

Актуальність проблеми параметричної ідентифікації математичної моделі

Данило Іванович Куропятник

Криворізький національний університет,
вул. Віталія Матусевича, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна
kuropyatnik27@gmail.com

Анотація. Метою статті є дослідження можливостей підвищення ефективності математичної моделі за рахунок ідентифікації параметрів об'єкта. Ключовим фактором для параметризації можна назвати врахування властивостей значень моделі в конкретний момент часу, що дозволяє глибше проаналізувати залежності даних та кореляцію між ними. Однак подібна методика працює не завжди, адже заздалегідь неможливо передбачити, що параметри можуть суттєво оптимізуватись. Окрім того, потрібно враховувати той факт, що мінімізація зменшує значення параметрів без урахування їх реальних фізичних властивостей. Правильність підсумкових значень буде опиратись на динамічно дібрані параметри, що дозволяє видозмінювати умови користування системою в режимі реального часу. У процесі розробки порівнюються значення експериментально отриманих даних з модельними, що і дозволяє зрозуміти точність мінімізації. При виборі найбільш релевантних параметрів використовуються різні мінімізаційні функції, що надає можливість охопити широкий спектр теоретичних початкових ситуацій. Перевірка правильності рішення здійснюється за допомогою функціоналу якості, за якого можна виявити точність та коректність оптимізованих параметрів. Можливо обрати різні типи функціоналу якості, залежно від особливостей початкових даних. Наявність подібних інструментів під час параметризації дозволяє різноманітно аналізувати модель, тестуючи її на різних алгоритмах, об'ємах даних та умовах гарантованої збіжності методів функціоналу.

Ключові слова: математична модель, машинне навчання, оптимізація, параметризація, функціонал якості.

Actuality of the problem of parametric identification of a mathematical model

Danylo I. Kuropiatnyk

Kryvyi Rih National University, 11, Vitalii Matusevych St., Kryvyi Rih, 50027, Ukraine
kuropiatnik27@gmail.com

Abstract. The purpose of the article is to study the possibilities of increasing the efficiency of a mathematical model by identifying the parameters of an object. A key factor for parametrization can be called the consideration of properties of the values of the model at a specific time point, which allows a deeper analysis of data dependencies and correlation between them. However, such a technique does not always work, because in advance it is impossible to predict that the parameters can be substantially optimized. In addition, it is necessary to take into account the fact that minimization reduces the values of parameters without taking into account their real physical properties. The correctness of the final values will be based on dynamically selected parameters, which allows you to modify the terms of use of the system in real time. In the development process, the values of experimentally obtained data with the model are compared, which allows you to understand the accuracy of minimization. When choosing the most relevant parameters, various minimization functions are used, which provides an opportunity to cover a wide range of theoretical initial situations. Verification of the correctness of the decision is carried out with the help of a quality function, which can identify the accuracy and correctness of the optimized parameters. It is possible to choose different types of functional quality, depending on the characteristics of the initial data. The presence of such tools during parametrization allows for varied analysis of the model, testing it on various algorithms, data volumes and conditions of guaranteed convergence of functional methods.

Keywords: mathematical model, machine learning, optimization, parametrization, quality functional.

На сучасному етапі виробництва та конструювання складних динамічних об'єктів неможливо обійтись без попередньої розробки їх математичної моделі [1]. Як правило, подібні об'єкти мають або лабораторно отримані значення, котрі не завжди є найефективнішим рішенням проблеми, або навіть така інформація про них відсутня. В такому випадку реалізація обраних процесів є досить збитковою з точок зору продуктивності та ресурсоемності через те, що дані про систему зібрані надто поверхово та недостатньо глибоко проаналізовані. Підходів рішення такої проблеми є декілька, однак замість детального вивчення властивостей об'єкта, на виробництвах все ще віддають перевагу надмірному вживанню ресурсів та емпіричному способу вимірювань. Яскравими прикладами

подібної системи можуть послужити такі моделі: печі-котла для спалювання сірководневого газу, авіаційного двигуна, рух та прогнозування його зміни у суден та інші.

Усі ці моделі об'єднує те, що в окремий момент часу відомі системі параметри можуть по різному впливати на підсумковий результат. Урахування даного фактору дозволяє проаналізувати властивості об'єкта, а також виявити закономірності змін його параметрів. Така методика дозволяє ідентифікувати рівень впливу різноманітних чинників в конкретні періоди функціонування системи, завдяки чому підвищується якість змодельованого процесу та практична ефективність подальшої фізичної реалізації.

