на властивості руди та процес випуску може допомогти створити більш точну та повну модель, що відображає реальні умови випуску руди;

розвиток нових технологій: розгляд питання випуску руди насиченою водою може допомогти розробити нові технології та інструменти для розробки родовищ та випуску руди. Наприклад, нові методики обробки руди можуть бути розроблені з урахуванням впливу води на властивості руди, що може призвести до більш ефективного та економічного видобутку руди;

розв'язання проблем, пов'язаних з водою: розгляд питання випуску руди насиченою водою може допомогти розв'язати проблеми, пов'язані з водою під час процесу розробки родовищ та випуску руди. Наприклад використання відкачуваємих води у технологічних процесах;

можливість відпрацювання нових родовищ руд: розгляд питання випуску руди насиченою водою може допомогти при пошуку та відпрацюванні нових покладів руд. Наприклад, вививикористання результатів для різних умов випуску обводнених руд можуть бути використані як один з факторів, що впливають на вибір місця розробки родовища та технологію ведення очисних робіт.

Отже, розгляд питання випуску руди насиченою водою може допомогти вирішити ряд проблем у теорії розробки родовищ та випуску руди, що можуть призвести до більш ефективного, безпечного та економічного процесу видобутку.

Список літератури

1. **Черненко А.Р., Черненко В.А.** Подземная добыча богатых железных руд. -М.: Недра, 1992. – 224 с.

2. **Сторчак С.А.** Повышение качества рудной массы при подэтажном обрушении за счёт технологических факторов / **С.А. Сторчак, С.В. Письменный, В.А. Сбитнев** // Качество минерального сырья. Сб. науч. трудов. – Кривой Рог: КТУ, 2002. – С. 70-74.

3. **Колосов В. А.** Состояние и перспективы развития сырьевой базы горно-металлургического комплекса Украины / **В. А. Колосов, Н. И. Дядечкин** // Горный журнал. – 2005. – №5. – С. 10-13.

4. Перспективные направления повышения качества шахтных руд Кривбасса / **Бызов В.Ф., Капленко Ю.П., Колосов В.А., Ломовцев Л.А.** // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2001. – №1. – С. 85-87.

5. **Ступнік М. І.** Стан і перспективи розвитку підземних гірничих робіт у Криворізькому басейні / **Ступнік М.І., Колосов В. О. Калініченко В. О.** // Розробка родовищ: зб. наук. праць – 2013. – Т.7. – С. 223-228.

6. **Ступник Н.И.** Пути совершенствования технологи подземной разработки богатых руд Кривбасса / **Н.И. Ступник, М. И. Кудрявцев, А.М. Басов** // Вісник Криворізького технічного університету. – 2010 – Вип. 26. – С. 23-26.

7. **Малахов Г. М.** Особенности разработки рудных месторождений на больших глубинах и пути повышения эффективности разработки руд Кривбасса, Сб. «Пути повышения эффетивности подземной добычи руды в Криворожском бассейне», Кривой Рог, КГРИ. – 1971. – С. 5-41.

8. Моделювання фізичних процесів гірського масиву в лабораторних умовах на статичних моделях / **В.О. Колосов, З.Р. Маланчук, С.В. Письменний, К.М. Ковбик** // Гірничий вісник : науково-технічний збірник. – Кривий Ріг, 2018. – Вип. 104. – С. 55–62.

Рукопис подано до редакції 31.03.2023

УДК 621.9

Д.Ю. КРАВЦОВА , канд. фіз.-мат. наук, ст. викл., У.І. ЗЮГАН, асистент
Криворізький національний університет

СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ІНЖЕНЕРНИХ ВИМІРЮВАНЬ ЗІ КОМП'ЮТЕРИЗАЦІЄЮ РОЗРАХУНКІВ У ТАБЛИЧНОМУ ПРОЦЕСОРІ

Метою роботи є створення універсального шаблону в табличному процесорі для розрахунку статистики емпіричної вибірки із ста розмірів навмання вибраних деталей із партії.

Методи дослідження. Вибірка із ста розмірів навмання вибраних деталей із партії отримана емпірично шляхом технічних вимірювань. Обчислення статистики виконано аналітичним способом зі застосуванням функцій та цифрових інструментів табличного процесору із метою комп'ютеризації та автоматизації розрахунків.

