

УДК 622.732:621.926

Ю.А. МАЛИНОВСКИЙ, канд. техн. наук, доц.,  
 А.Ю. МАЛИНОВСКАЯ, старший преподаватель., Е.Е. ЗЕЛОВА, магистр  
 ДВНЗ «Криворожский национальный университет»

### К ОПРЕДЕЛЕНИЮ УСИЛИЙ ДРОБЛЕНИЯ В КОНУСНЫХ ДРОБИЛКАХ

Усилие, возникающее в конусной дробилке при дроблении материала в момент сближения конусов, можно представить как равнодействующую элементарных усилий, приложенных по радиусам круговых сечений одного из конусов и направленных перпендикулярно образующей того же из конуса. Указанное усилие возникает в подвижном и неподвижном конусах при их взаимодействии через измельчаемый материал (рис. 1).

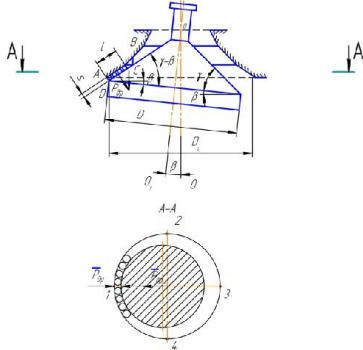


Рис. 1. Схема взаимодействия конусов дробилки

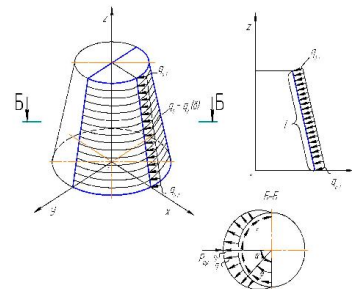


Рис. 2. Схемы распределения давлений в осевом и кольцевом сечениях

Будем полагать, что при каждом элементарном сжатии материала в процессе его дробления нагрузка на конус (подвижный или неподвижный) при рассмотрении его круговых сечений передается по дуге, охватывающей центральный угол, приблизительно равный  $\pi$  (рис. 2).

Причем, в центре каждой дуги контакта возникает наибольшее давление, а давление, близкое к нулю, возникает по краям дуги. В промежуточных точках давление равномерно уменьшается от центра к краям дуги. Характер изменения давлений по круговым сечениям будет одинаков, а по высоте конуса для любого его сечения, проходящего через ось  $Oz$ , давление  $q(z)$  будет перпендикулярно образующей и будет изменяться от наименьшего значения для верхней точки образующей конуса  $q_{01}$  до наибольшего значения для нижней точки образующей конуса  $q_{02}$ .

Так как суммарное усилие в каждом горизонтальном сечении конуса будет пропорционально радиусу этого сечения, то естественно предположить, что давление  $q_0(z)$  по высоте конуса будет распределяться по трапециевидальному закону, то для верхнего основания имеем  $q_0(z)=q_{01}$ , а для нижнего -  $q_0(z)=q_{02}$ , причем,  $q_{01} \leq q_{02}$ .

Отметим, что по дуге контакта в каждом круговом сечении конуса давление интенсивности  $q_0(z)$  наклонено к образующей подвижного конуса под углом  $\pi/2$  и по абсолютной величине (для дуги контакта) распределяется по закону, близкому к косинусоидальному [1]

$$q_i = q_{0i} (\cos \varphi - \cos \alpha), \quad (1)$$

где  $\alpha = \pm \pi/2$  половина угла раскрытия эпюры давления  $q_i = q_i(\varphi)$ ;  $\varphi$  - текущий угол эпюры давления ( $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ ;  $-\pi/2 \leq \varphi \leq 0$ );  $i$  - индекс произвольного кругового сечения конуса;  $r_i$  - радиус произвольного кругового сечения конуса;  $q_{0i}$  - наибольшее давление в центре дуги контакта для сечения конуса с индексом  $i$ .

Отметим, что вектор давления  $\bar{q}_i$  наклонен к горизонтальной оси под углом  $\theta \equiv (\pi/2) - \gamma + \beta$ .

Нетрудно видеть, что горизонтальную и вертикальную составляющую давления  $q_i$  можно определить, исходя из следующих соотношений

$$q_{ih} = q_i \sin(\gamma - \beta) \quad (2)$$

$$q_{iv} = q_i \cos(\gamma - \beta), \quad (3)$$

где  $\gamma$  - угол наклона образующей конуса по отношению к его основанию;  $\beta$  - угол качания конуса (его наибольшее значение), для «неподвижного конуса»  $\beta = 0$ .