Під час моделювання системи можливо виділити два типи інформації про об'єкт: апіорна та апостеріорна [1]. Стосовно першої можна сказати, що це фізичні властивості та закони, котрі доречні у розробці, а також теоретично виявлені умови коректного результату роботи системи. Другий тип, в свою чергу, відповідає за експериментально отримані результати за спостережень за параметрами об'єкта в процесі експлуатації. Завданням в такому випадку буде використання заздалегідь набутих та отриманих у ході роботи даних для того, щоб динамічно ідентифікувати якомога менші за значенням параметри, не втрачаючи при цьому правильності функціонування [2].

Важливо зазначити, що неможливо вказати методики, які для будь-якого об'єкта будуть однозначно гарантувати рішення задачі ідентифікації оптимальним способом, адже подібні завдання вимагають детального вивчення властивостей системи і мають умову, що в підсумку серед набору параметрів є простір для оптимізації. Також математичне моделювання не здатне в достатній мірі описати реальний процес, адже методи ідентифікації припускають знаходження параметрів без прив'язки до їх фізичного сенсу, а лише заради задоволення критерію адекватності моделі. Ці фактори критично необхідно враховувати при розробці системи параметричної ідентифікації, щоб в подальшому процесі її використання був практичний зміст [3].

Початковими умовами для розробки подібної системи є, очевидно, сконструйована математична модель досліджуваного об'єкта [4]. Іншими словами, на етапі мінімізації значень параметрів потрібно точно знати, як повинна функціонувати система, які підсумкові результати вона має повертати та яким є формат початкових даних. Також доцільно користуватися результатами апостеріорних досліджень, щоб оцінювати точність проведення оптимізації. Окрім цього, потрібно визначитись зі способом оцінки правильності отриманих значень – тобто, обрати найбільш актуальний метод оптимізації та функціонал якості.

Сам процес ідентифікації можна розглянути в декілька етапів [4]:

- знаходження значення моделі для початкових параметрів системи на проміжку заздалегідь обраного часу;
- порівняння експериментально отриманих та нових даних, знаходження нових параметрів;

— мінімізація нових параметрів із обраних даних в кожному конкретний момент часу.

Кожен із цих етапів є циклічним, тобто нові параметри можуть видозмінюватися від ітерації до ітерації. Оскільки завдання складається із знаходження нелінійних параметрів моделі, то основною задачею є багатовимірна мінімізація. Для її вирішення потрібно знайти точки мінімуму функції якомога точніше та швидше. Саме тут використовують методи оптимізації функціоналу якості.

Як правило, в актуальних моделях параметризації вживають метод градієнтного спуску, однак це не є єдиним і, тим паче, завжди найкращим рішенням. Причин цьому чимало, зокрема необхідність в диференційованості функції (цей метод використовує градієнт функції, що знаходиться за допомогою часткових похідних), а також відсутність гарантії збіжності за умови великої кількості локальних мінімумів. Також потрібно враховувати обсяг даних та обраний критерій точності обчислень.

Серед можливих методів доцільними також можна розглядати генетичний алгоритм, метод імітації відпалу та метод Нелдера-Міда [6]. Кожен з них має власну структуру та послідовність дій, через це вони покривають різні випадки та ситуації при моделюванні. Наприклад, метод диференціальної еволюції (генетичний алгоритм) має вищу ймовірність збіжності, ніж градієнтний, однак може використовувати для цього завелику кількість ресурсів і все ще не гарантує точний результат. Метод імітації відпалу, в свою чергу, завжди здатний знайти глобальний мінімум, але має найбільший час виконання. Щодо методу Нелдера-Міда, то він є дуже швидким, точним, однак не має однозначних гарантій збіжності. Усі ці методи мають перевагу над градієнтним спуском в тому, що здатні оброблювати недиференційовані функції.

Окрім вибору методу мінімізації, також є можливість перевіряти результати ідентифікації за різними критеріями точності. Для цього використовується функціонал якості – функція, або їх набір, що показує те, наскільки точно знаходить значення системи обраний алгоритм. Серед найрозповсюдженіших функціоналів для задачі параметричної ідентифікації виділяють наступні:

- *середньоквадратичний критерій* – розходження теоретичних та експериментальних значень, піднесене до другої степені. Він є нерозривним, що дозволяє використовувати метод градієнтного спуску, однак кожен показник (навіть несуттєвий, або випадковий) сильно впливає на значення;
- *мінімаксна функція* – різниця експериментальних та модельних даних за модулем. Вона менше реагує на «шуми», однак є розривною, тому недоступна для диференційованих методів;
- *функція-нев'язка* – різниця між значеннями функції та значеннями ознак із параметрами. Вона дозволяє за лінійності функцій моделі звести все до задачі лінійної ідентифікації, однак не є актуальною у випадку багатовимірної мінімізації.

