

Результати математичного моделювання показали, що запропонована САУ пристроєм РПН силового трансформатора має перевагу над класичною САУ РПН за рахунок зниження не лише рівня усталеного відхилення напруги, а й рівнів несиметрії напруг по зворотній та нульовій послідовностях.

У подальших дослідженнях необхідно розглянути питання розробки САУ пристроєм РПН силових трансформаторів з іншими схемами з'єднання обмоток трансформатора.

Для зменшення рівнів ПЯЕ найбільш перспективним видається застосування САУ пристроєм РПН силового трансформатора зі схемою з'єднання обмоток «трикутник/зигзаг з нулем», оскільки дана схема з'єднання обмоток виключає наявність напруги нульової послідовності на стороні НН силового трансформатора.

Також невирішеним залишається питання технічної реалізації запропонованої САУ пристроєм РПН силового трансформатора.

Список літератури

1. **Плешков П. Г.** Теоретичні засади оптимального керування пристроєм РПН силового трансформатора за векторним критерієм / **П. Г. Плешков, В. В. Зінзура, М. В. Кубкін** // Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету / техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. / Вип. 24, ч. 2. – Кіровоград: КНТУ, 2011. – С. 164-173.

2. **Зінзура В.В.** Методи розв'язку задачі багатокритеріальної оптимізації регулювання напруги в електричних мережах. // Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету / Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. / – Вип. 25.Ч.1 – Кіровоград: КНТУ, 2012. С. 350-360.

3. **Зінзура В.В.** Задача багатокритеріальної оптимізації регулювання напруги в електричній мережі з глухозаземленою нейтраллю. // Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету / Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. - Вип. 25.Ч.2 – Кіровоград: КНТУ, 2012. С. 227-234.

4. **Зінзура В.В.** Розробка та дослідження роботи системи автоматичного управління пристроєм РПН силового трансформатора // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. - № 3. – С. 99-109.

5. **Бурбело М. Й.** Застосування багатоцільової оптимізації для симетрування та зменшення відхилень напруг в електричних мережах / **М. Й. Бурбело, А. М. Волоцький, О. В. Бабенко, О. В. Салій** // Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2005. – № 6. – С. 76 – 79.

Рукопис подано до редакції 26.03.14

УДК 622.233.6

Вик. А. ГРОМАДСКИЙ, аспирант, Э. В. СЕРЕБРЕНИКОВ, канд. техн. наук
Криворожский национальный университет

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД ВЫНУЖДЕННЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРОВЫХ ШТАНГ СТАНКОВ ШАРОШЕЧНОГО БУРЕНИЯ

Интенсификация добычи полезных ископаемых открытым способом потребовала роста производительности горной техники, в том числе, буровых станков, как основного звена в подготовке буровзрывных работ. Увеличение производительности буровых станков приводит к росту нагрузок на буровые штанги и повышению скорости их оборотов. Это создает условия для активизации вынужденных поперечных колебаний буровых штанг, что может привести к недопустимым амплитудам колебаний, и даже к флаттеру бурового инструмента. Появление резонансных амплитуд не только нарушает технологический процесс бурения скважин, но и создает аварийные ситуации, вызывая выход со строя буровых станков. Наличие многочисленных причин, вызывающих неустойчивость работы буровых станков, указывает на необходимость применения методов математического моделирования. Эти методы позволяют построить не только адекватную математическую модель процесса поперечных колебаний буровой штанги, но и, благодаря наличию компьютеров с развитым программным обеспечением, организовать вычислительные эксперименты для нахождения рациональных режимов работы буровых станков. На основе учета физических закономерностей построена математическая модель вынужденных поперечных колебаний буровой штанги. Эта модель позволила установить функциональную зависимость вынужденных поперечных колебаний штанги от ее параметров. Пу-

тем организации вычислительных экспериментов на полученной модели были найдены условия, при которых происходила активизация амплитуд вынужденных поперечных колебаний, вплоть до появления резонансов, что было подтверждено экспериментами.