Наукова новизна полягає у пошуку, визначенні, тестуванні та налагодженні роботи функцій та цифрових засобів візуалізації розрахунку табличного процесора, які повністю задовільнять вимоги до статистичної обробки інженерних вимірювань, які будуть спроможні максимально автоматизувати обчислення і миттєво повертати результат для кожної наступної вибірки.

Практична значимість. Очевидно, що у галузі прикладної механіки технолог відділу механічної обробки має на меті весь час вдосконалювати виробничий процес: зменшувати кількість браку, якщо робота без браку неможлива, то зменшувати витрати на брак, зменшувати зношування інструменту, оптимізувати процес механічної обробки усіма можливими способами. Для цього інженер-механік вимушений проводити вимірювання, статистично їх оброблювати, аналізувати результати, а із аналізу робити висновки та знаходити шляхи вдосконалення виробництва через прийняття конкретних технічних рішень. Тому висока практична значимість отриманого шаблону таблиці полягає не тільки у скороченні витрат часу інженера-механіка на рутинні обчислення, а і поліпшення морально-психологічного стану інженера у робочий час.

Результати. Отримана таблиця, яка після введення вибірки і граничних розмірів по кресленню автоматично перевіряє вибірку по правилу трьох сигм, будує гістограму частостей емпіричної вибірки, будує теоретичну криву нормального розподілу Гауса, будує область допуску на одній діаграмі, обчислює відсоток виправного і невиправного браку, проводить дослідження нульової гіпотези по критерію Пірсона і критерію Колмогорова.

Ключові слова: вибірка із розмірів деталей, гістограмма частостей, нормальний розподіл Гауса, статистика Пірсона, статистика Колмогорова, автоматизація розрахунків.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. В усіх галузях науки, техніки і промисловості існує етап проектування, на якому слід прийняти те чи інше рішення за умов невизначеності. Аналогічна задача типова для інженерів-механіків на машинобудівному виробництві є задача налаштування верстату зі зміщенням емпіричного середнього арифметичного розміру від середини інтервалу допуску, якій передує статистична обробка вимірювань, побудова діаграм, перевірка по критеріям узгодженості. У статті показано як комп'ютеризувати довгі статистичні розрахунки, автоматизувати таблицю для проведення різних серій вимірювань.

Аналіз досліджень і публікацій. Статистична обробка [1] результатів інженерних вимірювань проводиться у кожному дослідженні, тому важко переоцінити її значимість і актуальність автоматизації рутинних розрахунків. Статистична обробка вибірок у машинобудівній галузі є проміжним етапом випробовування нових матеріалів [2], технологічних процесів конструювання машин гірничо-металургійного комплексу [3], планування циклів ремонтних робіт для машин гірничо-металургійного комплексу [4], переналагодження верстатів [5], комплексної оцінки якості продукції [6], оцінки довговічності металоконструкцій транспортних засобів [7], розрахунку подачі токарних верстатів [8], тощо. Багато авторів, наприклад [9-10], тяжіють максимально автоматизувати розрахунки та економити час.

Постановка задачі. Є певним чином налаштований верстат, який обробляє певну поверхню деталі. Відомо тип оброблюваної поверхні, розмір із допуском по кресленню. Дано вибірку із ста розмірів знятих із випадкових деталей партії.

Перевірити вибірку по правилу трьох сигм. Побудувати гістограму частостей емпіричної вибірки, побудувати теоретичну криву нормального розподілу Гауса, побудувати область допуску на одній діаграмі. Провести дослідження нульової гіпотези по критерію Пірсона і критерію Колмогорова.

Викладення матеріалу та результати. Вибірка – множина елементів $\{x_n\}$, які мають реальний зміст і які обрані у множину у результаті відбору їх із генеральної сукупності. Генеральна сукупність – абсолютно усі елементи певного класу, які мають конкретний реальний зміст і об'єднані у множину по спільній властивості.

У даній роботі вибіркою буде масив числових значень, які отримані у результаті вимірювання певної кількості деталей, які у свою чергу були вибрані для вимірювання навмання із партії деталей (генеральної сукупності). Обробивши цей масив даних методами математичної статистики та теорії імовірності можна буде робити висновки про усю генеральну сукупність (усі деталі партії). Це справедливо тому, що у машинобудуванні емпірично доведено, що розмір обробленої деталі – випадкова величина.