Після добору алгоритму мінімізації та функціоналу якості настає етап реалізації параметричної ідентифікації. Важливо зазначити, що параметри будуть

змінюватися для кожного окремо взятого моменту часу, тобто в конструйованому об'єкті має бути можливість фізично безперервно впливати на його значення. Маючи такі дані стосовно досліджуваної математичної моделі, можна досить точно проаналізувати закономірності параметрів, враховуючи обсяги даних об'єкта та умови функціонування. Іншими словами, перед вибором тих чи інших алгоритмів, потрібно точно усвідомлювати пріоритети розробки: швидкість та ефективність виконання, чи гарантована точність та правильність результату.

Список використаних джерел

1. Полищук А. П. Автоматика : учебное пособие / А. П. Полищук, С. А. Семериков. – Кривой Рог : Издательский отдел КГПИ, 1999. – 277 с.
2. Полищук А. П. Некоторые особенности программной реализации методов экспериментальной идентификации линейных процессов / А. П. Полищук, С. А. Семериков // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті : збірник наукових праць : в 2-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1. – С. 202-210.
3. Полищук А. П. Последовательный симплекс-поиск в задачах параметрической идентификации / А. П. Полищук, С. А. Семериков // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в природничих науках. – Кривий Ріг : Видавничий відділ КДПУ, 2000. – С. 125-136.
4. Соловйов В. М. Инструментальне забезпечення курсу комп'ютерного моделювання / В. М. Соловйов, С. О. Семеріков, І. О. Теплицький // Комп'ютер у школі і сім'ї. – 2000. – № 4. – С. 28-31.
5. Миронов Е. А. Решение задачи идентификации математической модели объекта прогнозирования в условиях неопределенности [Электронный ресурс] / Миронов Е. А., Платонов С. А. // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 4. – Режим доступа : <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=14029>.
6. Флах П. Машинное обучение. Наука и искусство построения алгоритмов, которые извлекают знания из данных : учебник / Петер Флах ; пер. с англ. Слинкин А. А. – М. : ДМК Пресс, 2015. – 408 с.

References (translated and transliterated)

1. Polishchuk, A.P., Semerikov, S.A.: Avtomatika (Automatics). Izdatelskii otdel KGPI, Krivoi Rog (1999)
2. Polishchuk, A.P., Semerikov, S.A.: Nekotorye osobennosti programmnoi realizatsii metodov eksperimentalnoi identifikatsii lineinykh protsessov (Some features of the software implementation of methods for the experimental identification of linear processes). In: Kompiuterne modeliuвання ta informatsiini tekhnolohii v nauksi, ekonomitsi ta osviti, vol. 1, pp. 202–210. Vydavnychiy viddil KDPU, Kryvyi Rih (2001)
3. Polishchuk, A.P., Semerikov, S.A.: Posledovatelnyi simpleks-poisk v zadachakh parametricheskoii identifikatsii (Sequential simplex search in parametric identification

- problems). In: *Kompiuterne modeliuvannia ta informatsiini tekhnolohii v pryrodnychukh naukakh*, pp. 125–136. Vydavnychiy viddil KDPU, Kryvyi Rih (2000)
4. Soloviov, V.M., Semerikov, S.O., Teplytskyi, I.O.: *Instrumentalne zabezpechennia kursu kompiuternoho modeliuvannia (Toolware of computer simulation course)*. *Kompiuter u shkoli i simi*. 4, 28–31 (2000)
 5. Mironov, E.A., Platonov, S.A.: *Reshenie zadachi identifikatsii matematicheskoi modeli obekta prognozirovaniia v usloviakh neopredelennosti (The solution to the problem of identifying a mathematical model of the object of forecasting in conditions of uncertainty)*. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniia*. 4. <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=14029> (2014). Accessed 12 Nov 2018
 6. Flach, P.: *Machine Learning: The Art and Science of Algorithms That Make Sense of Data*. Cambridge University Press, New York (2012)