Проблема и ее связь с практическими задачами. Увеличение добычи полезных ископаемых в карьерах требует роста производительности горной техники, в частности, станков шарошечного бурения для бурения скважин под буровзрывные работы. Такое увеличение производительности буровых станков приводит к росту нагрузок на буровые штанги и повышению скорости их оборотов. Это создает условия для активизации вынужденных поперечных колебаний буровых штанг, что может привести к недопустимым амплитудам колебаний, и даже появлению эффекта флаттера бурового инструмента [1]. Последствия от появления флаттера не только нарушают технологический процесс бурения скважин, но и создают аварийные ситуации, вызывая выход со строя буровых станков. Поэтому анализ воздействия возмущений на величины амплитуд поперечных колебаний буровых штанг с целью обеспечения технологически рационального режима работы буровых станков является актуальной проблемой, требующей неотлагательного решения.

Анализ исследований и публикаций. Вопросам, связанным с анализом вынужденных поперечных колебаний буровых штанг, уделено достаточно много внимания [2-4]. Вместе с тем, публикации, как правило, посвящены решению общетеоретических задач, без указания конкретных условий эксплуатации буровых станков.

Постановка задачи. В работе [5] исследованы вопросы, связанные с собственными частотами колебаний буровых штанг станков шарошечного бурения, то есть при отсутствии внешних возмущений. Поэтому целесообразно продолжить исследование поперечных колебаний буровой штанги станка шарошечного бурения при наличии внешнего возмущения. Наличие многочисленных причин, вызывающих неустойчивость работы буровых станков, указывает на необходимость применения методов математического моделирования. Эти методы позволяют построить не только адекватную математическую модель процесса поперечных колебаний буровой штанги, но и, благодаря наличию компьютерной техники с развитым программным обеспечением, организовать вычислительные эксперименты для нахождения рациональных режимов работы буровых станков.

Изложение материала и результаты. Часть II. При моделировании буровая штанга рассматривалась как полый стержень круглого сечения, оба конца которого шарнирно оперты. При этом штанга испытывает сжатие от усилия подачи, а также на нее действует внешнее возмущение в виде распределенной нагрузки по всей ее длине.

Математическая модель, описывающая поперечные колебания буровой штанги при наличии распределенной нагрузки, может быть представлена в виде неоднородного дифференциального уравнения в частных производных [6]

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + R \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = P, \quad (1)$$

где $y = y(x, t)$ – поперечное перемещение бурильной штанги, м; E – модуль упругости материала штанги, н/м²; J – момент инерции поперечного сечения штанги, м⁴; m – интенсивность массы штанги, кг/м; R – усилие подачи штанги, н; $P = P(t)$ – внешнее воздействие на штангу, отнесенное к единице длины, н/м.

Де-факто с обоих концов штанги скользящие посадки, и при таком соотношении длины штанги l и ее диаметра D ($l \gg D$) штанга ведет себя, как шарнирная балка, поэтому граничные условия запишутся в виде

$$y(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0. \quad (2)$$

$$y(x, t)|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

Начальные условия запишутся в виде

$$y(x, t)|_{t=0} = \varphi(x), \quad \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi(x), \quad (4)$$

где $\varphi(x), \psi(x)$ – функции, определяющие начальный профиль и поперечную скорость штанги.

Принимая во внимание линейность дифференциального уравнения (1) решение задачи Коши (1),..., (4) будем искать в виде суммы двух функций [7]

$$y(x, t) = \bar{y}(x, t) + Y(x, t), \quad (5)$$

где $\bar{y}(x, t)$ – решение задачи Коши для однородного уравнения, $Y(x, t)$ – частное решение неоднородного уравнения (1) при нулевых граничных и начальных условиях.