При этом суммарная нагрузка по произвольному круговому сечению конуса может быть

определена по формуле

$$P_i = q_{oi} r_1 / 2 (2\alpha - \sin \alpha). \quad (4)$$

Исходя из трапецидального закона распределения давления по любой из образующих, определим усредненное давление по длине образующей, проходящей через «мгновенный» центр приложения нагрузки к конусу

$$q_o = q_{10} l + [(q_{20} - q_{10})/2] l, \quad (5)$$

где  $l$  - длина «рабочей» части образующей конуса.

Предварительно оценим качественно значение усилия  $P_{др}$  для дробилки, исходя из допущения о «равномерном» распределении давления по половине боковой поверхности конуса. Тогда суммарное усилие дробления  $P_{др}$  определим по формуле

$$P_{др} = [(q_{10} + q_{20})/2] l \pi (r_1 + r_2)/2, \quad (6)$$

где  $r_1, r_2$  - радиусы верхнего и нижнего оснований конуса.

Если учесть, что в действительности давление в каждом поперечном сечении конуса изменяется по закону, близкому к косинусоидальному, что подтверждается экспериментальными данными [2], тогда усилие дробления можно вычислить по формуле

$$P_{др} = [(q_{10} + q_{20})/2] l (\pi - 1) (r_1 + r_2)/2, \quad (7)$$

с учетом угла раскрытия эпилоры давления  $2\alpha = \pi$ . Тогда горизонтальная составляющая усилия дробления, исходя из формулы (7) определяется

$$P_{op}^h = \frac{q_{10} + q_{20}}{2} l (\pi - 1) \frac{r_1 + r_2}{2} \sin(\gamma - \beta) \quad (8)$$

и вертикальная составляющая усилия дробления, которая непосредственно воздействует на сферическую опору, эксцентриковый узел и другие опорные элементы дробилки, определяется следующим образом

$$P_{op}^v = \frac{q_{10} + q_{20}}{2} l (\pi - 1) \frac{r_1 + r_2}{2} \cos(\gamma - \beta). \quad (9)$$

На основании изложенного, нормальное давление на боковой поверхности конуса  $q = q(\varphi, z)$  является функцией текущего угла давления  $\varphi$  и высоты расположения рассматриваемой точки на образующей  $z$ . При этом усилие дробления  $P_{др}$  является равнодействующей совокупности элементарных давлений, приложенных к части боковой поверхности конуса. Усилие  $P_{др}$  локализуется в «мгновенном» центре эпилоры давлений (при  $\varphi = 0$ ), при этом аппликату этой точки можно определить исходя из трапецидального закона изменения давления по длине образующей с использованием формулы

$$z_c = \frac{l \left( q_{10} + \frac{q_{20}}{3} - \frac{q_{10}}{3} \right)}{q_{20} + q_{10}} = \frac{2q_{20} + q_{10}}{q_{10} + q_{20}} \cdot \frac{l}{3}. \quad (10)$$

Для вычисления реальных расчетных значений  $P_{др}$  для конкретных дробилок, при их работе на известном исходном сырье, среднее давление на поверхности конуса  $(q_{10} + q_{20})/2$  может быть большим или равным пределу прочности измельчаемого материала при сжатии

$$(q_{10} + q_{20})/2 \geq \sigma_b, \quad (11)$$

то есть, теоретически среднее давление больше, чем предел прочности  $\sigma_b$  обрабатываемого материала (между конусами) развиться не может. Вместе с тем, для гарантированного разрушения всей горной массы, находящейся в камере дробления, необходимо сближать конуса до тех пор, пока возникающая абсолютная деформация отдельных кусков не вызовет разрушения всего материала в камере дробления, что приведет к некоторому возрастанию  $P_{др}$ . При этом поправочный коэффициент для гарантированного разрушения материала рекомендуется принимать в пределах  $k = 1,15 \div 1,20$ . Поэтому для практических расчетов формулу (9) можно переписать в виде

$$P_{др} = k \sigma_b l (r_1 + r_2) (\pi - 1)/2. \quad (12)$$

Для вычисления аппликаты точки приложения усилия дробления, согласно формуле (7), необходимо знать, как вычисляются давления  $q_{10}$  и  $q_{20}$ . Исходя из трапецидального характера распределения давлений по высоте конуса, можно записать

$$\frac{q_{10} + q_{20}}{2} = \frac{q_{10} + q_{10} + q_{10} \frac{r_2 - r_1}{l}}{2} = \frac{q_{10} (2 + \cos(\gamma - \beta))}{2}. \quad (13)$$