Розмах вибірки – різниця між максимальним і мінімальним значеннями вибірки.

$$R = x_{\max} - x_{\min}\,. \tag{1}$$

Кожна вибірка має кінцеву кількість елементів N. У табличному процесорі кількість елементів можна порахувати використовуючи функцію

=СЧЁТ(перша_комірка_масиву:остання_комірка_масиву).

Середнє значення вибірки або математичне сподівання – середнє арифметичне усіх значень вибірки. У табличному процесорі можна порахувати використовуючи функцію

=СРЗНАЧ(перша_комірка_масиву:остання_комірка_масиву)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^{N} x_n}{N}. \qquad (2)$$

Середньо-квадратичне відхилення або стандартне відхилення σ – показник розсіювання випадкової величини від середнього значення вибірки. Для його обчислення існує функція

=СТАНДОТКЛОН.В(перша_комірка_масиву:остання_комірка_масиву)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}\left(x_n - \bar{x}\right)^2}{N-1}}. \qquad (3)$$

Дисперсія випадкової величини σ^2 – квадрат стандартного відхилення.

Відомо, що 0,9973 усіх значень вибірки вкладаються у діапазон значень $[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$. Значення, які виходять за ці межі, є малоімовірними, а на практиці виявляються грубими помилками вимірювання або промахами вимірювання, тому такі значення слід відкинути із вибірки. У цьому полягає сенс правила трьох сигм.

Щоб побудувати найбільш інформативну діаграму емпіричної і теоретичної виборок також слід скористатися діапазоном $[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$. Його треба розбити на інтервали. Кількість інтервалів слід обрати 5, 7 або 9, якщо кількість елементів вибірки у межах 50-200.

Частота – кількість повторів певної величину у вибірці. У даній роботі це – кількість елементів вибірки, які попадають у інтервал значень. Щоб автоматизувати процес підрахунку повторів існує функція

=ЧАСТОТА(1а_комірка_вибірки:остання_комірка_вибірки;
1а_комірка_мах_значень_на_інтервалі:остання_комірка_мах_значень_на_інтервалі)

Щоб табличний процесор при підрахунку частоти на певному інтервалі не враховував кількість елементів вибірки із попередніх інтервалів слід задати режим роботи функції ЧАСТОТА «у масиві». Для цього треба виділити стовбець, де повинні бути розраховані частоти і викликати функцію частота із панелі інструментів. Таким чином буде відкрито вікно функції частота, де можна ввести масив вибірки, масив верхніх значень на інтервалах. Щоб ЧАСТОТА спрацювала «у масиві» треба після заповнення полів натиснути Shift+Ctrl+Enter.

Відносна частота або частість – відношення частоти до кількості елементів вибірки. Для даної задачі вона слугує значенням функції емпіричного розподілу випадкових розмірів деталей.

$$f_{емп} = \frac{m}{N} \qquad (4)$$

Функцію нормального розподілу Гауса (густину імовірності) і розподілу імовірності у математичній статистиці розраховують по формулам

$$f_{теор} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}; \qquad (5)$$

$$p_{теор} = \int_{-\infty}^{x} f_{теор}. \qquad (6)$$

У табличному процесорі для них існує функція НОРМ.РАСП. Вона має 4 параметри, останній із них означає густину імовірності – 1 (ІСТИНА) або розподіл імовірності – 0 (ХИБА):

=НОРМ.РАСП(поточне_значення_випадкової_величини; середнє_значення_вибірки; стандартне_відхилення_вибірки; 1_або_0)

У табличному процесорі існує функція без параметрів НД() і означає, що значення комірки недоступне. Її зручно використовувати у випадках при побудові діаграм по формулам, які в деяких випадках повертає помилку. Якщо з допомогою умовного оператора ЕСЛИ запрограмувати дії так, щоб у випадку помилки розрахунку комірці призначалося значення НД(), то це значення під час побудови діаграми буде ігноруватися. Такий прийом слід застосувати для побудови області допуску.

Для того, щоб перевірити, що емпіричний розподіл відповідає неперервному теоретичному розподілу розроблено багато критеріїв узгодження. Розглянемо два із них, які придатні для застосування у цій задачі.