Задача Коши для первой функции $\bar{y}(x, t)$ записывается в виде

$$EJ \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial x^4} + R \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

$$\bar{y}(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{y}(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0. \quad (7)$$

$$\bar{y}(x, t)|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{y}(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0. \quad (8)$$

$$\bar{y}(x, t)|_{t=0} = \varphi(x), \quad \frac{\partial \bar{y}(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi(x). \quad (9)$$

Задача Коши для второй функции $Y(x, t)$ записывается в виде

$$EJ \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + R \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = P, \quad (10)$$

$$Y(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 Y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0. \quad (11)$$

$$Y(x, t)|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial^2 Y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0. \quad (12)$$

$$Y(x, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial Y(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (13)$$

Решение задачи Коши (6),..., (9) было рассмотрено ранее в работе [5] и имеет вид

$$\bar{y}(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right) \left(\cos \omega_n t \int_0^l \varphi(\xi) \sin\left(\pi \cdot n \frac{\xi}{l}\right) d\xi + \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n t \int_0^l \psi(\xi) \sin\left(\pi \cdot n \frac{\xi}{l}\right) d\xi \right). \quad (14)$$

Для решения задачи Коши (10),..., (13) представим решение и правую часть уравнения (10) в виде разложения по собственным функциям решения (14)

$$Y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(t) \sin(\pi n \frac{x}{l}), \quad P(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(t) \sin(\pi n \frac{x}{l}). \quad (15)$$

Подставим (15) в уравнение (10), выполнив необходимое дифференцирование

$$EJ \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(t) \frac{\pi^4 n^4}{l^4} \sin(\pi n \frac{x}{l}) - R \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(t) \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \sin(\pi n \frac{x}{l}) + m \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d^2 Y_n(t)}{dt^2} \sin(\pi n \frac{x}{l}) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(t) \sin(\pi n \frac{x}{l}) \quad (16)$$

Группируя и вынося за скобки в (16), получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(m \frac{d^2 Y_n(t)}{dt^2} + \frac{\pi^2 n^2}{l^2} (EJ \frac{\pi^2 n^2}{l^2} - R) \cdot Y_n(t) - P_n(t) \right) \sin(\pi n \frac{x}{l}) = 0. \quad (17)$$

Учитывая, что система собственных функций решения (14) является линейно-независимой, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для нахождения $Y_n(t)$

$$m \frac{d^2 Y_n(t)}{dt^2} + \frac{\pi^2 n^2}{l^2} (EJ \frac{\pi^2 n^2}{l^2} - R) \cdot Y_n(t) = P_n(t). \quad (18)$$

Для дальнейшего решения уравнение (18) удобно представить в виде

$$\frac{d^2 Y_n(t)}{dt^2} + \phi_n^2 \cdot Y_n(t) = p_n(t) \quad (n=1, 2, \dots), \quad (19)$$

где $\phi_n = \frac{\pi \cdot n}{l\sqrt{m}} \sqrt{EJ \frac{\pi^2 n^2}{l^2} - R}$ – круговая частота n -й гармоники, рад/сек, $p_n(t) = \frac{P_n(t)}{m}$ – ускорение n -й гармоники, вызванное внешним возмущением, м/с².

Принимая во внимание, что круговые частоты для свободных и вынужденных колебаний совпадают, то есть $\omega_n = \phi_n$, в дальнейшем будем пользоваться первым обозначением.

Начальные условия для дифференциального уравнения (19) согласно (13) запишутся в виде

$$Y_n(t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{dY_n(t)}{dt}|_{t=0} = 0 \quad (n=1,2,\dots). \quad (20)$$

Решение задачи Коши (19), (20) представляется с помощью интеграла Дюамеля [8]

$$Y_n(t) = \frac{2}{\omega_n l} \int_0^l \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) \int_0^t p(x, \theta) \sin \omega_n (t - \theta) d\theta dx. \quad (21)$$

Тогда, подставляя (21) в (15), получаем решение задачи Коши (10),... (13)

$$Y(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n} \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) \int_0^l \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) \int_0^t p(\xi, \theta) \sin \omega_n (t - \theta) d\theta d\xi. \quad (22)$$

