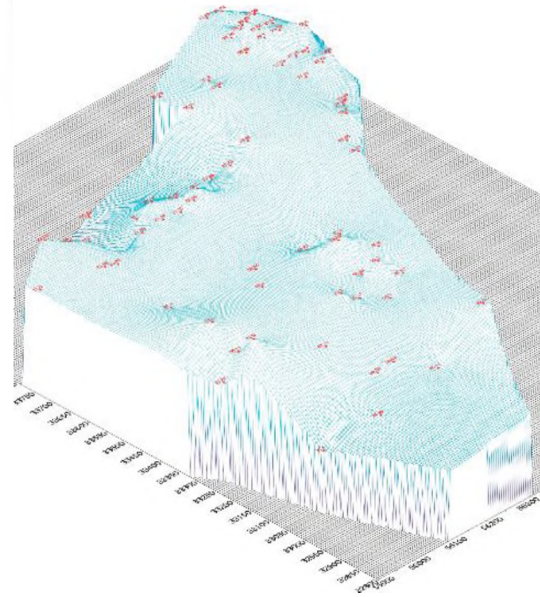


Рис. 2. Графічна візуальна модель прогнозу  $Fe_{mag}$  вміст у підірваній гірській масі кар'єру ПівдіЗК

**Висновки та напрямок подальших досліджень.** У статті показано вирішення актуальної науково-технічної проблеми геометризації якісних показників залізородних родовищ. У результаті будується геометрична модель родовища, яка дає змогу описати закономірності просторового розміщення найважливіших якісних показників і прогнозувати їх зміну в процесі розробки гірничих робіт.

У статті показано, що рівняння випадкового геохімічного поля є найбільш придатними для опису характеру розташування показників якості родовищ із високою анізотропією геологічних характеристик. Ці рівняння можна розв'язати за допомогою самоорганізованих аналітичних методів прогнозування.

Розроблено гірничо-геометричний метод прогнозування якісних показників залізородних родовищ на основі математичної моделі багатовимірного випадкового геохімічного поля, яка реалізована за допомогою самоорганізованих методів аналітичного прогнозування. Розроблено новий багатовимірний евристичний алгоритм прогнозування, який використовує поліном довільної потужності та дозволяє описувати будь-яку функціональну залежність. Визначено, що геостатистичні методи є найбільш придатними для оцінки та підвищення достовірності вхідних геологічних даних, оскільки детальна геологічна розвідка здійснюється за допомогою нерегулярної сітки свердловин.

В результаті геометризації покладу будується графоаналітична модель покладу. Це дає можливість геометричного прогнозування якісних показників родовища для вирішення завдань перспективного та поточного планування для забезпечення найбільш ефективної роботи гірничодобувного підприємства в частині змішування руд та підвищення раціоналізації розробки родовищ.

До найбільш перспективних напрямків геометризації якісних показників родовищ відносяться самоорганізовані методи прогнозування просторового розташування гірничо-геологічних показників родовищ у поєднанні з геостатистичними методами оцінки. Ці методи потребують подальшого розвитку та розширення сфери їх застосування.

### Список літератури

1. Букринский В.А. Геометрия недр: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1985.
2. Гудков В.М. Сравнение распределения пространственных переменных. // Маркшейдерский вестник, 1997. – № 1. – С. 8-11.



3. Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. – Л.: Недра, 1980.
4. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974. – 481 с.
5. Девис Дж. С. Статистический анализ данных в геологии. Книга 1. – М.: Недра, 1990. – 246 с.
6. Класифікація запасів та ресурсів корисних копалин Державного фонду. Затверджено постановою Кабінету Міністрів України №432 від 5.05.1997 р. – Київ: Державний комітет України при Міністерстві екології та природних ресурсів. – 1997.
7. Калининченко В.М. Многомерная геометризация форм и качественных свойств месторождений // Маркшейдерское дело и геодезия. Межвузовский сборник. – 1979. – вып. 6. – с. 99-105.
8. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. – М.: Мир, 1969. – 400 с.
9. Крамбейн У., Кауфмен М., Мак-Кеммон Р. Модели геологических процессов – М.: Мир, 1973. – 150 с.
10. Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. – М.: Мир, 1982.
11. Методичний посібник з оцінки перспективних та прогнозних ресурсів твердих корисних копалин. – К.: УкрДГРІ. – 2010. – 25с.
12. Миллер Р.Л., Кан Дж. С. Статистический анализ в геологических науках. – М.: Мир, 1965. – 482 с.
13. Низгурецкий З.Д. К приложению теории нестационарных случайных функций для оценки результатов геометризации месторождений. – Л.: изд. ВНИМИ. – 1974. – Сб. № 93. – С. 99–113.
14. Низгурецкий З.Д. Использование элементов теории случайных функций для оценки точности определения содержания полезного компонента и мощности залежи при геометризации. – Тр. ВНИМИ. – Т. 40. – 1963. – С. 292–311.
15. Переметчик А.В. Разработка эвристического алгоритма прогнозирования геологических показателей месторождений полезных ископаемых // Разработка рудных месторождений: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Кривой Рог: КТУ. – 2004. – Вып. 85 – С. 194 – 200.
16. Положення про порядок розробки та обґрунтування умов мінеральної сировини для розрахунку запасів твердих корисних копалин у надрах, затверджене наказом Державного комітету з мінеральних ресурсів від 07.12.2005 № 300.
17. Krige, D.G. A review of development of geostatistics in South Africa // In: Advanced Geostatistics in the Mining Industry. Reidel, Dordrecht, Netherlands. 1976. P. 279-294.
18. Marechal, A., Serra, J. Random kriging // In: D.F. Merriam (Editor), Geostatistics. A Colloquium. Plenum Press, New York. 1970. P. 91-112.
19. Matheron, G. Kriging or polynomial interpolation procedures. – CIMM Trans., 70. 1967. P. 240-244.
20. Matheron, G. The intrinsic random functions and their applications. – Adv. Appl. Prob., 5. 1973. P. 439-468.
21. Pysmennyi, S., Peremetchyk, A., Chukharev, S., Fedorenko, S., Anastasov, D., & Tomiczek, K. (2022). The mining and geometrical methodology for estimating of mineral deposits. Paper presented at the IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 1049(1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1049/1/012029>
22. Peremetchyk, A., Kulikovska, O., Shvaher, N., Chukharev, S., Fedorenko, S., Moraru, R., & Panayotov, V. (2022). Predictive geometrization of grade indices of an iron-ore deposit. Mining of Mineral Deposits, 16(3), 67-77. <https://doi.org/10.33271/mining16.03.067>

Рукопис подано до редакції 17.04.2023

УДК 624.042:624.044:624.071.32

В.І. АСТАХОВ, О.Ю. ЄРЬОМЕНКО, кандидати техн. наук, доценти  
Криворізький національний університет

С.О. ВОЛКОВ, д-р філос. наук, керівник відділу загальнобудівельних робіт та генплану  
ПАТ «АрселорМіттал Кривий Ріг»

## ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІУ КРИТИЧНИХ РІВНІВ ВНУТРІШНЬОЇ ПОТЕНЦІЙНОЇ ЕНЕРГІЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТІЛА ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧ БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ

**Мета.** Розглянути методіку розв’язку задач будівельної механіки на основі критерію критичних рівнів енергії. На підставі розв’язку класичної задачі опору матеріалів визначити ефективність запропонованого методу розв’язку, виконати порівняння методіки розв’язку на основі критерію критичних рівнів енергії з традиційними методами.

**Методи дослідження.** Використано комплекс методів досліджень, який охоплює аналіз та узагальнення літературних джерел відповідно до мети роботи, формулювання концепцій та їх перевірка шляхом виконання практичних розрахунків.

**Наукова новизна.** Показано можливість дослідження процесів деформування конструкцій на основі поділу полів зовнішніх впливів і поля деформацій твердого деформованого тіла, як існуючих за власними законами. Введено поняття критичних рівнів енергії та показана періодична природа завдань про критичні рівні енергії та їх зв’язок зі станами самонапруги конструкцій. На прикладі розрахунку стержня на розтяг показана методика розрахунку конструкцій на критичних рівнях енергії, дано роз’яснення існуючих невідповідностей “класичної” теорії розрахунку та експериментальних даних.