Критерій Пірсона або критерій χ2 – критерій узгодження, який можна застосувати до вибірок із $N \geq 100$. Критерій χ^2 – універсальний, бо може бути застосований до різних теоретичних розподілів і навіть при невідомих їх параметрах. Критерій χ^2 передбачає, що увесь розмах вибірки буде розбито на інтервали і будуть обчислені відносні частоти, тобто, що дані будуть груповані. Кількість інтервалів залежить від кількості елементів вибірки. Для N = 100 доречно утворювати 5, 7 або 9 інтервалів. Недоліком критерію є те, що інтервал, який отримує значення частоти менше 5, слід об'єднати із сусіднім інтервалом і розраховувати статистику Пірсона для об'єднаного інтервалу. Якщо об'єднання не прийнятно у даному розрахунку, то можна вважати, що результат буде достатньо точний, якщо не більш як 20% інтервалів отримали значення частот від 1 до 5 включно.

Статистика Пірсона вибірки обчислюється по формулі

$$\chi^2 = N \cdot \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(f_{емпі} - f_{теорі}\right)^2}{f_{теорі}}, \tag{7}$$

де N – кількість елементів у вибірці, $f_{емп\,i}$ – відносна частота на інтервалі, k – кількість інтервалів, $f_{теор\,i}$ – теоретична імовірність попадання випадкової величини в інтервал. У табличному процесорі для цього розрахунку не існує функції. Це значення слід порівнювати із критичним значенням статистики Пірсона.

Критичне значення статистики Пірсона враховує степені свободи і рівень значимості

$$r = k - m - 1, \tag{8}$$

де k – кількість інтервалів, m – кількість оцінених у вибірці параметрів, m = 2 для нормального розподілу Гауса, а саме: середнє значення і середньо-квадратичне відхилення. α – рівень значимості (статистична значущість), який означає імовірність відхилити нульову гіпотезу, якщо насправді вона істинна (помилка першого роду). Мале значення рівня значимості знижує ризик зробити помилку першого роду, але приводить до ризику не відхилити хибну гіпотезу (помилка другого роду). Популярні рівні значимості 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,1.

Критичне значення статистики Пірсона $\chi^2_{крит}$ – таблична величина. У табличному процесорі її можна визначити використовуючи формулу

=ХИ2.ОБР.ПХ(рівень_значимості;степені_свободи)

Отримане значення слід порівняти із χ^2, яке отримане по формулі (7). Якщо критичне значення більше, то нульова гіпотеза приймається і можна вважати, що вибірка відповідає нормальному розподілу випадкової величини. Інакше – відхиляється, а вибірка може пройти тести на відповідність іншим теоретичним розподілам.

Другий спосіб реалізувати перевірку по критерію χ^2 – розрахувати так зване р-значення використавши формулу

=ХИ2.ТЕСТ(масив_емпіричних_частот;масив_теоретичних_частот)

Отримане p-значення слід порівняти із рівнем значимості α. Якщо p-значення більше, то нульова гіпотеза приймається і можна вважати, що вибірка відповідає нормальному розподілу випадкової величини. Інакше – відхиляється, а вибірка може пройти тести на відповідність іншим теоретичним розподілам.

p-значення також можна отримати по формулам:

=ХИ2.РАСП.ПХ(статистика_Пірсона;степені_свободи)

=1-ХИ2.РАСП(статистика_Пірсона;степені_свободи;ИСТИНА)

р-значення отримані усіма формулами будуть абсолютно однакові, якщо вибірка задовольняє усі вимоги до використання критерію χ^2. Якщо ж у ході розрахунку було об'єднано/відкинуто інтервали із малим числом частот, то р-значення розраховане формулою ХИ2.ТЕСТ може відрізнятися від р-значення розрахованого формулою ХИ2.РАСП.ПХ.

Критерій Колмогорова або Колмогорова-Смірнова можна використовувати для групованих і негрупованих даних. Статистикою Колмогорова є максимальне значення модулю різниці емпіричної і теоретичної відносної частоти

$$D = \max_{i=1}^{k} \left| f_{емпі} - f_{теорі} \right|. \quad (9)$$

Критичне значення статистики Колмогорова для даної вибірки

$$D_{крит} = \frac{\lambda_\alpha}{\sqrt{N}}, \quad (10)$$

де λ_α – табличне критичне значення статистики у залежності від рівня значимості α, деякі із них наведені у табл. 1. Значення λ_α відсутні у табличному процесорі, тому вибір їх слід організувати самостійно із допомогою функції ЕСЛИ.