В результате решение исходной задачи Коши (1),... (4) представляется как сумма решений (14) и (22)

$$y(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right) \left(\cos \omega_n t \int_0^l \varphi(\xi) \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) d\xi + \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n t \int_0^l \psi(\xi) \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) d\xi \right) + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n} \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) \int_0^l \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) \int_0^t p(\xi, \theta) \sin \omega_n (t - \theta) d\theta d\xi. \quad (23)$$

Вынося в (23) общие члены за скобки, окончательно получаем

$$y(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi \cdot n \frac{x}{l}\right) \left(\cos \omega_n t \int_0^l \varphi(\xi) \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) d\xi + \frac{1}{\omega_n} \sin \omega_n t \int_0^l \psi(\xi) \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) d\xi \right) + \frac{1}{\omega_n} \int_0^l \sin\left(\pi n \frac{\xi}{l}\right) \int_0^t p(\xi, \theta) \sin \omega_n (t - \theta) d\theta d\xi. \quad (24)$$

Полученное решение (24) содержит функцию, которая определяет внешнее возмущение при функционировании буровой штанги. В рассматриваемом случае таким возмущением является центробежная сила, вызванная вращением буровой штанги. Для нахождения этой силы запишем ее величину для бесконечно малого участка буровой штанги

$$dF = \omega^2 r dm, \quad (25)$$

где ω – круговая частота вращения штанги, рад/с; dm – элемент массы штанги, кг; r – расстояние от оси вращения штанги до элемента массы, м.

Учитывая осевую симметрию штанги, элемент массы штанги можно записать в виде

$$dm = \rho \cdot r dr d\varphi \cdot dh, \quad (26)$$

где ρ – плотность материала штанги, кг/м³; $r dr d\varphi \cdot dh$ – элемент объема штанги в цилиндрической системе координат, м³.

Для нахождения центробежной силы проинтегрируем (25) с учетом (26)

$$F = \omega^2 \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^l dh \int_{r_1}^{r_2} r^2 dr, \quad (27)$$

где l – длина штанги, м; r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы трубы штанги, м.

Вычисляя интеграл (27), получаем

$$F = \frac{2}{3} \pi \omega^2 \rho \cdot l \cdot (r_2^3 - r_1^3). \quad (28)$$

Принимая во внимание, что интенсивность массы штанги вычисляется по формуле

$$m = \rho \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2),$$

формулу (28) можно привести к виду

$$F = \frac{2}{3} \omega^2 \cdot m \cdot l \cdot \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (29)$$

В результате линейная плотность центробежной силы рассчитывается по формуле

$$P = \frac{1}{3} m \omega^2 \frac{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2}{d_1 + d_2}, \quad (30)$$

где d_1, d_2 - внутренний и внешний диаметры трубы буровой штанги, m .

Таким образом, для получения необходимых результатов по колебаниям буровой штанги необходимо в формулу (24) подставить величину

$$p = \frac{P}{m} = \frac{1}{3} \omega^2 \frac{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2}{d_1 + d_2}. \quad (31)$$

Если принять, что начальные отклонение и скорость штанги были нулевыми

$$y(x, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0,$$

то с учетом (31) формула (24) принимает вид

$$y(x, t) = \frac{2}{3 \cdot l} \omega^2 \frac{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2}{d_1 + d_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n} \sin(\pi \cdot n \frac{x}{l}) \int_0^l \sin(\pi \cdot n \frac{\xi}{l}) d\xi \int_0^t \sin \omega_n (t - \theta) d\theta. \quad (32)$$