Откуда можно выразить  $q_{10}$  через  $\sigma_b$  используя равенство (11)

$$q_{10} = 2\sigma_b / (2 + \cos(\alpha - \beta)). \quad (14)$$

Также из формулы (13) можно выразить  $q_{20}$  через  $q_{10}$  и  $\sigma_b$

$$q_{20} = q_{10} (1 + \cos(\gamma - \beta)) \quad (15)$$

иначе 
$$q_{20} = [2 \sigma_b (1 + \cos(\gamma - \beta))] / (2 + \cos(\alpha - \beta)). \quad (16)$$

Полученные выражения для  $q_{10}$  и  $q_{20}$  подставляем в (10) и вычисляем аппликату «мгновенного» центра эпюры давлений  $z_c$ . Рассматривая эпюру распределения давлений между взаимодействующими при работе дробилки конусами видим, что эпюры, согласно рис.2 и представленная в работе [2] имеют определенные отличия.

Поэтому, помимо рассмотрения нормальных давлений между конусами, рассмотрим также и касательные напряжения.

Отметим, что при перекачивании подвижного конуса по неподвижному конусу с учетом прослойки измельчаемого материала (по дуге конуса, опирающейся на центральный угол  $\pi$ ), происходит еще и истирание материала. Иными словами, между конусами и материалом возникают еще и касательные напряжения.

Абстрагируясь от поверхности контакта на половине конуса, рассмотрим кольцевой момент сопротивления перекачиванию по некоторому радиусу  $r_i$  (подвижного конуса), тогда момент сопротивления перекачиванию для полоски конуса единичной ширины будет иметь вид

$$M_i = \tau r_i \cdot (\varphi - \sin \varphi), \quad (17)$$

где  $\varphi$  - текущий угол эпюры давления;  $\tau$  - касательное напряжение при сдвиге (истирании) рудного материала, причем  $\tau \leq \tau_b$ ;  $\tau_b$  - предел прочности рудного материала при сдвиге.

Учтем тот факт, что конуса взаимодействуют по дуге, мало отличающейся от дуги  $\varphi \approx \pi$ , выражение (17) запишем в виде

$$M_i = \pi r_i \tau. \quad (18)$$

Тогда, суммарный момент сопротивления перекачиванию по половине боковой поверхности конуса  $S = (\pi/2) \cdot l(r_1 + r_2)$ , с учетом истирания обрабатываемого материала будет равен

$$M_c = (\pi/2)(r_1 + r_2) l \tau_b. \quad (19)$$

Поскольку в точках взаимодействия подвижного и неподвижного конусов происходит их непрерывное скольжение через измельчаемый материал, то имеет место линейное соотношение между нормальным давлением  $\sigma_y$  и тангенциальным напряжением  $\tau_{xy}$  [3]

$$\tau_{xy} + f \sigma_y = 0, \quad (20)$$

где  $f$  - коэффициент трения скольжения между измельчаемым материалом и конусами.

Интегрируя (20) по всей поверхности контактирования конусов запишем следующее выражение

$$M_c + M_{тр} = 0, \quad (21)$$

где  $M_{тр} = f P_{др}$  - момент сил трения между конусами в процессе дробления.

Тогда перепишем (21) в следующем виде

$$(\pi/2) \cdot (r_1 + r_2) \cdot l \cdot \tau_b + (f(\pi - 1)/2) \cdot (r_1 + r_2) \cdot l \cdot \sigma_b = 0, \quad (22)$$

или

$$\tau_b + f(1 - 1/\pi) \sigma_b = 0. \quad (23)$$

Таким образом, выражение (23) представляет собой критериальное уравнение при дроблении материала в конусной дробилке.

Можно рассматривать эпюру давлений материала в любом из сечений конуса путем наложения эпюр напряжений  $\sigma_y$  и  $\tau_{xy}$ , тогда суммарная эпюра будет хорошо согласовываться с практическими данными работы [2].

Суммирование касательных и нормальных напряжений в круговых сечениях конусов необходимо производить геометрически, так как указанные напряжения (их векторы) между собой перпендикулярны.

Обратимся к некоторым особенностям разрушения материала между двумя конусами в зоне «мгновенной» камеры дробления.

Рассмотрим работу силы  $P_{др}$  на упругом перемещении при сжатии порции материала в камере дробления (или одного куска материала).