Критичне значення статистики Колмогорова для даної вибірки $D_{крит}$ слід порівняти із статистикою Колмогорова D. Якщо $D_{крит}$ більше, то нульова гіпотеза приймається і можна вважати, що вибірка відповідає нормальному розподілу випадкової величини. Інакше – відхиляється, а вибірка може пройти тести на відповідність іншим теоретичним розподілам.

Висновки та напрямок подальших досліджень. Засобами табличного процесору створено універсальний шаблон для статистичної обробки 100 розмірів навмання вибраних деталей, яка вимагає введення вибірки, максимального граничного розміру, мінімального граничного розміру. Таблиця автоматично перераховує статистику, будує гістограму емпіричної вибірки, графік теоретичного розподілу Гауса, область допуску (рис. 1), перевіряє вибірку по критерію Пірсона та Колмогорова.

Таблиця 1

Критичні значення статистики Колмогорова залежні від рівня значимості

Рівень значимості α	Критичні значення статистики Колмогорова λ_α
0,01	1,63
0,02	1,52
0,03	1,45
0,04	1,4
0,05	1,36
0,1	1,22

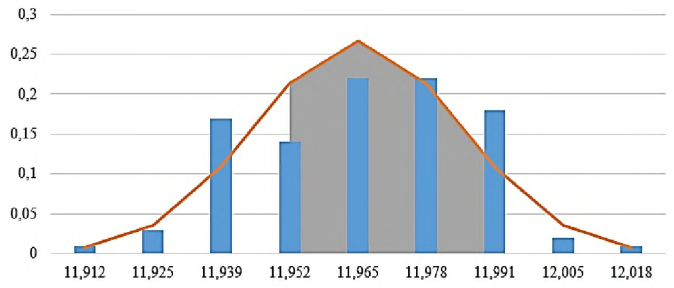

Рис. 1. Остаточний вигляд діаграми із емпіричним і теоретичним розподілом та областю допуску

У подальшій роботі заплановано доповнити розрахунковий шаблон обчисленням оптимального налаштування верстату із мінімізацією фінансових втрат на брак.

Список літератури

1. **Пашинський В.** Статистичні методи в інженерних дослідженнях. Навчальний посібник для здобувачів вищої освіти з інженерних спеціальностей. Кропивницький : ЦНТУ, 2020. 106 с.

2. **Kravtsova D. Y., Rebrova S. V., Dubrovski S. S.** Methodology and equipment for research of polymeric composite material on abrasive wear resistance. Journal of Kryvyi Rih National University. 2020. No. 50. P. 50–55 doi: 10.31721/2306-5451-2020-1-50-50-55

3. **Klyatsky V. I., Buhai L. A., Zaporozhets N. S.** Experimental studies of process parameters of the fine cone crusher. Journal of Kryvyi Rih National University. 2021. No. 52. P. 82–85.

4. **Maksymov S. V., Maksymova O. S.** Repair cycles of dump trucks in terms of operation reliability. Journal of Kryvyi Rih National University. 2018. No. 47. P. 122–128

5. Алгоритм проєктування систем автоматичного управління точністю механічної обробки на верстатах з ЧПУ / **Г. Грінченко та ін.** Машинобудування. 2022. № 29. С. 50–61.

6. Технологічне забезпечення якості продукції машинобудування / **Є. Фролов** та ін. Полтава : ПолтНТУ, 2019. 204 с.

7. Оцінка довговічності металоконструкцій автотранспортних засобів / **М. В. Буряк та ін**. Вісник машинобудування та транспорту. 2022. № 1. С. 11–16.

8. Дослідження розсіювання величин подач токарних верстатів в імовірнісному аспекті / **В. В. Крупа та ін.** Вісник Херсонського національного технічного університету. 2023. № 4(83). С. 16–28.

9. **Мигович А. В., Лапач С. М.** Статистичні методи при дослідженні температурної деформації інструменту. Інновації молоді в машинобудуванні (Youth Innovations in Mechanical Engineering) : Зб. пр. Міжнар. науково-техн. конф. молодих вчен. та студентів №1, м. Київ. Київ, 2019. С. 320–326.

10. **Мигович А. В., Лапач С. М.** Деякі помилки в роботі Microsoft Excel. Інновації молоді в машинобудуванні (Youth Innovations in Mechanical Engineering) : Зб. пр. Міжнар. науково-техн. конф. молодих вчен. та студентів №2, м. Київ. Київ, 2020. С. 435–441.

Рукопис подано до редакції 05.04.2023