Вычислим интегралы, входящие в формулу (32),

$$\int_0^l \sin(\pi \cdot n \frac{\xi}{l}) d\xi = -\frac{l}{\pi n} \cos(\pi n \frac{\xi}{l}) \Big|_0^l = \frac{l}{\pi \cdot n} (1 - \cos \pi n) = \begin{cases} 0, & n = 2k \\ \frac{2l}{\pi \cdot n}, & n = 2k - 1 \end{cases}, \quad (33)$$

$$\int_0^t \sin \omega_n (t - \theta) d\theta = \frac{1}{\omega_n} \cos \omega_n (t - \theta) \Big|_0^t = \frac{1}{\omega_n} (1 - \cos \omega_n t). \quad (34)$$

Подставляя (33) и (34) в формулу (32), окончательно получаем формулу, описывающую поперечные колебания штанги, вызванные центробежной силой,

$$y(x, t) = \frac{4}{3\pi} \omega^2 \frac{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2}{d_1 + d_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_{2n-1}^2 (2n-1)} \sin(\pi(2n-1) \frac{x}{l}) (1 - \cos \omega_{2n-1} t). \quad (35)$$

При работе буровой штанги может наблюдаться ее вибрирование, связанное со смещенностью оси вращения. Такое вибрирование также оказывает влияние на поперечные колебания штанги, являясь внешним возмущением. Поэтому целесообразно рассмотреть влияние такого вибрирования на поперечные колебания буровой штанги. Пусть процесс вибрирования штанги при ее вращении описывается функцией

$$y(t) = y_0 \sin(\omega \cdot t), \quad (36)$$

где y_0 - амплитуда вибраций штанги, m .

Тогда сила, которая действует на единицу длины штанги, находится по формуле

$$Q(t) = m \cdot \ddot{y}(t), \quad (37)$$

где $\ddot{y}(t)$ - производная второго порядка, m/c^2 .

Вычисляя производную второго порядка от функции (36), находим

$$Q(t) = -m \cdot y_0 \cdot \omega^2 \sin(\omega \cdot t). \quad (38)$$

Для нахождения воздействия вибраций на поперечные колебания штанги подставим (38) в формулу (24), принимая, что начальные отклонение и угловая скорость штанги были нулевыми. В результате, обозначив

$$q(t) = \frac{Q(t)}{m},$$

последовательно получим

$$y(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n} \sin(\pi n \frac{x}{l}) \int_0^l \sin(\pi n \frac{\xi}{l}) \int_0^t q(\theta) \sin \omega_n (t - \theta) d\theta d\xi,$$

$$y(x, t) = -\frac{4y_0\omega^2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_{2n-1}(2n-1)} \sin(\pi(2n-1)\frac{x}{l}) \int_0^t \sin \omega\theta \sin \omega_{2n-1}(t-\theta) d\theta. \quad (39)$$

Вычислим интеграл

$$\begin{aligned} \int_0^t \sin \omega\theta \sin \omega_{2n-1}(t-\theta) d\theta &= \frac{1}{2} \int_0^t (\cos((\omega + \omega_{2n-1})\theta - \omega_{2n-1}t) - \cos((\omega - \omega_{2n-1})\theta + \omega_{2n-1}t)) d\theta = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega + \omega_{2n-1}} \sin((\omega + \omega_{2n-1})\theta - \omega_{2n-1}t) \Big|_0^t - \frac{1}{\omega - \omega_{2n-1}} \sin((\omega - \omega_{2n-1})\theta + \omega_{2n-1}t) \Big|_0^t \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \omega \cdot t + \sin \omega_{2n-1}t}{\omega + \omega_{2n-1}} - \frac{\sin \omega \cdot t - \sin \omega_{2n-1}t}{\omega - \omega_{2n-1}} \right) = \frac{\omega \sin \omega_{2n-1}t - \omega_{2n-1} \sin \omega \cdot t}{\omega^2 - \omega_{2n-1}^2}. \end{aligned} \quad (40)$$

Принимая во внимание (40), формула (39) принимает вид

$$y(x, t) = -\frac{4y_0\omega^2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega \sin \omega_{2n-1}t - \omega_{2n-1} \sin \omega \cdot t}{\omega_{2n-1}(\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)(2n-1)} \sin(\pi(2n-1)\frac{x}{l}). \quad (41)$$