Работа силы  $P_{др}$  на упругом перемещении  $A_{др}$  идет на увеличение потенциальной энергии сжимаемого материала (или его куска)

$$A_{др} = P_{др} \cdot \Delta \lambda, \quad (24)$$

где  $\Delta \lambda$  - упругое перемещение при сжатии материала (величина заранее неизвестная).

Если нормальные напряжения в материале достигнут предела его прочности ( $\sigma_b$ ), то можно

записати

$$A_{др} = A_{уп}, \quad (25)$$

где  $A_{уп} = \sigma_v^2 \cdot v / 2E$  - потенциальная энергия деформации материала (или его куска) в камере дробления, предшествующая разрушению материала;  $v$  - объем деформируемого материала (или его куска) в камере дробления;  $\sigma_v$  - предел прочности разрушаемого материала при сжатии (в куске);  $E$  - модуль упругости материала (в куске).

Учитывая, что усилие дробления в конусной дробилке, определяемое в соответствии с формулами (7), (11) можно представить следующим образом

$$P_{др} = \sigma_v(\pi-1) \cdot (r_1+r_2) \cdot l = \sigma_v \cdot s_{др}, \quad (26)$$

где  $s_{др}$  - площадь совокупности кусков материала, находящихся в «мгновенной» камере дробления, при единичном акте разрушения материала.

Кроме того, учтем, что упругая потенциальная энергия деформации может быть представлена в виде

$$A_{уп} = \sigma_v^2 \cdot v / 2E = \sigma_v^2 \cdot s_{др} \cdot \lambda / 2E \quad (27)$$

где  $\lambda$  - усредненная толщина разрушенного слоя материала, определяется шириной разгрузочной щели дробилки (или толщиной слоя измельченного продукта  $\lambda = v/s_{др}$ ).

С учетом изложенных соображений условие (24) запишем в виде

$$\sigma_v \cdot s_{др} \cdot \Delta\lambda = \sigma_v^2 \cdot s_{др} \cdot \lambda / 2E. \quad (28)$$

Из выражения (28) выразим относительную (29) и абсолютную (30) деформации порции материала при ее дроблении

$$\Delta\lambda/\lambda = \sigma_v/2E, \quad (29)$$

$$\Delta\lambda = \sigma_v/2E \cdot \lambda. \quad (30)$$

Из анализа выражений (29) и (30) следует, что работа силы дробления  $P_{др}$  на упругом перемещении зависит только от геометрических параметров камеры дробления (ее параллельной зоны) и физико-механических параметров измельчаемого материала.

Отметим, что толщина слоя измельчаемого материала  $\lambda$  для практических расчетов определяется шириной разгрузочной щели.

Кроме того, отметим, что объем исходного материала, попавшего в камеру дробления, не изменится после разрушения, если не учитывать бесконечно малую долю уменьшения объема в результате деформации. При этом измельченный материал будет уплотнен и с некоторой погрешностью может быть представлен в виде сплошного слоя площадью  $s_{др}$ .

Таким образом, усилие дробления  $P_{др}$ , момент сил сопротивления при перекачивании конуса  $M_c$  и момент сил трения  $M_{тр}$  при дроблении в случае построения эпюр давления и выполнения прочностных расчетов деталей дробилки, можно выразить через конструктивные параметры дробилки ( $r_1, r_2, l, \lambda$ ) и физико-механические свойства измельчаемого материала ( $E, \sigma_v$ ).

#### Список литературы

1. Прочность, устойчивость, колебания / Справочник в трех томах. Том 1. Под ред. **Биргера. И.А., Пановко Я.Г.** М.:Машиностроение, 1968. - 831 с.
2. **Панкратов С.А., Егоров М.В., Рыжиков Р.К.** Определение усилий в конусных дробилках крупного дробления / Обогащение руд. №2, 1966. - С.35-40.
3. **Галин Л.А.** Контактные задачи упругости и вязкоупругости / М. Наука. ГРФМЛ, 1980.

Рукопис подано до редакції 18.03.13

УДК 622.684

В.С. ГІРІН, д-р техн. наук, проф., І.В. ГІРІН, старший викладач,  
ДВНЗ «Криворізький національний університет», М.І. ЛУЧКО, канд. техн. наук, доц.,  
Східно-український національний університет ім. Володимира Даля

## ПРОБЛЕМИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИМ ПАЛЬНИМ СУЧАСНИХ АВТОМОБІЛІВ В УКРАЇНІ

Представлено огляд та аналіз сучасних видів екологічно чистих видів автомобільного пального і перспективи їх використання.

У всьому світі за останні роки гостро постали питання, пов'язані з охороною навколишнього