Раскроем формулу (41), выделив первые гармоники,

$$y(x, t) = -\frac{4y_0\omega^2}{\pi} \left(\frac{\omega \sin \omega_1 t - \omega_1 \sin \omega \cdot t}{\omega_1(\omega^2 - \omega_1^2)} \sin(\pi \frac{x}{l}) + \frac{\omega \sin \omega_3 t - \omega_3 \sin \omega \cdot t}{3\omega_3(\omega^2 - \omega_3^2)} \sin(3\pi \frac{x}{l}) + \dots \right). \quad (42)$$

Как видно из формулы (42), первая гармоника определяется формулой

$$y_1(x, t) = -\frac{4y_0\omega^2}{\pi} \cdot \frac{\omega \sin \omega_1 t - \omega_1 \sin \omega \cdot t}{\omega_1(\omega^2 - \omega_1^2)} \sin(\pi \frac{x}{l}). \quad (43)$$

Для удобства исследования формулы (43) целесообразно перейти к безразмерному виду

$$\hat{y}_1 = \varepsilon^2 \frac{\sin(\varepsilon \cdot \theta) - \varepsilon \cdot \sin \theta}{\varepsilon^2 - 1} \sin(\pi \xi), \quad (44)$$

где $\hat{y}_1 = \frac{\pi \cdot y_1}{4y_0}$, $\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_1}$, $\theta = \omega_1 t$, $\xi = \frac{x}{l}$.

На рис. 1 представлены результаты расчета по формуле (44) в зависимости от безразмерного времени θ . В качестве параметра была выбрана величина ε , которая характеризует близость круговой частоты вращения буровой штанги к круговой частоте первой гармоники. При расчете было взято $\xi=0,5$, т.е. точка, расположенная посередине штанги.

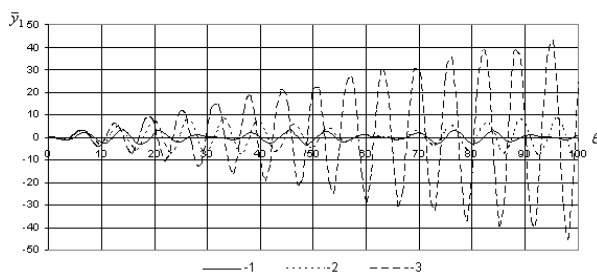


Рис.1. Зависимость колебаний первой гармоники штанги от времени при ($1 - \varepsilon = 0,8$, $2 - \varepsilon = 0,9$, $3 - \varepsilon = 0,99$)

Анализ результатов расчетов, приведенных на рис. 1, показывает, что при приближении частоты вибраций штанги, вызванных несимметричностью расположения оси вращения, к частоте первой гармоники, резко

возрастает амплитуда колебаний штанги, принимая нарастающий характер. Ниже представлены результаты численного моделирования.

Согласно исходным данным параметры буровой штанги характеризуется величинами

$$R=200 \text{ КН}; m=206,3 \text{ кг/м}; E=2 \cdot 10^{11} \text{ Па}; J=9,72 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4; d_1=0,112 \text{ м}; d_2=0,215 \text{ м}.$$

Формулы для угловой скорости и циклической частоты для исходных данных принимают вид [5]

$$\omega_n = 3,03 \cdot 10^3 \cdot \frac{n^2}{l^2} \sqrt{1 - 1,042 \cdot 10^{-3} \frac{l^2}{n^2}}, f_n = 482,239 \cdot \frac{n^2}{l^2} \sqrt{1 - 1,042 \cdot 10^{-3} \frac{l^2}{n^2}} \quad (n=1,2,\dots). \quad (45)$$

В свою очередь, подставляя исходные данные в формулу (35), находим зависимость вынужденных поперечных колебаний штанги, вызванные центробежной силой ее вращения,

$$y(x, t) = 0,108 \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{1}{\omega_1^2} \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right)(1 - \cos \omega_1 t) + \frac{1}{3\omega_3^2} \sin\left(3\pi \frac{x}{l}\right)(1 - \cos \omega_3 t) + \dots \right). \quad (46)$$

Если принять, что буровая штанга вращается с частотой $n = 110$ об/мин, то ее угловая скорость составит величину, рад/с

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 110}{60} \approx 11,52. \quad (47)$$

Подставляя (47) в формулу (46), получаем

$$y(x, t) = 14,331 \cdot \left(\frac{1}{\omega_1^2} \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right)(1 - \cos \omega_1 \cdot t) + \frac{1}{3\omega_3^2} \cdot \sin\left(3\pi \frac{x}{l}\right)(1 - \cos \omega_3 \cdot t) + \dots \right) \quad (48)$$

В табл.1 представлены результаты расчетов частот и амплитуд первой, второй и третьей гармоник для разных длин буровых штанг по формулам (45) и (48).

Таблица 1

Результаты расчетов для первых трех гармоник частот и амплитуд поперечных колебаний штанги

$l, \text{ м}$	8			16		
	1	2	3	1	2	3
n	1	2	3	1	2	3
$\omega_n, \text{ рад/с}$	45,74	187,79	424,51	10,14	45,74	104,93
$f_n, \text{ Гц}$	7,28	29,89	67,56	1,61	7,28	16,70
$A, \text{ м}$	$6,85 \cdot 10^{-3}$	-	$2,65 \cdot 10^{-5}$	0,139	-	$4,34 \cdot 10^{-4}$

Учитывая исходные данные рассматриваемой задачи, исследуем поперечные колебания штанги, вызванные ее вибрациями. Принимая во внимание, что $\omega \approx 11,52$ рад/с, получаем

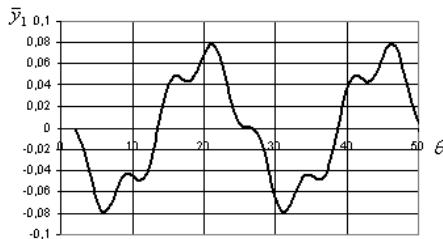
$$\varepsilon(l = 8) = \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{11,52}{45,74} \approx 0,25. \quad (49)$$

Анализ вычисленных величин показывает, что при длине штанги, равной $l = 8$ м, вибрация штанги оказывают малое влияние на амплитуду поперечных колебаний штанги, поскольку круговая частота штанги значительно отличается от круговой частоты первой гармоники. В этом случае формула (44) с учетом (49) для $\xi = 0,5$ принимает вид

$$\bar{y}_1 = 0,067(0,25 \sin \theta - \sin(0,25\theta)). \quad (50)$$

На рис. 2 представлен график, построенный согласно формуле (50).

Рис. 2. Зависимость колебаний первой гармоники штанги от времени согласно формуле (50)



Анализ графика, приведенного на рис. 2, показывает, что при вибрациях штанги, вызванных ее вращением при заданной круговой частоте, амплитуда поперечных колебаний штанги составляет $\approx 0,1$ амплитуды колебаний, вызванных резонансом от совпадении частоты ее собственных колебаний с частотой вращения.

При длине штанги, равной $l = 8$ м круговая частота штанги превышает круговую частоту первой гармоники, при этом

$$\varepsilon(l = 16) = \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{11,52}{10,14} \approx 1,136. \quad (51)$$

Если круговая частота достигает величины круговой частоты первой гармоники, что вызывает, согласно графику рис. 1, резкое возрастание амплитуды поперечных колебаний штанги. Далее, по мере возрастания круговой частоты, эта амплитуда будет уменьшаться, а сами колебания принимают установившийся характер. В этом случае формула (44) с учетом (51) для $\xi = 0,5$ принимает вид

$$\bar{y}_1 = 4,44(\sin 1,136 \cdot \theta - 1,136 \sin \theta). \quad (52)$$

На рис. 3 представлен график, построенной согласно формуле (52).

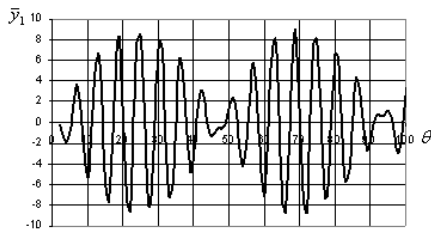


Рис. 3. Залежність коливань першої гармоніки штанги від часу згідно формули (52)

Аналіз графіка, приведеного на рис. 3, показує, що при вібраціях штанги, виклираних її обертанням при заданій круглій швидкості, амплітуда резонансних поперечних коливань штанги може зростати і становити до 10 амплітуд коливань, виклираних вібраціями в штатному режимі обертання штанги і привести до явища флаттера [1].

Отримані результати розрахунків знаходяться в достатньо хорошій згоді з чисельними розрахунками, виконаними з допомогою програмного комплексу SolidWorks.

Висновки, задачі дальніших досліджень. Математичне моделювання вимушених поперечних коливань бурової штанги, ґрунтоване на урахування фізичних закономірностей, дозволило встановити функціональну залежність амплітуд цих коливань від основних параметрів штанги: інтенсивності маси, модуля еластичності, діаметра, товщини стінок, довжини, а також від розподіленої поперечної навантаження.

Представлення формул, визначаючих залежність амплітуд вимушених поперечних коливань від параметрів штанги, в безрозмірному вигляді, дозволило скоротити число змінних, і тим самим суттєво спростити дослідження отриманої залежності.

Аналіз залежності амплітуд вимушених поперечних коливань бурової штанги, показав, що при певних умовах (довжинах штанг, величинах навантажень, частотах обертів штанги) можливо виникнення резонансних амплітуд і явища флаттера.

Список літератури

1. Громадський Вік. А. Динаміка обертання бурових стовбів і рекомендації раціональних режимів буріння станками типу СБШ-250 / Горне обладнання і електромеханіка. // Научно-аналітичний і виробничий журнал. М.: "Нові технології". – 2014. – № 4(101), с. 17 – 24.
2. Симонов В.В., Юнін Е.К. Вплив коливальних процесів на роботу бурильного інструмента. - М.: Недра, 1977. – 212с.
3. Суханов А. Ф., Кутузов Б. Н., Шмидт Р. Г. Вібрація і надійність роботи станків шарошечного буріння. – М.: Недра, 1969. – 123 с.
4. Бешта А.С., Хілов В.С, Плахотник В.В. Математична модель продольних і крутильних коливань бурової штанги / Горна механіка і автоматика. - Сборник наукових робіт. 2004. - Вип. 73.
5. Громадський Вік. А., Серебренников Э. В. Теоретичне моделювання власних частот поперечних коливань бурових штанг станків шарошечного буріння / Вісник Криворізького національного університету, 2014. - Кривий Ріг: КНУ, С. 265-272.
6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985.– 472с.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.–435с.
8. Владимиров В., С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.–331с

Рукопис подано до редакції 26.03.14

УДК 622.271.3

Ю.І. ГРИГОР'ЄВ, аспірант, Криворізький національний університет

ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ МЕТОДИЧНИХ ПРИНЦИПІВ ЦІЛЕНАПРАВЛЕНОГО ФОРМУВАННЯ ТЕХНОГЕННИХ РОДОВИЩ ПРИ КОМПЛЕКСНОМУ ОСВОЄННІ НАДР

Досліджено стан комплексного освоєння залізрудних родовищ Кривбасу. Доведено необхідність спорудження техногенних родовищ в умовах ринкової економіки. Проаналізовано існуючі способи формування техногенних родовищ. Виділено основні функції техногенного родовища. Визначено основні методичні принципи формування техногенних родовищ з позицій системного підходу.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. Для умов Криворізького залізрудного басейну, що є сировинною базою для одного з найпотужніших гірничодобу